



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، چند اتحاد جبری و کاربردها، عبارت‌های جبری - ۱۳۹۶۰۹۱۷



۶۲- در تساوی زیر که یک اتحاد می‌باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

$$(2x-1)^3 = 8x^3 + ax^2 + bx - 1$$

-۱۸ (۴)

-۶ (۳)

۶ (۲)

۱۸ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۳- بهازای کدام مقدار m ، عبارت $4x^3 + mx + 9$ به صورت مربع یک دوجمله‌ای در می‌آید؟

± 36 (۴)

± 24 (۳)

± 12 (۲)

± 6 (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، عبارت‌های گویا، عبارت‌های جبری - ۱۳۹۶۰۹۱۷

۶۴- ساده شده عبارت گویای $A = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-1)(x^2 - 4)}$ کدام است؟

$x-2$ (۴)

$x+2$ (۳)

$\frac{1}{x-2}$ (۲)

$\frac{1}{x+2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۵- عبارت گویای $A = \frac{3x}{2x-1}$ بهازای چه مقداری از x تعریف نشده است؟

$\{0, -\frac{1}{2}\}$ (۲)

$\{0, \frac{1}{2}\}$ (۱)

$\{-\frac{1}{2}\}$ (۴)

$\{\frac{1}{2}\}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، معادله و مسائل توصیفی، معادله‌ی درجه دوم - ۱۳۹۶۰۹۱۷

۶۶- نصف عددی بعلاوه عدد ۲ برابر ثلث آن عدد بعلاوه عدد ۶ است، آن عدد کدام است؟

-۲۴ (۴)

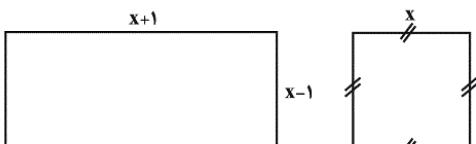
۲۴ (۳)

-۱۲ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

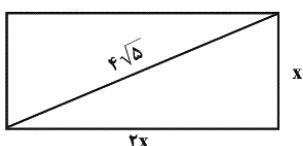
۶۶- اگر مجموع مساحت‌های دو شکل زیر برابر ۷ باشد، طول ضلع کوچک‌تر مستطیل کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
۳
۴
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۶۷- محیط مستطیل شکل روبرو که قطر آن برابر $4\sqrt{5}$ است، کدام است؟



- (۱) ۱۲
(۲) ۲۴
۳۰
(۴) ۳

۳
۲

شما پاسخ نداده اید

۶۸- عددی برابر $\frac{3}{4}$ عدد دیگر است. اگر مجموع این دو عدد ۲۳۰ باشد، اختلاف دو عدد کدام است؟

- ۴۰ (۴)
۳۰ (۳)
۷۰ (۲)
۸۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- در اتاقی تعدادی صندلی سه پایه و چهار پایه وجود دارد، اگر تعداد صندلی‌های چهار پایه دو برابر تعداد صندلی‌های سه پایه باشد، و مجموع پایه‌های کل صندلی‌ها ۶۶ تا باشد، در این صورت تعداد کل صندلی‌ها در اتاق کدام است؟

- ۲۶ (۴)
۲۴ (۳)
۱۸ (۲)
۱۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- یک کارخانه تولید خودرو در یک هفته از روز شنبه هر روز تولید خود را نصف می‌کند، اگر در پایان روز چهارشنبه تعداد کل خودروهای تولید شده در هفته مورد نظر ۶۲۰ دستگاه باشد، اختلاف تعداد تولید خودرو در پایان روز شنبه با تعداد تولید خودرو در پایان روز چهارشنبه چقدر است؟

- ۱۸۰ (۴)
۲۴۰ (۳)
۳۰۰ (۲)
۲۸۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، حل معادله ی درجه ی ۲ و کاربردها، معادله ی درجه دوم - ۱۳۹۶۰۹۱۷

$$8 + x^2 = 3x^2$$

۷۱- کدامیک از گزینه‌های زیر جواب معادله روبرو می‌باشد؟

- ۲ فقط (۳)
۳ فقط (۲)
۲ فقط (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۲- برای حل معادله $x^2 - 10x - 1 = 0$ به روش مربع کامل کردن، وقتی ضریب x^2 برابر یک است، چه عددی را باید به طرفین معادله اضافه کنیم؟

