



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی، حسابان ۱، - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۶۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱)  $\log 5 = 1 - \log 2$

(۲) لگاریتم هر عدد مثبت، همواره عددی مثبت است.

(۳)  $\log x \cdot \log y = \log x + \log y$

(۴)  $\log(x+y) = \log x \log y$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

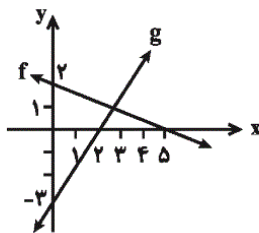
(۱) نمودار دو تابع  $y = 4^x$  و  $y = \frac{1}{4} \log_2 x$  نسبت به خط  $y = x$  قرینه‌اند.

(۲) برد تابع  $y = 2^x - 1$  برابر با  $[-1, +\infty)$  است.

(۳) اگر  $0 < a < 1$  باشد، آن‌گاه  $\log_a(a+1) < 0$ .

(۴) برد تابع  $y = \log_3 x$  مجموعه اعداد حقیقی است.

شما پاسخ نداده اید



۶۳- نمودار تابع‌های  $f$  و  $g$  مطابق شکل زیر است. حاصل  $(f+g)^{-1}(0)$  کدام است؟

(۱) ۳

(۲) صفر

(۳)  $\frac{10}{11}$

(۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۶۴- تابع  $f(x) = a - \log_3(bx+1)$  از نقاط  $(1,0)$  و  $(0,1)$  می‌گذرد. حاصل  $ab$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{3}{4}$

(۳) ۳

(۲) -۲

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۵- زلزله‌ای به بزرگی  $\frac{2}{8}$  در مقیاس ریشتر چند ارگ انرژی آزاد می‌کند؟ ( $\log E = 11/8 + 1/5 M$ )

(۴)  $10^{12/8}$

(۳)  $10^{16}$

(۲)  $12/8$

(۱) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  و  $g(x) = x^2 - x + 1$  باشند، معادله  $f \circ g(x) = 0$  چند ریشه دارد؟

(۴) ۴

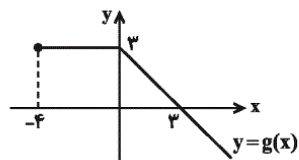
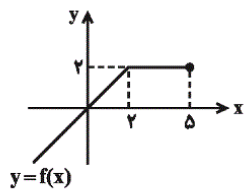
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۷- نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  مطابق شکل زیر است. ضابطه تابع  $f+g$  کدام گزینه است؟



$$\begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ (f+g)(x) = \begin{cases} x+3 & x \leq 2 \\ 3 & x > 2 \end{cases} \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} [-4, \delta] \rightarrow \mathbb{R} \\ (f+g)(x) = \begin{cases} x+3 & -4 \leq x \leq 2 \\ -x+\delta & 2 < x \leq \delta \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ (f+g)(x) = \begin{cases} x+3 & x \leq 0 \\ 3 & 0 < x \leq 2 \\ -x+\delta & x > 2 \end{cases} \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} [-4, \delta] \rightarrow \mathbb{R} \\ (f+g)(x) = \begin{cases} x+3 & -4 \leq x \leq 0 \\ 3 & 0 < x \leq 2 \\ -x+\delta & 2 < x \leq \delta \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- اگر  $f^{-1} = \{(2,1), (3,-2), (4,-1)\}$  و  $f-2g = \{(-2,-1), (-1,8)\}$  و تابع  $g$  یک به یک باشد، کدام نقطه زیر حتماً روی  $g^{-1}$  قرار دارد؟  
 (۱)  $(-1,-2)$  (۲)  $(-2,-1)$  (۳)  $(-2,1)$  (۴)  $(1,-2)$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- تابع  $f(x) = |x-1| - |x+3|$  در بازه  $[a, b]$  یک به یک بوده و  $b-a$  حداکثر مقدار ممکن است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

$$f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1; -3 \leq x \leq 1 \quad (2) \quad f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} - 1; -4 \leq x \leq 4 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 1; -3 \leq x \leq 1 \quad (4) \quad f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 1; -4 \leq x \leq 4 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- اگر  $f(x) = 4 - \sqrt{x-3}$  باشد، طول نمودار رسم شده تابع  $g(x) = f \circ f^{-1}(x) + f^{-1} \circ f(x)$  برابر کدام گزینه است؟

$$\sqrt{5} \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad \sqrt{3} \quad (2) \quad \sqrt{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ی ۲، - ۱۳۹۶۱۱۲۰

۸۱- کدام مورد نادرست است؟

- (۱) تبدیل هایی که طول پاره خط را حفظ می کنند، تبدیلات طولپا نام دارند.
- (۲) هر تبدیل طولپا، اندازه زاویه را حفظ می کند.
- (۳) بازتاب نسبت به خط، بی شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.
- (۴) بازتاب لزوماً شیب خطوط را حفظ می کند.

