



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

-۸۱- تابع $f(x) = \begin{cases} 2^{ax}, & x \geq 0 \\ 4^{-ax}, & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

$$f(2) + f(-6) = 3$$

۷۲۹ (۴) **۵۱۲ (۳)** **۸۱۰ (۲)** **۱۰۲۴ (۱)**

شما پاسخ نداده اید

-۸۲- اگر تابع $f(x) = \frac{2x+7}{mx^2-6x+n}$ به ازای مجموعه مقادیر $\{-1, 1\}$ قابل تعریف باشد، $f(-\frac{1}{2})$ کدام است؟

-۱ (۴) **۱ (۳)** **-۲ (۲)** **۲ (۱)**

شما پاسخ نداده اید

-۸۳- توابع $g(f(a))$ و $g = \{(1, 2), (3, 0), (6, 7)\}$ مفروض هستند. مقدار a برای برقراری تساوی $g(f(a)) = 2$ کدام است؟

۰ (۴) صفر **-۲ (۳)** **۱ (۲)** **-۱ (۱)**

شما پاسخ نداده اید

-۸۴- اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آن‌گاه با توجه به تعریف جزء صحیح کدام گزاره همواره صحیح است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

$[xy] = [x][y]$ (۲)	$[x+y] = [x]+[y]$ (۱)
$[x+1] = [x]+1$ (۴)	$[x-y] = [x]-[y]$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۵- وارون $f(x) = 2 - \sqrt{3-x}$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

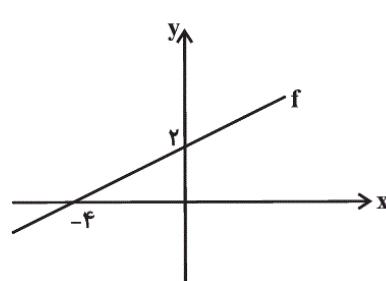
(-۱, ۲) (۴) **(-۱, ۰) (۳)** **(۱, ۲) (۲)** **(۱, -۱) (۱)**

شما پاسخ نداده اید

-۸۶- اگر $f = \{(1, 2), (3, 1), (1, a^2 - 2), (b+4, 2)\}$ یک تابع یک‌به‌یک باشد، مقدار $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

۰ (۴) صفر **۱ (۳)** **-۵ (۲)** **۵ (۱)**

شما پاسخ نداده اید

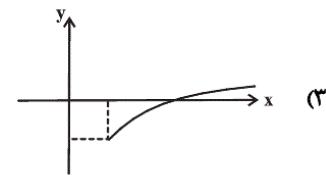
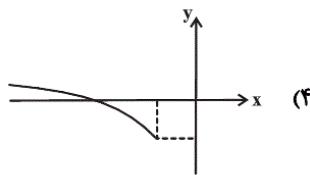
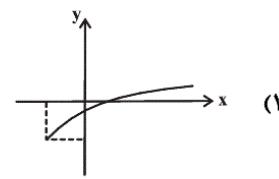
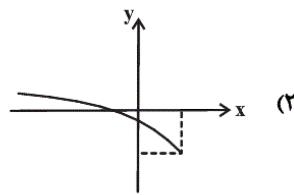
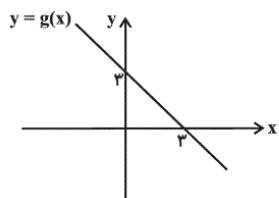


-۸۷- نمودار $f(x)$ به صورت رو به رو است. حاصل $(f \circ f)(2)$ کدام است؟

- ۵ (۱)**
۶ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

-۸۸- نمودار تابع $y = g(x)$ به صورت رویه‌رو است. کدام گزینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1 - g(x)} - 2$ را نشان می‌دهد؟



شما پاسخ نداده اید

-۸۹- اگر $g(x) = \frac{1}{x-1}$ باشد، دامنه تابع gof کدام است؟

$\mathbb{R} - \{1, 2, 3\}$ (۲)

$\mathbb{R} - \{2, 3\}$ (۱)

$\mathbb{R} - \{1, 3\}$ (۴)

$\mathbb{R} - \{1, 2\}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۰- اگر $2^x = \sqrt{19}$ باشد، حاصل $2[1-x] + 3$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

-۱ (۲)

۱ (۱)

-۵ (۴)

-۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۱- در کدام یک از رابطه‌های زیر y تابعی از x است؟

$$y - x^4 = 4 \quad (۲)$$

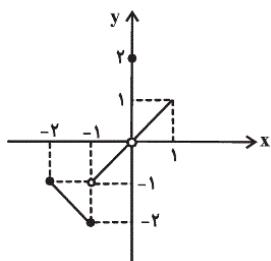
$$x - y^4 = 4 \quad (۱)$$

$$x^4 y = 0 \quad (۴)$$

$$|y - 1| - 2x = 0 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

-۹۲- اگر $y = g(x)$ و نمودار تابع $f(g^{-1}(x)) = \frac{x+1}{1-2x}$ باشد، در این صورت به ازای چه مقداری از a ، $a \neq 1$ ، است؟



-۲ (۱)

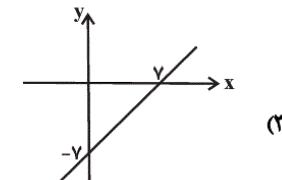
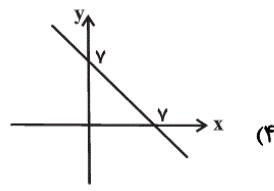
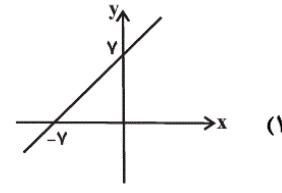
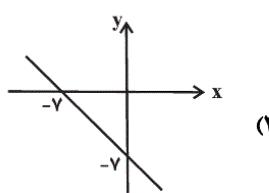
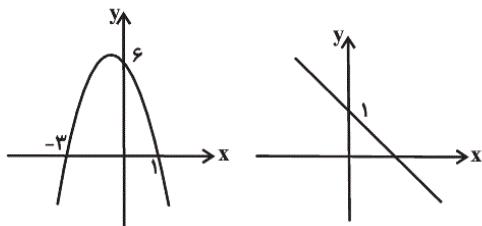
-۱ (۲)

۱ (۳)

۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

-۹۳- اگر نمودار تابع $f \cdot g$ به صورت زیر باشد، نمودار تابع $f + g$ کدام است؟ (تابع $f \cdot g$ یک تابع درجه دو است).



