



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۷۱- نمودار مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر خط موازی محور ... نمودار را ... در یک نقطه قطع کند.

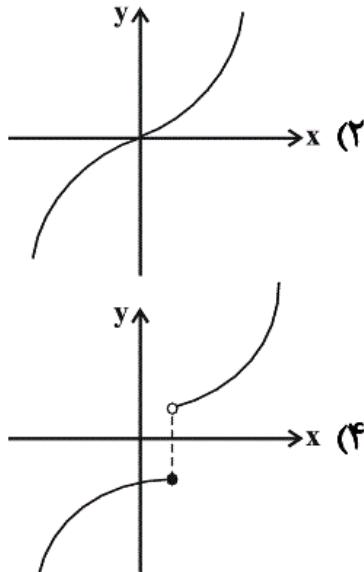
(۲) طول‌ها - حداقل

(۴) عرض‌ها - حداقل

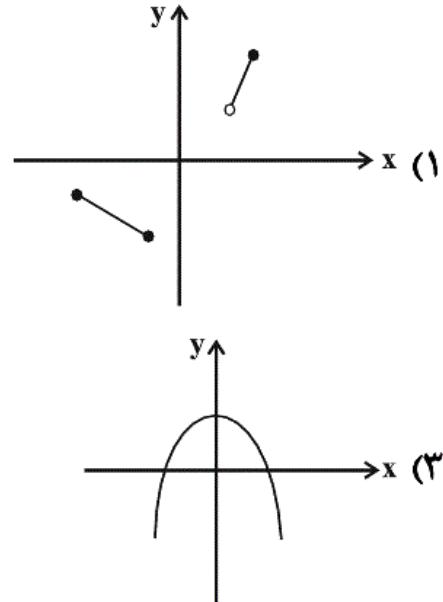
(۱) طول‌ها - حداکثر

(۳) عرض‌ها - حداکثر

شما پاسخ نداده اید

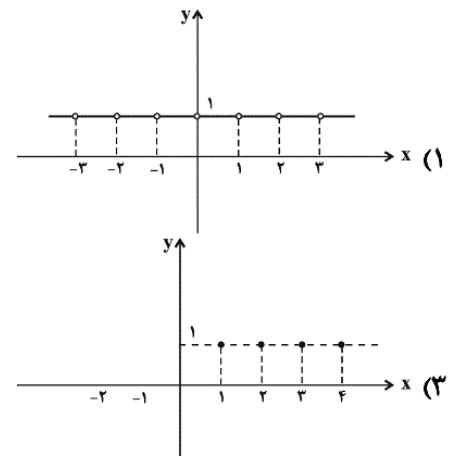
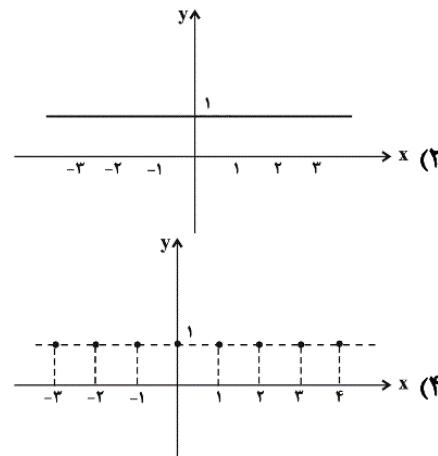


شما پاسخ نداده اید



۷۲- دامنه کدام تابع مجموعه اعداد حقیقی نیست؟

۷۳- نمودار تابع ثابت $f(x) = 1$ کدام است؟ (مجموعه اعداد طبیعی و Z مجموعه اعداد صحیح است).



شما پاسخ نداده اید

-74- در تابع ثابت $f(x) = C$ کدام است؟

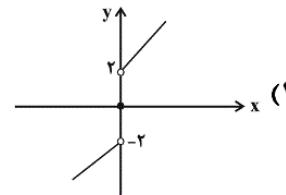
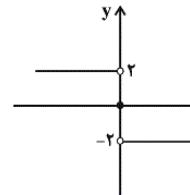
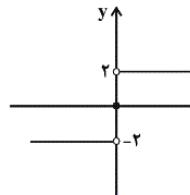
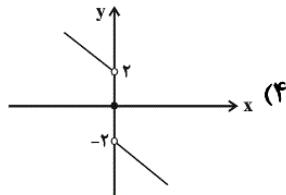
$$-\frac{1}{2} \quad 4$$