شما پاسخ نداده اید

۸۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- بازتاب، انتقال و دوران، تبدیلات طولی هستند.
- هر تبدیل طولی، دارای نقطه ثابت تبدیل است.
- هر تبدیل طولی، جهت شکل را حفظ می کند.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۸۳- خط  $L$  و نقطه  $A$  به فاصله  $m$  از آن، مفروض اند. اگر تبدیل  $S$ ، بازتاب نسبت به خط  $L$  باشد، فاصله  $A$  از  $S(S(S(A)))$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $m$

(۳)  $2m$

(۴)  $4m$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- لوزی  $ABCD$  با مساحت ۲ واحد مفروض است. اگر محل برخورد قطرهای لوزی را  $O$  بنامیم و این لوزی را به مرکز  $O$  با زاویه  $45^\circ$  درجه در جهت

ساعتگرد دوران دهیم تا چهارضلعی  $A'B'C'D'$  حاصل شود، اندازه  $A'C' \times B'D'$  کدام است؟

(۱) ۲

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳) ۴

(۴)  $4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- خط  $d$  را تحت انتقال با برداری به طول ۲ که راستای آن با خط  $d$  زاویه  $30^\circ$  می سازد، تصویر می کنیم تا خط  $d'$  به دست آید. اگر تصویر خط  $d'$ ، تحت

بازتاب نسبت به محور  $d$ ، خط  $d''$  باشد، آنگاه فاصله  $d''$  و  $d'$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳)  $\sqrt{3}$

(۴)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- مربع  $ABCD$  به طول ضلع ۴ مفروض است. مربع را با بردار  $\vec{v}$  انتقال می دهیم تا مربع  $A'B'C'D'$  به دست آید. اگر نقطه  $A'$  روی ضلع  $BC$  قرار

داشته باشد و  $A'C = 1$ ، اندازه پاره خط  $DD'$  کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{3}$

(۲)  $4\sqrt{2}$

(۳)  $2\sqrt{6}$

(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۸۷- نقطه A به فاصله ۱ از خط L قرار دارد. تصویر A تحت بازتاب نسبت به خط L را A' می‌نامیم و A را حول A' به اندازه ۱۲۰° دوران می‌دهیم

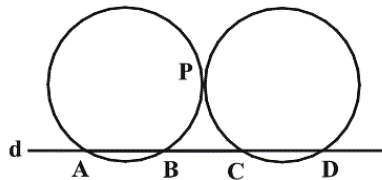
تا نقطه A'' به دست آید. طول پاره خط AA'' کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$
- (۲) ۲
- (۳)  $2\sqrt{3}$
- (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۸- دو دایره با شعاع‌های یکسان، در نقطه P مماس برون‌اند. اگر خط قاطعی به موازات خط‌المركزین، دو دایره را در نقاط A، B، C و D قطع کند، آن‌گاه

کدام گزینه صحیح است؟



(۱)  $\hat{A}PC = \hat{B}PD$

(۲)  $\hat{A}PC = 90^\circ$

(۳)  $\hat{B}PD = 90^\circ$

(۴) هر سه گزینه صحیح است.

شما پاسخ نداده اید

۸۹- مثلث قائم‌الزاویه ABC به طول وتر ۸ مفروض است. این مثلث را با بردار  $\vec{AT}$  که در جهت بردار  $\vec{AM}$  (M وسط وتر BC) است، انتقال می‌دهیم.

اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و مثلث جدید،  $\frac{1}{16}$  مساحت مثلث اولیه باشد، اندازه بردار  $\vec{AT}$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۰- در مثلث ABC، زاویه A برابر ۴۰° می‌باشد. ضلع BC را با بردار  $\frac{1}{3}\vec{CA}$  انتقال می‌دهیم و انتقال یافته آن را B'C' می‌نامیم. سپس B'C' را با بردار

$\vec{BA}$  انتقال داده و تصویر آن را B''C'' می‌نامیم. اندازه زاویه BB'B'' کدام است؟

- (۱) ۴۰°
- (۲) ۸۰°
- (۳) ۱۰۰°
- (۴) ۱۴۰°

شما پاسخ نداده اید

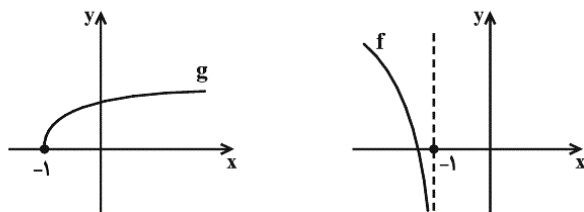
شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر  $f(x) = x + \sqrt{x}$  و  $g(x) = x - \sqrt{x}$ ، آن‌گاه برد تابع  $f + g$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{R}$  (۲)  $\mathbb{R} - \{0\}$  (۳)  $[0, +\infty)$  (۴)  $[2, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- هرگاه نمودار تابع‌های  $f$  و  $g$  به صورت مقابل باشد،  $D_{f \circ g}$  کدام است؟



(۱)  $[-1, \infty)$

(۲)  $(-\infty, -1]$

(۳)  $[0, \infty)$

(۴)  $\emptyset$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر مقدار خروجی از ماشین شکل مقابل  $\frac{4}{3}$  باشد، مقدار ورودی کدام است؟

خروجی  $\rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \rightarrow \boxed{2x-2} \rightarrow$  ورودی (x)

(۱)  $\frac{11}{9}$  (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۷۵- نمودارهای دو تابع  $f(x) = 3^{ax+b}$  و  $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$  در نقطه‌ای به طول  $-1$  متقاطع هستند. اگر  $f(2) = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $f^{-1}(27)$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $-2$  (۳) ۱ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۷۶- مجموعه جواب نامعادله  $625 < (x-2)^{5x-x^2-8}$  کدام است؟

- (۱)  $1 < x < 4$  (۲)  $2 < x < 3$  (۳)  $3 < x < 4$  (۴)  $1 < x < 5$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- تابع  $f(x) = \log_3(ax+b)$  فقط برای مقادیر  $x \in (-\frac{1}{3}, +\infty)$  با معنی است. اگر  $f(4) = 2$  باشد، آن‌گاه  $f(-\frac{4}{9})$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۷۸- اگر  $3^a = A$  باشد،  $\log_3 9A^2$  کدام است؟

- (۱)  $2+2a$  (۲)  $3+2a$  (۳)  $2+a^2$  (۴)  $3+a^2$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- اگر  $f(x) = (\sqrt{3})^x$  و  $g(x) = \log_3 x$ ، آن‌گاه ضابطه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2x}, x > 0$  (۲)  $2x, x \in \mathbb{R}$  (۳)  $\frac{x}{2}, x > 0$  (۴)  $\sqrt{x}, x > 0$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- از دو معادله دو مجهولی  $2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1$  و  $\log y = 2 \log 3 + \log x$ ، مقدار  $y$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۱- فضای نمونه‌ای یک آزمایش شامل سه عضو  $a$ ،  $b$  و  $c$  است و داریم:  $P(a) = 2P(b) = 3P(c)$ . احتمال رخ ندادن پیشامد  $c$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{11}$  (۲)  $\frac{9}{11}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- سکه‌هایی با شماره‌های ۲، ۴، ۶ و ۸ را به ترتیب پرتاب می‌کنیم. اگر احتمال آمدن رو در هر سکه، عکس شماره آن سکه باشد، احتمال آن که سکه‌ها یک در میان رو و پشت بیایند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{216}$  (۲)  $\frac{13}{192}$  (۳)  $\frac{23}{256}$  (۴)  $\frac{11}{128}$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- در پرتاب دو تاس، اگر مجموع اعداد روشده ۳ یا ۵ باشد، با چه احتمالی مجموع اعداد روشده ۳ است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  بوده، به طوری که  $P(A) = 0.2$ ،  $P(B) = 0.5$  و  $P(A \cup B) = 0.6$  باشند، حاصل  $\frac{P(B|A)}{P(A' \cup B')}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{9}$  (۲)  $\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را روی پنج کارت می‌نویسیم و به تصادف دو کارت از بین آن‌ها انتخاب می‌کنیم. اگر حاصل ضرب اعداد روی کارت‌ها از مجموع آن‌ها بیش‌تر باشد، با کدام احتمال دو عدد متوالی انتخاب شده است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- در مسابقه‌ای میان افراد  $A$ ،  $B$  و  $C$  که فقط یک نفر شانس برنده شدن را دارد، احتمال پیروزی  $C$ ، نصف احتمال شکست  $B$  و احتمال پیروزی  $B$ ،  $\frac{1}{3}$  احتمال شکست  $A$  است. احتمال پیروزی  $A$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{3}{10}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در ظرف اول ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه و در ظرف دوم ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه قرار دارد. ۳ مهره به تصادف از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس به تصادف یک مهره از ظرف دوم خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سفید است؟

- (۱)  $\frac{59}{110}$  (۲)  $\frac{57}{110}$  (۳)  $\frac{53}{110}$  (۴)  $\frac{51}{110}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- دسته‌ای کارت داریم که شامل ۴ کارت دو رو زرد و ۵ کارت دو رو سبز و ۶ کارت یک رو زرد و یک رو سبز است. کارتی را به تصادف بیرون می‌آوریم و مشاهده می‌کنیم. احتمال آن که روی مشاهده شده، زرد باشد، چند برابر احتمال آن است که روی مشاهده شده سبز باشد؟

- (۱)  $\frac{8}{7}$  (۲)  $\frac{7}{15}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{8}{15}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- یک بازیکن فوتبال ۶۰ درصد پنالتی‌های خود را به سمت راست دروازه و بقیه را به سمت چپ می‌زند. درصد موفقیت او در پنالتی‌هایی که به راست و چپ دروازه می‌زند، به ترتیب ۸۰ و ۶۰ می‌باشد. اگر پنالتی آخر او گل شده باشد، با کدام احتمال آن را به سمت راست دروازه زده است؟

- (۱)  $\frac{3}{7}$  (۲)  $\frac{4}{7}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- یک شرکت اتوبوس‌رانی برای جابه‌جایی مسافران نوروزی از دو نوع اتوبوس A و B استفاده می‌کند. ۶۰ درصد جابه‌جایی با اتوبوس A و بقیه توسط اتوبوس B انجام می‌گیرد. اگر نوع A به احتمال ۱۵ درصد و نوع B به احتمال ۱۰ درصد تأخیر در انتقال مسافران به مقصد داشته باشند، در صورتی که مسافری به موقع به مقصد رسیده باشد، با چه احتمالی از اتوبوس نوع A استفاده کرده است؟

$$\frac{21}{36} \quad (4)$$

$$\frac{15}{36} \quad (3)$$

$$\frac{17}{29} \quad (2)$$

$$\frac{12}{29} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید



۶۱-

(مهمدمصطفی ابراهیمی)

گزینه «۱» صحیح است زیرا:

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱

۶۲-

(علی شهرابی)

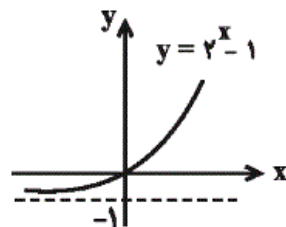
۱) تابع  $y = \frac{1}{2} \log_2 x$  را می‌توانیم به شکل  $y = \log_{\sqrt{2}} x$  یا

$y = \log_4 x$  بنویسیم که با تابع  $y = 4^x$  وارون یکدیگرند. پس نمودار

آن‌ها نسبت به خط  $y = x$  قرینه است. (✓)

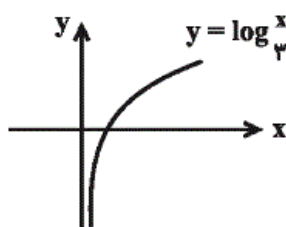
۲) نمودار این تابع را رسم می‌کنیم. برد آن

مجموعه  $(-1, +\infty)$  است. (✗)



۳) اگر  $0 < a < 1$  باشد، آن‌گاه  $1 < a + 1 < 2$  است. حاصل  $\log_a x$  به

ازای  $0 < a < 1$  برای  $x > 1$  عددی منفی است. (✓)



۴) از نمودار تابع  $y = \log_3^x$  می‌فهمیم که

برد آن  $\mathbb{R}$  است. (✓)

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱

ابتدا معادله  $f$  و  $g$  را نوشته، سپس جمع آنها را به دست می آوریم و وارون می گیریم:

$$f : A(0, 2), B(5, 0) \Rightarrow m_{AB} = \frac{2-0}{0-5} = -\frac{2}{5}$$

$$f \text{ معادله: } y - 0 = -\frac{2}{5}(x - 5) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}(x - 5)$$

$$g : C(0, -3), D(2, 0) \Rightarrow m_{CD} = \frac{0+3}{2-0} = \frac{3}{2}$$

$$g \text{ معادله: } y - 0 = \frac{3}{2}(x - 2) \Rightarrow g(x) = \frac{3}{2}(x - 2)$$

$$(f + g)(x) = -\frac{2}{5}x + 2 + \frac{3}{2}x - 3 = \frac{11}{10}x - 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{11}{10}x - 1 \Rightarrow \frac{11}{10}x = y + 1 \Rightarrow x = \frac{10}{11}(y + 1)$$

$$\Rightarrow (f + g)^{-1}(x) = \frac{10}{11}(x + 1)$$

$$\xrightarrow{x=0} (f + g)^{-1}(0) = \frac{10}{11}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۵۷ تا ۶۶)

۴

۳✓

۲

۱

(فشایار کویان پور)

$$f(x) = a - \log_3(bx + 1)$$

$$f(0) = 1 \Rightarrow a - \log_3 1 = 1 \xrightarrow{\log_3 1 = 0} a = 1$$

$$f(x) = 1 - \log_3(bx + 1)$$

$$\xrightarrow{f(1)=0} 1 - \log_3(b + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \log_3(b + 1) = 1 \Rightarrow b + 1 = 3 \Rightarrow b = 2$$

$$a \times b = 1 \times 2 = 2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه های ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱✓

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\log E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log E = 11/8 + 1/5 \times (2/8) = 16$$

$$\Rightarrow E = 10^{16} \text{ Erg}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه های ۸۸ تا ۹۰)

۴

۳✓

۲

۱

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = 0 \Rightarrow (g(x))^2 - 3(g(x)) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (g(x) - 2)(g(x) - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 2 \\ g(x) = 1 \end{cases}$$

$$g(x) = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 1$$

$$g(x) = 2 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 2 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ یا } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

بنابراین معادله  $f \circ g(x) = 0$  دارای چهار ریشه است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمرضا توبه)

برای به دست آوردن حاصل جمع دو تابع کافی است به ازای  $x$  هایی که در اشتراک دامنه‌های دو تابع قرار دارد،  $y$  ها را با هم جمع کنیم:

$$D_f = (-\infty, 5] \quad f(x) = \begin{cases} x & x \leq 2 \\ 2 & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

$$D_g = [-4, +\infty) \quad g(x) = \begin{cases} 3 & -4 \leq x \leq 0 \\ -x + 3 & x > 0 \end{cases}$$

بنابراین  $D_{f+g} = D_f \cap D_g = [-4, 5]$  از سوی دیگر:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} x+3 & -4 \leq x \leq 0 \\ x + (-x+3) & 0 < x \leq 2 \\ 2 + (-x+3) & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x) = \begin{cases} x+3 & -4 \leq x \leq 0 \\ 3 & 0 < x \leq 2 \\ -x+5 & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱

۲- و ۱- حتماً در  $D_g$  هستند و ۱ قطعاً در آن نیست.

$$f(-2) - 2g(-2) = -1 \Rightarrow 3 - 2g(-2) = -1$$

$$\Rightarrow g(-2) = 2 \Rightarrow (2, -2) \in g^{-1}$$

$$f(-1) - 2g(-1) = 8 \Rightarrow 4 - 2g(-1) = 8$$

$$\Rightarrow g(-1) = -2 \Rightarrow (-2, -1) \in g^{-1}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۷ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱

تابع  $f$  را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} (-x+1) - (-x-3) & x < -3 \\ (-x+1) - (x+3) & -3 \leq x \leq 1 \\ (x-1) - (x+3) & x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4 & x < -3 \\ -2x-2 & -3 \leq x \leq 1 \\ -4 & x > 1 \end{cases}$$

$f$  در بازه  $[-3, 1]$  یک به یک است. ضابطه وارون آن را در این بازه به دست می‌آوریم.

$$y = -2x - 2 \Rightarrow x = \frac{-2-y}{2} = -1 - \frac{y}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x}{2} - 1$$

برد تابع  $f$  را در این بازه به دست می‌آوریم که همان  $D_{f^{-1}}$  است:

$$\begin{aligned} -3 \leq x \leq 1 & \xrightarrow{\times(-2)} -2 \leq -2x \leq 6 \\ \xrightarrow{-2} & -4 \leq -2x - 2 \leq 4 \end{aligned}$$

پس ضابطه  $f^{-1}$  به صورت  $f^{-1}(x) = \frac{-x}{2} - 1$  و دامنه آن  $[-4, 4]$  است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۴

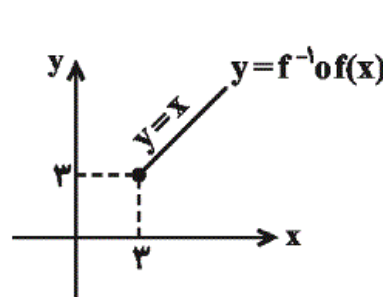
۳

۲

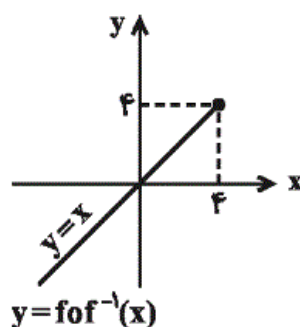
۱ ✓

-۷۰

(معمد، رضا توجه)



می‌دانیم  $y = f^{-1} \circ f(x)$  تابعی همانی روی دامنه  $f$  است. پس نمودار  $y = f^{-1} \circ f(x)$  به شکل مقابل است:  $(D_f = [3, +\infty))$



از سوی دیگر  $y = f \circ f^{-1}(x)$  تابع همانی روی برد  $f$  (دامنه  $f^{-1}$ ) است پس نمودار  $y = f \circ f^{-1}(x)$  به شکل مقابل است:  $(R_f = (-\infty, 4])$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۱

(مهم فندان)

در حالت کلی بازتاب شیب خطوط را حفظ نمی‌کند، مگر در حالتی که خط با محور بازتاب موازی یا بر آن عمود باشد.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۳۴ تا ۴۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۸۲

(نرگس کارگر)

عبارت اول درست است.

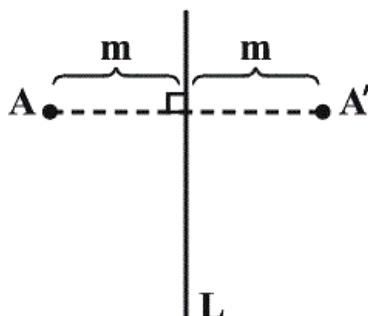
عبارت دوم دارای مثال نقض است. تبدیل انتقال در حالت کلی نقطه ثابت تبدیل ندارد و موقعیت نقاط را تغییر می‌دهد. عبارت سوم نیز دارای مثال نقض است. تبدیل بازتاب لزوماً جهت اشکال را حفظ نمی‌کند.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۸۳

(فشایار کویان پور)

مطابق شکل  $S(A) = A'$  است.

قرینه قرینه هر نقطه نسبت به یک خط، خود آن نقطه است. یعنی:

$$S(S(A)) = A$$

در نتیجه:

$$S(\underbrace{S(S(A)))}_A) = S(A) = A'$$

پس خواسته مسأله، فاصله  $A$  از  $A'$  است که برابر  $2m$  می‌باشد.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

دوران یک تبدیل طولپا است و اندازه مساحت اشکال را حفظ می‌کند. پس مساحت لوزی  $A'B'C'D'$  برابر مساحت لوزی  $ABCD$  می‌باشد. از طرفی مساحت هر لوزی برابر نصف حاصل ضرب طول دو قطر آن است، پس:

$$S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{2} A'C' \times B'D' = 2 \Rightarrow A'C' \times B'D' = 4$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

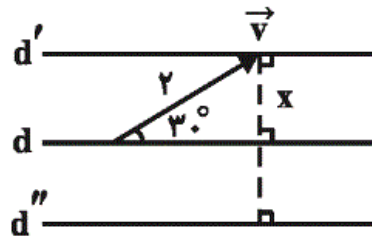
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممدطاهر شعاعی)



مطابق شکل، خط  $d'$  تصویر خط  $d$  تحت انتقال با بردار  $\vec{v}$  می‌باشد و  $d''$  تصویر  $d'$  تحت بازتاب نسبت به محور  $d$  است. برای محاسبه فاصله  $d$  و  $d'$ ، کافی است اندازه  $x$  در مثلث قائم‌الزاویه روی شکل را بیابیم. چون در این مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  نصف وتر است، پس  $x = \frac{2}{2} = 1$  و در نتیجه فاصله بین خطوط  $d'$  و  $d''$  برابر با  $2x = 2$  است.

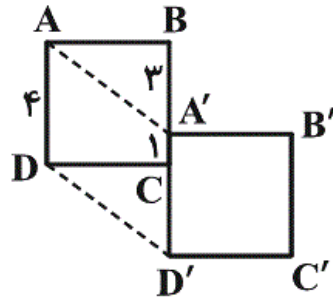
(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$A'B = BC - A'C = 4 - 1 = 3$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABA'$  داریم:

$$AA'^2 = AB^2 + A'B^2$$

$$= 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow AA' = 5$$

از آنجا که طول بردار انتقال ثابت است، داریم:

$$|\overrightarrow{DD'}| = |\overrightarrow{AA'}| \Rightarrow DD' = 5$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$A'E = \frac{1}{2} A'A'' = \frac{2}{2} = 1$$

$$AA''^2 = AE^2 + A''E^2 = (AA' + A'E)^2 + A''E^2$$

$$\Rightarrow AA''^2 = (2+1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 12$$

$$\Rightarrow AA'' = 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۲ تا ۴۴)

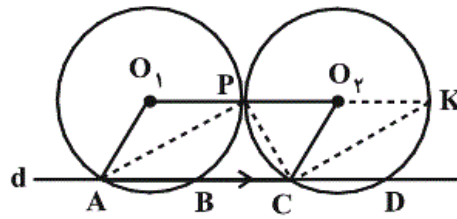
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

بنابر فرضیات مسئله، روشن است که انتقال با بردار  $O_1O_2$ ، دایره با مرکز  $O_1$  را به دایره‌ای با مرکز  $O_2$  منتقل می‌سازد. در این انتقال، نقاط  $A$  و  $B$  به ترتیب به نقاط  $C$  و  $D$  می‌روند.



