



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۲۱- در استدلال استنتاجی به روش اثبات بازگشتی و مراحل انجام شده باید برگشت پذیر باشند.

(۱) از درستی فرض به درستی حکم می‌رسیم.

(۲) از درستی فرض به یک گزاره بدیهی (درست) می‌رسیم.

(۳) از نادرستی حکم به نادرستی فرض می‌رسیم.

(۴) از درستی حکم به یک گزاره بدیهی (درست) می‌رسیم.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- اگر از مقایسه فرمولهای $V = IR$ و $P = I^2 R$ در مورد مقاومت‌ها، نتیجه بگیریم که برای خازنها روابط $Q = CV$ و $P = CV^2$ برقرار است،

کدام نوع استدلال به کار رفته است؟

(۲) استقرایی

(۱) شهودی

(۴) استنتاجی

(۳) قیاسی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- کدام دو عدد مثال نقضی برای «حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گویاست» می‌باشد؟

(۲) $\sqrt{48} + 1$, $4\sqrt{3} - 1$

(۱) $\sqrt{27}$, $3\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{2} + 1$, $3\sqrt{3} - 1$

(۳) $5\sqrt{9}$, $3\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- کامران، احمد، علی، داوود و ابراهیم ۵ عضو تیم بسکتبال مدرسه هستند. در مورد قد آنها می‌دانیم که دو نفرشان از علی کوتاهترند، داوود از کامران

کوتاهتر است، احمد کوتاهترین نیست و داوود از علی بلندتر است. کدام نتیجه‌گیری در مورد ترتیب قد آنها نادرست است؟

(۲) ۳ نفرشان از داوود کوتاهترند.

(۱) دو نفرشان از علی بلندترند.

(۴) دو نفر از احمد کوتاهترند.

(۳) ابراهیم کوتاهترین فرد است.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- مجموع ۴ عدد فرد متوالی همواره مضرب k است. بزرگ‌ترین مقدار k کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۴

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- n نقطه روی محیط یک دایره واقع هستند. نقاط را دو به دو به هم وصل می‌کنیم. در این صورت دایره به چند ناحیه جدا از هم افراز می‌شود؟

(۱) 2^n

(۲) 2^{n-2}

(۳) $2n - 2$

(۴) هیچکدام

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در اصل استقرای تعمیم یافته برای اثبات حکم $n \geq m : n + 1 < 2^n + (2n - 1) + \dots + 3 + 1$ ، کوچک‌ترین عدد طبیعی مناسب m کدام

است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- یک زیر مجموعه n عضوی از اعضای مجموعه $S = \{1, 2, \dots, 9\}$ انتخاب کرده‌ایم. حداقل مقدار n کدام باشد تا مطمئن باشیم دست کم دو عضو با

مجموع 10 ، در زیر مجموعه انتخاب شده وجود دارد؟

(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- تعدادی کامیون، وانت و سواری داریم که از هر کدام سه رنگ سفید، آبی و سبز به تعداد دلخواه موجود است. لاقط چند تا از آن‌ها را باید انتخاب کنیم

تا مطمئن باشیم حداقل ۳ وسیله هم نوع و هم رنگ داریم؟

(۲) ۱۷

(۱) ۱۳

(۴) ۲۸

(۳) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- کیسه‌ای محتوی ۳ مهره آبی، ۴ مهره قرمز، ۵ مهره سفید و ۶ مهره سبز است. حداقل چند مهره از کیسه خارج کنیم تا مطمئن شویم حداقل ۵ مهره

هم رنگ در بین آن‌ها موجود است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۱۶

(۴) ۱۷

(۳) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

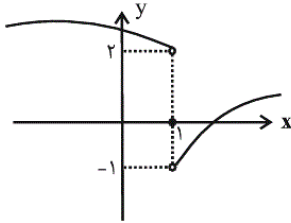
۸۸- اگر تابع $f(x) = a[-x] + (2a-1)[x]$ در نقطه $x=2$ دارای حد باشد و $g(x) = \begin{cases} 3a & ; x \in \mathbb{Z} \\ 2a & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، در این صورت $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ کدام است؟

([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر تابع f به صورت شکل روبه رو باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(\sin \frac{\pi}{2} x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x^2 - x^3 + 1)$ کدام است؟



- (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۱ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۰- با فرض $f(x) = \begin{cases} ax & ; x > 3 \\ 3a-1 & ; x = 3 \\ x^2 + a & ; x < 3 \end{cases}$ و $g(x) = 3 - \sqrt{2-x}$ ، اگر تابع $f \circ g$ در $x=2$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۹۱- با توجه به تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+\sin 2x}}{\sin x + \cos x} & ; x \neq \frac{3\pi}{4} \\ K & ; x = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$ ، اگر تابع $f(x)$ در نقطه $x = \frac{3\pi}{4}$ از راست پیوسته باشد، آن گاه مقدار $f(\frac{3\pi}{4})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۹۲- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+3} - \frac{b}{x^2-9} & ; x < -3 \\ ax+b & ; x \geq -3 \end{cases}$ در $x = -3$ پیوسته است. حاصل ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{70}{9}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $-\frac{35}{96}$ (۴) $\frac{140}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- h تابعی است با دامنه \mathbb{R} و $|h(x)| \leq 3$ و h در هیچ نقطه‌ای حد ندارد. تابع $y = (3^{2x} + 3^{x+1} - 4)h(x)$ دقیقاً در چند نقطه حد دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

۹۷- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos^2 2x}{x \cos^2 x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{12}{\pi}$

(۳) $\frac{1}{\pi}$

(۲) $\frac{\pi}{12}$

(۴) $\frac{3}{\pi}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} (1-x) \tan(\frac{3\pi}{2}x) & ; x > 1 \\ -\pi & ; x = 1 \\ \frac{\cos(\frac{\pi}{2}x)}{\sqrt{x}-1} & ; x < 1 \end{cases}$ در $x=1$ از نظر پیوستگی چه وضعیتی دارد؟

(۱) فقط پیوستگی چپ دارد. (۲) فقط پیوستگی راست دارد.

(۳) هم پیوستگی راست و هم پیوستگی چپ دارد. (۴) نه پیوستگی چپ و نه پیوستگی راست دارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\sqrt{3}a + b \cos x} = 1$ مقدار a کدام است؟

(۱) $\tan(30^\circ)$

(۳) $\cot(30^\circ)$

(۲) $\tan(-30^\circ)$

(۴) $\cot(-30^\circ)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \pm\infty$ باشد و $f(x) = (1 + \frac{1}{2x})^{2x}$ ، در این صورت حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n)$ چقدر است؟

(۱) \sqrt{e}

(۳) e^e

(۲) صفر

(۴) $e\sqrt{e}$

شما پاسخ نداده اید

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(2[x] + 2x|\frac{1}{x}|)}{\cos 2x - 1}$$

۸۲- حد تابع مقابل کدام است؟ ([] ، [] ، [] نماد جزء صحیح است.)

(۱) حد ندارد. (۲) $+\infty$ (۳) ۲ (۴) $-\infty$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- f و g روی R تعریف شده‌اند و در یک همسایگی عدد ۲ داریم $\frac{2x-4}{\sin(x^2-4)} \leq f(x) + g(x) \leq \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$. اگر f - g در x = ۲ حد نداشته

باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد توابع f و g صحیح است؟

(۱) هر دو در x = ۲ حد دارند.

(۲) لاقبل یکی از دو تابع در ۲ حد ندارد.

(۳) f در ۲ حد دارد ولی g حد ندارد.

(۴) هر دو در x = ۲ حد ندارند.

شما پاسخ نداده اید

$$۸۴- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1-\cos x}} & x \neq 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ a & x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ در } x=0 \text{ از چپ پیوسته باشد، } a \text{ کدام است؟}$$

(۱) صفر

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- چه تعداد از توابع زیر در $x=0$ پیوسته‌اند؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

الف) $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \in \mathbb{Q} \\ 0 & ; x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$

ج) $g(x) = xH(x)$ (H تابع هوی ساید است.)

ب) $Q(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

د) $I(x) = x^2 \operatorname{sgn}(x)$

هـ) $p(x) = x[x]$

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۵

شما پاسخ نداده اید

۸۶- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{[x^2] - x - 5}{|x^2 + 3x + 2|}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) -۱

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، پیوستگی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۸۷- تابع $f(x) = \left[\frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 4x + 5} \right]$ در چند نقطه ناپیوسته است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۴) بیشمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) در هیچ نقطه

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر تابع $f(x)$ با دامنه \mathbb{R} در نقطه $x = a$ پیوسته باشد، تابع $g(x) = \min\{f(x), e^x\} + \max\{f(x), e^x\}$ در نقطه $x = a$ از نظر پیوستگی چگونه

است؟

(۱) فقط از راست پیوسته است.

(۲) فقط از چپ پیوسته است.

(۳) از هر دو طرف پیوسته است.

(۴) پیوسته نیست.

شما پاسخ نداده اید

۹۴- توابع $f(x) = 2x^2$ و $g(x) = 3x^2 - 1$ در کدام بازه زیر تقاطع دارند؟

(۱) $(-2, -1)$

(۲) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

(۳) $(0, 1)$

(۴) $(-1, 0)$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- تابع $f(x) = \cos^{-1} x + \sqrt{-x}$ مفروض است، تابع $f^{-1}(x)$ روی چه بازه‌ای پیوسته است؟ (تابع f روی دامنه خود یک تابع نزولی اکید است.)

(۱) $[1 - \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 1]$

(۲) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

(۳) $[\frac{\pi}{2} - 1, \pi - 1]$

(۴) $[\frac{\pi}{2}, \pi + 1]$

شما پاسخ نداده اید

۸۱- تابع $f(x) = \left[\sin \frac{1}{x}\right]$ در بازه $[\frac{1}{2}, 1]$ چند نقطه ناپیوستگی دارد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، مقاطع مخروطی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۱۱- طول قطر دایره‌ای به معادله $a^2 = (2y+1)^2 + 4(x-1)^2$ برابر ۴ می‌باشد. مقدار a کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- معادله دایره‌ای به مرکز $(-1, 2)$ و مماس بر خط $y = 0$ کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4 \quad (2) \qquad x^2 + y^2 - 4x + 2y = -4 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y = 4 \quad (4) \qquad x^2 + y^2 + 4x - 2y = -4 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- دایره‌ای به مرکز $O(0, 1)$ ، از خط به معادله $y = 3$ ، و تری به طول ۲ جدا می‌کند. این دایره محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

$$2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- خط قائم بر دایره $x^2 + y^2 + ay + b = 0$ در نقطه $A(\sqrt{3}, 2)$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول $-\sqrt{3}$ قطع می‌کند. $a - b$ کدام است؟

$$-1 \quad (2) \qquad -5 \quad (1)$$

$$5 \quad (4) \qquad 1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- سطح دایره $4x^2 + 24x + 4y^2 - 8y = -2$ ، در چند ناحیه از نواحی صفحه مختصات قرار دارد؟

$$2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- دایره‌ای که مرکز آن روی محور y ها است و از مبدأ مختصات می‌گذرد، بر دایره‌ای به مرکز $(1, 1)$ و شعاع ۱، مماس خارج است. شعاع این دایره کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (2) \qquad \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \quad (4) \qquad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- کدام یک از نقاط زیر، یکی از کانون‌های بیضی به معادله $9x^2 + 25y^2 + 18x - 50y = 191$ است؟

$$(5, 1) \quad (2) \qquad (-5, -1) \quad (1)$$

$$(3, 1) \quad (4) \qquad (3, -1) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- حاصل ضرب بزرگترین و کوچکترین مقدار x در معادله $4x^2 + 3y^2 + 8x + 6y + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۳) 2
 (۴) -2

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله هر یک از آنها از نقطه $F(5, 2)$ ، نصف فاصله اش از خط $x = 1$ است، یک بیضی است. طول قطر بزرگ این

بیضی چقدر است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$
 (۲) $\frac{8}{3}$
 (۳) $\frac{16}{3}$
 (۴) 8

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- B و B' دو سر قطر کوچک و F و F' کانون‌های یک بیضی هستند. اگر پاره خط FF' از B با زاویه قائمه دیده شود (زاویه بین BF و BF'

قائم باشد)، آنگاه خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۴) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، اعداد اول ، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۴۱- هر عدد اول بزرگتر از ۳ به کدام صورت قابل نمایش است؟ ($k \in \mathbb{N}$)

- (۱) $6k + 1$ یا $6k + 5$
 (۲) $6k + 2$ یا $6k + 5$
 (۳) $6k + 1$ یا $6k + 3$
 (۴) $6k + 2$ یا $6k + 4$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- اگر a ، b و c سه عدد اول متمایز باشند و $a^2 = b^2 + c$ ، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) 15
 (۲) 14
 (۳) 10
 (۴) 12

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- سه عدد اول p ، q و r بزرگتر از ۳ هستند. باقیمانده تقسیم مجموع مربعات آنها بر ۸ کدام است؟

۱ (۲) صفر

۲ (۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- اگر a و b اعداد صحیح باشند به طوری که $3 = \lambda(a, b) - \lambda(3a^2, 3b^2)$ ، آنگاه حاصل $(a + b, b)$ کدام است؟

۲ (۱) ۳

۳ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- اگر به ازای دو عدد صحیح a و b ، کوچکترین عضو مثبت مجموعه $\{ma^3 + nb^3 \mid m, n \in \mathbb{Z}\}$ برابر ۶۴ باشد، آنگاه حاصل $(a, 3a + b)$

کدام است؟

۱ (۱) ۸

۳ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n ، دو عدد $5n - 1$ و $7n + 2$ نسبت به هم اولند؟

۱ (۱) ۹۰

۳ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- عددی در مبنای ۸، پنج رقمی است. کدام گزینه نمی‌تواند تعداد ارقام آن عدد در مبنای ۲ باشد؟

۱ (۱) ۱۳

۴ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر عددی در مبنای ۴ به صورت $(\overline{31a2})$ و در مبنای ۸ به صورت $(\overline{bc6})$ باشد، $a + b + c$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۷ (۲) ۸

(۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- عدد $4(2310)$ در مبنای ۱۶، به کدام صورت نوشته می‌شود؟ ($a=10, b=11$)

(۱) $(114)_{16}$ (۲) $(51)_{16}$

(۳) $(b4)_{16}$ (۴) $(a4)_{16}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- یک عدد طبیعی فرد و مکعب کامل با بیشترین مقدار ممکن، به صورت $(abc)_8$ نوشته می‌شود. $a + b + c$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۴

(۳) ۱۶ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع ریاضی ۲ - ۱۳۹۶۱۰۰۱

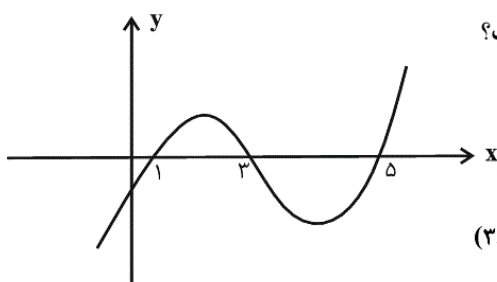
۱۰۵- در کدام یک از رابطه‌های زیر y تابعی از x است؟

$$y = \begin{cases} -2x-1 & ; x < 1 \\ \sqrt{x}-3 & ; x > 1 \\ -x^2+2 & ; 0 < x < 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$y = \begin{cases} \sin \pi x + 1 & ; x \geq 1 \\ 2x^2 - 1 & ; x \leq 1 \end{cases} \quad (1)$$

(۳) $[x] + [y] = 1$ (علامت جزء صحیح است). (۴) $y = |x-3|$ (علامت فاکتوریل است)

شما پاسخ نداده اید



۱۰۶- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه $y = \frac{4}{\sqrt{(x^2 - 5x + 4)f(x)}}$ کدام است؟

(۱) $(4, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1)$

(۳) $(1, 3) \cup (5, +\infty)$ (۴) $(3, 4) \cup (5, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

$$107- \text{برد تابع } f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & x \geq 0 \\ -x - 3 & x < 0 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

(4) $[0, +\infty)$

(3) $[-3, 3]$

(2) $(-\infty, 3]$

(1) $[-3, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

108- اگر $f = \{(2, a^2), (2, 9), (a, b-1), (3, 5)\}$ تابع باشد، نمودار $\{ (a, b) \}$ هایی که می توان در f قرار داد. $g = \{(a, b)\}$ چیست؟

(2) یک نقطه

(1) دو نقطه

(4) دو خط

(3) یک خط و یک نقطه خارج آن

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۰۰۱

109- چند تابع از مجموعه $A = \{1, 2\}$ به مجموعه $B = \{a, b, c\}$ می توان تعریف کرد که در آن مجموعه برد برابر مجموعه هم دامنه باشد؟

(4) صفر

(3) 4

(2) 2

(1) 9

شما پاسخ نداده اید

110- مستطیلی را که دو رأس آن بر روی نیم بیضی به معادله $y = \frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}$ و دو رأس دیگر آن بر روی محور x ها باشد را در نظر بگیرید، مساحت این

مستطیل به صورت تابعی از x کدام است؟

(4) $S = \sqrt{16x^2 - \frac{16}{9}x^4}$

(3) $S = \sqrt{4x^2 - \frac{4}{9}x^4}$

(2) $S = \sqrt{2x^2 - \frac{2}{9}x^4}$

(1) $S = \sqrt{x^2 - \frac{x^4}{9}}$

شما پاسخ نداده اید

111- در کدام گزینه توابع f و g مساوی اند؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$\begin{cases} f(x) = \left[\frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1} \right] \\ g(x) = 1 \end{cases} \quad (2)$$

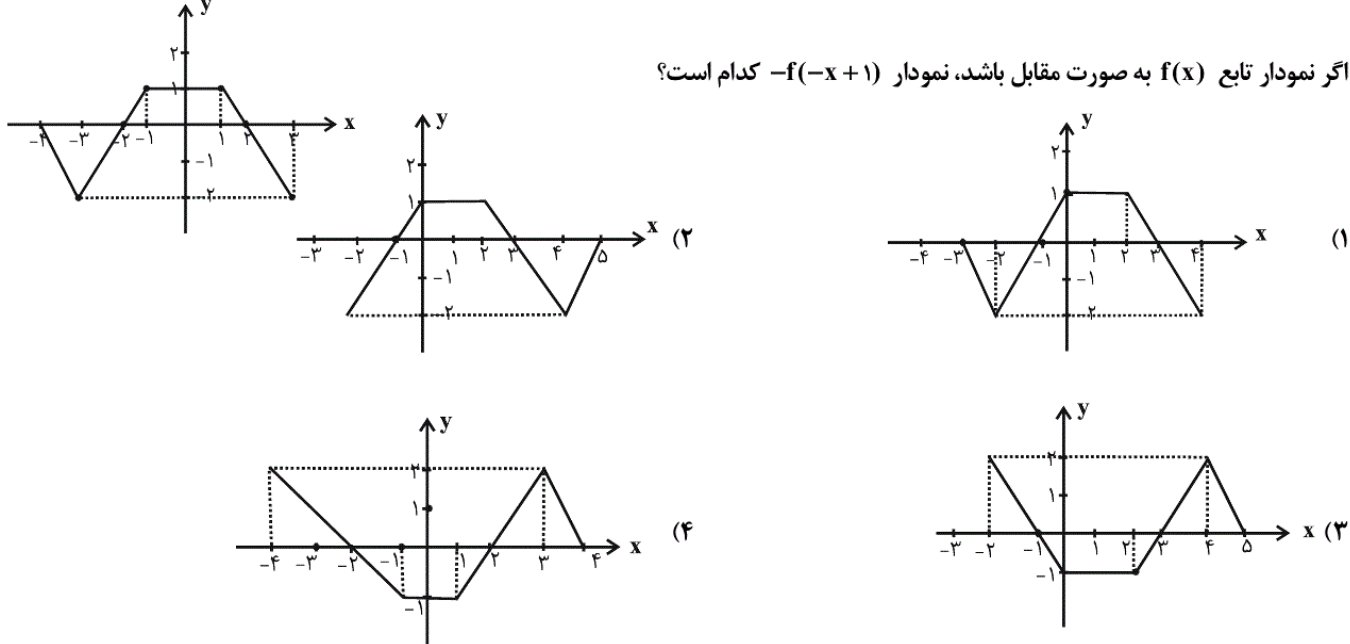
$$\begin{cases} f(x) = (-1)^x & x \in \mathbb{Z} \\ g(x) = \cos \pi x & x \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (1)$$

(4) هر سه مورد

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \\ g(x) = -\sqrt{(1-x)^3} \end{cases} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، نمودار $-f(-x+1)$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- نمودار تابع $y = 2|x+1| + 3$ را ابتدا ۲ واحد به سمت راست و سپس ۴ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه در چه نقاطی

تقاطع دارند؟

- (۱) $\{-2, -1\}$ (۲) $(-\infty, -2]$ (۳) $(-\infty, -1]$ (۴) $[2, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر دو تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ و $g(x) = \frac{x - 2c}{x^2 - 5x^2 + ax - b}$ مساوی باشند، آن‌گاه حاصل $a - b + 2c$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۳۱- اگر مجموع مکعب‌های اعداد طبیعی متوالی با شروع از ۱، برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل $3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 12^3 + 10^3$ کدام است؟

- (۱) ۱۱۴۱۰۰ (۲) ۱۱۴۲۰۰ (۳) ۱۱۴۳۰۰ (۴) ۱۱۴۴۰۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در دنباله $\{U_n\}$ ، با ضابطه $U_1 = U_2 = 1$ و $U_{n+1} = U_n + U_{n-1}$ ، با استدلال استقرایی، حاصل $(U_n^2 - U_{n+1} \times U_{n-1})$ را به کدام عدد، حدس

می‌زنید؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $(-1)^n$ (۴) $(-1)^{n+1}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- برای اثبات حکم « $(n+1)! < 3^n$ » به ازای $n \geq m$ با استفاده از استقرای تعمیم یافته، کوچک‌ترین عدد طبیعی مناسب m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- برای اثبات حکم «در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع، میانه و نیم‌ساز وارد بر قاعده، بر هم منطبق‌اند» از چه روشی استفاده می‌شود؟

۱۳۵- برای کدام گزینه مثال نقض وجود ندارد؟

- (۱) مجموع دو عدد گنگ عددی گنگ است.
(۲) دو زاویه که اضلاع متناظرشان موازی است، با هم برابرند.
(۳) مربع هر عدد مثبت، بزرگ‌تر از خود عدد است.
(۴) در متوازی‌الاضلاع دو زاویه مجاور مکملند.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- کدام یک از قضایای شرطی زیر نادرست است؟

- (۱) اگر $x^2 - 3x + 2 = 0$ ، آن‌گاه $x = 1$ یا $x = 2$
(۲) اگر x و y دو عدد طبیعی باشند، آن‌گاه $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$
(۳) اگر $x > 0$ ، آن‌گاه $x + \frac{1}{x} \geq 2$
(۴) اگر $x \in \mathbb{R}$ ، آن‌گاه عبارت $x^2 - x + 3$ همواره مثبت است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- می‌خواهیم ثابت کنیم «اگر مربع یک عدد صحیح مضرب ۵ باشد، خود آن عدد نیز حتماً مضرب ۵ است». کدام روش را برای اثبات به کار ببریم؟

- (۱) استدلال تمثیلی (۲) روش استقرا (۳) برهان خلف (۴) مثال نقض

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- کم‌ترین تعداد افرادی که حداقل ۲ نفر از آن‌ها در یک ماه از سال و یک روز هفته متولد شده‌اند، کدام است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۷۸ (۳) ۸۵ (۴) ۸۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- درون مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱، حداقل چند نقطه اختیار کنیم تا بتوان از طریق اصل لانه کبوتری اثبات کرد که حداقل ۲ نقطه از این نقاط،

فاصله‌ی کم‌تر از $\frac{1}{3}$ دارند؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- حداقل چند دوتایی مرتب از اعداد صحیح انتخاب کنیم، تا به‌طور قطع، لااقل در دو جفت انتخاب شده (a, b) و (c, d) ، حاصل هر دو عدد $a + c$ و

$b + d$ زوج باشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

(مسن فاطمی)

۱۲۱-

گزینه ۱: تعریف استدلال استنتاجی با برهان مستقیم است.

گزینه ۲: هیچگونه استدلالی برای درستی حکم قضیه نیست.

گزینه ۳: برهان خلف است که در اینجا نیز مراحل انجام شده لازم نیست برگشت پذیر

باشند.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱

(سروش موثینی)

۱۲۲-

استدلال قیاسی دقیقاً یافتن نوعی مشابهت میان مفاهیم عملی گوناگون است.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۱ و ۲)

۴

۳

۲

۱

(یاشار نوعی)

۱۲۳-

در گزینه «۱»، حاصل ضرب برابر ۲۷ و در گزینه «۲» حاصل ضرب برابر ۴۷ است

که هر دو عدد گویا هستند.

در گزینه «۳»، $5\sqrt{9}$ عددی گنگ نیست.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

دست کم دو نفر از علی کوتاهتر هستند. با توجه به آن که او از داوود و داوود از کامران کوتاهتر است، پس علی نفر سوم است.

احمد هم نفر آخر نیست، پس نفر چهارم است. در نتیجه ترتیب قد آنها به ترتیب زیر است:

قد ابراهیم > قد احمد > قد علی > قد داوود > قد کامران

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی؛ مشابه تمرین ۴، صفحه ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴

(سروش موثینی)

۱۲۵-

چهار عدد فرد متوالی به صورت $2k+1$ و $2k+3$ و $2k+5$ و $2k+7$ هستند که مجموع آنها $8k+16$ بوده و همواره بر ۸ بخش پذیر است.

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴

(کیوان دارابی)

۱۲۶-

در این سؤال با مثال زدن چند حالت خاص نمی‌توان به طور کلی نتیجه‌گیری کرد. گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ در برخی موارد صادق هستند اما در حالت کلی برقرار نیستند.

تعداد نقطه‌ها	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد ناحیه‌ها	۲	۴	۸	۱۶	۳۰

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی؛ مشابه مثال ۷، صفحه ۱۸)

۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم $(n \in \mathbb{N}) \Rightarrow n^2 = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ ، بنابراین اصل استقرای

تعمیم یافته را برای حکم $n^2 < 2^n + 1$ بررسی می‌کنیم. به ازای $n = 2$ داریم:

$4 < 5$. اگرچه حکم به ازای $n = 2$ برقرار است ولی به ازای $n = 3$

داریم: $9 < 9$ که رابطه نادرست است. اما به ازای $n = 4$ ، رابطه $16 < 17$ برقرار

است. همین طور به ازای تمامی مقادیر $n > 4$ ، رابطه برقرار می‌باشد. بنابراین عدد

طبیعی مناسب $m = 4$ می‌باشد.

(بیر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممید ممدی نویسی)

مجموعه S را می‌توان به ۵ زیرمجموعه $\{1, 9\}$ ، $\{2, 8\}$ ، $\{3, 7\}$ ، $\{4, 6\}$ و

$\{5\}$ تقسیم نمود. حال اگر ۵ عدد، هر کدام از یکی از این ۵ زیرمجموعه انتخاب

کنیم، هیچ دو عددی در میان آن‌ها با مجموع ۱۰ وجود ندارد ولی با انتخاب عدد ششم،

قطعاً دو عدد با این مشخصات پیدا می‌شود.

(بیر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد لانه‌ها برابر است با تعداد وسیله‌ها ضرب در تعداد رنگ‌های مختلف (اصل ضرب).

بنابراین تعداد لانه‌ها برابر است با: $۳ \times ۳ = ۹$. اکنون تعداد لازم برای آن که حداقل

۳ وسیله هم نوع و هم رنگ داشته باشیم برابر می‌شود با:

$$۲ \times ۹ + ۱ = ۱۹$$

در واقع اگر از هر نوع و رنگ ۲ تا انتخاب کرده باشیم، کافی است وسیله دیگری

انتخاب کنیم تا لااقل ۳ وسیله از یک نوع و یک رنگ داشته باشیم.

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین ابومحبوب)

با انتخاب ۱۵ مهره، امکان دارد ترکیبی شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره از هر کدام از

رنگ‌های دیگر داشته باشیم. اما با انتخاب مهره شانزدهم، قطعاً تعداد مهره‌های انتخابی

از یکی از رنگ‌های سفید یا سبز به عدد ۵ می‌رسد.

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تابع f در $x=2$ دارای حد است. بنابراین: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

$$L_+(2) = a[-(2)^+] + (2a-1)[2^+] = -2a + 2a - 2 = a - 2$$

$$L_-(2) = a[-(2)^-] + (2a-1)[2^-] = -2a + 2a - 1 = -1$$

$$a - 2 = -1 \Rightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \xrightarrow[\text{صحیح نیست}]{x=1 \text{ در همسایگی}} \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2a = 2(1) = 2$$

(مسابقه - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

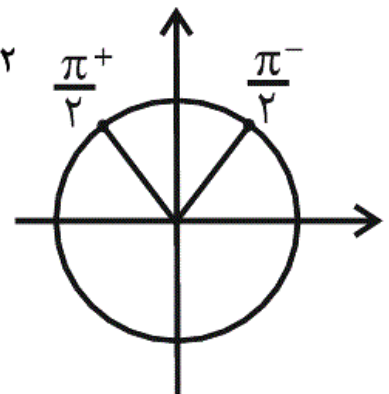
(مهم‌ترین)

$$x^2 - x^2 + 1 = x^2(1-x) + 1$$

$$x \rightarrow 1^+ : (1^+)^2(0^-) + 1 = 0^- + 1 = 1^-$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x^2 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

$$\sin \frac{\pi}{2} x \xrightarrow{x \rightarrow 1} \begin{cases} \sin(\frac{\pi}{2})^+ = 1^- \\ \sin \frac{\pi}{2}^- = 1^- \end{cases}$$


 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کامظم سالار)

$$g(x) = 3 - \sqrt{2-x} : 2-x \geq 0 \Rightarrow 2 \geq x$$

منظور از پیوستگی fog در $x=2$ پیوستگی چپ است.

$$f \circ g(2) = f(g(2)) = f(3) = 3a - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f \circ g(x) = f(g(2^-)) = f(3 - \sqrt{0^+}) = f(3^-) = 9 + a$$

$$3a - 1 = 9 + a \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۰۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(صابر قدیری)

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 + \sin 2x}}{\sin x + \cos x} = \frac{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x}}{\sin x + \cos x}$$

$$= \frac{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}}{\sin x + \cos x} = \frac{|\sin x + \cos x|}{\sin x + \cos x}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \frac{\overbrace{|\sin x + \cos x|}^-}{\sin x + \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \frac{-(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = -1$$

از طرفی برای پیوستگی از راست باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} f(x) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۰۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+3} - \frac{b}{x^2-9} & ; x < -3 \\ ax+b & ; x \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2}{x+3} - \frac{b}{x^2-9} &= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2(x-3) - b}{x^2-9} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2x-6-b}{x^2-9} \end{aligned}$$

با توجه به اینکه تابع f در $x = -3$ پیوسته است، لذا باید حد چپ در $x = -3$ موجود باشد، پس صورت به ازای $x = -3$ باید صفر شود.

$$2(-3) - 6 - b = 0 \Rightarrow b = -12$$

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2x+6}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{2}{x-3} = \frac{-1}{3}$$

در نتیجه باید $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -\frac{1}{3}$ شود. لذا داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} ax+b = -3a-12 = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{-35}{9}$$

$$\Rightarrow ab = -12 \times \left(-\frac{35}{9}\right) = \frac{140}{3}$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱

$h(x)$ کران دار است و در هیچ نقطه‌ای حد ندارد. پس اگر $3^{2x} + 3^{x+1} - 4$

صفر شود، تابع ضرب آن دو دارای حد خواهد بود.

$$3^{2x} + 3^{x+1} - 4 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 + 3^x \times 3^1 - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{3^x=A} A^2 + 3A - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A=1 \Rightarrow 3^x=1 \rightarrow x=0 \\ A=-4 \Rightarrow 3^x=-4 \text{ ریشه ندارد.} \end{cases}$$

پس این تابع فقط در $x=0$ حد دارد.

(مسئله - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید علیزاده)

-۹۷

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos^2 2x}{x \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \cos 2x)(1 + \cos^2 2x - \cos 2x)}{x \left(\frac{1 + \cos 2x}{2} \right)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2(1 + \cos^2 2x - \cos 2x)}{x} = \frac{2(1 + 1 - (-1))}{\frac{\pi}{2}} = \frac{12}{\pi}$$

(مسئله - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$L_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (1-x) \tan\left(\frac{3\pi}{2}x\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{\cot\left(\frac{3\pi}{2}x\right)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}x\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x}{\tan\left(\frac{3\pi}{2}(1-x)\right)} = \frac{1}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{2}{3\pi}$$

$$L_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cos \frac{\pi}{2}x}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}x\right)}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}(1-x)\right) \times 2}{-(1-x)} = \frac{\frac{\pi}{2} \times 2}{-1} = -\pi$$

$$L_-(1) = f(1) = -\pi \Rightarrow \quad f \text{ در } x=1 \text{ فقط پیوستگی چپ دارد.}$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{1 - \sqrt{3} \sin x}{\sqrt{3}a - \sqrt{3}a \cos x} = \frac{\sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \sin x \right)}{\sqrt{3}a \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \cos x \right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{6} - \sin x}{a \left(\cos \frac{\pi}{6} - \cos x \right)}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \sin \left(\frac{\frac{\pi}{6} - x}{\sqrt{3}} \right) \cos \left(\frac{\frac{\pi}{6} + x}{\sqrt{3}} \right)}{-\sqrt{3}a \sin \left(\frac{\frac{\pi}{6} - x}{\sqrt{3}} \right) \sin \left(\frac{\frac{\pi}{6} + x}{\sqrt{3}} \right)}$$

$$= -\frac{1}{a} \cot \left(\frac{\frac{\pi}{6} + x}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} -\frac{1}{a} \cot \left(\frac{\frac{\pi}{6} + x}{\sqrt{3}} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{a} \cot \frac{\pi}{6} = 1 \Rightarrow a = -\cot 30^\circ = \cot(-30^\circ)$$

راه حل دوم: صورت کسر به ازای $x = \frac{\pi}{6}$ برابر صفر می‌شود، پس مخرج نیز باید

صفر شود. تا حالت مبهم $\frac{0}{0}$ ایجاد شود و پس از رفع ابهام به کمک هویتال به جواب

حد ۱ برسیم:

$$\sqrt{3}a + b \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{6}} \sqrt{3}a + b \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - \sqrt{3} \sin x}{\sqrt{3}a + b \cos x} \xrightarrow{(H)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{-\sqrt{3} \cos x}{-b \sin x} = \frac{\sqrt{3}}{b} \times \sqrt{3} = 1$$

$$\Rightarrow b = 2\sqrt{3}$$

$$a = -\frac{b}{2} = -\sqrt{3} = -\cot 30^\circ = \cot(-30^\circ)$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

(عمید علیزاده)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = f(\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n) = f(\pm\infty) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x \cdot \frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} = e\sqrt{e}$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(میلاد سبازی لاریجانی)

-۸۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \left(2 \left[\cdot^- \right] + 2x \left[\frac{1}{x} \right] \right)}{\cos 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \left(-2 + 2x \left[\frac{1}{x} \right] \right)}{-2 \sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x \left(-2 + 2x \left[\frac{1}{x} \right] \right)}{-2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2 + 2x \left[\frac{1}{x} \right]}{-2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{-2x} + \frac{2x \left[\frac{1}{x} \right]}{-2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] \Rightarrow \text{حد ندارد}$$

توابع متناوب $u - [u]$ وقتی u به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، حد ندارند.

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا نیازی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{\sin(x^2-4)} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x+2)}{(x+2)\sin(x^2-4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x+2} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

طبق قضیه فشردگی $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + g(x) = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \overbrace{(f(x) + g(x))}^{\text{در } 2 \text{ حد دارد}} + \overbrace{(f(x) - g(x))}^{\text{در } 2 \text{ حد ندارد}} &= 2f(x) \Rightarrow f(x) \text{ در } 2 \text{ حد ندارد.} \\ \overbrace{(f(x) + g(x))}^{\text{در } 2 \text{ حد ندارد}} - \overbrace{(f(x) - g(x))}^{\text{در } 2 \text{ حد ندارد}} &= 2g(x) \Rightarrow g(x) \text{ در } 2 \text{ حد ندارد.} \end{aligned}$$

نکته: اگر f و g دارای دامنه مشترک باشد و یکی در X_0 حد داشته باشد و دیگری حد نداشته باشد، مجموع و تفاضل آنها در X_0 حد ندارد.

(دیفرانسیل - ۴ و پیوستگی: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهدی مصطفی ابراهیمی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} \times \frac{1 + \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{x\sqrt{1 - \cos x} \times (1 + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sqrt{1 - \cos x})^2}{x\sqrt{1 - \cos x} \times 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - (1 - 2\sin^2 \frac{x}{2})}}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{2x} = -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

حد چپ تابع در نقطه $x = 0$ برابر $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ است. بنابراین برای آنکه تابع در

$x = 0$ از چپ پیوسته باشد، باید مقدار $f(0)$ نیز برابر $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ باشد.

(دیفرانسیل - ۴ و پیوستگی: صفحه‌های ۸۲ تا ۱۰۰)

فقط تابع $Q(x)$ در $x = 0$ پیوسته نیست. زیرا $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ موجود نیست.

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر هوشنگ فمسه)

$$x \rightarrow (-2)^+ ; (-2)^+ = (-1/9) \Rightarrow [(-1/9)^2] = [4^-] = 3$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1, -2$$

x	-2	-1	
$x^2 + 3x + 2$	+	-	+

$$x \rightarrow (-2)^+ \Rightarrow x^2 + 3x + 2 < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{[x^2] - x - 5}{x^2 + 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{3 - x - 5}{-(x^2 + 3x + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-2 - x}{-(x^2 + 3x + 2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2 + x}{(2 + x)(1 + x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1}{1 + x} = -1$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، پیوستگی، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

$$f(x) = \left[\frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 4x + 5} \right] = \left[\frac{2x^2 - 8x + 10}{x^2 - 4x + 5} + \frac{1}{x^2 - 4x + 5} \right]$$

$$= \left[2 + \frac{1}{(x-2)^2 + 1} \right] = 2 + \left[\frac{1}{(x-2)^2 + 1} \right]$$

$$\left[\frac{1}{(x-2)^2 + 1} \right] = 0 \text{ یا } 1$$

حاصل $\left[\frac{1}{(x-2)^2 + 1} \right]$ همواره برابر صفر است و فقط در نقطه $x = 2$ مقدار آن

برابر ۱ می‌شود. بنابراین این تابع در تمام نقاط عضو \mathbb{R} بجز نقطه $x = 2$ پیوسته است. زیرا در این نقطه حد آن برابر ۲ و مقدار آن $f(2) = 3$ می‌باشد.

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آریان هیری)

-۹۳

از آنجا که بین دو تابع $f(x)$ و e^x بالاخره یکی در $x = a$ و همسایگی آن بیشتر و یکی کمتر است، پس:

$$g(x) = \min\{f(x), e^x\} + \max\{f(x), e^x\} = f(x) + e^x$$

از آنجا که در $x = a$ پیوسته است و e^x نیز همه جا و از جمله $x = a$

پیوسته است و مجموع دو تابع پیوسته نیز پیوسته است، لذا $g(x)$ در این نقطه پیوسته

است.

(حسابان - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمیدرضا کلاتر جباری)

$$f(x) = g(x) \Rightarrow f(x) - g(x) = 0 \Rightarrow 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$$

تابع $h(x)$ یک تابع درجه سه پیوسته است. $h(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ وجود حداقل یک ریشه در بازه $\Rightarrow f(a).f(b) < 0$ و $f(x)$ در (a, b) پیوسته

$$\left. \begin{array}{l} h(-1) = -2 - 3 + 1 < 0 \\ h(0) = 0 + 0 + 1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تابع } h(x) \text{ حتماً در بازه } (-1, 0) \text{ دارای ریشه است.}$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فریدون ساعتی)

فرض می‌کنیم $g(x) = \cos^{-1} x$ ، بنابراین $D_g = [-1, 1]$ و $h(x) = \sqrt{-x}$ پس $D_h = (-\infty, 0]$ ، در نتیجه $D_f = [-1, 0]$ ، از طرفی می‌دانیم f روی دامنه

خود نزولی اکید است.

پس f^{-1} در $[f(0), f(-1)]$ پیوسته و نزولی اکید است. یعنی f^{-1} در

$$\left[\frac{\pi}{2}, \pi + 1 \right] \text{ پیوسته و نزولی اکید است.}$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم که تابع $\sin \frac{1}{x}$ همواره بین ۱ و -۱ در نوسان است و توابع برآکتی در نقاطی که عبارت داخل آن‌ها به \max می‌رسد و یا در حال صعود یا نزول است و مقدار صحیح اختیار می‌کند، ناپیوسته هستند. اکنون داریم:

$$۱) \sin \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = k\pi \Rightarrow x = \frac{1}{k\pi} = \frac{1}{\pi}, \frac{1}{2\pi}, \dots$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \rightarrow \emptyset$$

$$۲) \sin \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2k\pi + \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}, \frac{1}{\frac{5\pi}{2}} = \frac{2}{5\pi}, \dots$$

$$\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \Rightarrow x = \frac{2}{\pi} \Rightarrow \text{فقط یک نقطه ناپیوستگی دارد.}$$

(دیفرانسیل - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، مقاطع مخروطی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

$$۴(x-1)^2 + ۴(y + \frac{1}{2})^2 = a^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\frac{a^2}{4} = R^2 = ۲^2 \Rightarrow \frac{a}{2} = ۲ \Rightarrow a = ۴$$

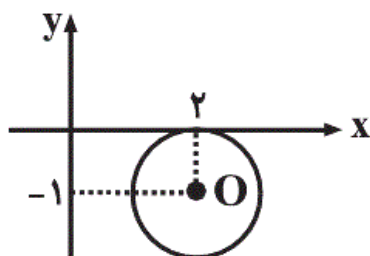
(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$R = \text{فاصله مرکز از محور } x \text{ ها} = |-1| = 1$$

$$\text{معادله دایره: } (x-2)^2 + (y+1)^2 = 1^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمرب یوار نوری)

- 113

به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث OBH ، $R^2 = 5$ به دست می‌آید و داریم:

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = 5$$

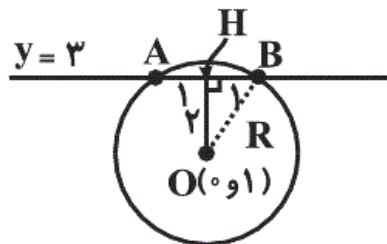
$$\Rightarrow x^2 + (y-1)^2 = 5$$

$$\xrightarrow{y=0} x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = \pm 2$$

طول مثبت

$$\longrightarrow x = 2$$



(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

- 114

$$x^2 + y^2 + ay + b = 0 \Rightarrow O(0, -\frac{a}{2})$$

خط قائم بر دایره از نقاط $A(\sqrt{3}, 2)$ ، مرکز دایره و $B(-\sqrt{3}, 0)$ می‌گذرد. پس:

$$m_{OA} = m_{BA} \Rightarrow \frac{2 + \frac{a}{2}}{\sqrt{3} - 0} = \frac{2 - 0}{\sqrt{3} + \sqrt{3}} \Rightarrow a = -2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا معادله دایره را به صورت استاندارد در می آوریم.

$$4x^2 + 24x + 4y^2 - 8y = -2 \Rightarrow 4(x^2 + 6x + 9) + 4(y^2 - 2y + 1) = 38$$

$$\Rightarrow 4(x+3)^2 + 4(y-1)^2 = 38$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 + (y-1)^2 = 9/5 \Rightarrow O(-3,1), R = \sqrt{9/5}$$

فاصله مرکز دایره از محورهای x و y به ترتیب برابر ۱ و ۳ است که هر دو از

شعاع دایره کمتر می باشد. بنابراین دایره دو محور x و y را قطع می کند، یعنی در

نواحی اول و سوم نیز علاوه بر ناحیه دوم قرار دارد. اما فاصله مرکز دایره از مبدأ

مختصات، برابر $\sqrt{10}$ است که بیشتر از شعاع دایره می باشد، پس دایره وارد ناحیه

چهارم نمی شود.

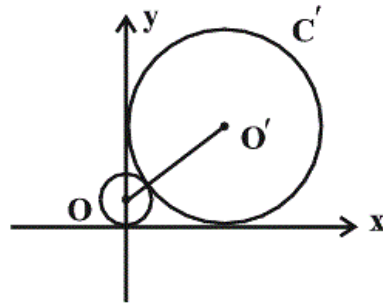
(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه های ۵۲ تا ۵۵)

۴

۳ ✓

۲

۱



دایره مطلوب ما نمی تواند در ناحیه سوم و چهارم واقع باشد، چرا که در آن صورت نمی تواند بر دایره C' مماس باشد. پس دایره مطلوب در ناحیه اول و دوم واقع است (مانند

شکل)

$$O = (0, r), O' = (1, 1) \Rightarrow |OO'| = \sqrt{1 + (r-1)^2} = \sqrt{r^2 - 2r + 2}$$

$$|OO'| = r + 1 \Rightarrow \sqrt{r^2 - 2r + 2} = r + 1$$

$$\Rightarrow r^2 - 2r + 2 = r^2 + 2r + 1 \Rightarrow 4r = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{4}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه های ۵۲ تا ۵۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$9(x^2 + 2x) + 25(y^2 - 2y) = 191$$

$$\Rightarrow 9[(x+1)^2 - 1] + 25[(y-1)^2 - 1] = 191$$

$$9(x+1)^2 + 25(y-1)^2 - 9 - 25 = 191$$

$$\Rightarrow 9(x+1)^2 + 25(y-1)^2 = 225 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$

نوع بیضی، افقی است.

$$O'(\alpha = -1, \beta = 1), (a^2 = 25, b^2 = 9) \Rightarrow (a = 5, b = 3)$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$$

$$F(\alpha + c, \beta) \Rightarrow F(-1 + 4, 1) \Rightarrow F(3, 1)$$

$$F'(\alpha - c, \beta) \Rightarrow F'(-1 - 4, 1) \Rightarrow F'(-5, 1)$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

چون هدف مقادیر حداقل و حداکثر X است، می توان قطر افقی بیضی را با بیضی تلاقی

داد تا این مقادیر پیدا شوند. برای این منظور مرکز بیضی را پیدا می کنیم:

$$O \begin{cases} \frac{-8}{2 \times 4} = -1 \\ \frac{-6}{2 \times 3} = -1 \end{cases}$$

بنابراین قطر افقی بیضی به صورت $y = -1$ است:

$$y = -1 \Rightarrow 4x^2 + 3 + 8x - 6 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 8x - 2 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \text{حاصلضرب ریشه ها} = -\frac{1}{2}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه های ۵۵ تا ۶۴)

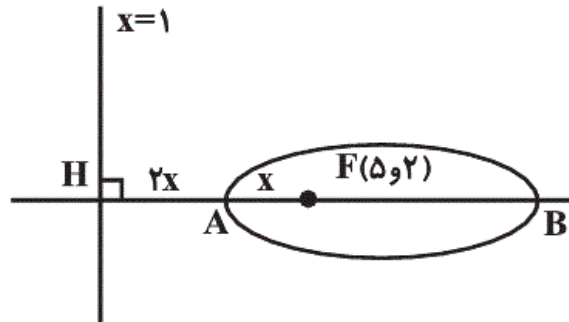
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

لازم نیست معادله مکان هندسی را پیدا کنیم و سپس به معادله استاندارد بیضی تبدیل کنیم. بلکه مستقیماً و با استفاده از تعریف مکان هندسی، طول قطر بزرگ را پیدا می‌کنیم.



$$F \begin{vmatrix} 5 \\ 2 \end{vmatrix}, H \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow |FH| = 5 - 1 = 4$$

$$\Rightarrow 2x + x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$|FB| = \frac{1}{2}|HB| \Rightarrow |FB| = |FH| = 3x$$

به همین ترتیب:

$$\Rightarrow |AB| = 4x = \frac{16}{3}$$

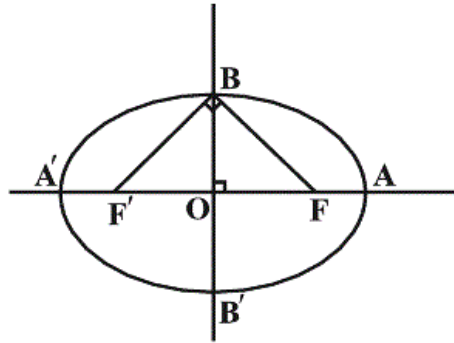
(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



مثلث BFF' همواره متساوی

الساقین است. بنا به فرض، زاویه

رویت FF' از B برابر قائمه است.

پس این مثلث قائم الزاویه و متساوی

الساقین است. پس مثلث‌های

OBF' و OBF نیز متساوی

الساقین هستند.

$$OB = OF = OF' \Rightarrow b = c, a^2 = b^2 + c^2 = 2b^2 = 2c^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{2}c$$

$$\Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، اعداد اول، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۶۱۰۰۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

- ۱۴۱

اعداد در تقسیم بر ۶ به صورت $6k$ ، $6k+1$ ، $6k+2$ ، $6k+3$ ، $6k+4$ ،

$6k+5$ نمایش داده می‌شوند که عبارت $6k$ مضرب ۶، $6k+2$ و $6k+4$

مضرب ۲ و $6k+3$ مضرب ۳ هستند. پس اعداد اول بجز ۲ و ۳ به فرم

$6k+1$ یا $6k+5$ نمایش داده می‌شوند.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(کیوان دارابی)

$$a^2 - b^2 = c \Rightarrow (a - b)(a + b) = 1 \times c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 1 \xrightarrow{\text{۲ عدد اول متوالی}} \begin{cases} a = ۳ \\ b = ۲ \end{cases} \\ a + b = c \Rightarrow c = ۵ \end{cases}$$

$$a + b + c = ۱۰$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(رضا پورعسینی)

اعداد اول به جز ۲ همگی فرد هستند و مربع هر عدد فرد به صورت $۸k + ۱$ است.

پس:

$$p^2 + q^2 + r^2 = ۸k + ۱ + ۸k' + ۱ + ۸k'' + ۱$$

$$= ۸(k + k' + k'') + ۳$$

$$= ۸m + ۳$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

اگر فرض کنیم $(a, b) = d$ باشد، آنگاه داریم:

$$3d^2 - 8d - 3 = 0$$

$$(3d+1)(d-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} d=3 \\ d=-\frac{1}{3} \end{cases} \text{ غ ق ق} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

$$\Rightarrow (a, b) = 3 \Rightarrow (a+b, b) = 3$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا پورحسینی)

-۱۴۵

$$(a^3, b^3) = 64 \Rightarrow (a, b) = 4$$

$$\rightarrow (a, b+3a) = (a, b) = 4$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} d|5n-1 \\ d|7n+2 \Rightarrow d|-7(5n-1)+5(7n+2) \Rightarrow d|17 \Rightarrow d=1 \text{ یا } 17 \end{aligned}$$

$$17|5n-1 \Rightarrow 5n-1=17k \Rightarrow 5n=17(\underbrace{k-2}_{k'})+17 \times 2+1$$

$$\Rightarrow 5n=17k'+35$$

با توجه به آن که $5n$ و 35 ، هر دو مضرب 5 هستند، پس $17k'$ و در نتیجه k'

$$5n=17 \times 5q+35 \Rightarrow n=17q+7 \quad \text{باید مضرب } 5 \text{ باشد، پس داریم:}$$

به ازای $q=1,2,3,4,5$ ، مقدار n دو رقمی می‌شود:

q	1	...	5
n	24	...	92

و برای $85=90-5$ مقدار دیگر برای عدد دو رقمی n ، ب م م مورد نظر ۱ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نکته: اگر عددی k رقمی را از مبنای b^n به مبنای b ببریم، تعداد ارقام آن

$(k-1)n+1$ یا $(k-1)n+2$ یا ... یا $(k-1)n+n$ (یا همان kn)

خواهد بود.

با توجه به نکته بالا، اگر عددی 5 رقمی از مبنای 2^3 به مبنای 2 برده شود، در مبنای

2 ، تعداد ارقام آن برابر با $1+3(5-1)$ یا $2+3(5-1)$ یا $3(5-1)$ یا $5(3)$ خواهد بود.

یعنی عدد مورد نظر در مبنای 2 ، یا سیزده رقمی یا چهارده رقمی و یا پانزده رقمی

خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۴

۳

۲

۱

$$0 \leq c \leq 7, 1 \leq b \leq 7, 0 \leq a \leq 3$$

$$(bc6)_8 = (31a2)_4 \Rightarrow 6 + 8c + 64b = 2 + 4a + 16 + 192$$

$$\Rightarrow 64b + 8c = 4a + 204 \xrightarrow{\div 4} 16b + 2c = a + 51$$

بنابراین a باید عددی فرد باشد. در این صورت حالت‌های ممکن عبارتند از:

$$a = 1 \Rightarrow 16b + 2c = 52 \Rightarrow 8b + c = 26 \Rightarrow b = 3, c = 2$$

$$\Rightarrow a + b + c = 6$$

$$a = 3 \Rightarrow 16b + 2c = 54 \Rightarrow 8b + c = 27 \Rightarrow b = 3, c = 3$$

$$\Rightarrow a + b + c = 9$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

روش اول:

$$(۲۳۱۰)_۴ = ۱ \times ۴^1 + ۳ \times ۴^۲ + ۲ \times ۴^۳ = ۴ + ۴۸ + ۱۲۸ = ۱۸۰$$

$$\begin{array}{r|l} ۱۸۰ & ۱۶ \\ ۱۷۶ & ۱۱ = b \\ \hline & ۴ \end{array} \Rightarrow (b۴)_{۱۶}$$

روش دوم: هر ۲ رقم در مبنای ۴، معادل ۱ رقم در مبنای ۱۶ است، پس کافیت

از سمت راست، ۲ رقم ۲ رقم جدا کرده و اعداد فوق را به مبنای ۱۶ ببریم.

۴ مبنای	۲۳	۱۰
۱۶ مبنای	$۲ \times ۴ + ۳ = ۱۱$	$۱ \times ۴ = ۴$

$$\Rightarrow (۲۳۱۰)_۴ = (b۴)_{۱۶}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$(abc)_8 < (1000)_8 = 1 \times 8^3$$

بزرگترین عدد طبیعی فرد مکعب کامل کوچکتر از 8^3 ، عدد 7^3 می‌باشد، در نتیجه

$$7^3 = 343$$

داریم:

$$\begin{array}{r|l} 343 & 8 \\ 236 & 42 \quad 8 \\ \hline 7 & 40 \quad 5 \Rightarrow (527)_8 \Rightarrow a+b+c=5+2+7=14 \\ & 2 \end{array}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع ریاضی ۲ - ۱۳۹۶۱۰۰۱

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

تابع نیست. $\Rightarrow y=1, y=0 \Rightarrow y! = 1 \Rightarrow x=4$: مثال نقض گزینه ۴

تابع نیست. $\Rightarrow 1 \leq y < 2 \Rightarrow [y] = 1 \Rightarrow x=0$: مثال نقض گزینه ۳

نکته: یک رابطه چند ضابطه‌ای وقتی تابع است که اولاً هر یک از ضابطه‌ها در دامنه تعریفش تابع باشد، ثانیاً در صورتی که بازه‌های مختلف اشتراک داشته باشند، به ازای x های مشترک، y های برابر داشته باشند.

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} -2\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = -2 \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{تابع نیست.}$$

مثال نقض گزینه ۲

اما گزینه ۱ تابع است، زیرا هر دو ضابطه تابع هستند و فقط در $x=1$ دو بازه مشترک هستند که به ازای $x=1$ داریم:

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} y = \sin \pi + 1 = 0 + 1 = 1 \\ y = 2(1)^2 - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع است.}$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای به دست آوردن دامنه کافی است نامعادله $(x^2 - 5x + 4)f(x) > 0$ را بررسی کنیم.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

x		۱		۴	
$x^2 - 5x + 4$	+	⋮	-	⋮	+

با توجه به جدول بالا و نمودار تابع، جدول زیر را رسم می‌کنیم.

x		۱	۳	۴	۵	
$x^2 - 5x + 4$	+	+	-	-	+	+
$f(x)$	-	+	+	-	-	+
$(x^2 - 5x + 4)f(x)$	-	-	-	+	-	+

با توجه به جدول بالا

$$D_y = (3, 4) \cup (5, +\infty)$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ و مسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱

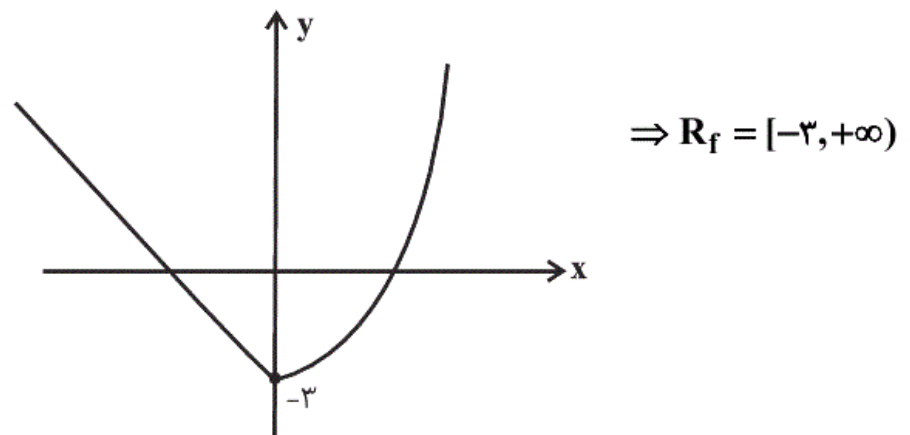
راه حل اول:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 3 \geq -3 \Rightarrow R_1 = [-3, +\infty) \\ x < 0 \Rightarrow -x > 0 \Rightarrow -x - 3 > -3 \Rightarrow R_2 = (-3, +\infty) \end{array} \right\} \xrightarrow{U}$$

$$R_f = [-3, +\infty)$$

راه حل دوم: تابع را به کمک انتقال تابع $y = x^2$ به صورت زیر رسم می‌کنیم.

$$y = -x - 3, x < 0 \qquad y = x^2 - 3, x \geq 0$$



(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ و مسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

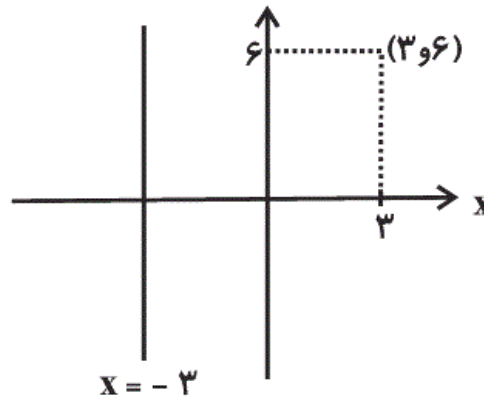
$$a^2 = 9 \rightarrow a = \pm 3$$

لازم است.

$$a = 3 \rightarrow f = \{(2, 9), (2, 9), (3, b-1), (3, 5)\}$$

$$\Rightarrow (3, b-1) = (3, 5) \Rightarrow b-1 = 5 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow (a, b) = (3, 6)$$

$$a = -3 \rightarrow f = \{(2, 9), (2, 9), (-3, b-1), (3, 5)\}$$

 $b-1$ هر عددی می تواند باشد.

$$(a, b) \Rightarrow x = -3$$

بنابراین نقطه $(3, 6)$ و خط $x = -3$ پاسخ مسئله هستند.

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۰۰۱

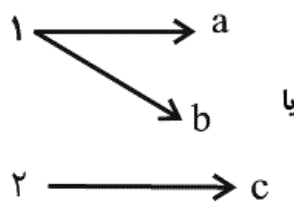
(سعید مدیر فراسانی)

بطور کلی مطابق تعریف کتاب درسی $3^2 = 9$ تابع از A به B می توان تعریف

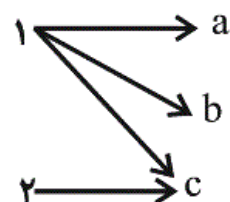
کرد که مجموعه هم دامنه آن مجموعه B است اما از بین این ۹ تابع هیچ تابعی

بُردش $\{a, b, c\}$ نمی شود. زیرا اگر بخواهد چنین اتفاقی بیافتد الزاماً باید از ۱ و یا

از ۲ بیش از یک پیکان خارج شود و این تابع بودن را نقض می کند. مانند:



یا



(حسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴ ✓

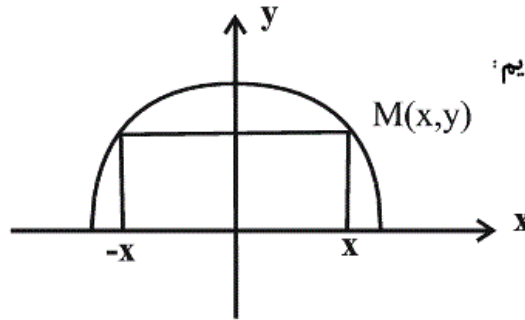
۳

۲

۱

مطابق شکل، اگر طول مستطیل را $2x$

و عرض آن را y فرض کنیم، آنگاه داریم:



$$S = 2xy = \frac{4}{3}x\sqrt{9-x^2} = \sqrt{\frac{16}{9}x^2(9-x^2)}$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{16x^2 - \frac{16}{9}x^4}$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱

(سعید زوارقی)

- ۱۰۱

در گزینه ۱ دامنه دو تابع مساوی Z است، که برای اعداد صحیح زوج حاصل f و

g مساوی ۱ و برای اعداد صحیح فرد حاصل f و g برابر -1 است.

در گزینه ۲ دامنه دو تابع R است و حاصل همواره برابر ۱ است.

در گزینه ۳ دامنه دو تابع $x \leq 1$ است و داریم:

$$f(x) = -(1-x)\sqrt{1-x} = -\sqrt{(1-x)^3} = g(x)$$

توجه: دو تابع وقتی برابرند که دامنه و ضابطه‌شان با هم برابر باشند.

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۴

۳

۲

۱

برای رسم نمودار تابع $f(-x+1)$ باید مراحل زیر را انجام داد:
ابتدا نمودار ۱ واحد به سمت چپ انتقال داده شود و نمودار نسبت به محور y ها قرینه شود.

سپس برای اینکه نمودار $f(-x+1)$ را رسم کنید باید نمودار را نسبت به محور x ها قرینه کنید. که در نهایت به گزینه «۳» می‌رسیم.
(مسئله - تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

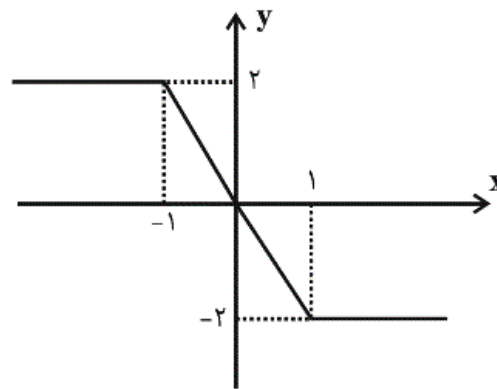
 ۲

 ۱

(میلاد منصوری)

نمودار $y = 2|x+1| + 3$ را به کمک انتقال $x \rightarrow x-2$ دو واحد به راست حرکت می‌دهیم. یعنی $y = 2|x-1| + 3$ سپس ۴ واحد از آن کم می‌کنیم: $y = 2|x-1| - 1$.

$$2|x+1| + 3 = 2|x-1| - 1 \Rightarrow |x-1| - |x+1| = 2$$



که با رسم نمودار داریم:

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1]$$

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دو تابع f و g زمانی مساوی‌اند که اولاً $D_f = D_g$ ، ثانیاً به ازای هر عضو از دامنهٔ مشترک، مقدار f و مقدار g برابر باشند، بنابراین:

$$D_f = R - \{1, 2\} \Rightarrow D_g = R - \{1, 2\}$$

بنابراین باید مخرج تابع g به ازای ۱ و ۲ برابر با صفر شود.

$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow (1)^3 - 5(1)^2 + a - b = 0 \\ x=2 \Rightarrow (2)^3 - 5(2)^2 + 2a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 4 \end{cases}$$

از طرفی باید مقدار دو تابع به ازای هر عضو از دامنهٔ مشترک برابر باشد، یعنی:

$$f(0) = g(0) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-2c}{-b} \Rightarrow b = 4c \Rightarrow c = 1$$

$$a - b + 2c = 8 - 4 + 2 = 6$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۱۰۰۱

(سراسری ریاضی - ۹۱)

-۱۳۱

$$10^2 + 12^2 + 14^2 + \dots + 30^2 = 2^2 (5^2 + 6^2 + \dots + 15^2)$$

$$= 2^2 \left[(1^2 + 2^2 + \dots + 15^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) \right]$$

$$= 8 \left[\left(\frac{15 \times 16}{2} \right)^2 - \left(\frac{4 \times 5}{2} \right)^2 \right] = 8(14400 - 100) = 114400$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۵ و ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

جملات بعدی دنباله به صورت $U_3 = 2$ ، $U_4 = 3$ ، $U_5 = 5$ و ... هستند. داریم:

$$n = 2 \Rightarrow U_2^2 - U_3 \times U_1 = 1^2 - 2 \times 1 = -1$$

$$n = 3 \Rightarrow U_3^2 - U_4 \times U_2 = 2^2 - 3 \times 1 = 1$$

$$n = 4 \Rightarrow U_4^2 - U_5 \times U_3 = 3^2 - 5 \times 2 = -1$$

بنابراین از روی عبارتهای فوق، می‌توان حدس زد، حاصل عبارت مفروض برابر

$(-1)^{n+1}$ است.

(بیر و احتمال - استدلال ریاضی : صفحه‌های ۳ و ۴)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی بیر و احتمال - سوال ۱۶)

- ۱۳۳

کافی است گزینه‌ها را امتحان کنیم:

$$n = 2 \Rightarrow 9 < 6 \text{ نادرست}$$

$$n = 3 \Rightarrow 27 < 24 \text{ نادرست}$$

$$n = 4 \Rightarrow 81 < 120 \text{ صحیح}$$

$$n = 5 \Rightarrow 243 < 720 \text{ صحیح}$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها، نامساوی به ازای $n \geq 4$ برقرار است.

(بیر و احتمال - استدلال ریاضی : صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

برای اثبات قضایای ریاضی از استدلال استنتاجی استفاده می‌شود.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی جبر و احتمال - سؤال ۲۸)

-۱۳۵

در هر متوازی‌الاضلاع زوایای روبرو برابر هستند و زوایای مجاور، مکمل می‌باشند.

(۱) گزینه: $(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$



(۲) گزینه: $\alpha + \beta = 180^\circ$

(۳) گزینه: $0 < x < 1 \Rightarrow x^2 < x$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی جبر و احتمال - سوال ۳۵)

-۱۳۶

برای این گزینه، مثال نقض $x = y = 1$ وجود دارد. $\frac{1+1}{2} > \sqrt{1 \times 1} = 1$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در برهان خلف، خلاف حکم را فرض می‌کنیم و به کمک فرض به تناقض می‌رسیم.

فرض کنید که عدد مضرب ۵ نباشد.

$$n = 5k \pm 1 \Rightarrow n^2 = 25k^2 \pm 10k + 1 = 5q + 1$$

$$n = 5k \pm 2 \Rightarrow n^2 = 25k^2 \pm 20k + 4 = 5q - 1$$

دقت کنید که به تناقض رسیدیم. چون n^2 مضرب ۵ به دست نیامد و این خلاف

فرض است.

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی : صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی - ۸۲)

- ۱۳۸

چون ۱۲ ماه در سال و ۷ روز در هفته وجود دارد، بنابراین تعداد موقعیت‌های ممکن

برای متفاوت بودن ماه و روز هفته برای تولد، $7 \times 12 = 84$ می‌باشد.

مطابق اصل لانه کبوتری اگر $84 + 1 = 85$ نفر وجود داشته باشند، حداقل ۲ نفر از

آنها دارای روز هفته و ماه یکسان برای تولد خواهند بود.

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی : صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

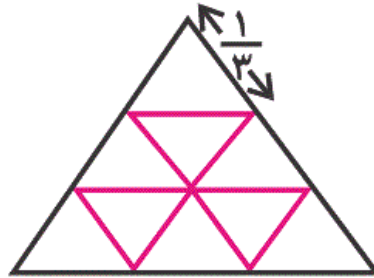
 ۲

 ۱

کافی است مطابق شکل، مثلث را به ۹ مثلث هم‌نهشت به ضلع $\frac{1}{3}$ افراز کرد.

مطابق اصل لانه کبوتری، اگر ۱۰ نقطه درون مثلث انتخاب شوند، اثبات می‌شود که

حداقل ۲ نقطه یافت می‌شوند که حداکثر فاصله‌ی آن‌ها، کمتر از طول ضلع مثلث



کوچک یعنی $\frac{1}{3}$ است.

(بپر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۹)

- ۱۴۰

برای زوج مرتب (a, b) از نظر زوج و فرد بودن اعداد a و b ، ۴ حالت وجود دارد:

(ف، ز) و (ز، ف) و (ز، ز) و (ف، ف)

موقعی برای دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) هر دو مقدار $a + c$ و $b + d$ زوج

است که هر دو زوج مرتب یکی از ۴ حالت بالا را داشته باشند.

اگر حداقل ۵ زوج مرتب انتخاب کنیم، طبق اصل لانه‌ی کبوتری حداقل دو زوج

مرتب دارای یک حالت خواهد بود و شرط مسأله محقق خواهد شد.

(بپر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir