



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، معادله های شامل عبارت های گویا ، معادله های درجه دوم - ۱۳۹۶۱۰۵۱

۵۷- به ازای چه مقدار m معادله $\frac{2x+1}{x-3} - \frac{x+m}{x+1} = m$ دارای جواب $x=5$ است؟

۲ (۴) ۴ (۳) -۲ (۲) ۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر جواب های معادله $1 = \frac{\alpha + \sqrt{\beta}}{x^2} + \frac{\gamma}{x}$ به صورت $\alpha + \sqrt{\beta}$ ، $\alpha - \sqrt{\beta}$ باشد، در این صورت حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

-۶ (۴) ۶ (۳) -۴ (۲) ۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- مجموع معکوس دو عدد فرد متولی برابر $\frac{8}{15}$ است. حاصل ضرب آنها کدام است؟

۶۳ (۴) ۳۵ (۳) ۲۱ (۲) ۱۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

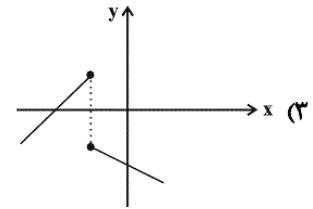
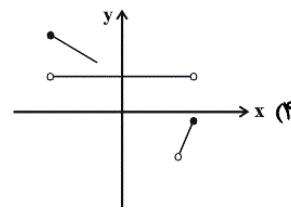
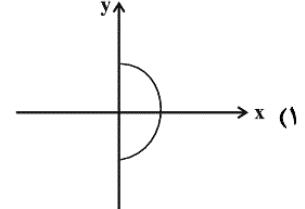
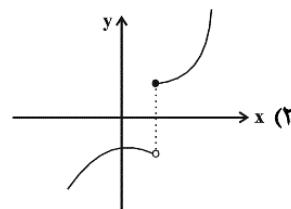
۶۰- یک زمین کشاورزی را دو شخص B و A می خواهند بذر بکارند. اگر شخص A به تنهایی زمین را بذر بکارد ۲ ساعت زودتر از این که شخص B به تنهایی زمین را بذر بکارد، کار تمام می شود. اگر دو شخص با هم ۳ ساعت کار کنند برای آن که کار به اتمام برسد شخص B به تنهایی یک ساعت دیگر باید اضافه تر از این ۳ ساعت کار کند. شخص A به تنهایی کار را در چند ساعت به اتمام می رساند؟

۱۰ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، مفهوم تابع ، تابع - ۱۳۹۶۱۰۵۱

۵۱- کدام یک از نمودارهای زیر تابع است؟



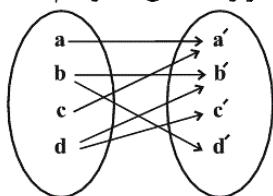
شما پاسخ نداده اید

۵۲- رابطه $R = \left\{ (2,5), (-\frac{2}{3}, 3), (a,1), (2,a), (4,1), (3,4) \right\}$ به ازای کدام مقدار a یک تابع است؟

۳ (۴) ۵ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۳- در نمودار پیکانی زیر با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟ (پیکان‌های مربوط به آن عضو هم حذف می‌شوند).



- a' (۱)
- b' (۲)
- d (۳)
- b (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۴- اگر زوج‌مرتب‌های $(x+4, -7)$ و $(y-4, 5)$ با یکدیگر برابر باشند، در این صورت $y - x$ کدام است؟

۳۲ (۴) ۲۴ (۲)

۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵۵- در رابطه‌ی زیر به جای x و y چه عددی قرار گیرد تا رابطه F تابع نباشد؟

$$F = \{(-1, 4), (x, 5), (3, y)\}$$

$y = 3, x = 5$ (۴)

$y = -4, x = -3$ (۳)

$y = 4, x = 3$ (۲)

$y = 5, x = 3$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر F تابع باشد، در این صورت حاصل $x^3 + y^3$ کدام است؟

$$F = \{(-1, 2x+1), (-1, x^2+1), (x, -1), (2, y-2), (0, 0)\}$$

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، معادله های شامل عبارت های گویا ، معادله های درجه دوم - ۱۳۹۶۱۰۰۱

(کیمیا فارمیان، معادله های شامل عبارت های گویا، صفحه های ۴۹ تا ۵۴) - ۵۷

جواب معادله در خود معادله صدق می کند، داریم:

$$x = \Delta \Rightarrow \frac{2 \times \Delta + 1}{\Delta - 3} - \frac{\Delta + m}{\Delta + 1} = m \Rightarrow \frac{11}{2} - \frac{\Delta + m}{6} = m$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta + m}{6} + m = \frac{11}{2} \xrightarrow{\text{طرفین را در } 6 \text{ ضرب می کنیم.}}$$

$$6 \left(\frac{\Delta + m}{6} + m = \frac{11}{2} \right) \Rightarrow \Delta + m + 6m = 33$$

$$\Rightarrow 7m + \Delta = 33 \Rightarrow 7m = 33 - \Delta = 28$$

$$\Rightarrow 7m = 28 \Rightarrow m = 4$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(همید زرین‌کفشن، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۴۹ تا ۱۵۳)

$$\frac{4}{x^2} + \frac{2}{x} = 1 \Rightarrow \frac{4}{x^2} + \frac{2}{x} - 1 = 0$$

مخرج مشترک این معادله گویا عبارت x^2 است. داریم:

$$\frac{4}{x^2} + \frac{2x}{x^2} - \frac{x^2}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4+2x-x^2}{x^2} = 0$$

$$4+2x-x^2=0 \Rightarrow x^2-2x-4=0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2+bx+c=0} \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-4 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times (1) \times (-4) = 4 + 16 = 20$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{20}}{2 \times 1} = \frac{2 + \sqrt{20}}{2}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{4 \times 5}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{20}}{2 \times 1} = \frac{2 - \sqrt{20}}{2} = \frac{2 - \sqrt{4 \times 5}}{2}$$

$$= \frac{2 - 2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

پس با توجه به پاسخ‌های به دست آمده $\alpha = 1$ و $\beta = 5$ است. داریم:

$$\alpha + \beta = 1 + 5 = 6$$

۱

۲

۳

۴

(همید زرین کفشن، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

دو عدد فرد متوالی را به ترتیب به صورت $x+2$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{x+2}{x(x+2)} + \frac{x}{x(x+2)} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{2x+2}{x(x+2)} = \frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow 8x(x+2) = 15(2x+2) \Rightarrow 8x^2 + 16x = 30x + 30$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 14x - 30 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 7x - 15 = 0$$

مقایسه با فرم استاندارد

$$\frac{ax^2 + bx + c = 0}{\begin{cases} a = 4 \\ b = -7 \\ c = -15 \end{cases}}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 4 \times (-15) = 49 + 240 = 289$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{289}}{2 \times 4} = \frac{7 + 17}{8} = \frac{24}{8} = 3 \quad \text{ق. ق. ق.}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{289}}{2 \times 4} = \frac{7 - 17}{8} = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4} \quad \text{غ. ق. ق.}$$

پس دو عدد فرد متوالی به ترتیب $x+2 = 3+2 = 5$ ، $x = 3$ هستند و حاصل ضرب آن‌ها برابر $3 \times 5 = 15$ است.

۴

۳

۲

۱ ✓

فرض کنیم شخص A در x ساعت کار را تمام کند. پس شخص B کار را در $x+2$ ساعت تمام می‌کند. اگر کل کار را به k واحد تقسیم کنیم، شخص A در

یک ساعت $\frac{k}{x}$ و شخص B در یک ساعت $\frac{k}{x+2}$ واحد از کار را انجام می‌دهند.

بنابراین:

$$\frac{3k}{x} + \frac{3k}{x+2} + \frac{k}{x+2} = k$$

$$\Rightarrow k\left(\frac{3}{x} + \frac{3}{x+2} + \frac{1}{x+2}\right) = k$$

$$\Rightarrow \frac{3(x+2) + 3x + x}{x(x+2)} = 1 \Rightarrow 3x + 6 + 4x = x^2 + 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 & \text{ق. ق.} \\ x=-1 & \text{غ. ق. ق.} \end{cases}$$

پس شخص A کار را در ۶ ساعت به تنها یی به اتمام می‌رساند.

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، مفهوم تابع ، تابع - ۱۳۹۶۱۰۵۱

-۵۱-

(هادی پلاور، مفهوم تابع، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

نمودار رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند که با توجه به شکل‌ها، تنها نمودار گزینه «۲» مربوط به یک تابع است.

