



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۸۱- اگر $f = \{(4,2), (a,5), (4, a^2 - a), (b,2), (-1,4)\}$ یک تابع یک به یک باشد، زوج مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(2, -1)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(-1, 4)$ (۴) $(2, 2)$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- کدام گزینه بیانگر تابعی وارون پذیر است؟

- (۱) $y = |x| + 1 - x$ (۲) $y = 1 - 3|x| + x$
(۳) $y = 1 + 3|x| - x$ (۴) $y = 1 - 3x + |x|$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- حدود m برای آن که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x \leq 1 \\ mx+5 & ; x > 1 \end{cases}$ یک به یک باشد، کدام است؟

- (۱) $m \geq -1$ (۲) $m > 0$ (۳) $m \leq -1$ (۴) $m < 0$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر $f(x) = \frac{a+1}{x+2} - 1$ و $f^{-1}(2) = -3$ ، آن گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴) -۴

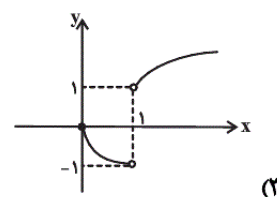
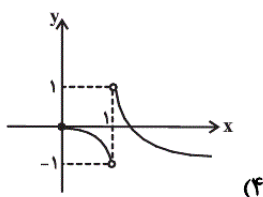
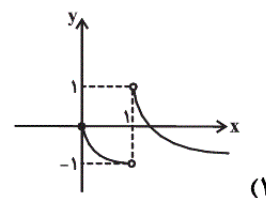
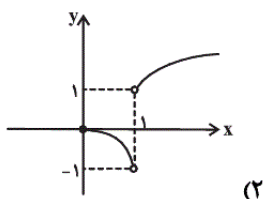
شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + ax + 1}$ همه اعداد حقیقی باشد، a چند مقدار صحیح را می تواند بپذیرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{|x-1|\sqrt{x}}{x-1}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۸۷- مساحت بین نمودار تابع $f(x) = x|x|$ و محور x ها در بازه $[0, 2]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۸۸- کدام دو تابع با هم مساوی‌اند؟

- (۱) $f(x) = (\sqrt{x})^2$ و $g(x) = \sqrt{x|x|}$ (۲) $f(x) = x$ و $g(x) = (\sqrt{x})^2$
 (۳) $f(x) = \sqrt{x|x|}$ و $g(x) = \sqrt{|x|} \times \sqrt{|x|}$ (۴) $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = (\sqrt{x})^2$

شما پاسخ نداده اید

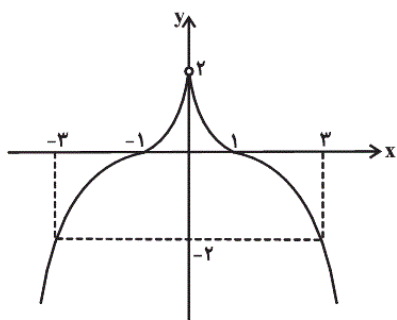
۸۹- اگر $f(x) = a^2 + \sqrt{\frac{a}{2}x + 2}$ و مجموعه مقادیری از x که به‌ازای آن تابع f قابل‌تعریف است، بازه $[-\infty, 2]$ باشد، برد تابع f کدام است؟

- (۱) $[1, +\infty)$ (۲) $[4, +\infty)$ (۳) $[9, +\infty)$ (۴) $[16, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر نمودار تابع f به‌صورت مقابل باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{|f(x)| - 2}$ کدام است؟

- (۱) $|x| \geq 1$
 (۲) $|x| \leq 1$
 (۳) $|x| \geq 2$
 (۴) $|x| \leq 2$



شما پاسخ نداده اید

۹۱- معادله $[x] + \frac{1}{x} = 1$ دارای چند جواب می‌باشد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۹۲- در کدام یک از روابط زیر y تابعی از x است؟

- (۱) $(-1)^x + (-1)^y = 2$
 (۲) $y^3 - y = x$
 (۳) $y = \begin{cases} 3x - 1 & x \geq 1 \\ x + 2 & x < 1 \end{cases}$
 (۴) $|y - 1| + |x - 3| = 0$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- تابع وارون تابع $y = x + \sqrt{x}$ به صورت $y = \left(\frac{\sqrt{ax+1}-1}{b}\right)^2$ می‌باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۴- تابع $f(x) = x|x|$ ، وارون خود را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) دو (۳) سه (۴) پنج

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر محل برخورد نمودار تابع $f(x) = 2x - |x| + 1$ با نمودار تابع وارونش نقطه $A(a, b)$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+2}{ax+b}$ بر نمودار تابع معکوس خود منطبق باشد، مقدار b چقدر است؟ ($a \neq 0$)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $f + g = \{(1, 5), (2, 4), (3, 2), (4, 3)\}$ و $f - g = \{(1, 1), (2, 4), (3, 0), (4, 1)\}$ آن گاه تعداد اعضای $f \circ g$ کدام گزینه نمی تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ باشند، برد تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) $\{0\}$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 0]$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f = \{(1, 3), (2, 1), (4, 5), (3, 4), (5, 7)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (7, 6)\}$ آن گاه کدام زوج مرتب زیر در $g^{-1} \circ f^{-1}$ وجود ندارد؟

- (۱) $(3, 2)$ (۲) $(1, 3)$ (۳) $(7, 4)$ (۴) $(6, 5)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند، ضابطه وارون تابع $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $(f \circ g)^{-1}(x) = x; x \geq 1$ (۲) $(f \circ g)^{-1}(x) = x; x \leq 1$

- (۳) $(f \circ g)^{-1}(x) = \sqrt{x}; x \geq 1$ (۴) $(f \circ g)^{-1}(x) = \sqrt{x}; x \leq 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۲۱- کدام یک از چهارضلعی های زیر همواره محیطی است؟

(۲) مستطیل

(۱) متوازی الاضلاع

(۴) دوزنقه متساوی الساقین

(۳) لوزی

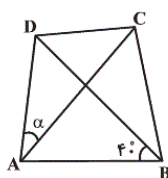
شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- دایره ای در داخل دوزنقه ای متساوی الساقین محاط است. اگر اندازه قاعده کوچک دوزنقه ۷ و محیط آن برابر ۳۲ باشد، اندازه ساق و قاعده بزرگ آن

به ترتیب کدام است؟

- (۱) ۸ ، ۷ (۲) ۷ ، ۹ (۳) ۸ ، ۹ (۴) ۸ ، ۱۰

شما پاسخ نداده اید



۱۲۳- چهارضلعی $ABCD$ محاطی است. اگر $\widehat{ADC} = 102^\circ$ و $\widehat{ABD} = 40^\circ$ باشد، آن گاه زاویه α چند درجه است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۸

- (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- در مثلث ABC ، اگر طول ضلع BC برابر $2\sqrt{3}$ و فاصله مرکز دایره محیطی مثلث از این ضلع، برابر یک واحد باشد، آن گاه مجموع فواصل این مرکز تا سه رأس مثلث چه قدر است؟

- (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) ۶ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $5 + 2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، طول خط‌المركزین دو دایره محیطی و محاطی خارجی آن کدام است؟

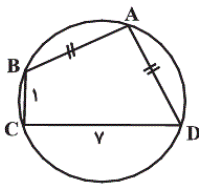
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در یک مثلث، اندازه ارتفاع‌ها برابر $2/4$ ، ۳ و ۴ و اندازه شعاع دو تا از دایره‌های محاطی خارجی برابر ۲ و ۶ می‌باشد. شعاع دایره محیطی خارجی دیگر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) $1/5$ (۴) $2/5$

شما پاسخ نداده اید



۱۲۷- در شکل مقابل اگر $\hat{A} = \hat{C}$ باشد، آن گاه طول وتر AD کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۵

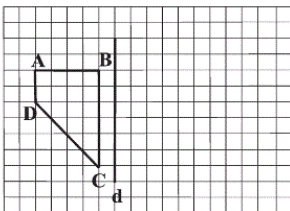
شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در دوزنقه $ABCD$ ، طول قاعده‌ها برابر $BC = 12$ و $AD = 3$ است. اگر $ABCD$ هم چهارضلعی محیطی و هم چهارضلعی محاطی باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۳۰ (۳) $22/5$ (۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- بازتاب شکل زیر را نسبت به خط d در نظر بگیرید. در این تبدیل، شیب کدام پاره‌خط با شیب پاره‌خط متناظر در تصویر آن برابر نمی‌باشد؟



- (۱) AB (۲) BC (۳) CD (۴) DA

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در مثلث ABC ، $\hat{A} = \frac{3}{4}\hat{B} = 3\hat{C}$ و $BC = 12$ است. اگر مثلث $A'B'C'$ تبدیل یافته ABC تحت تبدیل طولپای T باشد، مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

- (۱) $36\sqrt{2}$ (۲) $18\sqrt{2}$ (۳) $36\sqrt{3}$ (۴) $18\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان ۱ - سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۰۱- اگر $f = \{(4, 2), (a, 5), (4, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ یک تابع یک‌به‌یک باشد، زوج مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(2, -1)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(-1, 4)$ (۴) $(2, 2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- کدام گزینه بیانگر تابعی وارون پذیر است؟

(۲) $y = 1 - 3|x| + x$

(۱) $y = |x| + 1 - x$

(۴) $y = 1 - 3x + |x|$

(۳) $y = 1 + 3|x| - x$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- حدود m برای آن که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & ; x \leq 1 \\ mx+5 & ; x > 1 \end{cases}$ یک به یک باشد، کدام است؟

(۴) $m < 0$

(۳) $m \leq -1$

(۲) $m > 0$

(۱) $m \geq -1$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $f(x) = \frac{a+1}{x+2} - 1$ و $f^{-1}(2) = -3$ ، آن گاه مقدار a کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) -۳

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+ax+1}$ همه اعداد حقیقی باشد، a چند مقدار صحیح را می تواند بپذیرد؟

(۴) ۴

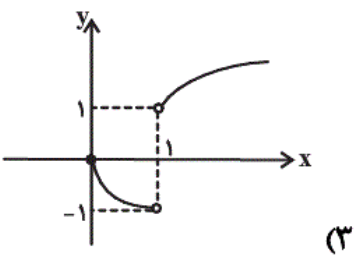
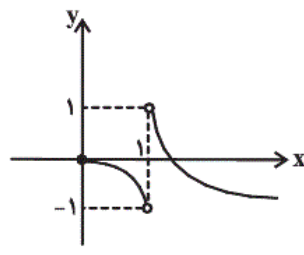
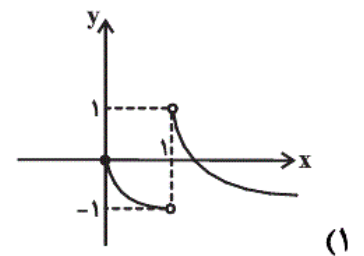
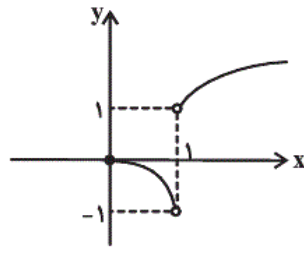
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- نمودار تابع $f(x) = \frac{|x-1|\sqrt{x}}{x-1}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- مساحت بین نمودار تابع $f(x) = x[x]$ و محور x ها در بازه $[0, 2]$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۴) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر فاصله نقطه $A(2, 3)$ از خط $mx + 2y = 1$ برابر ۲ باشد، مقدار m کدام است؟

(۴) $-\frac{9}{20}$

(۳) $\frac{9}{20}$

(۲) $-\frac{11}{20}$

(۱) $\frac{11}{20}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- کدام یک از نقاط زیر، روی عمود منصف پاره خط واصل دو نقطه $A(0, -3)$ و $B(6, 15)$ قرار دارد؟

(۴) $(-12, 11)$

(۳) $(-12, 1)$

(۲) $(-12, 7)$

(۱) $(-12, -7)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- سه رأس مثلثی $A(-10, -13)$ ، $B(8, 9)$ و $C(3, 1)$ می‌باشند. طول عمودی که از رأس B بر میانه وارد بر ضلع AB رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) $3/4$ (۲) $3/2$ (۳) $1/7$ (۴) $1/9$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- اگر سه نقطه $A(2, 3)$ ، $B(-2, 4)$ و $C(4, 5)$ سه رأس یک مثلث باشند، طول میانه وارد بر ضلع AC کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) 5

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- قرینه نقطه $A(3, 2)$ نسبت به خط $y = x - 3$ کدام است؟

- (۱) $(4, 3)$ (۲) $(5, 0)$ (۳) $(\frac{11}{2}, \frac{7}{2})$ (۴) $(\frac{13}{3}, \frac{9}{4})$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- دو تابع $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x^2-5x+6}}$ و $g(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x-2}\sqrt{x-3}}$ مفروض‌اند. کدام مجموعه را از دامنه تابع f حذف کنیم تا دو تابع با هم مساوی شوند؟

- (۱) $\{x | x \geq 2, x \in \mathbb{R}\}$ (۲) $\{x | x < 2, x \in \mathbb{R}\}$

- (۳) $\{x | x \geq 3, x \in \mathbb{R}\}$ (۴) $\{x | x < 4, x \in \mathbb{R}\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در تابع $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ ، اگر مجموعه مقادیری از x که به‌ازای آن تابع f قابل‌تعریف است، بازه $[-2, 2]$ و $f(0) = 2$ باشد، آن‌گاه $a - b$

کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $f(x) = \frac{1}{[-x] + [x]}$ باشد، مقدار $f(\frac{1}{\sqrt{3}}) + f(\frac{\sqrt{2}}{2})$ کدام است؟ (، []، نماد جزء صحیح است.)

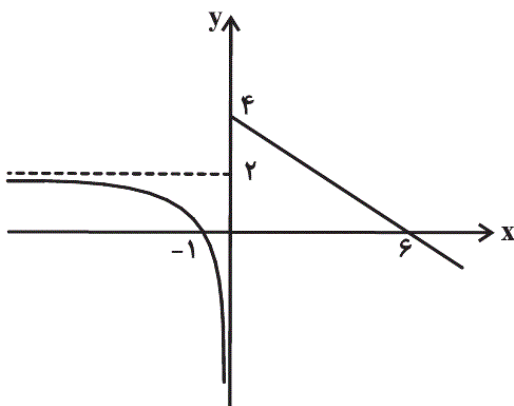
- (۱) -2 (۲) -1 (۳) صفر (۴) تعریف نشده

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مجموعه جواب معادله $[x+3] + [x+2] = 5$ کدام است؟ (، []، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $[0, 1)$ (۲) $[5, 6)$ (۳) $[0, 1]$ (۴) $[0, 2)$

شما پاسخ نداده اید



۱۱۷- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به‌صورت مقابل باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{-f(x)} + 2$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 0) \cup [6, +\infty)$

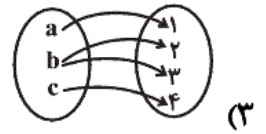
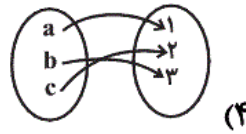
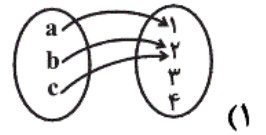
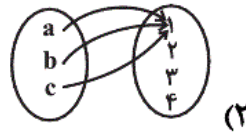
- (۲) $(-\infty, 0) \cup [2, +\infty)$

- (۳) $[-1, 0) \cup [2, +\infty)$

- (۴) $(-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$

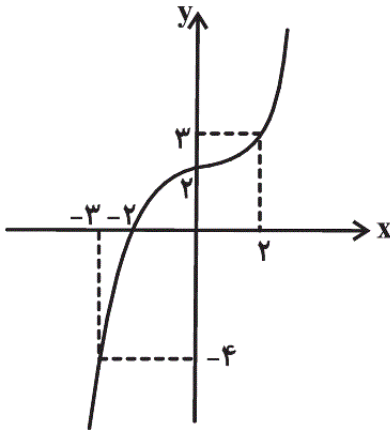
شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- کدام یک از نمودارهای زیر مربوط به تابعی است که وارونش نیز یک تابع است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- نمودار تابع $y = -f(x-1)$ به شکل مقابل است. کدام تساوی درست نیست؟



(۱) $f^{-1}(-3) = 1$

(۲) $f^{-1}(-2) = -1$

(۳) $f^{-1}(0) = -3$

(۴) $f^{-1}(4) = 4$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در تابع خطی f ، اگر $f(2) = -1$ و $f^{-1}(1) = 0$ ، مقدار $f(-2) + f^{-1}(-2)$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۳۱- کدام یک از چهار ضلعی‌های زیر همواره محیطی است؟

(۱) متوازی‌الاضلاع

(۳) لوزی

(۲) مستطیل

(۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- دایره‌ای در داخل دوزنقه‌ای متساوی‌الساقین محاط است. اگر اندازه قاعده کوچک دوزنقه ۷ و محیط آن برابر ۳۲ باشد، اندازه ساق و قاعده بزرگ آن

به ترتیب کدام است؟

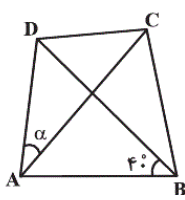
(۴) ۱۰، ۸

(۳) ۹، ۸

(۲) ۹، ۷

(۱) ۸، ۷

شما پاسخ نداده اید



۱۳۳- چهارضلعی ABCD محاطی است. اگر $\widehat{ADC} = 102^\circ$ و $\widehat{ABD} = 40^\circ$ باشد، آن گاه زاویه α چند درجه است؟

- (۱) ۳۶
(۲) ۳۸
(۳) ۴۰
(۴) ۴۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در مثلث ABC، اگر طول ضلع BC برابر $2\sqrt{3}$ و فاصله مرکز دایره محیطی مثلث از این ضلع، برابر یک واحد باشد، آن گاه مجموع فواصل این مرکز تا سه رأس مثلث چه قدر است؟

- (۱) $3\sqrt{13}$
(۲) ۶
(۳) $3\sqrt{2}$
(۴) $5 + 2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع $2\sqrt{3}$ واحد، طول خط‌المركزین دو دایره محیطی و محاطی خارجی آن کدام است؟

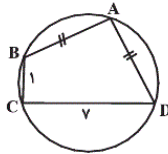
- (۱) ۴
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در یک مثلث، اندازه ارتفاع‌ها برابر $2/4$ ، ۳ و ۴ و اندازه شعاع دو تا از دایره‌های محاطی خارجی برابر ۲ و ۶ می‌باشد. شعاع دایره محاطی دیگر کدام است؟

- (۱) ۳
(۲) ۵
(۳) $1/5$
(۴) $2/5$

شما پاسخ نداده اید



۱۳۷- در شکل مقابل اگر $\widehat{A} = \widehat{C}$ باشد، آن گاه طول وتر AD کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) $3\sqrt{2}$
(۳) $3\sqrt{3}$
(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در دوزنقه ABCD، طول قاعده‌ها برابر $BC = 12$ و $AD = 3$ است. اگر ABCD هم چهارضلعی محیطی و هم چهارضلعی محاطی باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱) ۴۵
(۲) ۳۰
(۳) $22/5$
(۴) ۶۰

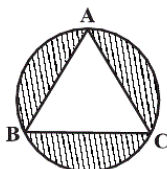
شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- کدام ویژگی مختص چندضلعی محاطی غیرمنتظم نیست؟

- (۱) همه رأس‌ها روی محیط یک دایره واقع‌اند.
(۲) مرکز دایره محیطی، همواره درون چندضلعی قرار دارد.
(۳) در صفحه چندضلعی نقطه‌ای وجود دارد که از تمام رأس‌ها به یک فاصله است.
(۴) عمودمنصف‌های اضلاع در یک نقطه هم‌رس‌اند.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در شکل زیر، ABC مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع $\sqrt{3}$ است. مساحت ناحیه هاشورخورده، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} - 1$
(۳) $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}$
(۴) $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}} - 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱- اگر $A = \{x \mid x \in Z, x^2 - x = 0\}$ و $B = \{2^k \mid k \in N, k \leq 3\}$ ، آن گاه $A \times B$ چند عضو دارد؟

۳ (۱)

۹ (۳)

۶ (۲)

۱۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- اگر $A = [-1, 4]$ و $B = \{1, 3\}$ باشد، مساحت ناحیه محصور بین دو نمودار مختصاتی $A \times B$ و $B \times A$ کدام است؟

۲ (۱)

۶ (۳)

۴ (۲)

۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{1, 3, 5\}$ ، آن گاه چند زوج مرتب در مجموعه $A \times B$ می توان یافت که متعلق به مجموعه $B \times A$ نباشند؟

۱ (۱)

۵ (۳)

۳ (۲)

۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- اگر $A = \{a, 3\}$ ، $B = \{4, \frac{a}{4} + 1, b\}$ و $A \times B = B \times A$ باشد، حداکثر مقدار $a + b$ برابر کدام است؟

۵ (۱)

۷ (۳)

۶ (۲)

۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- در یک کارخانه برای بررسی سلامت محصول نهایی، آن را از سه دستگاه مجزا عبور می دهند تا به ترتیب، جرم، ابعاد و کارایی محصول را کنترل کنند. هر دستگاه در صورت تأیید محصول چراغ سبز و در صورت عدم تأیید آن چراغ قرمز نشان می دهد. اگر فضای نمونه ای برای بررسی سلامت یک محصول را به صورت حاصل ضرب دکارتی چند مجموعه بنویسیم، فضای نمونه ای چند عضو دارد؟

۲ (۱)

۶ (۳)

۴ (۲)

۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- چه تعداد از گزاره های زیر صحیح است؟

الف) $P(A' \cup B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cup B)$

ب) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

پ) $P(A \cup B) \geq P(B)$

ت) $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

۱ (۱)

۳ (۳)

۲ (۲)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- یک تیم فوتسال ۱۲ عضو دارد. فرض کنید آن‌ها یکی پس از دیگری وارد سالن می‌شوند. اگر اعضای تیم کاملاً تصادفی وارد سالن شده باشند، احتمال

این که اولین و دومین نفراتی که وارد می‌شوند به ترتیب دروازه‌بان و مدافع باشند، کدام است؟ (این تیم دو دروازه‌بان و سه مدافع دارد.)

$$\frac{1}{22} \quad (1)$$

$$\frac{1}{44} \quad (2)$$

$$\frac{1}{132} \quad (3)$$

$$\frac{1}{66} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- یک عدد دو رقمی به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این عدد بر ۵ بخش پذیر باشد یا بر ۲ بخش پذیر نباشد، کدام است؟

$$\frac{1}{10} \quad (1)$$

$$\frac{4}{10} \quad (2)$$

$$\frac{6}{10} \quad (3)$$

$$\frac{9}{10} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- در یک مسابقه دو، چهار دوندۀ a، b، c و d شرکت کرده‌اند. اگر احتمال برنده شدن دونده‌های c و d با هم برابر باشد و احتمال این که دونده‌های a

یا b برنده شوند، ۳ برابر احتمال برنده شدن دوندۀ c باشد، احتمال برنده شدن d کدام است؟

$$0/2 \quad (1)$$

$$0/25 \quad (2)$$

$$0/35 \quad (3)$$

$$0/4 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- در یک تاس ناهمگن، احتمال وقوع هر عدد کم‌تر از ۶ دو برابر احتمال وقوع عدد بعدی آن است (یعنی به‌طور مثال، احتمال آمدن ۵، دو برابر احتمال

آمدن ۶ و احتمال آمدن ۴ دو برابر احتمال آمدن ۵ است). احتمال آن که عددی فرد ظاهر شود، کدام است؟

$$\frac{41}{63} \quad (1)$$

$$\frac{5}{7} \quad (2)$$

$$\frac{17}{21} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و احتمال - گواه ، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۱۴۱- دو مجموعه A و B به ترتیب ۳ و ۵ عضو دارند. به هر کدام ۳ عضو جدید اضافه کرده‌ایم. تعداد اعضای حاصل ضرب

دکارتی دو مجموعه جدید، چند واحد از تعداد اعضای مجموعه $A \times B$ بیش‌تر است؟

$$39 \quad (4)$$

$$37 \quad (3)$$

$$35 \quad (2)$$

$$33 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- اگر $A = \{2, 4, 6, \dots, 102\}$ و $B = \{3, 6, 9, \dots, 102\}$ ، آن‌گاه مجموعه‌های $A \times B$ و $B \times A$ ، چند عضو مشترک دارند؟

$$18 \quad (4)$$

$$324 \quad (3)$$

$$256 \quad (2)$$

$$289 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- اگر $A = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 5\}$ و $B = \{k \in \mathbb{Z} \mid |k - 3| \leq 2\}$ باشند، آن گاه مجموعه $(A \times B) \cap (B \times A)$ چند عضو دارد؟

۱۶ (۴)

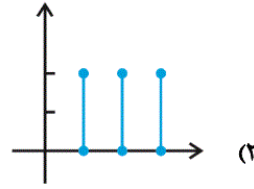
۹ (۳)

۸ (۲)

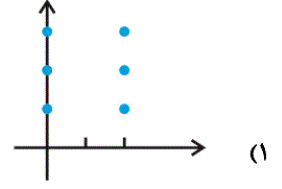
۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

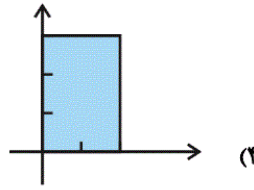
۱۴۴- اگر $A = [0, 2]$ و $B = \{1, 2, 3\}$ باشد، نمودار $A \times B$ کدام است؟



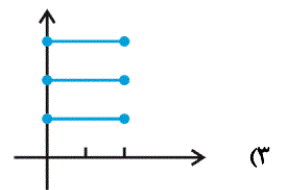
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- دانش مربوط به جملات «تعداد اتومبیل‌های دارای پلاک زوج که بین ساعت‌های ۳ و ۴ از چهارراه عبور می‌کنند» و «عبور اتومبیلی با پلاک زوج در ساعت

۳ از چهارراه» به ترتیب به کدام علم مربوط می‌شوند؟

(۴) احتمال - احتمال

(۳) احتمال - آمار

(۲) آمار - احتمال

(۱) آمار - آمار

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی به صورت $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. اگر بدانیم در این آزمایش، عدد ۳ ظاهر شده است، امکان رخ دادن چه تعداد از

پیشامدهای این فضای نمونه‌ای وجود دارد؟

۳۲ (۴)

۱۵ (۳)

۳۶ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- اگر $P(A \cup B) = 0/6$ ، $P(A' \cup B) = 0/7$ و $P(A' \cup B') = 0/8$ باشد، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟

۰/۷ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۹ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- از مجموعه $\{201, 202, 203, \dots, 500\}$ ، یک عدد به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، این عدد نه مضرب چهار و نه مضرب پنج می‌باشد؟

۰/۶۴ (۴)

۰/۶۰ (۳)

۰/۵۴ (۲)

۰/۴۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ و $P(1) = 2P(2) = 3P(3) = 4P(4)$ ، کدام است؟

$$\frac{8}{25} \quad (2)$$

$$\frac{2}{25} \quad (1)$$

$$\frac{14}{25} \quad (4)$$

$$\frac{12}{25} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- در یک آزمایش تصادفی، $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه‌ای است. $P(x)$ ، $P(y)$ و $P(z)$ تشکیل دنباله هندسی می‌دهند $(P(x) < P(y) < P(z))$. در

صورتی که $P(x) = \frac{1}{7}$ باشد، $P(z)$ کدام است؟

$$\frac{4}{7} \quad (2)$$

$$\frac{2}{7} \quad (1)$$

$$\frac{5}{7} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(فریرون ساعتی)

$$f \text{ تابع است} \Rightarrow \begin{cases} (4, 2) \in f \\ (4, a^2 - a) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 - a = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

اگر $a = 2$ باشد:

$$f \text{ تابع یک به یک است} \Rightarrow \begin{cases} (4, 2) \in f \\ (b, 2) \in f \end{cases} \Rightarrow b = 4$$

اگر $a = -1$ ، آن گاه $f = \{(4, 2), (-1, 5), (4, 2), (4, 2), (-1, 4)\}$

تابع نخواهد بود، بنابراین $a = 2$ صحیح است و $(a, b) = (2, 4)$ می‌باشد.

(حسابان ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۴

۳

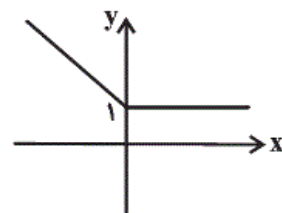
۲

۱

شرط آن که تابع وارون پذیر باشد آن است که یک به یک باشد، برای بررسی

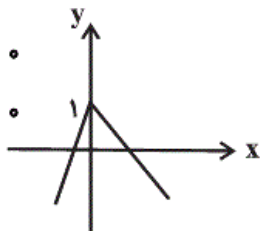
یک به یک بودن نمودار توابع را رسم می کنیم:

$$\text{گزینه «۱» : } y = |x| + 1 - x = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



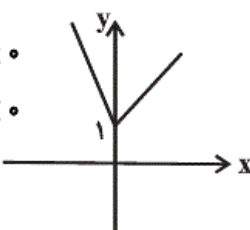
یک به یک نیست.

$$\text{گزینه «۲» : } y = 1 - 3|x| + x = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ 4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



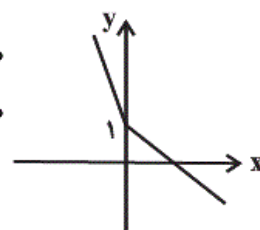
یک به یک نیست.

$$\text{گزینه «۳» : } y = 1 + 3|x| - x = \begin{cases} 2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک به یک نیست.

$$\text{گزینه «۴» : } y = 1 - 3x + |x| = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ -4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک به یک است، وارون پذیر است.

(مسئله ۱- صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

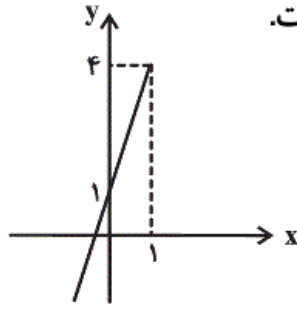
۴ ✓

۳

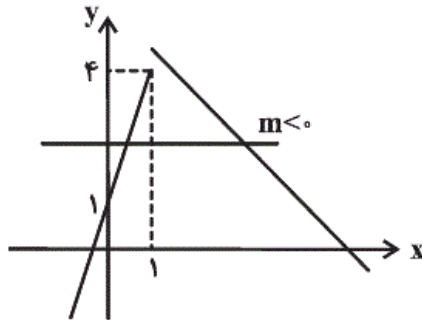
۲

۱

نمودار قسمت اول تابع $(x \leq 1)$ به صورت روبه‌رو است.



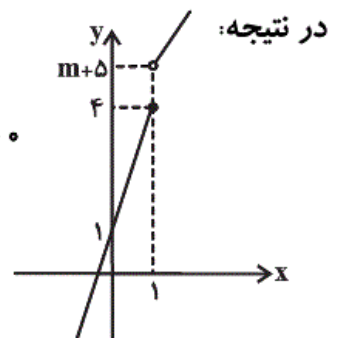
با توجه به این که قسمت دوم تابع نیز به صورت یک خط راست با شیب m می‌باشد، واضح است که m نباید منفی شود، زیرا اگر m منفی باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می‌دهد که در این صورت می‌توان خطی موازی محور x ها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند. (رد گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»)



همچنین m نباید برابر با صفر شود زیرا در این صورت تابع ثابت خواهد شد و یک‌به‌یک نمی‌شود.

با شرط $m > 0$ ، نمودار تابع به صورت زیر می‌شود. برای آن که این نمودار مربوط به یک تابع یک‌به‌یک باشد، باید شرط $m + 5 \geq 4$ برقرار باشد که

$$\begin{cases} m + 5 \geq 4 \Rightarrow m \geq -1 \\ m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > 0$$



(مسئله ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

ابتدا توجه کنید که از $f^{-1}(2) = -3$ نتیجه می‌شود، $f(-3) = 2$.

$$f(-3) = \frac{a+1}{-3+2} - 1 = 2 \Rightarrow -a-1 = 3 \Rightarrow a = -4$$

بنابراین:

(مسئله ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

برای آن که دامنه یک تابع گویا، همه اعداد حقیقی باشد، باید مخرج آن ریشه نداشته باشد و با توجه به این که مخرج تابع داده شده از نوع درجه دوم است باید Δ آن منفی باشد:

$$x^2 + ax + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4$$

$$\Rightarrow |a| < 2 \Rightarrow -2 < a < 2$$

یعنی اگر $-2 < a < 2$ باشد، Δ مخرج منفی شده و ریشه نخواهد داشت. مجموعه مقادیر صحیحی که در این بازه قرار دارد و a می‌تواند بپذیرد عبارت‌اند از: $\{-1, 0, 1\}$

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کاظم ابلالی)

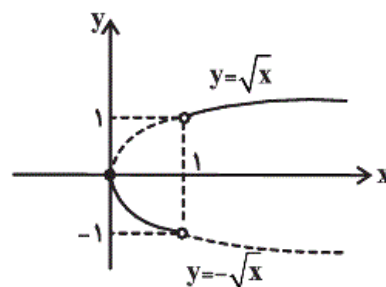
-۸۶

ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)\sqrt{x}}{x-1} & x > 1 \\ \frac{-(x-1)\sqrt{x}}{x-1} & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x > 1 \\ -\sqrt{x} & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

بنابراین، نمودار تابع به شکل زیر است:



(مسابقه ۱- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳ ✓

۲

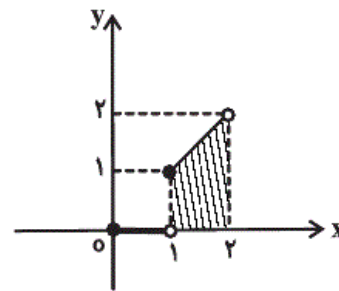
۱

$$f(x) = x[x], x \in [0, 2)$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = y = x$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



$$S = \text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\text{مجموع دو قاعده}}{2} \times \text{ارتفاع}$$

$$= \frac{1+2}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ابراهیم نفی)

شرط آن که دو تابع مساوی باشند این است که:

۱- دامنه دو تابع با هم برابر باشند.

۲- برای هر x از دامنه، مقدار دو تابع با هم برابر باشند، یعنی

$$f(x) = g(x)$$

در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴»، دو تابع داده شده دارای دامنه یکسان

نیستند: $D_f = \mathbb{R}, D_g = \{x \mid x \geq 0\}$:گزینه «۲»

«۳» :گزینه $f(x) = \sqrt{x|x|} \xrightarrow{|x| \geq 0} D_f = \{x \mid x \geq 0\}, D_g = \mathbb{R}$

«۴» :گزینه $D_f = \mathbb{R}, D_g = \{x \mid x \geq 0\}$

۴

۳

۲

۱ ✓

(سپار عظمتی)

تابع f در محدوده $x \leq 2$ قابل تعریف است. با توجه به ضابطه تابع، برای به دست آوردن a عبارت زیر را دیکال را بزرگ تر یا مساوی صفر قرار می دهیم، بنابراین داریم: (*) $\frac{a}{2}x + 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{a}{2}x \geq -2 \Rightarrow ax \geq -4$

با معادل سازی نابرابری (*) با محدوده داده شده در سؤال، مشخص است که علامت a منفی است. پس با تقسیم رابطه (*) بر a جهت نامساوی عوض می شود، پس:

$$ax \geq -4 \xrightarrow{\div a} x \leq -\frac{4}{a} \Rightarrow -\frac{4}{a} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = 4 + \sqrt{-x+2}$ می باشد. حال با داشتن ضابطه تابع برد را محاسبه می کنیم:

$$\sqrt{-x+2} \geq 0 \xrightarrow{+4} 4 + \sqrt{-x+2} \geq 4 \Rightarrow f(x) \geq 4$$

پس برد تابع به صورت $[4, +\infty)$ می باشد.

(مسایان ۱- صفحه های ۳۸ تا ۴۰ و ۴۶ تا ۴۸)

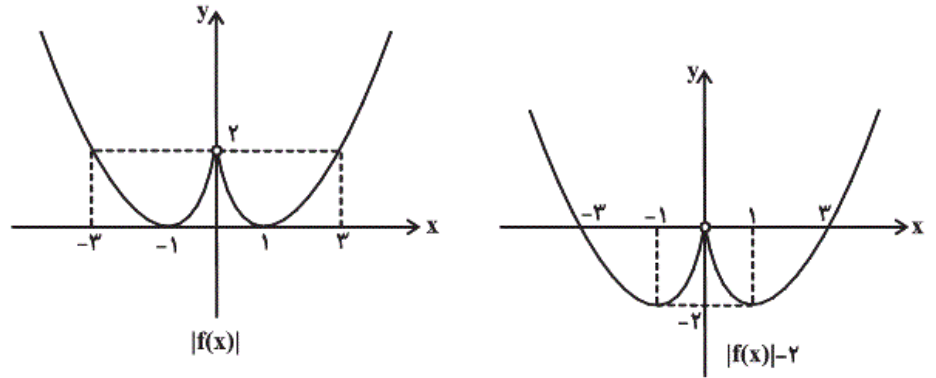
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا با استفاده از نمودار $f(x)$ ، تابع $|f(x)| - 2$ را رسم می‌کنیم:



از طرفی از آنجایی که y یک تابع رادیکالی می‌باشد، بنابراین باید $|f(x)| - 2 \geq 0$ باشد، لذا با توجه به نمودار رسم شده داریم:

$$x \geq 3 \quad \text{و} \quad x \leq -3$$

$$|x| \geq 3$$

به عبارت دیگر:

نکته: برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ ، کافیست قسمت‌هایی از نمودار $y = f(x)$ را که زیر محور x قرار گرفته‌اند، نسبت به محور x ها قرینه کنیم.

(مسائل ۱- صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۴

۳

۲

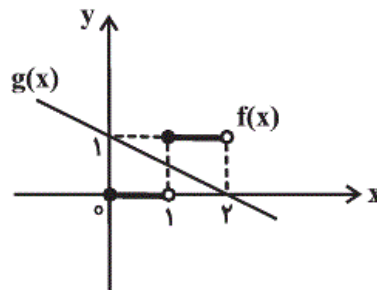
۱

(پهانبفش نیکنا۴)

معادله را به فرم $[x] = -\frac{1}{2}x + 1$ بازنویسی می‌کنیم. نمودارهای توابع

$f(x) = [x]$ و $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل زیر، f

و g نقطه تقاطعی ندارند و در نتیجه معادله جواب ندارد.



(مسائل ۱- صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱

می‌دانیم مجموع دو عبارت نامنفی $|x-3|$ و $|y-1|$ زمانی برابر صفر است که هر دو عبارت صفر شوند، بنابراین:

$$\begin{cases} |x-3|=0 \Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ |y-1|=0 \Rightarrow y-1=0 \Rightarrow y=1 \end{cases} \Rightarrow f = \{(3,1)\}$$

بنابراین رابطه موجود در گزینه «۴» نشان‌دهنده یک تابع است.

با کمک مثال نقض نشان می‌دهیم سایر رابطه‌ها، تابع نیستند، در گزینه «۱» زوج مرتب‌های $(2,2)$ و $(2,4)$ ، در گزینه «۲» زوج مرتب‌های $(0,0)$ و $(0,1)$ و در گزینه «۳» با جای‌گذاری $x=1$ در هر یک از ضابطه‌ها، دو زوج مرتب $(1,2)$ و $(1,3)$ تابع بودن را نقض می‌کنند.

(مسابان ۱- صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(بهبانفش نیکنام)

$$f(x) = y = x + \sqrt{x} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4y+1}{4} = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{4y+1}}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{\sqrt{4y+1}-1}{2}\right)^2$$

$$\xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم.}]{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را}} y = \left(\frac{\sqrt{4x+1}-1}{2}\right)^2 = f^{-1}(x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

 ۴

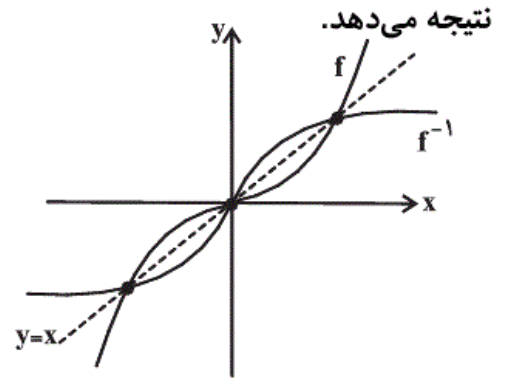
 ۳

 ۲

 ۱

قرینه نمودار تابع یک به یک f نسبت به خط $y = x$ ، نمودار تابع f^{-1} را

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به شکل فوق، تابع و وارونش همدیگر را در سه نقطه قطع می کنند.

(مسئله ۱- صفحه های ۵۴ تا ۶۲)

۴

۳

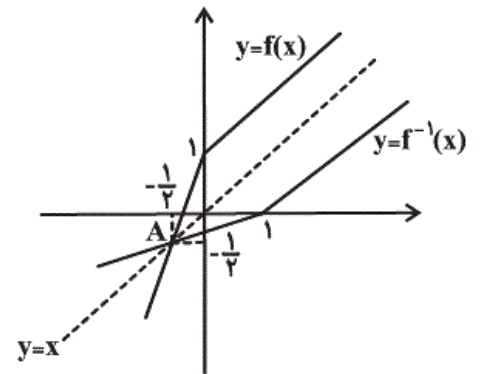
۲

۱

(ابراهیم نفی)

تابع را دو ضابطه ای کرده و رسم می کنیم:

$$f(x) = 2x - |x| + 1 = \begin{cases} x + 1 & ; x \geq 0 \\ 3x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



نمودار تابع f را نسبت به نیمساز ناحیه های اول و سوم ($y = x$) قرینه

می کنیم. با توجه به شکل مشخص است که محل برخورد دو نمودار روی

خط $y = x$ است و نقطه ای است که x آن منفی است، بنابراین:

$$x < 0 : 3x + 1 = x \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow a + b = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

(مسئله ۱- صفحه های ۵۴ تا ۶۲)

۴

۳

۲

۱

ضابطه تابع وارون را پیدا می‌کنیم:

$$y = \frac{2x+2}{ax+b} \Rightarrow axy + by = 2x + 2$$

$$\Rightarrow axy - 2x = 2 - by$$

$$x(ay - 2) = 2 - by \Rightarrow x = \frac{2 - by}{ay - 2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2 - bx}{ax - 2}$$

$$f^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow b = -2$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمربنا توبه)

-۹۷

می‌توان نوشت:

$$(f + g) + (f - g) = 2f = \{(1, 6), (2, 8), (3, 2), (4, 4)\}$$

$$(f + g) - (f - g) = 2g = \{(1, 4), (2, 0), (3, 2), (4, 2)\}$$

لذا:

$$f = \{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 2)\}$$

$$g = \{(1, 2), (2, 0), (3, 1), (4, 1)\}$$

اما این فقط ظاهر قضیه است، $f + g$ و $f - g$ روی اشتراک دامنه‌های f و g تعریف شده است یعنی f و g به جز زوج‌های مرتب مشخص شده شاید زوج‌های مرتب دیگری را هم شامل باشند. یعنی f و g حداقل این ۴ زوج مرتب مشخص شده را دارند، در این حالت:

$$f \circ g = \{(1, 4), (3, 3), (4, 3)\}$$

یعنی $f \circ g$ حداقل شامل ۳ زوج مرتب است، در نتیجه تعداد اعضای $f \circ g$ نمی‌تواند ۲ باشد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبفی)

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow D_f = \{x \mid x \geq 0\}$$

$$g(x) = \sqrt{-x} \xrightarrow[x \leq 0]{-x \geq 0} D_g = \{x \mid x \leq 0\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \leq 0 \mid \sqrt{-x} \geq 0\}$$

$$= \{x \leq 0 \mid -x \geq 0\} = \{x \leq 0 \mid x \leq 0\} = \{x \mid x \leq 0\}$$

یعنی دامنه تابع $f \circ g$ برابر بازه $(-\infty, 0]$ است. حال برای یافتن برد تابع $f \circ g$ ، آن را تشکیل می‌دهیم:

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{\sqrt{-x}} = \sqrt[4]{-x}, \quad D_{f \circ g} = \{x \mid x \leq 0\}$$

با یک عدد گذاری ساده مشخص است که برد تابع $f \circ g$ بازه $[0, +\infty)$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(فریدون ساعتی)

$$f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$$

$$\Rightarrow f^{-1} = \{(3, 1), (1, 2), (5, 4), (4, 3), (7, 5)\}$$

$$g^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in g\}$$

$$\Rightarrow g^{-1} = \{(1, 2), (2, 3), (5, 4), (6, 7)\}$$

$$g^{-1} \circ f^{-1} = \{(3, 2), (1, 3), (7, 4)\}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۵۴ و ۶۶ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا دامنه تابع fog و سپس ضابطه آن را به دست می آوریم:

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{x-1} \begin{matrix} x-1 \geq 0 \\ x \geq 1 \end{matrix} \rightarrow D_g = \{x \mid x \geq 1\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \in \mathbb{R}\}$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \mid x \geq 1\}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (\sqrt{x-1})^2 + 1 = x - 1 + 1 = x$$

همان طور که به خاطر دارید تابع $y = x$ یک تابع همانی است و دامنه و

$$R_{f \circ g} = \{y \mid y \geq 1\}$$

برد آن یکسان است، پس:

می دانیم که تابع $y = x$ جزء توابعی است که وارون آن با خود آن برابر

$$(f \circ g)(x) = x \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(x) = x$$

است، بنابراین:

$$D_{(f \circ g)^{-1}(x)} = R_{(f \circ g)(x)} = \{x \mid x \geq 1\}$$

(مسئله ۱- صفحه های ۵۴، ۵۷ تا ۶۱ و ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ی ۲، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

-۱۲۱

(علیرضا نصراللهی)

با توجه به این که مجموع اضلاع مقابل در لوزی با هم برابر است، می توان گفت این چهارضلعی با هر طول ضلعی، همواره محیطی است.

(هندسه ۲- دایره- صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۴

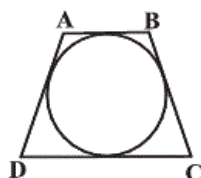
۳ ✓

۲

۱

-۱۲۲

(علیرضا نصراللهی)



با توجه به شکل، ذوزنقه متساوی الساقین

مدنظر، یک چهارضلعی محیطی است، بنابراین:

$$\begin{cases} \text{محیط چهارضلعی: } AB + BC + CD + AD \\ \text{چهارضلعی محیطی: } AB + CD = BC + AD \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 = BC + AD \xrightarrow{BC=AD} 16 = 2BC \Rightarrow BC = 8 \\ 16 = AB + CD \xrightarrow{AB=7} 16 = 7 + CD \Rightarrow CD = 9 \end{cases}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه های ۲۷ تا ۲۹)

۴

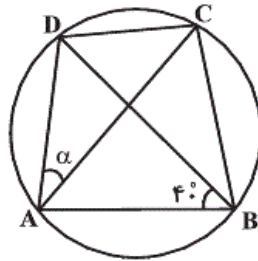
۳ ✓

۲

۱

اگر دایره محیطی چهارضلعی را رسم کنیم، داریم:

(رشا عباسی اصل)



$$\widehat{DAC} = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} = 2\alpha$$

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{ABC}}{2} \Rightarrow \widehat{ABC} = 204^\circ$$

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 8^\circ$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{ABC} = 360^\circ \Rightarrow 8^\circ + 2\alpha + 204^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 76^\circ \Rightarrow \alpha = 38^\circ$$

(هندسه ۲- رایره- صفحه ۲۷)

۴

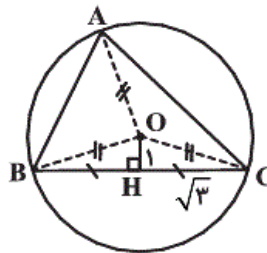
۳

۲✓

۱

می‌دانیم مرکز دایره محیطی یک مثلث، از سه رأس آن به یک فاصله است. بنابراین:

(همید گروسی)



$$\Delta ABC : OA = OB = OC = R$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه OHC داریم:

$$OC^2 = OH^2 + HC^2 \Rightarrow R^2 = 1 + 3$$

$$\Rightarrow R = 2 \Rightarrow OA + OB + OC = 6$$

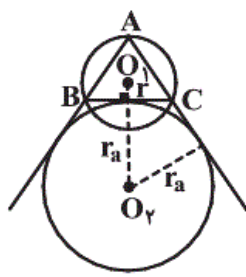
(هندسه ۲- رایره- صفحه ۲۵)

۴

۳

۲✓

۱



$$O_1O_2 = r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6}a + \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{6}(2\sqrt{3}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(2\sqrt{3}) = 1 + 3 = 4$$

نکته: شعاع دایره محاطی داخلی مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر با $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ و شعاع دایره محاطی خارجی آن $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است. زیرا داریم:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a} = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3}{2}a - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{1}{2}a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(هائیه ساعی، یکتا)

-۱۲۶

اگر r_a ، r_b و r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایره

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \quad (1)$$

محاطی داخلی باشد، داریم:

و همچنین اگر h_a ، h_b و h_c اندازه‌های سه ارتفاع باشند، داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)} \frac{1}{2/4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{r_c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_c = 3$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

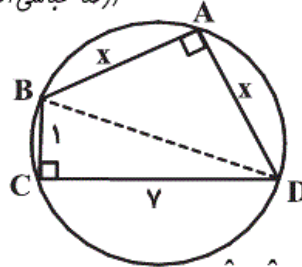
۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا عباسی اصل)



چهارضلعی ABCD محاطی است،
بنابراین زاویه‌های روبه‌روی هم مکمل
یک‌دیگرند:

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A} = \hat{C}} \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\Delta BCD : BD^2 = 1^2 + 7^2 = 50$$

حال:

$$\Delta ABD : BD^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه ۲۷)

۴

۳

۲

۱

روش دوم: اگر یک ذوزنقه هم محاطی و هم محیطی باشد، آن‌گاه مساحت آن برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده در میانگین هندسی آن‌ها. داریم:

$$\text{میانگین حسابی دو قاعده} = \frac{12 + 3}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\text{میانگین هندسی دو قاعده} = \sqrt{12 \times 3} = 6$$

$$S_{ABCD} = \frac{15}{2} \times 6 = 45$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۷ و ۲۹)

۴

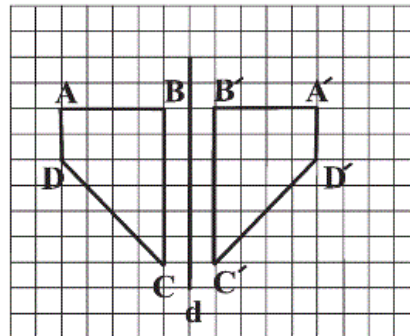
۳

۲

۱

(سینا مومنی پور)

مطابق شکل، اگر بازتاب چهارضلعی ABCD را نسبت به خط d رسم کنیم، چهارضلعی A'B'C'D' حاصل می‌شود، حال با مقایسه شیب پاره‌خط‌ها داریم:



$$m_{AB} = m_{A'B'}$$

$$m_{BC} = m_{B'C'}$$

$$m_{DA} = m_{D'A'}$$

$$m_{CD} \neq m_{C'D'}$$

بنابراین شیب پاره‌خط CD با شیب پاره‌خط متناظرش برابر نمی‌باشد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

۴

۳

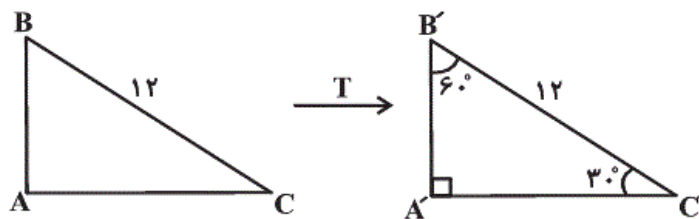
۲

۱

تبدیل طولیا (ایزومتري)، تبدیلی است که طول پاره خط را حفظ می کند. لذا در هر تبدیلی طولیا، تبدیلی یافته هر زاویه، زاویه ای هم اندازه با آن است.

بنابراین زوایای مثلث $A'B'C'$ نظیر به نظیر با زوایای مثلث ABC برابرند، در

$$\hat{A}' = \frac{3}{2}\hat{B}' = 3\hat{C}' \Rightarrow \hat{A}' = 90^\circ, \hat{B}' = 60^\circ, \hat{C}' = 30^\circ$$
 نتیجه:



پس $A'B'C'$ یک مثلث قائم الزاویه است و داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{A'B'}{B'C'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{A'B'}{12} \Rightarrow A'B' = 6$$

$$\sin 60^\circ = \frac{A'C'}{B'C'} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{A'C'}{12} \Rightarrow A'C' = 6\sqrt{3}$$

بنابراین:

$$S_{\Delta A'B'C'} = \frac{A'B' \times A'C'}{2} = \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - تبدیلی های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۶ و ۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، حسابان ۱ - سوالات موازی، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

(فهریدون ساعتی)

$$f \text{ تابع است} \Rightarrow \begin{cases} (4, 2) \in f \\ (4, a^2 - a) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 - a = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

اگر $a = 2$ باشد:

$$f \text{ تابع یک به یک است} \Rightarrow \begin{cases} (4, 2) \in f \\ (b, 2) \in f \end{cases} \Rightarrow b = 4$$

اگر $a = -1$ ، آن گاه $f = \{(4, 2), (-1, 5), (4, 2), (4, 2), (-1, 4)\}$ تابع نخواهد بود، بنابراین $a = 2$ صحیح است و $(a, b) = (2, 4)$ می باشد.

(حسابان ۱ - تابع - صفحه های ۵۵ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

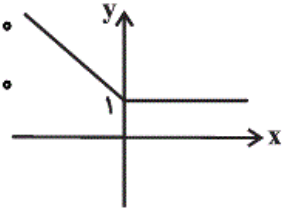
 ۲

 ۱

(ابراهیم نیفی)

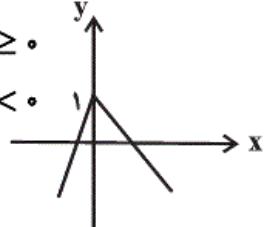
شرط آن که تابع وارون پذیر باشد آن است که یک به یک باشد، برای بررسی یک به یک بودن نمودار توابع را رسم می کنیم:

$$\text{گزینه «۱» : } y = |x| + 1 - x = \begin{cases} 1 & ; x \geq 0 \\ -2x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$



یک به یک نیست.

$$\text{گزینه «۲» : } y = 1 - 3|x| + x = \begin{cases} -2x + 1 & ; x \geq 0 \\ 4x + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

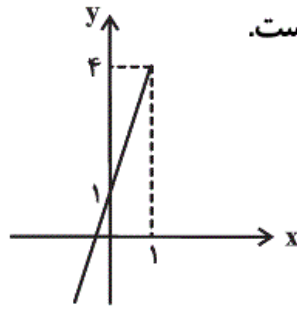


۴ ✓

۳

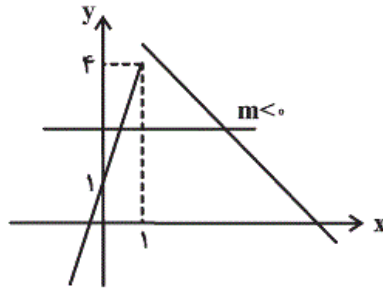
۲

۱



نمودار قسمت اول تابع $(x \leq 1)$ به صورت روبه‌رو است.

با توجه به این‌که قسمت دوم تابع نیز به صورت یک خط راست با شیب m می‌باشد، واضح است که m نباید منفی شود، زیرا اگر m منفی باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می‌دهد که در این صورت می‌توان خطی موازی محور x ها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند. (رد گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»)

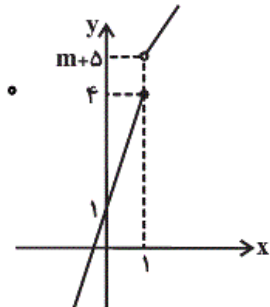


همچنین m نباید برابر با صفر شود زیرا در این صورت تابع ثابت خواهد شد و یک‌به‌یک نمی‌شود.

با شرط $m > 0$ ، نمودار تابع به صورت زیر می‌شود. برای آن‌که این نمودار مربوط به یک تابع یک‌به‌یک باشد، باید شرط $m + 5 \geq 4$ برقرار باشد

که در نتیجه:

$$\begin{cases} m + 5 \geq 4 \Rightarrow m \geq -1 \\ m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > 0$$



(مسایان ۱- تابع - صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا توجه کنید که از $f^{-1}(2) = -3$ نتیجه می‌شود، $f(-3) = 2$.

$$f(-3) = \frac{a+1}{-3+2} - 1 = 2 \Rightarrow -a-1 = 3 \Rightarrow a = -4 \quad \text{بنابراین:}$$

(مسایان ۱- تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نفی)

برای آن که دامنه یک تابع گویا، همه اعداد حقیقی باشد، باید مخرج آن ریشه نداشته باشد و با توجه به این که مخرج تابع داده شده از نوع درجه دوم است باید Δ ی آن منفی باشد:

$$x^2 + ax + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4$$

$$\Rightarrow |a| < 2 \Rightarrow -2 < a < 2$$

یعنی اگر $-2 < a < 2$ باشد، Δ ی مخرج منفی شده و ریشه نخواهد داشت. مجموعه مقادیر صحیحی که در این بازه قرار دارد و a می تواند بپذیرد عبارت اند از: $\{-1, 0, 1\}$

(مسابقه ۱- تابع - صفحه های ۴۴ و ۴۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

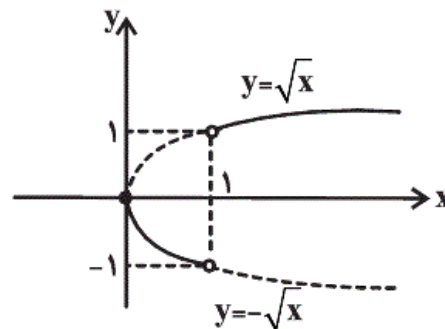
(کاظم ابلالی)

ابتدا توجه کنید که

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)\sqrt{x}}{x-1} & x > 1 \\ \frac{-(x-1)\sqrt{x}}{x-1} & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x > 1 \\ -\sqrt{x} & 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

بنابراین، نمودار تابع به شکل زیر است:



(مسابقه ۱- تابع - صفحه های ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

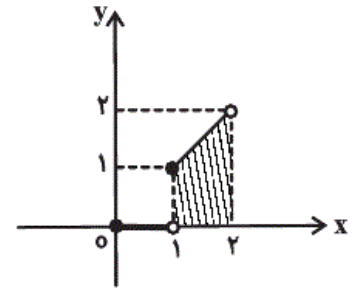
(عمید علیزاده)

$$f(x) = x[x], x \in [0, 2)$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = y = x$$

$$\Rightarrow y = f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ x & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



$$S = \text{ارتفاع} \times \frac{\text{مجموع دو قاعده}}{2} = \text{مساحت ذوزنقه}$$

$$= \frac{1+2}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$D \text{ تا خط } A \text{ فاصله نقطه} = \frac{|2(m) + 3(2) - 1|}{\sqrt{m^2 + 4}} = 2$$

$$\Rightarrow |2m + 5| = 2\sqrt{m^2 + 4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4m^2 + 25 + 20m = 4(m^2 + 4)$$

$$\Rightarrow 20m + 25 = 16 \Rightarrow m = -\frac{9}{20}$$

(مسئله ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

شیب خط گذرنده از دو نقطه A و B عبارت است از:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{15 - (-3)}{6 - 0} = \frac{18}{6} = 3$$

شیب عمودمنصف پاره خط AB عبارت است از: $m' = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{3}$

عمودمنصف پاره خط AB از نقطه میانی پاره خط AB می‌گذرد. این نقطه را می‌یابیم:

$$C = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right) = \left(\frac{6 + 0}{2}, \frac{15 - 3}{2} \right) = (3, 6)$$

معادله خط عمودمنصف عبارت است از:

$$y - 6 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 7$$

$$\xrightarrow{x=-12} y = -\frac{1}{3} \times (-12) + 7 = 11$$

پس نقطه $(-12, 11)$ روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد.

(مسایان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا مختصات نقطه M (وسط ضلع AB) را به دست می‌آوریم:

$$A(-10, -13), B(8, 9) \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{-10 + 8}{2} = -1 \\ y_M = \frac{-13 + 9}{2} = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C(3, 1), M(-1, -2) \Rightarrow m = \frac{-2 - 1}{-1 - 3} = \frac{3}{4}$$

معادله میانه وارد بر ضلع AB برابر است با:

$$y - 1 = \frac{3}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - 4 = 3x - 9 \Rightarrow 4y - 3x + 5 = 0$$

$$BH = \frac{|4(9) - 3(8) + 5|}{\sqrt{(-3)^2 + (4)^2}} = \frac{17}{5} = 3 \frac{2}{5}$$

(مسایان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$(AC \text{ وسط ضلع } M) \begin{cases} x = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3+5}{2} = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(3, 4)$$

$$B(-2, 4), M(3, 4) \Rightarrow BM = \sqrt{(3 - (-2))^2 + (4 - 4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

(مسئله ۱- فیبر و معادله - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴ ✓

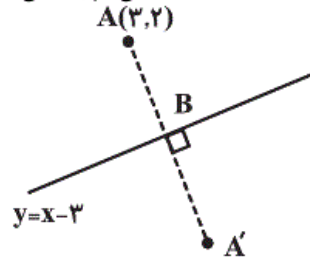
۳

۲

۱

-۱۱۲

(معمربصطقی ابراهیمی)



معادله خطی که از نقطه A می‌گذرد و بر خط $y = x - 3$ عمود است

$$m' = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{1} = -1 \quad \text{را می‌نویسیم:}$$

$$y - 2 = -1(x - 3) \Rightarrow y - 2 = -x + 3 \Rightarrow y = -x + 5$$

برای به دست آوردن نقطه B باید محل تلاقی دو خط را بیابیم:

$$x - 3 = -x + 5 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow B(4, 1)$$

نقطه B وسط A و A' قرار دارد، پس:

$$\begin{cases} 4 = \frac{3 + x_{A'}}{2} \Rightarrow x_{A'} = 5 \\ 1 = \frac{2 + y_{A'}}{2} \Rightarrow y_{A'} = 0 \end{cases} \Rightarrow A'(5, 0)$$

(مسئله ۱- فیبر و معادله - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا دامنه هر یک از توابع f و g را به دست می آوریم:

$$f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{(x-2)(x-3)}} \Rightarrow (x-2)(x-3) > 0$$

$$\Rightarrow x > 3 \text{ یا } x < 2$$

$$g(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x-2}\sqrt{x-3}} \Rightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \Rightarrow x > 3 \\ x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x > 3$$

برای تساوی دو تابع f و g باید دامنه آنها با هم یکسان شود، پس مجموعه $\{x \mid x < 2, x \in \mathbb{R}\}$ باید از دامنه f حذف شود تا دو تابع مساوی شوند.

(مسابان ۱- تابع - صفحه های ۴۱، ۴۲ و ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

این که دامنه تابع بازه $[-2, 2]$ می باشد، جدول تعیین علامت تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر خواهد بود:

$$\Delta > 0$$

x	x_1	x_2
علامت	موافق	مخالف
y	a	a

مجموعه جواب نامعادله $ax^2 + bx + c \geq 0$ برابر $[-2, 2]$ می باشد. از طرفی داریم:

$$f(0) = 2 \Rightarrow \sqrt{a(0)^2 + b(0) + c} = \sqrt{c} = 2 \Rightarrow c = 4$$

لذا نتیجه می گیریم که:

$$\left. \begin{aligned} f(-2) = 0 &\Rightarrow 4a - 2b + 4 = 0 \\ f(2) = 0 &\Rightarrow 4a + 2b + 4 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1, b = 0$$

$$a - b = -1$$

بنابراین:

(مسابان ۱- تابع - صفحه های ۴۶ تا ۴۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

از نکته زیر استفاده می‌کنیم:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \notin \mathbb{Z}}{\frac{1}{\sqrt{3}} \notin \mathbb{Z}} \rightarrow f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{-1} + \frac{1}{-1} = -2 \quad \text{در نتیجه:}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به خواص جزء صحیح داریم:

$$[x+3] + [x+2] = [x] + 3 + [x] + 2 = 5$$

$$\Rightarrow 2[x] = 0 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

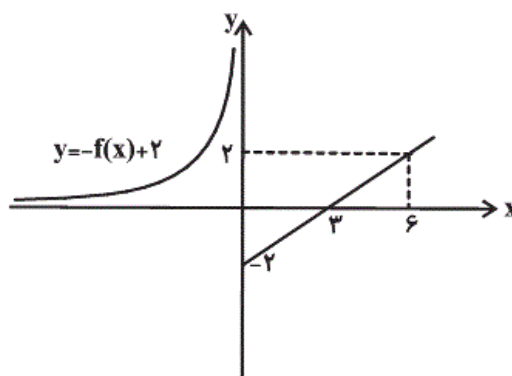
(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱ ✓



اکنون نمودار تابع $y = -f(x)$ را ۲ واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار $y = -f(x) + 2$ به دست آید. چون $-f(x) + 2$ زیر رادیکال است، نقاطی از تابع $y = -f(x) + 2$ جزء دامنه تابع مورد سؤال است که در آن $-f(x) + 2 \geq 0$ باشد.

$$\Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر وارون تابع f ، خود یک تابع باشد به این معنی است که تابع f باید یک به یک باشد که تنها تابع گزینه «۴» یک به یک است.

$$f = \{(a, 1), (b, 3), (c, 2)\}$$

$$\Rightarrow f^{-1} = \{(1, a), (3, b), (2, c)\}$$

توجه کنید که گزینه «۳» تابع نیست.

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۵۴ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

(کظم املالی)

با توجه به نمودار تابع $g(x) = -f(x-1)$ داریم:

$$g(2) = 3 \Rightarrow -f(2-1) = 3 \Rightarrow f(1) = -3 \Rightarrow f^{-1}(-3) = 1$$

$$g(0) = 2 \Rightarrow -f(0-1) = 2 \Rightarrow f(-1) = -2 \Rightarrow f^{-1}(-2) = -1$$

$$g(-2) = 0 \Rightarrow -f(-2-1) = 0 \Rightarrow f(-3) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = -3$$

$$g(-3) = -4 \Rightarrow -f(-3-1) = -4 \Rightarrow f(-4) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = -4$$

بنابراین تساوی $f^{-1}(4) = 4$ درست نیست.

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۵۴ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

(سپار عظمتی)

با توجه به این که نقطه $(1, 0)$ روی تابع f^{-1} قرار دارد پس نقطه $(0, 1)$ روی تابع f می باشد، بنابراین با داشتن دو نقطه $(2, -1)$ و $(0, 1)$ ، ضابطه تابع خطی $f(x) = mx + n$ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} (2, -1) \in f \Rightarrow -1 = 2m + n \\ (0, 1) \in f \Rightarrow 1 = 0 + n \end{cases} \Rightarrow n = 1, m = -1$$

بنابراین تابع f به صورت $f(x) = -x + 1$ می باشد. حال برای به دست آوردن $f(-2) + f^{-1}(-2)$ فرض می کنیم $f^{-1}(-2) = a$ باشد، پس داریم:

$$f^{-1}(-2) = a \Rightarrow f(a) = -2 \Rightarrow -2 = -a + 1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f^{-1}(-2) = 3$$

$$f(-2) = -(-2) + 1 = 3$$

$$f(-2) + f^{-1}(-2) = 3 + 3 = 6$$

بنابراین:

(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۵۴ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱

۱۳۱-

(علیرضا نصراللهی)

با توجه به این که مجموع اضلاع مقابل در لوزی با هم برابر است، می توان گفت این چهارضلعی با هر طول ضلعی، همواره محیطی است.

(هندسه ۲- صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۴

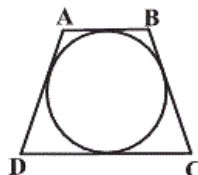
۳ ✓

۲

۱

۱۳۲-

(علیرضا نصراللهی)



با توجه به شکل، ذوزنقه متساوی الساقین مدنظر، یک چهارضلعی محیطی است، بنابراین:

$$\begin{cases} \text{محیط چهارضلعی: } AB + BC + CD + AD \\ \text{چهارضلعی محیطی: } AB + CD = BC + AD \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 = BC + AD \xrightarrow{BC=AD} 16 = 2BC \Rightarrow BC = 8 \\ 16 = AB + CD \xrightarrow{AB=7} 16 = 7 + CD \Rightarrow CD = 9 \end{cases}$$

(هندسه ۲- صفحه های ۲۷ تا ۲۹)

۴

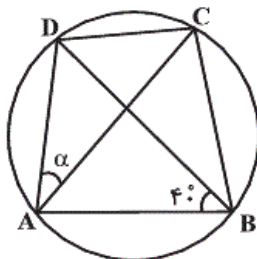
۳ ✓

۲

۱

۱۳۳-

(رضا عباسی اصل)



اگر دایره محیطی چهارضلعی را رسم کنیم، داریم:

$$\widehat{DAC} = \frac{\widehat{DC}}{2} \Rightarrow \widehat{DC} = 2\alpha \quad (\text{زاویه محاطی})$$

$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{ABC}}{2} \Rightarrow \widehat{ABC} = 2 \cdot 40^\circ$$

$$\widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 80^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

$$\widehat{AD} + \widehat{DC} + \widehat{ABC} = 360^\circ \Rightarrow 80^\circ + 2\alpha + 2 \cdot 40^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 76^\circ \Rightarrow \alpha = 38^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه ۲۷)

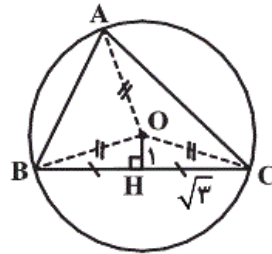
۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید گروسی)



می‌دانیم مرکز دایره محیطی یک مثلث، از سه رأس آن به یک فاصله است. بنابراین:

$$\Delta ABC : OA = OB = OC = R$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه OHC داریم:

$$OC^2 = OH^2 + HC^2 \Rightarrow R^2 = 1 + 3$$

$$\Rightarrow R = 2 \Rightarrow OA + OB + OC = 6$$

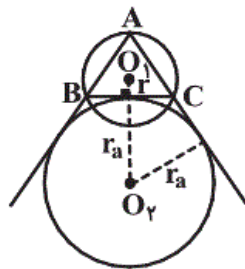
(هنر سه ۲ - صفحه ۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$O_1 O_2 = r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6} a + \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{6} (2\sqrt{3}) + \frac{\sqrt{3}}{2} (2\sqrt{3}) = 1 + 3 = 4$$

نکته: شعاع دایره محاطی داخلی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر با $\frac{\sqrt{3}}{6} a$ و شعاع دایره محاطی خارجی آن $\frac{\sqrt{3}}{2} a$ است. زیرا داریم:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3}{2} a} = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

$$r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3}{2} a - a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{1}{2} a} = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

(هنر سه ۲ - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(هائیه ساعی یکتا)

اگر r_a ، r_b و r_c شعاع‌های سه دایرهٔ محاطی خارجی مثلث و r شعاع دایرهٔ

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \quad (1) \quad \text{محاطی داخلی باشد، داریم:}$$

و همچنین اگر h_a ، h_b و h_c اندازه‌های سه ارتفاع باشند، داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2)} \frac{1}{2/4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{r_c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{r_c} = \frac{1}{3} \Rightarrow r_c = 3$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۳۰)

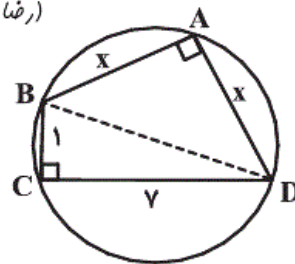
۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا عباسی اصل)



چهارضلعی ABCD محاطی است،

بنابراین زاویه‌های روبه‌روی هم مکمل

یک‌دیگرند:

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A} = \hat{C}} \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\Delta BCD : BD^2 = 1^2 + y^2 = 50$$

حال:

$$\Delta ABD : BD^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

(هنر سه ۲- صفحه ۲۷)

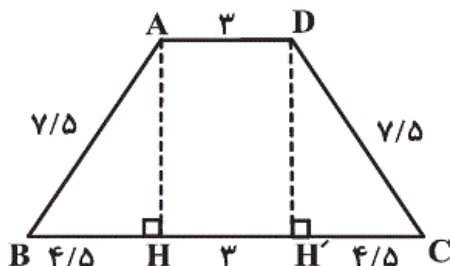
۴ ✓

۳

۲

۱

$$\Rightarrow 2AB = 3 + 12 = 15 \Rightarrow AB = 7.5$$



حال از رابطه فیثاغورس استفاده می‌کنیم و ارتفاع ذوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow 7.5^2 = AH^2 + 4.5^2 \Rightarrow AH = 6$$

$$S_{ABCD} = \frac{AH(AD + BC)}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{6 \times (3 + 12)}{2} = 45$$

روش دوم: اگر یک ذوزنقه هم محاطی و هم محیطی باشد، آن گاه مساحت آن برابر است با حاصل ضرب میانگین حسابی دو قاعده در میانگین هندسی آن‌ها. داریم:

$$\text{میانگین حسابی دو قاعده} = \frac{12 + 3}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\text{میانگین هندسی دو قاعده} = \sqrt{12 \times 3} = 6$$

$$S_{ABCD} = \frac{15}{2} \times 6 = 45$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

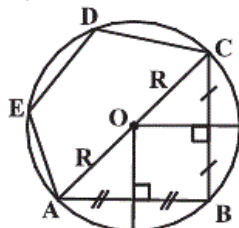
۴

۳

۲

۱ ✓

(معمداً ابراهیم گیتی زاده)



اگر همه رأس‌های یک چندضلعی روی محیط یک دایره واقع باشند، چندضلعی را محاطی و آن دایره را دایره محیطی چندضلعی می‌نامند.

عمود منصف‌های اضلاع چندضلعی محاطی در نقطه‌ای مانند O، (در صفحه چندضلعی) که همان مرکز دایره محیطی می‌باشد، هم‌رس‌اند. نقطه O ممکن است داخل یا خارج و یا روی یک ضلع چندضلعی قرار داشته باشد و فاصله آن از هر رأس، به اندازه شعاع دایره محیطی است، $OA = OB = OC = \dots = R$

(هندسه ۲ - صفحه ۲۴)

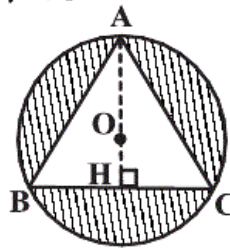
۴

۳

۲ ✓

۱

(شایان عیابی)



مساحت ناحیه هاشورخورده معادل
تفاضل مساحت دایره محیطی مثلث
ABC و مساحت مثلث ABC
است. از طرفی داریم:

$$\left. \begin{aligned} AH &= \frac{\sqrt{3}}{2} AC \\ OA &= \frac{2}{3} AH \end{aligned} \right\} \Rightarrow AO = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = 1$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} S_{\text{هاشورخورده}} &= S_{\text{دایره}} - S_{\text{مثلث}} = \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} (AC)^2 \\ &= \pi - \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\frac{S_{\text{هاشورخورده}}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}}{\frac{3\sqrt{3}}{4}} = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} - 1$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۵ و ۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، آمار و احتمال، - ۱۳۹۶۱۰۰۱

(سیروید زوالفقاری)

$$\left. \begin{aligned} A &= \{-1, 0, 1\} \Rightarrow |A| = 3 \\ B &= \{2, 4, 8\} \Rightarrow |B| = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |A \times B| = |A| \times |B| = 3 \times 3 = 9$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

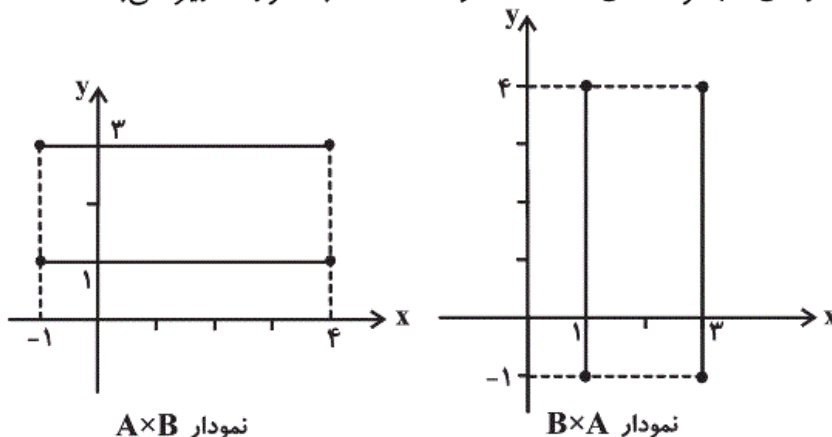
۳ ✓

۲

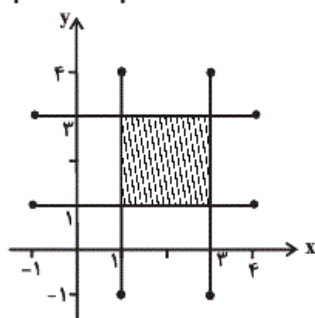
۱

(فامر پوقاری)

نمودارهای مجموعه‌های $A \times B$ و $B \times A$ به صورت زیر می‌باشد:



اکنون دو نمودار را بر روی یک صفحه مختصات دکارتی رسم می‌کنیم و مساحت ناحیه محصور را به دست می‌آوریم:



$$S = 2 \times 2 = 4$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق تعریف ضرب دکارتی دو مجموعه A و B داریم:

$$A \times B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (2,1), (2,3), (2,5), (3,1), (3,3), (3,5)\}$$

واضح است که طبق تعریف ضرب دکارتی دو مجموعه، زوج مرتب‌های $(1,1)$ ، $(1,3)$ ، $(3,1)$ و $(3,3)$ در مجموعه $B \times A$ نیز وجود دارند. پس ۵ زوج مرتب در $A \times B$ می‌توان یافت که به $B \times A$ تعلق نداشته باشند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(سیدوفید زوالفقاری)

$$A \neq \emptyset, B \neq \emptyset \xrightarrow{A \times B = B \times A} A = B \Rightarrow \{4, \frac{a}{2} + 1, b\} = \{a, 3\}$$

$$\Rightarrow a = 4 \Rightarrow \frac{a}{2} + 1 = 3 \Rightarrow \{4, 3, b\} = \{4, 3\}$$

پس b می‌تواند ۳ یا ۴ باشد که به ازای مقدار $b = 4$ ، حداکثر مقدار $a + b$ یعنی $a + b = 4 + 4 = 8$ حاصل می‌شود.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(نامر هوقاری)

با توجه به این که برای هر دستگاه دو حالت سبز یا قرمز وجود دارد، می توان مجموعه زیر را فضای نمونه ای سلامت محصول در نظر گرفت:

$$S = \{\text{سبز، قرمز}\} \times \{\text{سبز، قرمز}\} \times \{\text{سبز، قرمز}\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۴۲ تا ۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cup B)$$

$$\text{ب) } P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\text{پ) } B \subseteq (A \cup B) \Rightarrow P(B) \leq P(A \cup B)$$

$$\text{ت) } P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سید سروش کریمی مدراهی)

فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی برابر است با 11×12 . تعداد حالات پیشامد مطلوب برای این که اولین و دومین نفرات به ترتیب دروازه بان و مدافع باشند برابر است با 2×3 ، پس احتمال مورد نظر می شود:

$$P(A) = \frac{2 \times 3}{12 \times 11} = \frac{1}{22}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سید وهید زوالفقاری)

پیشامد بخش پذیر بودن بر ۲: B و پیشامد بخش پذیر بودن بر ۵: A

$$P(A \cup B') = P((A' \cap B)') = 1 - P(A' \cap B) = 1 - P(B \cap A')$$

$$= 1 - P(B - A) = 1 - (P(B) - P(A \cap B))$$

$$n(S) = 90$$

$$n(B) = \left[\frac{99}{2} \right] - \left[\frac{9}{2} \right] = 49 - 4 = 45$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{99}{10} \right] - \left[\frac{9}{10} \right] = 9 - 0 = 9$$

$$\Rightarrow P(A \cup B') = 1 - (P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - \left(\frac{45}{90} - \frac{9}{90} \right) = 1 - \frac{36}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(شماره پو قاری)

$$P(c) = P(d) = x, P(\{a, b\}) = 3P(c) = 3x$$

$$P(\{a, b\}) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow 3x + x + x = 1$$

$$\Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = 0.2$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سوئل حسن فان پور)

$$P(۶) = a, P(۵) = 2a, P(۴) = 4a, P(۳) = 8a$$

$$, P(۲) = 16a, P(1) = 32a$$

$$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow 32a + 16a + 8a + 4a + 2a + a = 1$$

$$\Rightarrow a \times \frac{(2^6 - 1)}{(2 - 1)} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{63}$$

$$P(\text{ظاهر شدن عددی فرد}) = P(1) + P(3) + P(5)$$

$$= 32a + 8a + 2a = 42a = \frac{42}{63} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۷۹)

اگر مجموعه‌های جدید را A_1 و B_1 بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$|A_1| = 3 + 3 = 6, |B_1| = 5 + 3 = 8$$

$$|A_1 \times B_1| = |A_1| \times |B_1| = 6 \times 8 = 48$$

$$|A \times B| = |A| \times |B| = 3 \times 5 = 15$$

$$|A_1 \times B_1| - |A \times B| = 48 - 15 = 33$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۴۲

(آزاد ریاضی - ۷۹)

$$A = \{2, 4, 6, \dots, 102\} \Rightarrow A \cap B = \{6, 12, 18, \dots, 102\}$$

$$B = \{3, 6, 9, \dots, 102\}$$

$$\Rightarrow |A \cap B| = 17$$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 289$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۴۳

(سراسری ریاضی - ۹۳)

طبق تعریف دو مجموعه A و B ، داریم:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{1, 3, 5\} \Rightarrow |A \cap B| = 3$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 3^2 = 9$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۴۴

(کتاب آبی)

برای رسم نمودار $A \times B$ ، روی محور x ها، محدوده $[0, 2]$ و روی محور y ها، مقادیر $y = 1, 2, 3$ را باید در نظر گرفت که معادل نمودار گزینه «۳» است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۴۵

(کتاب آبی)

به وضوح و با توجه به تعریف کتاب، تعداد اتومبیل‌های با یک خاصیت، مربوط به علم آمار است، اما این که اتومبیلی با پلاک خاص در ساعتی از جایی عبور کند، مربوط به علم احتمال است؛ چرا که در حال بررسی امکان چنین رخدادی هستیم.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

هر پیشامدی که عضو ۳ را داشته باشد، با آمدن عدد ۳ رخ می‌دهد. در نتیجه هر زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ که شامل عضو ۳ باشد، قابل قبول است، بنابراین $2^5 = 32$ پیشامد مناسب وجود دارد که برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $\{1, 2, 4, 5, 6\}$ است.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

$$P(A' \cup B') = 0/8 \Rightarrow 1 - P(A \cap B) = 0/8 \Rightarrow P(A \cap B) = 0/2$$

$$P(A \cup B') = 0/6 \Rightarrow 1 - P(A' \cap B) = 0/6 \Rightarrow P(B - A) = 0/4$$

$$\Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0/4 \Rightarrow P(B) = 0/6$$

$$P(A' \cup B) = 0/7 \Rightarrow 1 - P(A \cap B') = 0/7 \Rightarrow P(A \cap B') = 0/3$$

$$\Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/3 \Rightarrow P(A) = 0/5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/5 + 0/6 - 0/2 = 0/9$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۱۹)

نکته: تعداد شمارنده‌های عدد k در میان اعداد طبیعی $\{1, 2, \dots, n\}$ ، ازرابطه $\left[\frac{n}{k} \right]$ به دست می‌آید که در آن $[]$ نماد جزء صحیح عدد است.

$$S = \{201, 202, \dots, 500\}$$

A و B را زیرمجموعه‌هایی از S در نظر می‌گیریم که اعضای آن به ترتیب بر ۴ و ۵ بخش پذیرند، داریم:

$$n(A) = \left[\frac{500}{4} \right] - \left[\frac{200}{4} \right] = 125 - 50 = 75$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{75}{300}$$

$$n(B) = \left[\frac{500}{5} \right] - \left[\frac{200}{5} \right] = 100 - 40 = 60$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{60}{300}$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{500}{20} \right] - \left[\frac{200}{20} \right] = 25 - 10 = 15$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{15}{300}$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - \left(\frac{75}{300} + \frac{60}{300} - \frac{15}{300} \right) = \frac{180}{300} = \frac{3}{5} = 0.6$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سراسری ریاضی - ۷۶)

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 1$$

$$\Rightarrow P(1) + \frac{1}{2}P(1) + \frac{1}{3}P(1) + \frac{1}{4}P(1) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{25}{12}P(1) = 1 \Rightarrow P(1) = \frac{12}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی)

فرض می‌کنیم قدر نسبت دنباله هندسی q باشد. با توجه به این که
 $P(x) + P(y) + P(z) = 1$ پس:

$$\frac{1}{7} + \frac{q}{7} + \frac{q^2}{7} = 1 \Rightarrow q^2 + q + 1 = 7 \Rightarrow q^2 + q - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (q + 3)(q - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = 2 & \text{ق ق} \\ q = -3 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(y) = \frac{2}{7}, P(z) = \frac{4}{7}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

www.kanoon.ir