حال از آنجایی که شعاع‌های دو دایره با یکدیگر برابر بوده و  $O_1O_2 \parallel d$  می‌باشد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} O_1O_2 = AC \\ O_1O_2 = PK \end{array} \right\} \Rightarrow AC = PK, \quad PK \parallel AC$$

لذا اگر انتقال با بردار  $\overline{AC}$  را در نظر بگیرید، نقطه  $K$  متناظر به نقطه  $P$  بوده و درمی‌یابیم که:

$$CK \parallel AP \xrightarrow{\widehat{PCK} = \frac{\widehat{PK}}{2} = 90^\circ} \widehat{APC} = 90^\circ$$

به طریق مشابه ثابت می‌شود که:

$$\widehat{BPD} = \widehat{APC} = 90^\circ$$

بنابراین هر سه گزینه صحیح می‌باشند.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲

۱



$$\left. \begin{array}{l} \text{ABC میانه} \text{ AM مثلث} \\ \text{A'EF میانه} \text{ A'M مثلث} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{A'M}{AM} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AA'}{AM} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow AA' = \frac{3}{4}AM$$

مثلث ABC قائم‌الزاویه است. پس میانه وارد بر وتر، نصف وتر

است، بنابراین:

$$AM = \frac{BC}{2} = 4 \Rightarrow AA' = \frac{3}{4} \times 4 = 3$$

پس اندازه بردار انتقال  $\overrightarrow{AT}$  که همان  $\overrightarrow{AA'}$  می‌باشد، برابر ۳

است.

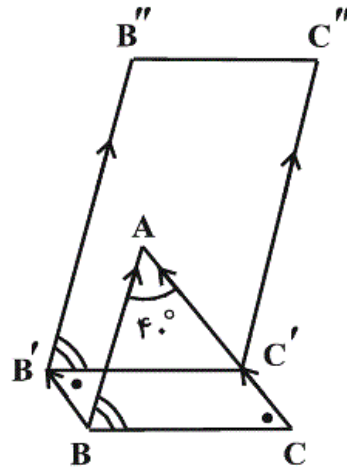
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲

۱



از آنجایی که تبدیل انتقال یک تبدیل طولیا محسوب می شود، لذا اندازه پاره خطها و زوایا را حفظ می کند.

$B'C'$  انتقال یافته  $BC$  می باشد، پس:

$$\widehat{BB'C'} = \widehat{C} \quad (1)$$

$B''C''$  انتقال یافته  $B'C'$  است، بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} B'C' \parallel B''C'' \parallel BC \\ AB \parallel B'B'' \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{B''B'C'} = \widehat{B} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) نتیجه می گیریم:

$$\widehat{BB'C'} + \widehat{B''B'C'} = \widehat{BB'B''} \Rightarrow \widehat{BB'B''} = \widehat{B} + \widehat{C}$$

$$\Rightarrow \widehat{BB'B''} = 180^\circ - \widehat{A} = 140^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه های ۴۰ و ۴۱)

۴ ✓

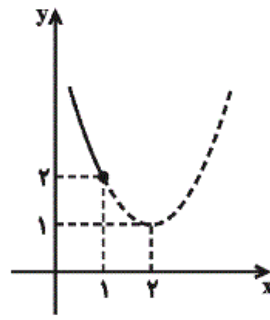
۳

۲

۱

-۷۱

(کتاب آبی)



دامنه تابع وارون، با برد تابع اصلی برابر است، پس برد تابع با ضابطه  $y = x^2 - 4x + 5$  را با شرط  $x \leq 1$  به دست می آوریم. برای این منظور، نمودار تابع را رسم می کنیم:

$$y = x^2 - 4x + 5 = (x^2 - 4x + 4) + 1 \Rightarrow y = (x - 2)^2 + 1$$

همان طور که در شکل دیده می شود با شرط  $x \leq 1$ ، برد تابع بازه  $(2, +\infty)$  است که همان دامنه تابع وارون است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۵۷ تا ۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

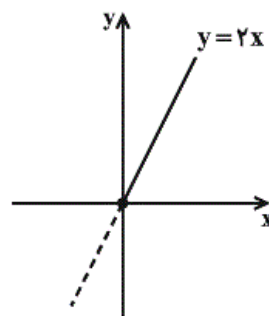
-۷۲

$$\begin{cases} f(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow D_f : x \geq 0 \\ g(x) = x - \sqrt{x} \Rightarrow D_g : x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g \Rightarrow D_{f+g} : x \geq 0$$

$$\Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g \Rightarrow D_{f+g} : x \geq 0$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = (x + \sqrt{x}) + (x - \sqrt{x}) = 2x$$



با در نظر گرفتن شرط دامنه، نمودار تابع  $(f + g)(x)$  به صورت روبه روست که با توجه به نمودار، برد این تابع بازه  $[0, +\infty)$  است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

-۷۳

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in [-1, \infty) \mid g(x) < -1\}$$

اما  $g(x)$  همواره بزرگتر یا مساوی صفر است، پس دامنه تابع،  $\emptyset$  است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر در ماشین بالا ورودی را  $x$  و  $f(x) = 2x - 2$  و  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$  و خروجی را  $y$  بگیریم در این صورت داریم:

$$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow y$$

این همان تعریف تابع  $y = \text{gof}(x)$  می باشد:

$$y = \text{gof}(x) = g(f(x)) \Rightarrow y = \frac{2x-2}{\sqrt{2x-2+1}}$$

اگر به جای خروجی  $(y)$ ،  $\frac{4}{3}$  را قرار دهیم ورودی  $(x)$  به دست می آید:

$$\frac{4}{3} = \frac{2x-2}{\sqrt{2x-2+1}} \xrightarrow{\sqrt{2x-2}=t \geq 0} \frac{4}{3} = \frac{t^2}{t+1}$$

$$\Rightarrow 3t^2 = 4t + 4 \Rightarrow 3t^2 - 4t - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 & \text{ق ق} \\ t = -\frac{2}{3} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x-2} = 2 \Rightarrow 2x-2 = 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱

-۷۵

(سراسری ریاضی - ۹۵)

نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  در نقطه ای به طول ۱- متقاطع هستند،

پس:

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow 3^{-a+b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow 3^{-a+b} = 9 = 3^2 \Rightarrow -a + b = 2 \quad (*)$$

از طرفی  $f(2) = \frac{1}{3}$ ، بنابراین:

$$3^{2a+b} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow 2a + b = -1 \quad (**)$$

از حل دستگاه معادلات  $(*)$  و  $(**)$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 3a = -3 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{(*)} b = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^{-x+1}$$

حال برای محاسبه  $f^{-1}(27)$ ، کافی است معادله  $f(x) = 27$  را حل کنیم:

$$3^{-x+1} = 27 = 3^3 \Rightarrow -x + 1 = 3 \Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(27) = -2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱

با استفاده از خواص توان، خواهیم داشت:

$$(0,2)^{5x-x^2-8} < 625 \Rightarrow (5^{-1})^{5x-x^2-8} < 5^4$$

$$\Rightarrow 5^{x^2-5x+8} < 5^4$$

در نامساوی بالا، پایه‌ها برابر و هر دو بزرگ‌تر از یک هستند، پس در برداشتن پایه‌ها جهت نامساوی عوض نمی‌شود.

$$x^2 - 5x + 8 < 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\Rightarrow (x-4)(x-1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 4$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری ریاضی - ۹۴)

-۷۷

تابع برای مقادیر  $x \in (-\frac{1}{3}, +\infty)$  بامعنی است. بنابراین  $x > -\frac{1}{3}$ . با توجه به ضابطه تابع، مقادیر قابل قبول برای  $x$  (دامنه) را می‌یابیم. (با توجه به حدود  $x$ ، باید  $a > 0$  باشد).

$$ax + b > 0 \Rightarrow ax > -b \Rightarrow x > -\frac{b}{a}$$

$$\frac{x > -\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} \rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b$$

همچنین  $f(4) = 2$ . بنابراین داریم:

$$2 = \log_3(4a + b) \Rightarrow 4a + b = 3^2 = 9 \xrightarrow{a=2b} 8b + b = 9$$

$$\Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = \log_3(2x + 1)$$

در نتیجه مقدار  $f(-\frac{4}{9})$  برابر است با:

$$f(-\frac{4}{9}) = \log_3(-\frac{4}{9} + 1) = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به رابطه  $\log(a \times b) = \log a + \log b$  داریم:

$$k = \log_3 9A^2 = \log_3 9 + \log_3 A^2 = \log_3 3^2 + \log_3 A^2$$

حال با کمک رابطه  $\log a^n = n \log a$  خواهیم داشت:

$$k = 2 \log_3 3 + 2 \log_3 A \stackrel{\log_3 3 = 1}{=} 2 + 2 \log_3 A$$

از آنجا که  $A = 3^a$ ، مقدار  $k$  برابر است با:

$$k = 2 + 2 \log_3 3^a = 2 + 2a \log_3 3 = 2 + 2a$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = (\sqrt{3})^{\log_3 x}$$

$$\left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_3 x} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 x} = 3^{\log_3 x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

دامنه تابع  $g$ ،  $x > 0$  است و دامنه تابع  $f$  برابر  $\mathbb{R}$  است، بنابراین:

$$D_{f \circ g} = \{x > 0 \mid \log_3 x \in \mathbb{R}\} = \{x > 0\} \Rightarrow f(g(x)) = \sqrt{x}, x > 0$$

همواره برقرار

(مسئله ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰ و ۸۰ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سراسری تجربی - ۹۶)

$$\log y = 2 \log 3 + \log x \Rightarrow \log y = \log(3^2 x)$$

$$y = 3^2 x \Rightarrow y = 9x \quad (*)$$

$$2^{x-7} \times 4^{x+y} = 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y} = 2^0$$

$$\Rightarrow (x-7) + 2(x+y) = 0 \Rightarrow 3x + 2y = 7 \quad (**)$$

$$(*) , (**) \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = \frac{1}{3}, y = 3$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۹۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مجید مومنی نویسی)

$$P(a) + P(b) + P(c) = 1$$

$$\Rightarrow 3P(c) + \frac{3}{2}P(c) + P(c) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{11}{2}P(c) = 1 \Rightarrow P(c) = \frac{2}{11}$$

$$P(c') = 1 - \frac{2}{11} = \frac{9}{11}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۹۲

(علی ساوپی)

با توجه به فرض مسأله، داریم:

$$P(\text{رو در سکه } ۲) = \frac{1}{2}, \quad P(\text{رو در سکه } ۴) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{رو در سکه } ۶) = \frac{1}{6}, \quad P(\text{رو در سکه } ۸) = \frac{1}{8}$$

بنابراین:

$$P(\text{یک در میان رو و پشت}) = \begin{array}{c} \text{یا} \\ \left( \begin{array}{cccc} \text{②} & \text{④} & \text{⑥} & \text{⑧} \\ \text{ر} & \text{پ} & \text{ر} & \text{پ} \\ \text{②} & \text{④} & \text{⑥} & \text{⑧} \\ \text{پ} & \text{ر} & \text{پ} & \text{ر} \end{array} \right) \end{array}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \times \frac{7}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{13}{192}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

فضای نمونه‌ای کاهش یافته دارای ۶ عضو است و پیشامد مطلوب دارای ۲

عضو، بنابراین احتمال مورد نظر برابر  $\frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$  است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امین کریمی)

-۹۴

$$P(A) = 0/2, \quad P(B) = 0/5, \quad P(A \cup B) = 0/6$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0/1$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0/1}{0/2} = 0/5$$

$$P(A' \cup B') = P(A \cap B)' = 1 - P(A \cap B) = 0/9$$

$$\Rightarrow \frac{P(B|A)}{P(A' \cup B')} = \frac{5}{9}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



پیشامدهای A و B را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$A = \{\{1,2\}, \{2,3\}, \{3,4\}, \{4,5\}\} \quad \text{انتخاب دو عدد متوالی}$$

B: حاصل ضرب اعداد روی کارت‌ها از مجموع آن‌ها بیش تر باشد.

$$B = \{\{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}\}$$

$$\text{در نتیجه: } A \cap B = \{\{2,3\}, \{3,4\}, \{4,5\}\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین ابومحبوب)

-۹۶

اگر احتمال پیروزی C را با X نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(C) = \frac{1}{2}(1 - P(B)) \Rightarrow P(B) = 1 - 2P(C) = 1 - 2X$$

$$P(B) = \frac{1}{3}(1 - P(A))$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - 3P(B) = 1 - 3(1 - 2X) = 6X - 2$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1 \Rightarrow (6X - 2) + (1 - 2X) + X = 1$$

$$\Rightarrow X = \frac{2}{5} \Rightarrow P(A) = 6\left(\frac{2}{5}\right) - 2 = \frac{12}{5} - 2 = \frac{2}{5}$$

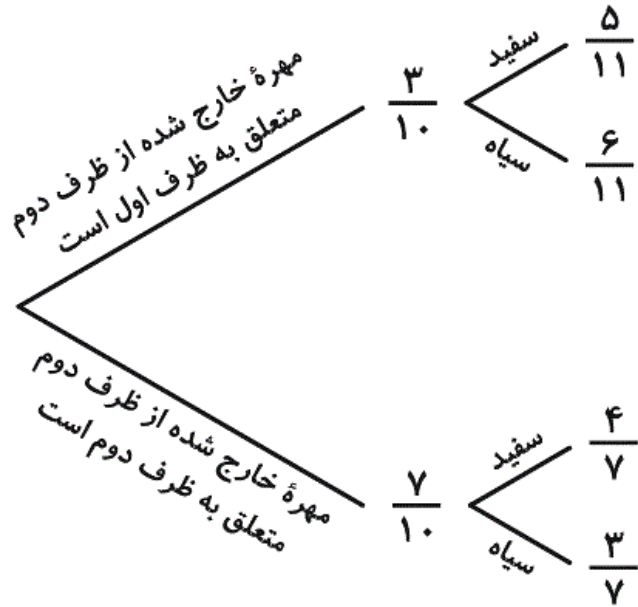
(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\frac{3}{10} \times \frac{5}{11} + \frac{7}{10} \times \frac{4}{7} = \frac{15}{110} + \frac{44}{110} = \frac{59}{110}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

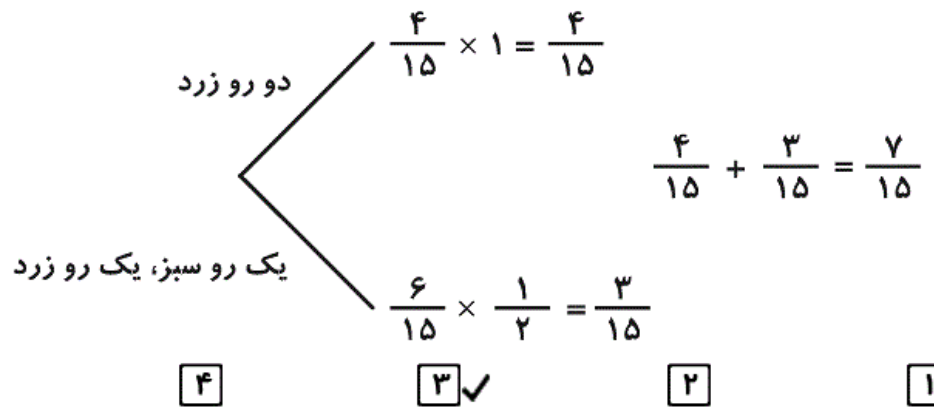
۴

۳

۲

۱

احتمال زرد بودن روی مشاهده شده برابر است با:



۴

۳

۲

۱

A : پیشامد گل شدن پنالتی

B : پیشامد زدن پنالتی به سمت راست دروازه

$$P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(B)P(A | B) + P(B')P(A | B')}$$

$$\Rightarrow P(B | A) = \frac{0.6 \times 0.8}{0.6 \times 0.8 + 0.4 \times 0.6} = \frac{0.48}{0.48 + 0.24} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۶)

۴ ✓

۳

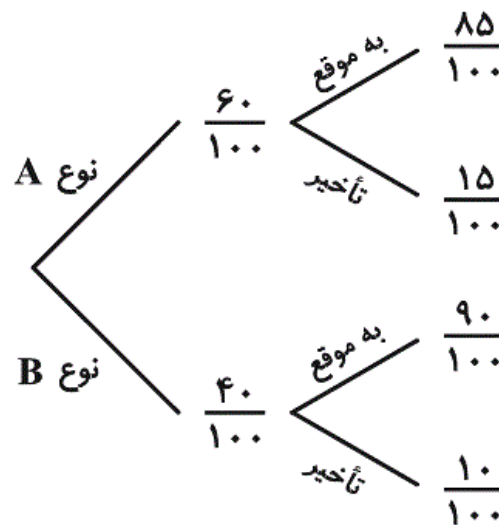
۲

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

-۱۰۰

با استفاده از نمودار درختی داریم:



احتمال استفاده از اتوبوس نوع A با شرط به موقع رسیدن برابر است با:

$$\frac{\frac{60}{100} \times \frac{85}{100}}{\frac{60}{100} \times \frac{85}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{90}{100}} = \frac{17}{29}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۶)

۴

۳

۲ ✓

۱