۴

۳

۲✓

۱

(کیمیا فارمیان، مفهوم تابع، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

-۵۲-

برای این که رابطه تابع باشد، باید دو زوج مرتب (۲,۵) و (۲,a) که دارای مؤلفه‌های اول یکسان هستند. مؤلفه‌های دومشان هم یکسان باشد. در نتیجه:

$$a = 5$$

۴

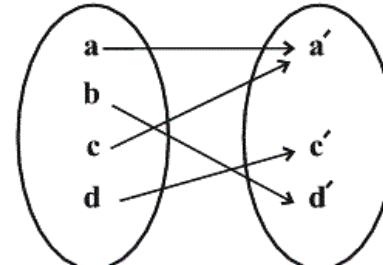
۳✓

۲

۱

(هاری پلاور، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

نمودار پیکانی هنگامی تابع است که از هر عضو در مجموعه اول فقط یک پیکان خارج شود. با توجه به شکل از عضوهای b و d دو پیکان خارج شده است که از هر یک، یک پیکان مشترک به عضو b' وصل شده است. لذا با حذف این عضو پیکان‌های دوم عضوهای b و d نیز حذف می‌شود و نمودار به صورت زیر در می‌آید که شرط تابع بودن برقرار می‌شود.



۴

۳

۲✓

۱

(محمد بهیرایی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۱)

اگر دو زوج مرتب با یکدیگر برابر باشند، در این صورت مؤلفه‌های آن‌ها می‌بایست نظیر به نظیر با یکدیگر برابر باشد، در این صورت داریم:

$$(x+4, -7) = (y-4, 5-x) \Rightarrow \begin{cases} x+4 = y-4 & (1) \\ -7 = 5-x & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)} x = 5 + 7 = 12$$

$$\xrightarrow{(1)} 12 + 4 = y - 4 \Rightarrow y = 12 + 4 + 4 = 20$$

$$x + y = 12 + 20 = 32$$

۴✓

۳

۲

۱

(محمد بهیرایی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۶۰ تا ۶۵)

یک رابطه به صورت زوج مرتبی هنگامی تابع نیست که حداقل دو زوج مرتب با مؤلفه اول برابر و مؤلفه‌های دوم متفاوت داشته باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $x = 3, y = 5 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (3, 5), (3, 5)\}$ تابع است.

۲) $x = 3, y = 4 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (3, 5), (3, 4)\}$

تابع نیست. به دلیل دو زوج مرتب $(3, 4)$ و $(3, 5)$ که دارای مؤلفه‌ی اول برابر ولی مؤلفه‌های دوم متفاوت است.

۳) $x = -3, y = -4 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (-3, 5), (3, -4)\}$ تابع است.

۴) $x = 5, y = 3 \Rightarrow F = \{(-1, 4), (5, 5), (3, 3)\}$ تابع است.

۴

۳

۲✓

۱

برای اینکه رابطه F تابع باشد، می‌بایست دو زوج مرتب $(-1, 2x+1), (-1, x^2+1)$ داشته باشند، لذا داریم:

$$\begin{aligned} x^2 + 1 &= 2x + 1 \Rightarrow x^2 + 1 - 2x - 1 = 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2x &= 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

حال بررسی می‌کنیم به‌ازای کدام یک از مقادیر $x = 0$ و $x = 2$ رابطه تابع است:

$$\begin{aligned} x = 0 \Rightarrow F &= \{(-1, 2 \times 0 + 1), (-1, 0^2 + 1), (0, -1), (2, y - 2), (0, 0)\} \\ &= \{(-1, 1), (0, -1), (2, y - 2), (0, 0)\} \end{aligned}$$

به‌ازای $x = 0$ دو زوج مرتب $(0, 0), (0, -1)$ دارای مؤلفه اول برابر و مؤلفه دوم

متغایر هستند، پس رابطه تابع نیست.

$$\begin{aligned} x = 2 \Rightarrow F &= \{(-1, 2 \times 2 + 1), (-1, 2^2 + 1), (2, -1), (2, y - 2), (0, 0)\} \\ \Rightarrow F &= \{(-1, 5), (2, -1), (2, y - 2), (0, 0)\} \end{aligned}$$

برای این‌که رابطه تابع باشد، چون دو زوج مرتب $(2, y - 2), (2, -1)$ دارای مؤلفه اول

برابرند، لذا می‌بایست مؤلفه دوم یکسان نیز داشته باشند:

$$y - 2 = -1 \Rightarrow y = 2 - 1 = 1$$

پس رابطه به‌ازای $y = 1, x = 2$ تابع است، داریم:

$$x^2 + y^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

۴

۳✓

۲

۱