- ۲۰ (۴)
۵ (۳)
۱۰ (۲)
۲۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۳- معادله درجه دوم $x^2 + ax - 5 = 0$ همواره

- (۱) دارای ۲ جواب حقیقی متمایز است.
(۲) جواب حقیقی ندارد.
(۴) اگر $a > 0$ باشد، ریشه ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۷۴- مجموع ریشه‌های معادله $m^2 + (m+7)x - 4m = 0$ برابر صفر است. حاصل ضرب ریشه‌های این معادله، کدام است؟

شما پاسخ نداده اید

۷۵- می خواهیم اندازه مساحت یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه x و $2x$ برابر با اندازه محیط مربعی به ضلع $1+x$ گردد. طول ضلع قائمه بزرگتر کدام است؟

۴) فقط $4+4\sqrt{2}$

۳) فقط $4\pm 4\sqrt{2}$

۲) فقط $2+2\sqrt{2}$

۱) $2\pm 2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر معادله $x^2 + ax + b = 0$ دارای ریشه مضاعف ۲ باشد، a کدام است؟

۴) هر مقداری می تواند داشته باشد.

۳) -4

۲) -2

۱) 2

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، معادله های شامل عبارت های گویا، معادله ی درجه دوم - ۱۳۹۶۰۹۱۷

۷۷- به ازای چه مقدار a ، معادله $\frac{x+1}{x-5} + \frac{ax}{3x+2} = 5$ دارای جواب $x=2$ است؟

۴) 24

۳) -24

۲) -12

۱) 12

شما پاسخ نداده اید

۷۸- جواب معادله $\frac{x+1}{x-2} = \frac{x-5}{x+6}$ کدام است؟

۴) $\frac{7}{2}$

۳) $\frac{2}{7}$

۲) $-\frac{7}{2}$

۱) $-\frac{2}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- معادله $\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{20}{x^2 - x - 6}$ دارای ...

۴) فقط یک ریشه منفی دارد.

۳) فقط یک ریشه مثبت دارد.

۲) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

۱) دو ریشه منفی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۸۰- مادری تعدادی شکلات را بین خودش و اعضای خانواده اش به طور مساوی تقسیم می کند، اما برای این که به هر نفر تعداد بیشتری شکلات برسد، سهم خودش را می بخشد و بار دیگر همه شکلات ها را بین اعضای خانواده اش به طور مساوی تقسیم می کند که در این صورت سهم

هر فرد $\frac{1}{6}$ بیشتر می شود. تعداد اعضای خانواده (به همراه مادر) چند تاست؟

۴) 5

۳) 4

۲) 3

۱) 6

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، چند اتحاد جبری و کاربردها، عبارت‌های جبری - ۱۳۹۶۰۹۱۷

-۶۲ (هادی پلاور، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳)

با استفاده از اتحاد روبرو داریم:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (2x - 1)^3 &= (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times (1) + 3 \times (2x) \times (1)^2 - (1)^3 \\ &= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 \end{aligned}$$

که با مقایسه با عبارت صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} a = -12 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow a + b = -12 + 6 = -6$$

۴

۳✓

۲

۱

-۶۳ (کیمیا فارمیان، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ و ۱۱)

به طور کلی رابطه اتحاد مربع دوجمله‌ای به صورت $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ است که با مقایسه با عبارت صورت سؤال مربع جملات $2x$ و 3 در عبارت وجود دارد، پس می‌بایست دوباره حاصل ضرب آن‌ها نیز وجود داشته باشد.

$$4x^2 + mx + 9 = (2x)^2 + mx + 3^2 \Rightarrow mx = \pm 2 \times (2x) \times (3)$$

$$\Rightarrow mx = \pm 12x \Rightarrow m = \pm 12$$

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، عبارت‌های گویا، عبارت‌های جبری - ۱۳۹۶۰۹۱۷