$$\frac{1}{2} \quad 3$$

$$-2 \quad 2$$

$$2 \quad 1$$

شما پاسخ نداده اید



شما پاسخ نداده اید

-75- نمودار تابع $f(x)$ در کدام گزینه آمده است؟

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -2 & , x < 0 \end{cases}$$

$$4 \quad 4$$

$$-1 \quad 3$$

$$8 \quad 2$$

$$3 \quad 1$$

شما پاسخ نداده اید

-76- در تابع $f(x)$ ، مقدار $f(-1) + 2f(1)$ برابر است با:

$$f(x) = \begin{cases} -3 & , x < -1 \\ 2x^2 & , -1 \leq x < 1 \\ 2x+1 & , x \geq 1 \end{cases}$$

است؟

$$-7/5 \quad 4$$

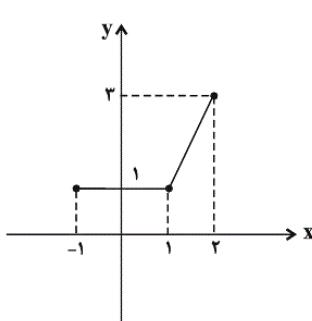
$$7/5 \quad 3$$

$$-5/5 \quad 2$$

$$5/5 \quad 1$$

شما پاسخ نداده اید

-77- اگر نمودار f به شکل زیر باشد، ضابطه این تابع کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} 0 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & , 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad 1$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2x & , 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad 2$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , -1 \leq x < 2 \\ 2 & , 1 < x < 2 \end{cases} \quad 3$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & , 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad 4$$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- کدامیک از خطهای زیر، نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x & , \quad x \geq 0 \\ x-1 & , \quad x < 0 \end{cases}$ را قطع نمی‌کند؟

y = -1 (۴)

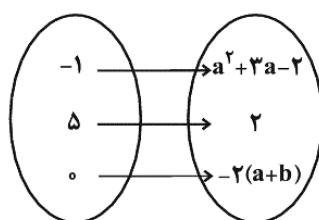
y = x (۳)

y = 1 (۲)

y = x + 2 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر تابع مقابل تابع ثابت باشد، حاصل $a - b$ کدام می‌تواند باشد؟



-۳ (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

-۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۲ - گواه ، توابع ثابت ، چند ضابطه ای و همانی ، تابع - ۱۳۹۶۱۰۰۱

۸۱- کدامیک از روابط زیر به ازای $m = 0$ ، یک تابع است؟

$\{(1,m),(2,m),(m,3)\}$ (۳)

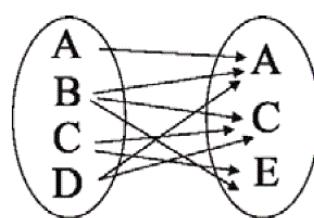
$\{(m,1),(1,m),(m,2)\}$ (۱)

$\{(m,m),(2m,m+1),(m+2,2)\}$ (۴)

$\{(2m,1),(2m,2),(2m,3)\}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۲- چند پیکان از نمودار ون زیر حذف کنیم تا رابطه‌ی حاصل، یک تابع باشد؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

-۸۳ اگر $f(x) = k$ یک تابع ثابت باشد و داشته باشیم $f(-2) + f(2) = kf(x)$ در این صورت حاصل کدام می‌تواند باشد؟

$$-2 \quad (2)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۴ اگر $f(x) = (2a-1)x + ax - a + 1$ یک تابع ثابت باشد، کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۵ اگر f یک تابع ثابت با دامنهٔ دو عضوی باشد، مقدار $m+t$ کدام نمی‌تواند باشد؟

$$f = \{(-1, n^2 - 4n), (2m - 3, 5), (m+n, t)\}$$

$$-1 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

$$7 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۶ ضابطهٔ تابع $C(n)$ به صورت خلاصه شده مطابق کدام گزینه است؟ ($n \in N$)

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ 100 & , n = 3 \\ 200 & , n = 4 \\ 300 & , n = 5 \end{cases}$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ (n-2) \times 100 & , 3 \leq n \leq 5 \end{cases} \quad (2)$$