شما پاسخ نداده اید

-۹۴- مساحت محصور بین تابع $y = 2x$ و محور x ها در بازه $[0, \frac{5}{3}]$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۱)

$\frac{5}{2}$ (۴) ۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۵- اگر تابع $f(x) = \sqrt{(x-a)^2(x-b)}$ با هم برابر باشند، مقدار $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

-۵ (۲) ۳ (۱)

-۹ (۴) ۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

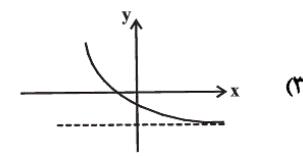
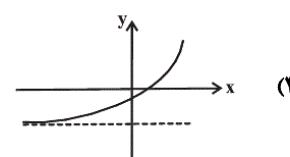
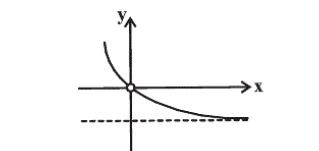
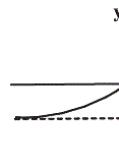
-۹۶- اگر f^{-1} وارون تابع $f : (-\infty, -1] \rightarrow \mathbb{R}$ باشد، مجموع جواب‌های حقیقی معادله $f^{-1}(x) = x+2$ کدام است؟

-۷ (۲) ۷ (۱)

۴) معادله جواب حقیقی ندارد. ۱۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x} - 2}{e^x + 1}$$



شما پاسخ نداده اید

-۹۸- داروها در بدن انسان پس از انجام متابولیسم روی آنها پس از مدتی دفع می‌شوند. فرض کنید 20 میلی‌گرم از یک نوع دارو در بدن شخصی قرار دارد و

مقدار آن پس از t ساعت از رابطه $A(t) = 20(0.8)^t$ بر حسب میلی‌گرم به دست می‌آید. چه درصدی از این دارو بعد از 2 ساعت از بین می‌رود؟

- ۷۲ (۲) ۶۴ (۱)
۴۸ (۴) ۳۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۹- اگر مجموعه جواب نامعادله $(\sqrt{5}-2)^{3x-4} > (\sqrt{5}+2)^{3x+1}$ باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

- ۵ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۰- برد تابع $f(x) = e^{x+1} - \frac{e^x - 16}{e^x + 4}$ به صورت $(a, +\infty)$ است. مقدار a کدام است؟

- ۴ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، ۱۳۹۶۱۰۲۲

-۱۰۱- در صفحه یک مثلث، چند نقطه وجود دارد که فاصله‌اش از اضلاع مثلث یا امتداد آنها یکسان است؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۲- اگر اضلاع مثلث ABC را a ، b و c و شعاع دایره‌های محاطی خارجی متناظر با این اضلاع را به ترتیب r_a ، r_b و r_c بنامیم و داشته باشیم: $a > b > c$ ، آن‌گاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- $r_a > r_b > r_c$ (۴) $r_b < r_c < r_a$ (۳) $r_b > r_a > r_c$ (۲) $r_a < r_b < r_c$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۳- مساحت یک مثلث قائم‌الزاویه 84cm^2 و محیط آن 56cm می‌باشد. شعاع دایرة محیطی این مثلث چند سانتی‌متر است؟

- ۱۳ (۴) ۱۲/۵ (۳) ۱۲ (۲) ۱۱/۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰- یک دایره به شعاع ۵ و دهضلعی های منتظم محیطی و محاطی آن را در نظر بگیرید. اگر a و b به ترتیب اندازه هر یک از اضلاع دهضلعی منتظم محیطی

$$(\cos 18^\circ = \frac{a}{b}, \sin 18^\circ = \frac{b}{a})$$

$$\frac{3}{10} (4)$$

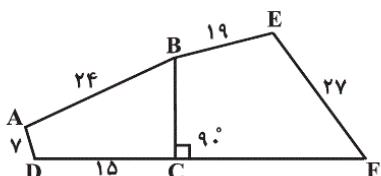
$$\frac{1}{5} (3)$$

$$\frac{1}{3} (2)$$

$$\frac{1}{4} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD محاطی و چهارضلعی BEFC محیطی است. با توجه به اندازه های داده شده، اندازه پاره خط CF کدام است؟



$$26 (2)$$

$$32 (1)$$

$$30 (4)$$

$$28 (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰- ششضلعی منتظم ABCDEF به طول ضلع ۲ واحد و نقطه دلخواه T درون آن مفروض آند. اگر نقطه T را به تمامی رئوس ششضلعی وصل کنیم، آن گاه مجموع مساحت مثلث های TBC، TDE و TAF کدام است؟

$$8 (4)$$

$$3\sqrt{3} (3)$$

$$4\sqrt{3} (2)$$

$$6 (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰- کدام گزینه نادرست است؟

۱) در تبدیل طولپا هر شکل با تصویرش همنهشت است.

۲) بازتاب، موقعیت شکل را تغییر می دهد ولی اندازه پاره خطها و زاویه ها را تغییر نمی دهد.

۳) هر تبدیل طولپا اندازه زاویه را حفظ می کند.

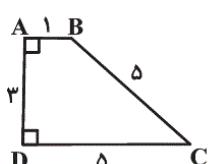
۴) بازتاب نسبت به خط، دو نقطه ثابت تبدیل دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰- خط L در صفحه مفروض است. اگر تابع M، هر نقطه صفحه را روی خط L تصویر کند، آن گاه کدام توصیف در رابطه با تابع M صحیح است؟

۱) انتقال است. ۲) بازتاب است. ۳) دوران است. ۴) تبدیل نیست.

شما پاسخ نداده اید



۱۰- بازتاب ذوزنقه ABCD نسبت به کدام ضلع، شکلی با خود ذوزنقه می سازد که بیشترین محیط را داشته باشد؟

$$BC (2)$$

$$AB (1)$$

$$AD (4)$$

$$CD (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱- بازتاب مثلث قائم الزاویه ABC را نسبت به خطی که از نقطه تلاقی میانه ها و مرکز دایره محاطی آن می گذرد، رسم کرده و مثلث حاصل را DEF می نامیم. اگر اندازه کوچکترین ضلع مثلث ABC برابر ۸ و اندازه کوچکترین زاویه مثلث DEF برابر 30° باشد، مساحت مثلث DEF کدام است؟

$$64\sqrt{3} (3) \quad 64 (3) \quad 32\sqrt{3} (2) \quad 32 (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و احتمال، - 13961022

۱۱- اگر $\{A - B\} \times (A \cup B) = \{y \mid y \in N, y^2 \leq 9\}$ و $A = \{2k+1 \mid k \in Z, -2 \leq k \leq 0\}$ کدام است؟

$$15 (4)$$

$$10 (3)$$

$$12 (2)$$

$$2 (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مجموعه‌های $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq \frac{3}{2}\}$ و $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 4\}$ داده شده‌اند. مساحت ناحیه‌ای از صفحه مختصات که متعلق به یکی از مجموعه‌های $A \times B$ یا $B \times A$ باشد ولی به هر دوی آن‌ها تعلق نداشته باشد، کدام است؟

$$\frac{11}{2} (4)$$

$$5 (3)$$

$$6 (2)$$

$$\frac{13}{2} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه‌ای S باشند، آن‌گاه حاصل $|P(A - B)'|$ کدام است؟

$$P(A') + P(A \cap B) (2)$$

$$P(A') - P(A \cap B) (1)$$

$$P(A') + P(B) (4)$$

$$P(A') - P(B) (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در یکی از شهرهای بزرگ ۳۵ درصد جرائم در طول روز و ۴۰ درصد جرائم در درون شهر صورت می‌گیرد. اگر تنها ۲۰ درصد جرائم در حومه شهر و در طول روز اتفاق بیفتد، در این صورت چند درصد جرم‌ها درون شهر و در طول شب رخ می‌دهند؟

$$30 (4)$$

$$25 (3)$$

$$15 (2)$$

$$10 (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $P(A \cap B') = \frac{1}{5}$ و $P(A) = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $P(B | A')$ کدام است؟

$$\frac{3}{10} (4)$$

$$\frac{2}{10} (3)$$

$$\frac{3}{5} (2)$$

$$\frac{2}{5} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی غیرهمشانس، برابر $\{a, b, c, d\}$ است. اگر $S = \{a, b, c, d\}$ ، آن‌گاه $P(\{a\})$ برابر کدام است؟

$$\frac{1}{5} (4)$$

$$\frac{4}{15} (3)$$

$$\frac{2}{15} (2)$$

$$\frac{1}{15} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در یک آزمایش تصادفی، $S = \{a, b, c\}$ فضای نمونه‌ای است. اگر $P(a) = \frac{1}{2}$ ، $P(b) = P(c)$ یک دنباله هندسی تشکیل دهنند، مقدار $P(b)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}-2}{4} (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}-2}{2} (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{4} (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در پرتاب دو تاس، مجموع دو عدد روشنده، عددی اول است. به چه احتمالی هر دو عدد روشنده، عدد اول هستند؟

$$\frac{4}{15} (4)$$

$$\frac{3}{5} (3)$$

$$\frac{1}{5} (2)$$

$$\frac{7}{15} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- خانواده‌ای دارای سه فرزند است. می‌دانیم دست کم یکی از فرزندان پسر است. احتمال آن که دو فرزند دیگر دختر باشند، کدام است؟

$$\frac{4}{7} (4)$$

$$\frac{3}{7} (3)$$

$$\frac{1}{4} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- تعدادی مهره در ظرفی موجود است که در بین آن‌ها ۳ مهره قرمز و ۴ مهره سبز وجود دارد. مهره‌ها را یکی‌یکی از ظرف خارج می‌کنیم. اگر احتمال قرمز

بودن مهره اول و سبز بودن مهره دوم $\frac{1}{6}$ باشد، تعداد کل مهره‌ها کدام است؟

۹) ۴

۱۰) ۳

۱۸) ۲

۲۰) ۱

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(محمد طاهر شاععی)

$$f(x) = \begin{cases} 2^{ax} & x \geq 0 \\ 4^{-ax} & x < 0 \end{cases}, f(2) = 3 \Rightarrow 2^{2a} = 3 \Rightarrow 4^a = 3$$

$$\begin{aligned} f(-4) + f(-6) &= 4^{-4a} + 4^{-6a} = (4^a)^{-4} + (4^a)^{-6} \\ &= 3^{-4} + 3^{-6} = 3^{-4}(1 + 3^{-2}) = 81 \times 10 = 810. \end{aligned}$$

(حسابان ا - توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۹ تا ۷۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

در توابع گویا اعدادی که مخرج کسر را صفر می‌کنند در دامنه تابع قرار ندارند. بنابراین اعداد $\frac{1}{2}$ و ۱ مخرج تابع $f(x)$ را صفر می‌کنند.

$$x=1 \Rightarrow m \times 1^2 - 6 \times 1 + n = 0$$

$$\Rightarrow m - 6 + n = 0 \Rightarrow m + n = 6 \quad (1)$$

$$x=\frac{1}{2} \Rightarrow m \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 6 \times \frac{1}{2} + n = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}m - 3 + n = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}m + n = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} m + n = 6 \\ -\frac{1}{4}m - n = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{4}m = 3 \Rightarrow m = 4 \Rightarrow n = 2$$

بنابراین ضابطه تابع $f(x) = \frac{4x+2}{4x^2-6x+2}$ به صورت f می‌باشد. اکنون

به محاسبه $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ می‌پردازیم:

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2}{4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(مسابان ا- تابع- صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به تابع $g(x) = 2$ می‌باشد. بنابراین:

$$g(f(a)) = 2 \Rightarrow f(a) = -1$$

$$\Rightarrow f(a) = a^2 + 2a = -1 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

(مسابان ا- تابع- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سینا محمدپور)

اگر $x = y = 1/5$ باشد، گزینه‌های «۱» و «۲» رد می‌شوند. همچنین اگر $x = 2$ و $y = 1/5$ باشد، گزینه «۳» نیز رد می‌شود.از طرفی می‌توان اثبات نمود که به ازای هر عدد صحیح a داریم:

$$[x + a] = [x] + a$$

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(محمد رضا کشاورز)

اگر $(a, b) \in f^{-1}$ ، آن‌گاه $(b, a) \in f$ است، پس داریم:

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2 - \sqrt{3-2} = 2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow (2, 1) \in f \Rightarrow (1, 2) \in f^{-1}$$

(مسابقات تابع - صفحه‌های ۱۴۶، ۱۴۷ و ۱۴۸)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(محمد مصطفی پورکندلوس)

 $f \Rightarrow a^2 - 2 = 2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$ تابع است.یک به یک است. $f \Rightarrow b + 4 = 1 \Rightarrow b = -3$

$$\begin{cases} a + b = -2 - 3 = -5 \\ a + b = 2 - 3 = -1 \end{cases}$$

(مسابقات تابع - صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰ و ۱۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(امیر هوشنگ فردوس)

با توجه به نمودار f ، تابع f از نقاط $A(0, 2)$ و $B(-4, 0)$ می‌گذرد.

$$m_{AB} = \frac{2-0}{0+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{2}(x - 0) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

$$f(f(x)) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x + 2\right) + 2 = \frac{1}{4}x + 3$$

$$\Rightarrow (f \circ f)(2) = f(f(2)) = \frac{1}{4} \times 2 + 3 = 8$$

(مسابقات تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(علی شهرابی)

تابع g یک تابع خطی است. با توجه به نمودار تابع g , ضابطه آن را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{3 - 0}{0 - 3} = -1$$

$$y - 0 = -1(x - 3) \Rightarrow y = -x + 3 \Rightarrow g(x) = -x + 3$$

با جایگذاری ضابطه g در f , ضابطه f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{1 - g(x)} - 2 \xrightarrow{g(x) = -x + 3}$$

$$f(x) = \sqrt{1 - (-x + 3)} - 2 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x - 2} - 2$$

برای رسم نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x - 2} - 2$, کافیست نمودار تابع $y = \sqrt{x - 2}$ را ابتدا ۲ واحد به راست ببریم و سپس آن را ۲ واحد به پایین منتقال دهیم تا به ضابطه $y = \sqrt{x - 2} - 2$ برسیم.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی شهرابی)

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \quad D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \left\{ x \in \mathbb{R} - \{1\} \mid \frac{4}{x-1} \neq 2 \Rightarrow x \neq 3 \right\}$$

$$= \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

(مسابان ا- تابع - صفحه‌های ۳۶، ۳۷ و ۳۸ تا ۴۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(حامد پوچاری)

$$16 < 19 < 25 \Rightarrow 4 < \sqrt{19} < 5$$

$$\Rightarrow 4 < \sqrt{19} < 5 \Rightarrow 2^2 < 2^x < 2^3$$

$$\Rightarrow 2 < x < 3 \Rightarrow -3 < -x < -2 \Rightarrow -3 + 1 < 1 - x < 1 - 2$$

$$\Rightarrow -2 < 1 - x < -1 \Rightarrow [1 - x] = -2$$

$$2[1 - x] + 3 = 2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$$

(مسابان ا- ترکیبی - صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳ و ۷۲ تا ۷۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فریدون ساعتی)

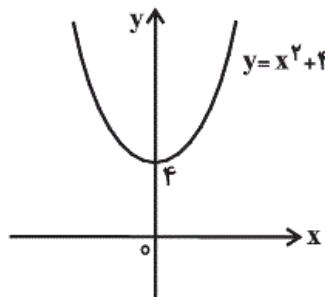
y تابعی از x است هرگاه به ازای هر x فقط و فقط یک y وجود داشته باشد.

گزینه «۱»: تابع نیست، زیرا اگر $x = 5$ باشد، آنگاه $y = \pm 1$ و $y^2 = 25$ که معرف تابع نیست.

گزینه «۳»: تابع نیست، زیرا اگر $x = 1$ باشد، آنگاه $|y - 1| = 2$ در نتیجه $y = 3$ یا $y = -1$ که معرف تابع نیست.

گزینه «۴»: تابع نیست، زیرا اگر $x = 0$ باشد، آنگاه y هر مقداری می‌تواند داشته باشد.

گزینه «۲»: با توجه به نمودار مقابل، تابع است.



زیرا هر خطی موازی محور y ها رسم کنیم، نمودار تابع را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند.

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۴

۳

۲✓

۱

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{1-2x} \Rightarrow f^{-1}(1) = \frac{2}{-1} = -2 \Rightarrow (1, -2) \in f^{-1}$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم $f(g^{-1}(a)) = 1$ است. چون $f(-2) = 1$ است.

در نتیجه، $a = g^{-1}(-2)$ بوده و از آنجا $a = g(-2)$ می‌شود و با توجه به نمودار $a = -1$ است.

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۴

۳

۲✓

۱

ریشه‌های تابع $f \cdot g$ برابر با -3 و 1 هستند، پس ضابطه آن به صورت $y = k(x-1)(x+3)$ است. این تابع از نقطه $(0, 6)$ می‌گذرد، پس:

$$6 = k(-1)(3) \Rightarrow k = -2$$

پس ضابطه $f \cdot g$ به صورت $(f \cdot g)(x) = -2(x-1)(x+3)$ است.

از طرفی تابع f یک تابع خطی است که از نقطه $(1, 0)$ می‌گذرد. ریشه f با یکی از ریشه‌های $f \cdot g$ برابر است. چون ریشه f عددی مثبت است، پس عدد 1 ریشه f است. بنابراین f از نقطه $(0, 1)$ نیز می‌گذرد. معادله f را می‌نویسیم:

$$m = \frac{1-0}{0-1} = -1, \quad y - 0 = -1(x-1)$$

$$\Rightarrow y = -x + 1 \Rightarrow f(x) = -(x-1)$$

با داشتن ضابطه f و g ، ضابطه $f \cdot g$ را به دست می‌آوریم:

$$(f \cdot g)(x) = f(x)g(x)$$

$$\Rightarrow -2(x-1)(x+3) = -(x-1) \times g \Rightarrow g = 2(x+3) = 2x+6$$

ضابطه $f+g$ برابر است با:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = -x+1+2x+6 = x+7$$

نمودار $f+g$ در گزینه «۱» آمده است.

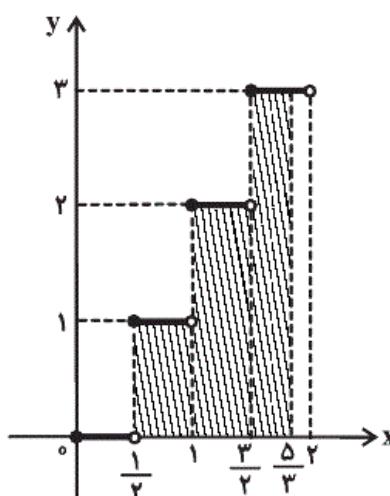
(مسابان ا- تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱ ✓



$$S = 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} + 3 \times \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 2$$

(مسابان ا- تابع- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی شهرابی)

از تساوی f و g نتیجه می‌گیریم که $a = -2 = b$. برای انتخاب a باید حواسمن به دامنه دو تابع باشد. دامنه تابع f را در دو حالت زیر به دست می‌آوریم:

$$a \geq -2 \quad (1)$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} x & & b = -2 & a & \\ \hline (x-a)(x-b) & - & \emptyset & + & \emptyset + \\ & & & & + \end{array} \quad D_f = [-2, +\infty) \\ a < -2 \quad (2)$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} x & a & b = -2 & & \\ \hline (x-a)(x-b) & - & \emptyset & - & \emptyset + \\ & & & & + \end{array} \quad D_f = \{a\} \cup [-2, +\infty)$$

از طرفی چون $D_f = D_g$ است، پس برای آنکه $D_g = [-2, +\infty)$ باشد، باید $a \in [-2, +\infty)$ باشد، پس:

$$a \geq -2 \xrightarrow{+b} a + b \geq \underbrace{-2 + b}_{-4} \Rightarrow a + b \geq -4$$

(مسابقات تابع - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۳ و ۱۴۶ تا ۱۴۸)

۴

۳

۲

۱✓

(علی شهرابی)

وارون f را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 + 2x + 3 \Rightarrow y = (x+1)^2 + 3 \Rightarrow (x+1)^2 = y - 3$$

$$\Rightarrow |x+1| = \sqrt{y-3} \xrightarrow{x \leq -1} -x-1 = \sqrt{y-3} \Rightarrow x = -\sqrt{y-3} - 1$$

$f^{-1}(x) = -\sqrt{x-3} - 1$ به صورت رو به رو است:
اکنون معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$f^{-1}(x) = x + 2 \Rightarrow -\sqrt{x-3} - 1 = x + 2$$

$$\Rightarrow -\sqrt{x-3} = x + 3 \xrightarrow{\text{توان}} x-3 = x^2 + 6x + 9$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + 12 = 0$$

معادله جواب ندارد ($\Delta < 0$).

(مسابقات تابع - صفحه‌های ۵۱۳ تا ۵۱۶)

۴✓

۳

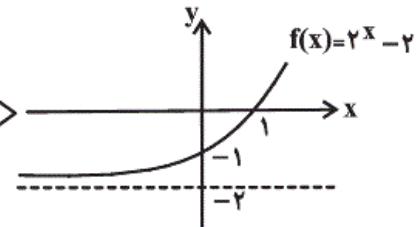
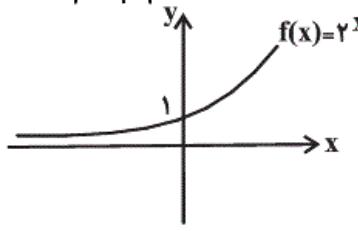
۲

۱

تابع $f(x)$ را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{e^x - e^x - 2}{e^x + 1} = \frac{(e^x)^2 - e^x - 2}{e^x + 1}$$

$$= \frac{(e^x - 2)(e^x + 1)}{e^x + 1} = e^x - 2$$



(حسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۹ تا ۷۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

بعد از ۲ ساعت $0.64^2 = 0.8^2$ از کل دارو در بدن باقی می‌ماند، پس $0.64 = 0.8^t$ یا $36\% = 8\%$ آن از بین رفته است.

(حسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۹ تا ۷۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

حاصل ضرب دو عدد $\sqrt{5} - 2$ و $\sqrt{5} + 2$ برابر ۱ است، پس این دو عدد

وارون یکدیگرند، پس $(\sqrt{5} - 2)^{-1} = (\sqrt{5} + 2)$

$$(\sqrt{5} - 2)^{x^2} > (\sqrt{5} + 2)^{3x-4} \Rightarrow (\sqrt{5} + 2)^{-x^2} > (\sqrt{5} + 2)^{3x-4}$$

$$\frac{(\sqrt{5}+2)>1}{-x^2 > 3x - 4} \Rightarrow x^2 + 3x - 4 < 0$$

$$\Rightarrow (x+4)(x-1) < 0 \Rightarrow -4 < x < 1$$

پس:

$$b - a = 1 - (-4) = 5$$

(حسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۹ تا ۷۲)

۴ ✓

۳

۲

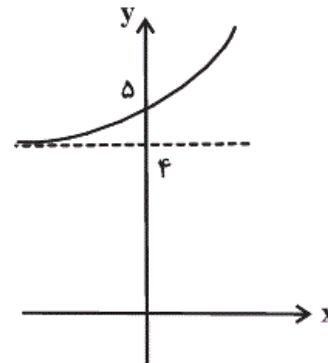
۱

دامنه تابع $f(x) = 2^{x+1} - \frac{4^x - 16}{2^x + 4}$ مجموعه اعداد حقیقی است و داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2^{x+1} - \frac{(2^x)^2 - 4^2}{2^x + 4} = 2^{x+1} - \frac{(2^x - 4)(2^x + 4)}{2^x + 4} \\ &= 2^{x+1} - 2^x + 4 \end{aligned}$$

$$f(x) = 2^x(2 - 1) + 4 = 2^x + 4$$

مطابق نمودار تابع f ، بُرد آن $(4, +\infty)$ است، پس مقدار a برابر با ۴ است.



(مسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳✓

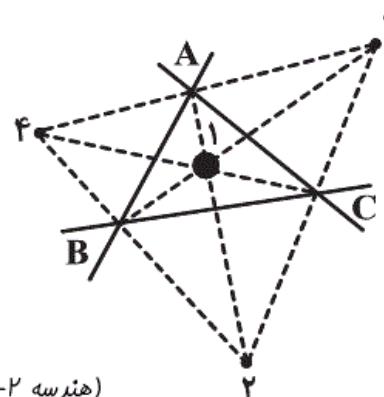
۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، ۱3961022

-۱۰۱

مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث و هر یک از مراکز ۳ دایرهٔ محاطی خارجی مثلث، نقاطی هستند که فاصله‌شان از اضلاع مثلث و یا امتداد آن‌ها برابر است. زیرا به ترتیب محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث و نیمساز داخلي یک رأس مثلث با نیمسازهای خارجی دو رأس دیگر آن می‌باشد.



(هندسه ۲- دایره- صفحه ۱۲۶)

۴

۳

۲

۱✓

اگر مساحت مثلث را با S و محیط آن را با $2p$ نمایش دهیم، داریم:

$$r_a = \frac{S}{p-a}, \quad r_b = \frac{S}{p-b}, \quad r_c = \frac{S}{p-c}$$

حال با توجه به فرضیات مسئله نتیجه می‌شود که:

$$a > b \Rightarrow p - a < p - b \Rightarrow \frac{S}{p-a} > \frac{S}{p-b} \Rightarrow r_a > r_b$$

به طریق مشابه داریم:

$$b > c \Rightarrow r_b > r_c$$

بنابراین:

$$r_a > r_b > r_c$$

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه ۲۶)

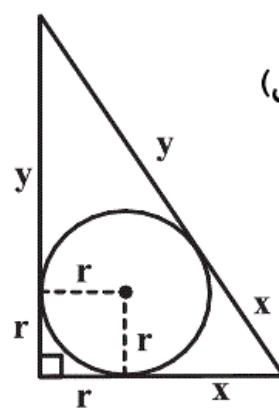
۴

۳

۲

۱

-۱۰۳



$$r = \frac{S}{p} = \frac{84 \text{ cm}^2}{28 \text{ cm}} = 3 \text{ cm}$$

$$2x + 2y + 2r = 56 \text{ cm} \Rightarrow x + y = 25 \text{ cm}$$

چون محل همرسی عمودمنصف‌های اضلاع

مثلث قائم‌الزاویه (مرکز دایره محیطی)

وسط وتر آن است، شعاع دایره محیطی

برابر نصف وتر یعنی $12/5 \text{ cm}$ است.

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲

۱

در حالت کلی برای یک دایره به شعاع r و n ضلعی‌های منتظم محیطی و محاطی آن، که در آن a و b به ترتیب اندازه هر یک از اضلاع n ضلعی منتظم محیطی و محاطی می‌باشند، داریم:

$$a = 2r \tan \frac{180^\circ}{n} \quad \text{و} \quad b = 2r \sin \frac{180^\circ}{n}$$

بنابراین:

$$b = 2r \sin \frac{180^\circ}{n} \Rightarrow b = 2 \times 5 \times \sin 18^\circ = 2 \times 5 \times \frac{3}{10} = 3$$

از طرفی داریم:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan 18^\circ = \frac{\sin 18^\circ}{\cos 18^\circ} = \frac{0/3}{0/9} = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$a = 2r \tan \frac{180^\circ}{n} \Rightarrow a = 2 \times 5 \times \tan 18^\circ = 2 \times 5 \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

در نتیجه:

$$a - b = \frac{10}{3} - 3 = \frac{1}{3}$$

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

چون چهارضلعی $ABCD$ محاطی است پس مجموع هر دو زاویه داخلی

$$\hat{A} = 90^\circ \quad \text{روبه روی هم در آن، } 180^\circ \text{ خواهد بود. پس}$$

$$\Delta ABD : BD^2 = AD^2 + AB^2 = 7^2 + 24^2 = 625 \Rightarrow BD = 25$$

$$\Delta BDC : BC^2 = BD^2 - DC^2 = 625 - 225 = 400 \Rightarrow BC = 20$$

در چهارضلعی محیطی $BEFC$ داریم:

$$BE + CF = BC + EF \Rightarrow 19 + CF = 20 + 27 \Rightarrow CF = 28$$

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه های ۲۶ و ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

طرفی می‌دانیم در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، مجموع فواصل نقطه‌ای

دخلخواه درون آن تا اضلاع مثلث برابر با ارتفاع مثلث می‌باشد. بنابراین:

$$TH + TH' + TH'' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (6) = 3\sqrt{3} \quad (*)$$

حال به محاسبه مجموع مساحت مثلث‌های مطلوب می‌پردازیم:

$$S_{TBC} + S_{TAF} + S_{TDE} = \frac{1}{2} \times 2 \times (TH + TH' + TH'')$$

$$\xrightarrow{(*)} S_{TBC} + S_{TAF} + S_{TDE} = 3\sqrt{3}$$

(هنرسه ۳ - دایره - صفحه ۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علیرضا نصیراللهی)

-۱۰۷

طبق متن کتاب درسی در صفحه ۳۸، بازتاب نسبت به خط بی‌شمار نقطه

ثبت تبدیل دارد.

(هنرسه ۳ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۴ ✓

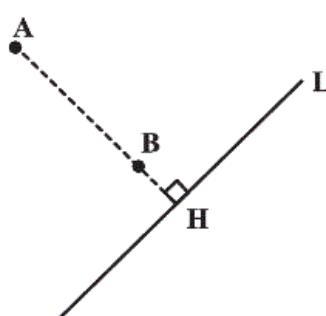
۳

۲

۱

(همید گروس)

-۱۰۸



مطابق شکل، تصویر نقاط A و

روی خط L، نقطه H است. از آنجا

که در یک تبدیل، هر نقطه صفحه تنها

می‌تواند تصویر یک نقطه از آن صفحه

باشد، پس M یک تبدیل نیست.

(هنرسه ۳ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

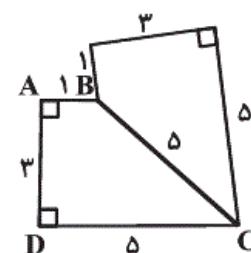
۴ ✓

۳

۲

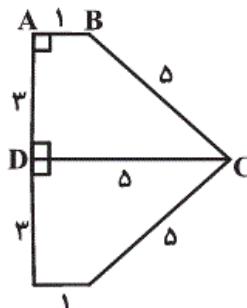
۱

: نسبت به BC



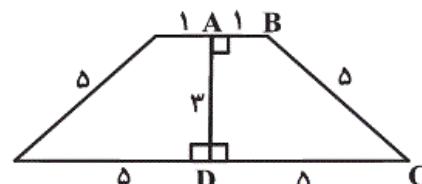
۱۸: محیط

: نسبت به CD



۱۸: محیط

: نسبت به AD



۲۲: محیط

(هنرسه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

از آنجایی که تبدیل بازتاب، یک تبدیل طولپا (ایزومتری) می‌باشد،

بنابراین دو مثلث ABC و DEF هم‌نهشتند. از طرفی در مثلث

قائم‌الزاویه ضلع رویه را به زاویه 30° نصف وتر است، لذا اگر

کوچک‌ترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه DEF در رأس E را EF فرض

کنیم، داریم:

$$EF = 8 \Rightarrow \hat{D} = 30^\circ \Rightarrow DF = 16 \quad (\text{وتر})$$

حال با استفاده از قضیه فیثاغورس، ضلع قائم دیگر را به دست می‌آوریم:

$$DE^2 = DF^2 - EF^2 \Rightarrow DE = 8\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$S_{\Delta DEF} = \frac{8 \times 8\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، آمار و احتمال، - 13961022

با توجه به تعاریف مجموعه‌های داده شده داریم:

$$\left. \begin{array}{l} A = \{-3, -1, 1\} \\ B = \{1, 2, 3\} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} A - B = \{-3, -1\} \\ A \cup B = \{-3, -1, 1, 2, 3\} \end{array} \right.$$

می‌دانیم تعداد اعضای $(A - B) \times (A \cup B)$ برابر است با حاصل ضرب

تعداد اعضای $(A - B)$ و $(A \cup B)$ ، پس $(A - B) \times (A \cup B)$ ، ده

عضو دارد.

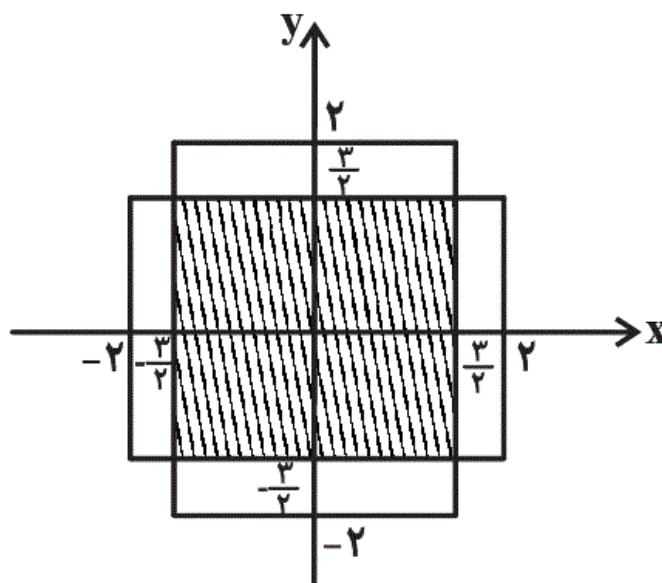
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

ابتدا مجموعه‌های A و B را می‌یابیم:

$$A : x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$B : |x| \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$$

هر دو نمودار $A \times B$ و $B \times A$ به صورت مستطیلی با طول ۴ و عرض ۳ هستند که در نمودار $A \times B$ ، طول مستطیل در جهت محور X ها و عرض آن در جهت محور y ها است و در نمودار $B \times A$ ، طول و عرض مستطیل به ترتیب در جهت محور y ها و محور X ها قرار گرفته‌اند.



قسمت مشترک دو شکل را هاشور می‌زنیم. مشاهده می‌کنیم چهار

مستطیل با ابعاد $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ و $(2 - \frac{3}{2}, 2)$ هاشورنخورده باقی

می‌مانند. بنابراین:

$$\text{مساحت قسمت هاشورنخورده} = 4 \times (3 \times \frac{1}{2}) = \frac{12}{2} = 6$$

(آمار و احتمال-آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

بنابر قانون‌های (اصول) احتمال و جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} P[(A - B)'] &= P[(A \cap B')'] = P(A' \cup (B')') = P(A' \cup B) \\ &= P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = P(A') + P(B) - P(B - A) \\ &= P(A') + P(B) - (P(B) - P(A \cap B)) = P(A') + P(A \cap B) \end{aligned}$$

روش دوم (قانون احتمال متمم):

$$\begin{aligned} P[(A - B)'] &= 1 - P(A - B) = 1 - (P(A) - P(A \cap B)) \\ &= 1 - P(A) + P(A \cap B) = P(A') + P(A \cap B) \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۴۸)

۴

۳

۲✓

۱

اگر پیشامد D را رخدادن جرم در طول روز و پیشامد C را رخدادن جرم در درون شهر فرض کنیم، می‌دانیم:

$$P(D) = \frac{۳۵}{۱۰۰}$$

$$P(C) = \frac{۴۰}{۱۰۰}$$

$$P(D \cap C') = \frac{۲۰}{۱۰۰}$$

حال می‌خواهیم احتمال رخدادن جرمی درون شهر و در طول شب یعنی P(C ∩ D') را بیابیم، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} P(D \cap C') &= P(D - C) = P(D) - P(D \cap C) = \frac{۳۵}{۱۰۰} - P(D \cap C) \\ P(D \cap C') &= \frac{۲۰}{۱۰۰} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow P(D \cap C) = \frac{۱۵}{۱۰۰}$$

$$P(C \cap D') = P(C - D) = P(C) - P(C \cap D)$$

$$= \frac{۴۰}{۱۰۰} - \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{۲۵}{۱۰۰}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۴۸)

۴

۳✓

۲

۱

(مبید محمدی نویسنده)

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

(نوید مبیدی)

$$P(\{a, c, d\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(b) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{a, b\}) = P(a) + P(b)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = P(a) + \frac{1}{3} \Rightarrow P(a) = \frac{1}{15}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

اگر $P(a) = \frac{1}{2}$ ، $P(b) = \frac{1}{2}$ و $P(c) = \frac{1}{2}$ تشكیل دنباله هندسی دهند، آن‌گاه

$P(c) = \frac{1}{2}q^2$ و $P(b) = \frac{1}{2}q$ بوده و از طرفی جمع احتمالات برابر با ۱ است.

بنابراین:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}q + \frac{1}{2}q^2 = 1 \Rightarrow 1 + q + q^2 = 2$$

$$\Rightarrow q^2 + q - 1 = 0 \Rightarrow q = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

از بین دو جواب به دست آمده، فقط جواب مثبت قابل قبول است، زیرا

احتمال همواره کمیتی نامنفی است. پس $q = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ می‌باشد و در

نتیجه داریم:

$$P(b) = \frac{1}{2}q = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲✓

۱

اگر A و B به ترتیب پیشامدهای «هر دو عدد، عدد اول باشند.» و

«مجموع دو عدد، عددی اول باشد.» تعریف شوند، آن‌گاه داریم:

$$A = \{(2,2), (2,3), (2,5), (3,2), (3,3),$$

$$(3,5), (5,2), (5,3), (5,5)\}$$

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), (3,2),$$

$$(3,4), (4,1), (4,3), (5,2), (5,6), (6,1), (6,5)\}$$

۴✓

۳

۲

۱

A : پیشامد آن است که دست کم یکی از فرزندان پسر باشد.

B : پیشامد وجود دو دختر در یک خانواده سه فرزندی است.

$A \cap B$ یعنی خانواده دو فرزند دختر و یک فرزند پسر داشته باشد:

$$A \cap B = \{(d, d, p), (d, p, d), (p, d, d)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}} = \frac{3}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

A : پیشامد قرمزبودن مهره اول

B : پیشامد سبزبودن مهره دوم

اگر تعداد مهره‌ها را x فرض کنیم، داریم:

$$P(A) = \frac{3}{x}$$

اگر مهره اول قرمز باشد، احتمال سبزبودن مهره دوم برابر است با:

$$P(B | A) = \frac{4}{x-1}$$

P(A ∩ B) = P(A) × P(B | A) : قاعده ضرب احتمال

$$\Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{3}{x} \times \frac{4}{x-1} \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-3 \end{cases}$$

غیر قابل

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)


www.kanoon.ir