(مهدی ملارمفنانی، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

ابتدا صورت کسر عبارت گویا را با استفاده از تجزیه و سپس اتحاد یک جمله مشترک

ساده می‌کنیم:

اتحاد یک جمله مشترک

$$A = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x(x-1)(x^2-4)} = \frac{\overbrace{x(x^2 - 3x + 2)}^{x(x-1)(x^2-4)}}{x(x-1)(x^2-4)} = \frac{x(x-1)(x-2)}{x(x-1)(x-2)(x+2)}$$

اتحاد مزدوج

$$= \frac{1}{x+2}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهدی ملارمفنانی، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

-۶۱

عبارت گویا به ازای مقادیری از x که مخرج کسر صفر می‌شود، تعریف نشده است.

$$A = \frac{3x}{2x-1} \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، معادله و مسائل توصیفی، معادله ی درجه دوم - ۱۳۹۶۰۹۱۷

-۶۵

(کیمیا قارمیان، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۰)

اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، نصف آن به علاوه عدد ۲ معادل $\frac{x}{2} + 2$ است که برابر با ثلث آن عدد به علاوه عدد ۶ که معادل $\frac{x}{3} + 6$ است، داریم:

$$\frac{x}{2} + 2 = \frac{x}{3} + 6 \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 6 - 2 \xrightarrow{\text{طرفین معادله را در ۶ ضرب می‌کنیم}}$$

$$3x - 2x = 36 - 12 \Rightarrow x = 24$$

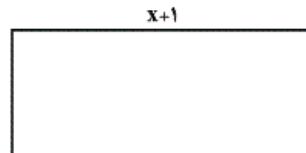
۴

۳ ✓

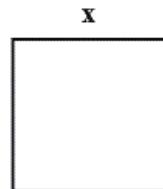
۲

۱

ابتدا مساحت هر شکل را بر حسب x می‌یابیم:



$$\text{مساحت مستطیل} = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

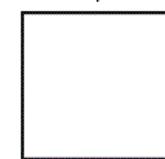
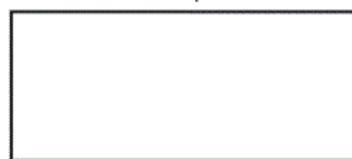


$$\text{مساحت مربع} = x^2$$

$$\text{مجموع مساحت شکل‌ها} = 7 \rightarrow 2x^2 - 1 = 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x > 0} x = 2$$

پس طول اضلاع شکل‌ها به صورت زیر است:



پس طول ضلع کوچکتر مستطیل برابر یک است.

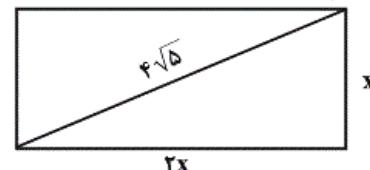
۴

۳

۲

۱ ✓

به کمک رابطه فیثاغورث داریم:

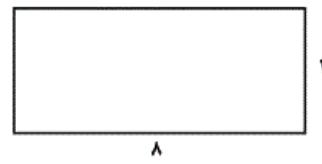


$$\Rightarrow (2x)^2 + x^2 = (4\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + x^2 = 16 \times 5$$

$$\Rightarrow 5x^2 = 5 \times 16 \Rightarrow x^2 = 16 \xrightarrow{x > 0} x = 4$$

پس مستطیل به شکل زیر است که محیط آن برابر است با:



$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (4 + 8) = 2 \times 12 = 24$$

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر اعداد مورد نظر را x و y در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{2}{5}x = \frac{3}{4}y \Rightarrow y = \frac{8}{15}x \quad (1)$$

$$x + y = 230 \xrightarrow{(1)} x + \frac{8}{15}x = 230 \Rightarrow \frac{15x}{15} + \frac{8x}{15} = 230$$

$$\frac{23x}{15} = 230 \Rightarrow x = \frac{15 \times 230}{23} = 150 \xrightarrow{(1)} y = \frac{8}{15} \times 150 = 80$$

پس دو عدد $x = 150$ و $y = 80$ می‌باشند که اختلاف آن‌ها برابر است با:
 $x - y = 150 - 80 = 70$

۴

۳

۲✓

۱

اگر تعداد صندلی‌های سه پایه را x در نظر بگیریم، تعداد صندلی‌های چهار پایه برابر $2x$ می‌شود، در این حالت تعداد کل پایه‌ها برابر است با:

$$3x + 2x \times 4 = 66 \Rightarrow 3x + 8x = 66 \Rightarrow 11x = 66 \Rightarrow x = 6$$

تعداد صندلی‌های چهار پایه برابر است با:

$$2 \times 6 = 12$$

مجموع کل تعداد صندلی‌ها $= 12 + 6 = 18$

۴

۳

۲✓

۱

اگر تولید روز شنبه را x فرض کنیم، داریم:

چهارشنبه	سهشنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	x
					$\frac{x}{2}$

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16} = \frac{16x + 8x + 4x + 2x + x}{16} = \frac{31x}{16}$$

$$\text{تولید کل هفته } = 620 \xrightarrow{\frac{31}{16}x = 620} x = 320$$

پس تولید روزهای هفته به صورت زیر است:

چهارشنبه	سهشنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	x
					$\frac{320}{2} = 160$

$$= \text{تولید روز چهارشنبه} - \text{تولید روز شنبه}$$

۴

۳

۲✓

۱

(مهدی ملار مفهانی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸)

$$\begin{aligned} x + x^2 = 3x^2 \Rightarrow 2x^2 - x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x = 0 \Rightarrow (x - \frac{1}{2})(x + 2) = 0 \\ \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -2 \end{aligned}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(کورش شاه منصوریان، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۹ تا ۴۲)

برای حل معادله به روش مربع کامل چون ضریب x^2 برابر یک است، لذا کافی است مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه کنیم، لذا داریم:

$$x^2 - 10x = 1 \xrightarrow{\text{اضافه کردن مربع نصف ضریب}} x^2 - 10x + 25 = 1 + 25 \\ (\frac{1}{2} \times (-10))^2 = 25$$

$$\Rightarrow (x - 5)^2 = 26$$

پس کافی است عدد ۲۶ را به طرفین معادله اضافه کنیم.

۴

۳

۲

۱ ✓

(کورش شاه منصوریان، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۶)

$$x^2 + ax - \Delta = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a' = 1 \\ b' = a \\ c' = -\Delta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = b'^2 - 4a'c' \Rightarrow \Delta = a^2 - 4 \times (1) \times (-\Delta) = a^2 + 4\Delta$$

چون Δ همواره مقداری مثبت است، پس معادله حتماً دارای دو جواب حقیقی متمایز است.

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زراندوز، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۶)

$$(m - 3)x^2 + (m + 7)x - 4m = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = m - 3 \\ b = m + 7 \\ c = -4m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-(m + 7)}{m - 3} = 0 \Rightarrow -(m + 7) = 0 \Rightarrow -(m + 7) = 0$$

$$\Rightarrow m + 7 = 0 \Rightarrow m = -7$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-4m}{m - 3} = \frac{-4 \times (-7)}{-7 - 3} = \frac{+28}{-10} = -2 / 1$$

۴ ✓

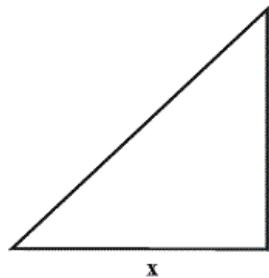
۳

۲

۱

(مهدی ملارمفانی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۸)

مساحت مثلث قائم‌الزاویه برابر است با:



$$S = \frac{1}{2}(x) \times 2x = x^2$$

محیط مربع به ضلع $(x+1)$ برابر است با:

حال با توجه به فرض صورت سؤال داریم:

$$S = P \Rightarrow x^2 = 4(x+1) \Rightarrow x^2 = 4x + 4 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} x^2 - 4x - 4 &= 0 && \text{مقایسه با فرم استاندارد} \\ ax^2 + bx + c &= 0 && \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4 \times (1) \times (-4) = 16 + 16 = 32$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{32}}{2 \times 1} = \frac{4 + 4\sqrt{2}}{2} = 2 + 2\sqrt{2} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{32}}{2 \times 1} = \frac{4 - 4\sqrt{2}}{2} = 2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

چون طول ضلع نمی‌تواند منفی باشد، پس $x = 2 - 2\sqrt{2}$ قابل قبول نیست. در این حالت طول ضلع قائمه بزرگتر مثلث قائم‌الزاویه برابر است با:

$$2x = 2(2 + 2\sqrt{2}) = 4 + 4\sqrt{2}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(هادی پلاور، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۸)

-۷۶

اگر معادله درجه دوم $a'x^2 + b'x + c' = 0$ یک ریشه مضاعف داشته باشد، آنگاهریشه مضاعف از رابطه $x = \frac{-b'}{2a'}$ بدست می‌آید.

$$x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} a' = 1 \\ b' = a \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{b'}{2a'} = \frac{-a}{2 \times 1} = 2 \Rightarrow -a = 4 \Rightarrow a = -4$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(هاری پلار، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۵۴ تا ۵۹)

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس داریم:

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x-5} + \frac{ax}{3x+2} &= 5 \xrightarrow{x=2} \frac{2+1}{2-5} + \frac{2a}{3 \times 2 + 2} = 5 \\ \Rightarrow \frac{3}{-3} + \frac{2a}{8} &= 5 \Rightarrow -1 + \frac{a}{4} = 5 \\ \Rightarrow \frac{a}{4} &= 6 \Rightarrow a = 24 \end{aligned}$$

 ✓

(محمد بهیرایی، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۵۹ تا ۵۴)

با طرفین وسطین کردن معادله صورت سؤال داریم:

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x-2} &= \frac{x-5}{x+6} \Rightarrow (x+1)(x+6) = (x-5)(x-2) \\ \Rightarrow x^2 + 7x + 6 &= x^2 - 7x + 10 \\ \Rightarrow x^2 + 7x + 6 - x^2 - 7x + 10 &= 0 \\ 14x - 4 &= 0 \Rightarrow x = \frac{4}{14} \Rightarrow x = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

 ✓

(همید زرین گفتش، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۴)

$$\frac{x-1}{x-3} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{20}{x^2 - x - 6} \Rightarrow \frac{x-1}{x-3} + \frac{x-2}{x+2} - \frac{20}{x^2 - x - 6} = 0$$

ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم که مخرج مشترک برابر $x^2 - x - 6$ است. مجموع عبارت‌های مخرج

کسرها است که در اینجا برابر است با:

$$\begin{cases} x-3 \\ x+2 \\ x^2 - x - 6 \end{cases} \Rightarrow k \cdot m = (x-3)(x+2)$$

$$\frac{(x-1)(x+2)}{(x-3)(x+2)} + \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x+2)} - \frac{20}{(x-3)(x+2)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + x - 2 + x^2 - 5x + 6 - 20}{(x-3)(x+2)} = 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 4x - 16}{(x-3)(x+2)} = 0$$

حال معادله صورت کسر را حل می‌کنیم:

$$2x^2 - 4x - 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \xrightarrow[\text{معادله داریم}]{\text{با تجزیه کردن}} (x-4)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

$x = -2$ غیرقابل قبول است، زیرا ریشه مخرج معادله گویا می‌باشد که آن را تعریف

نشده می‌کند.

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر تعداد کل اعضای خانواده را n در نظر بگیریم طبق اطلاعات مسأله، خواهیم

داشت:

$$\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{n-(n-1)}{n(n-1)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{6} \Rightarrow n(n-1) = 6 \Rightarrow n^2 - n - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (n-3)(n+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=3 & \text{(ق ق)} \\ n=-2 & \text{(غ ق ق)} \end{cases}$$

۱

۲

۳

۴

www.kanoon.ir