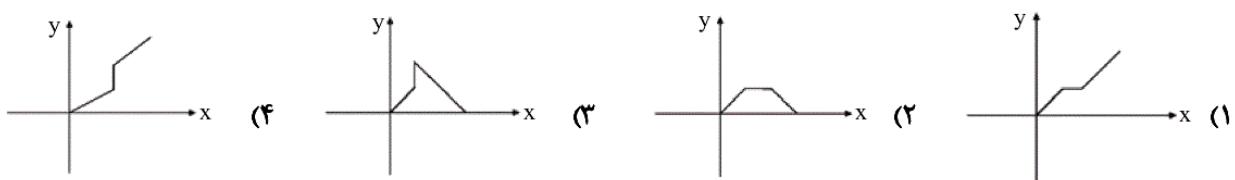
$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ 100n & , 3 \leq n < 6 \end{cases} \quad (1)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n < 3 \\ (n-100) \times 3 & , 3 \leq n < 6 \end{cases} \quad (4)$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n < 3 \\ (n-1) \times 100 & , 3 \leq n < 6 \end{cases} \quad (3)$$

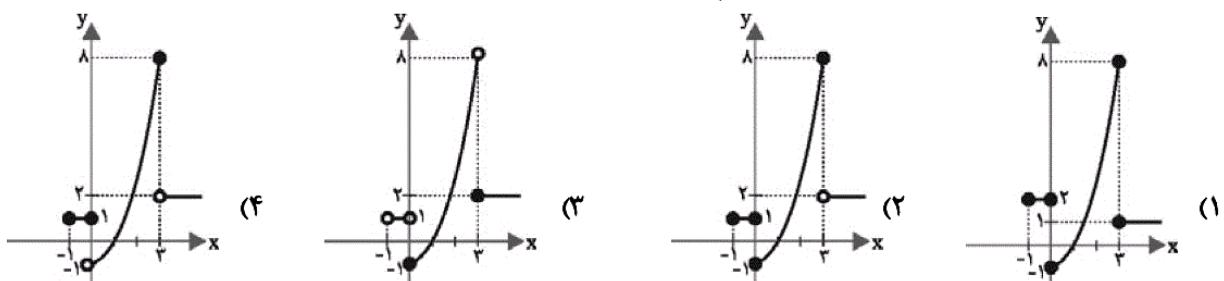
شما پاسخ نداده اید

در راه مدرسه بودیم که سرویس مدرسه پنچر شد، بعد از نیم ساعت دوباره به طرف مدرسه به راه افتادیم. (محور افقی زمان و محور عمودی فاصله از خانه)



شما پاسخ نداده اید

-۸۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1 & , 0 < x \leq 3 \\ 2 & , x > 3 \end{cases}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

-۸۹- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

R (۴) $\{y \geq 0\} \cup \{-x\}$ (۳) $y \geq -x$ (۲) $y \geq 0$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۹۰- در تابع شکل زیر حاصل $f(4) + f(-2) + f(2)$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۲ ، توابع ثابت ، چند ضابطه ای و همانی ، تابع - ۱۳۹۶۱۰۰۱

(همید زرین‌کفش، صفحه‌های ۲۲ و ۲۴)

-۷۱

نمودار مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر خط موازی محور عرض‌ها نمودار

تابع را حداقل در یک نقطه قطع کند.

۴

۳✓

۲

۱

(کیمیا فارمیان، صفحه‌های ۲۲ و ۲۴)

-۷۲

برای به دست آوردن دامنه تابع از روی نمودار، تصویر نقاط نمودار را روی محور طول‌ها

می‌یابیم که با توجه به گزینه‌ها، دامنه تابع در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» مجموعه

اعداد حقیقی است، ولی دامنه تابع در گزینه‌ی «۱» مجموعه اعداد حقیقی نیست.

۴

۳

۲

۱✓

(همید زرین‌کفش، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

-۷۳

دامنه تابع تنها شامل اعداد طبیعی است و برد تابع مقدار ثابت یک است، پس تنها

نمودار گزینه‌ی «۳» مربوط به این تابع می‌باشد.

۴

۳✓

۲

۱

(همید زرین‌کفش، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷)

در تابع ثابت به‌ازای هر مقدار ورودی تابع، خروجی مقدار ثابتی (C) دارد، لذا داریم:

$$f(x^2 - 3x + 4) = (f(x))^2 - 3f(x) + 4$$

$$C = (C)^2 - 3C + 4 \Rightarrow C^2 - 4C + 4 = 0 \Rightarrow (C - 2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow C - 2 = 0 \Rightarrow C = 2$$

پس تابع ثابت به صورت $f(x) = 2$ است، لذا $f(2) = 2$ است. ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(امیر زراندوز، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

ضابطه‌ها، تابع ثابت هستند. پس در نمودار f خط مایل نخواهیم داشت. فقط کافی است خط افقی $x = 2$ را در فاصله $0 < x < 0$ ، خط افقی $y = -2$ را در فاصلهو نقطه $(0, 0)$ را رسم کنیم. لذا نمودار گزینه‌ی «۳» درست است. ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(امیر محمودیان، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

برای یافتن $f(-1)$ از ضابطه دوم داریم:

$$f(-1) = 2 \times (-1)^2 = 2 \times 1 = 2$$

برای یافتن $f(1)$ از ضابطه سوم داریم:

$$f(1) = 2 \times (1) + 1 = 3$$

$$\Rightarrow f(-1) + 2f(1) = 2 + 2 \times 3 = 2 + 6 = 8$$

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

برای محاسبه $f(\sqrt{2})$ از ضابطه بالایی f و برای محاسبه $f(\sqrt{2})$ از ضابطه پایینی f

استفاده می‌کنیم:

$$f(3) = 3 - 1 = 2$$

$$f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^2 - 3 = 2 - 3 = -1$$

همچنین برای محاسبه $g(13)$ از ضابطه بالایی g و برای محاسبه $g(0)$ از ضابطه

پایینی g استفاده می‌کنیم:

$$g(13) = \sqrt{13 - 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$g(0) = \frac{1}{0+3} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \times (2) - 5 \times (3)}{9 \times \left(\frac{1}{3}\right) + (-1)} = \frac{4 - 15}{3 - 1} = \frac{-11}{2} = -5.5$$

۴

۳

۲

۱

در محدوده $1 \leq x \leq 2$ -نمودار تابع، خطی موازی محور طول هاست، پس در این فاصله، ضابطه تابع به صورت $f(x) = 1$ است و در فاصله $2 \leq x \leq 3$ ضابطه تابع

خطی است که از دو نقطه $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ عبور می‌کند. برای بدست آوردن

ضابطه تابع خطی داریم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 1}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - 3 = 2(x - 2) \Rightarrow y - 3 = 2x - 4 \Rightarrow y = 2x - 1$$

تذکر: در $x = 1$ مقدار تابع در هر دو ضابطه یکسان است.

۴

۳

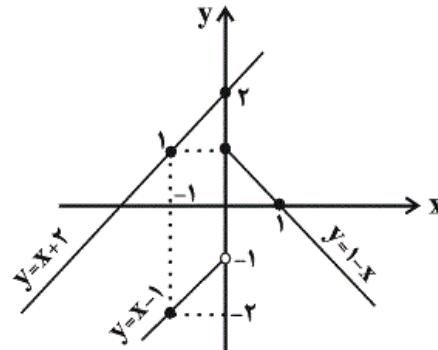
۲

۱

(امیر زر اندوز، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹)

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & , \quad x \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ y & 1 & 0 \end{array} \\ x-1 & , \quad x < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & -1 \\ y & -1 & -2 \end{array} \end{cases}$$

اگر $x = 0$ در بازه دوم قرار ندارد اما برای رسم آن را انتخاب می‌کنیم و با نقطهٔ تو خالی رسم می‌کنیم.



از بین خطوط داده شده، فقط خط $y = x + 2$ را قطع نمی‌کند (در نمودار بالا، خط $y = x + 2$ هم رسم شده است). لذا گزینه‌ی «۱» درست است.

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر مکمودیان، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷)

تابع ثابت به هر ورودی، یک خروجی ثابت نسبت می‌دهد که در این سؤال برابر با ۲ است. پس باید دو خروجی دیگر نیز برابر با ۲ باشند.

$$a^2 + 3a - 2 = 2 \Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Rightarrow a^2 + (4-1)a + (4)(-1) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (a-1)(a+4) = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -4$$

$$-2(a+b) = 2 \Rightarrow a+b = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } a = 1 \Rightarrow 1+b = -1 \Rightarrow b = -2 & (1) \\ \text{اگر } a = -4 \Rightarrow -4+b = -1 \Rightarrow b = 4-1 = 3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow a = 1, b = -2 \Rightarrow a-b = 1 - (-2) = 1+2 = 3$$

$$(2) \Rightarrow a = -4, b = 3 \Rightarrow a-b = -4 - 3 = -7$$

۴ ✓

۳

۲

۱

با جای گذاری $m = 0$ در گزینه‌ها داریم:

$$\{(1,0), (2,0), (0,2)\} \quad (2)$$

$$\{(0,1), (1,0), (0,2)\} \quad (1)$$

$$\{(0,0), (0,1), (2,2)\} \quad (4)$$

$$\{(0,1), (0,2), (0,3)\} \quad (3)$$

رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر وجود نداشته باشد، پس تنها گزینه «۲» به ازای $m = 0$ تابع می‌باشد.

۴

۳

۲

۱

برای اینکه نمودار ون یک رابطه تابع باشد، می‌بایست از هر عضو مجموعه اول تنها یک پیکان خارج شود. در نتیجه باید دو تا از مجموعه پیکان‌های $\{BE, BC, BA\}$ ، یکی از مجموعه پیکان‌های $\{CE, CC\}$ و یکی از مجموعه پیکان‌های $\{DC, DA\}$ حذف شود تا نمودار ون مربوط به یک تابع شود. پس در مجموع باید ۴ پیکان حذف شود.

۴

۳

۲

۱

چون f یک تابع ثابت است در نتیجه به ازای هر مقدار ورودی تابع، خروجی تابع مقداری ثابت است. داریم:

$$f(kx) = kf(x) \Rightarrow k = k \times k$$

$$\Rightarrow k = k^2 \Rightarrow k^2 - k = 0 \Rightarrow k(k-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k-1 = 0 \Rightarrow k = 1 \end{cases}$$

در نتیجه تابع ثابت مورد نظر به یکی از دو صورت $f(x) = 0$ یا $f(x) = 1$ است، پس داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) + f(-2) = 0 + 0 = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) + f(-2) = 1 + 1 = 2$$

پس مقدار عبارت مورد نظر 0 یا 2 است و چون مقدار 2 در بین گزینه‌ها وجود دارد پس گزینه (۳) صحیح است.

۴

۳

۲

۱

ضابطه‌ی تابع ثابت به صورت $f(x) = k$, $k \in \mathbb{R}$ است. پس:

$$f(x) = (2a - 1)x + ax - a + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (2a - 1 + a)x + 1 - a$$

$$\Rightarrow f(x) = (3a - 1)x + 1 - a$$

ضریب x باید صفر باشد.

$$3a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

پس:

$$f(x) = 1 - a \Rightarrow f(x) = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(-1) + f(1) = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

۴

۳✓

۲

۱

چون f یک تابع ثابت است در نتیجه برد تابع تنها شامل یک عضو است و آن $\{5\}$ است.

$$t = 5$$

$$n^2 - 4n = 5 \Rightarrow n^2 - 4n - 5 = 0 \Rightarrow (n - 5)(n + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 5 = 0 \Rightarrow n = 5 \\ n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1 \end{cases}$$

حال به ازای $n = 5$ و $n = -1$ شرط تابع بودن را بررسی می‌کنیم، دقیق کنید
دامنه‌ی تابع تنها شامل دو عضو است، در نتیجه داریم:

$$n = -1 \Rightarrow f = \{(-1, 5), (2m - 3, 5), (m - 1, 5)\}$$

$$\begin{cases} 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ m - 1 = -1 \Rightarrow m = 0 \\ 2m - 3 = m - 1 \Rightarrow m = 2 \end{cases}$$

$$n = 5 \Rightarrow f = \{(-1, 5), (2m - 3, 5), (m + 5, 5)\}$$

$$\begin{cases} 2m - 3 = -1 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ m + 5 = -1 \Rightarrow m = -6 \\ 2m - 3 = m + 5 \Rightarrow m = 8 \end{cases}$$

در نتیجه مقادیر m به صورت $\{1, 0, 2, 8, -6\}$ می‌باشد.

پس مقادیر $m + t = \{-6, 5, 7, 13, -1\}$ به صورت $m + t$ است.

۴

۳✓

۲

۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹ کتاب درسی)

به ازای $n \leq 2$ مقدار تابع همواره صفر است، پس از آن بهازی هر واحد اضافه شدن به مقدار n تابع بهاندازه 100 واحد افزایش پیدا می‌کند. پس ضابطه آن بهازی $n \leq 5$ به صورت $100 \times (n-2)$ می‌باشد و گزینه‌ی «۲» صحیح است.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹ کتاب درسی)

چون گزاره بیان شده شامل چند مرحله متفاوت است، در نتیجه تابع حرکت (تابع فاصله از خانه) از چند قسمت تشکیل شده است که در نتیجه تابع چند ضابطه‌ای است.

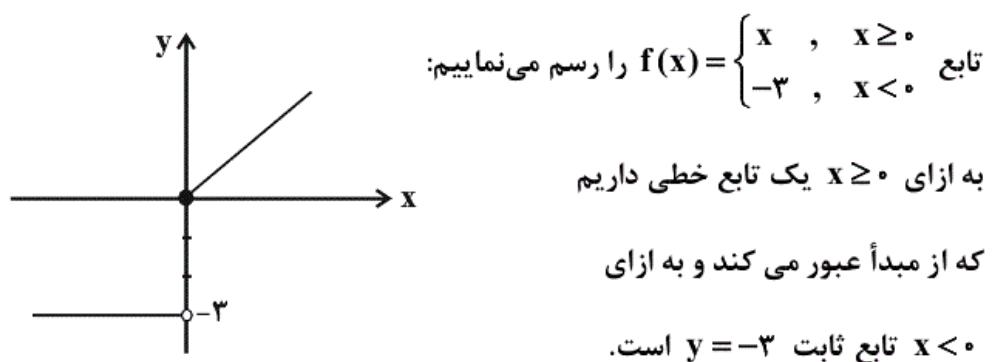
به‌طوری که در مرحله اول که سرویس در حال حرکت بود، فاصله از خانه در این مرحله در حال زیاد شدن است و هنگامی که سرویس پنجر شد با گذشت زمان ما حرکت نداشتیم و تغییری در فاصله از خانه ایجاد نشده پس در این مرحله تابع مقدار ثابتی دارد و در آخر که باز به سمت مدرسه حرکت کردیم فاصله تا خانه در حال افزایش بود پس نمودار گزینه (۱) صحیح است.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹ کتاب درسی)

در محدوده‌ی $0 \leq x \leq 1$ - نمودار تابع به صورت خط افقی با عرض برابر با یک است. در $3 \leq x < 0$ نمودار تابع به صورت بخشی از سهمی به معادله‌ی $-x^2 = y_1$ است. مقدار تابع y_1 در صفر برابر با -1 و در $x = 3$ برابر با 8 است. توجه کنید که چون $x = 0$ در محدوده‌ی $3 \leq x < 0$ نیست نمودار سهمی را در این نقطه به صورت توخالی رسم می‌کنیم. در محدوده‌ی $3 < x \leq 4$ نمودار تابع به صورت خطی افقی با عرض برابر با 2 است. توجه کنید که $x = 3$ نیز در محدوده‌ی $3 < x \leq 4$ نیست و خط در این نقطه باید توخالی رسم شود. با توجه به توضیحات داده شده نمودار گزینه «۴» جواب است.

 ۴ ۳ ۲ ۱



طبق شکل می‌بینیم برای $x \geq 0$, مقدار تابع در محدوده‌ی $y \geq 0$ تغییر می‌کند و در ضابطه‌ی دوم وقتی $x < 0$ است، مقدار تابع تنها عدد -3 است، پس بود تابع عبارت است از:

$$R_f = \{y \geq 0\} \cup \{-3\}$$

۴

۳✓

۲

۱

ابتدا ضابطه کلی تابع را که از چند ضابطه تشکیل شده است بدست می‌آوریم. به ازای x های کوچک‌تر از -1 نمودار تابع به صورت خط راستی است که از دو نقطه:

$A(-3, 0)$ و $B(-1, 2)$ می‌گذرد، پس ضابطه آن به صورت زیر است:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{2 - 0}{-1 - (-3)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A)$$

$$\Rightarrow y - 0 = 1 \times (x - (-3)) \Rightarrow y = x + 3$$

به ازای $3 \leq x \leq 0$ نمودار تابع به صورت ثابت است که ضابطه آن به صورت

$f(x) = 2$ است و به ازای x های بزرگ‌تر از 3 ، نمودار تابع به صورت خط راستی

است که از دو نقطه $C(3, 3)$ و $D(6, 0)$ می‌گذرد، داریم:

$$y - y_D = m_{CD}(x - x_D) \Rightarrow y - 6 = -1 \times (x - 8)$$

$$\Rightarrow y = -x + 6$$

ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 6 & , \quad 3 < x < 6 \\ 2 & , \quad 0 \leq x \leq 3 \\ x + 3 & , \quad -3 \leq x < -1 \end{cases}$$

حال مقدار $f(4)$ از ضابطه اول، $f(2)$ از ضابطه دوم و $f(-2)$ از ضابطه سوم بحسبت

می‌آید.

$$x = 4 \Rightarrow f(4) = -4 + 6 = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$x = -2 \Rightarrow f(-2) = -2 + 3 = 1$$

$$f(4) + f(-2) + f(2) = 2 + 1 + 2 = 5$$

✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir