



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، احتمال - 13960917

۱۰۱- در پرتاب دو تاس با هم، احتمال اینکه اعداد رو شده یکسان باشند، کدام است؟

$\frac{1}{36}$  (۱)       $\frac{1}{12}$  (۲)       $\frac{1}{9}$  (۳)       $\frac{1}{6}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی آبی، ۲ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی سفید وجود دارد. در مرحله اول به تصادف ۳ مهره با هم از جعبه برمی‌داریم و سپس به جعبه برمی‌گردانیم. اگر در بین مهره‌های خروجی رنگ قرمز وجود داشت، در مرحله دوم دو مهره دیگر و در غیر این صورت یک مهره دیگر برمی‌داریم. با کدام احتمال تمام مهره‌های خروجی هر دو مرحله هم‌رنگ‌اند؟

$\frac{2}{105}$  (۱)       $\frac{1}{75}$  (۲)       $\frac{1}{105}$  (۳)       $\frac{2}{75}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع، توابع و معادلات - 13960917

۱۰۶- دو تابع  $g(x) = \frac{x^2 + b}{2x}$ ;  $x > 0$  و  $f(x) = ax + \sqrt{x^2 + 1}$  وارون یکدیگرند. حاصل  $a + b$  کدام است؟

$2$  (۱)       $-2$  (۲)       $3$  (۳)       $4$  (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در کدام محدوده از دامنه تابع  $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ ، تابع  $f \circ f$  قابل تعریف است؟

$x \geq -1$  (۱)       $x \geq 1$  (۲)       $x \leq 3$  (۳)       $-1 \leq x \leq 3$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مجموعه جواب نامعادله  $|x - 3| + x^2 \leq 6x - 3$  به صورت  $[a, b]$  است. مقدار  $b - a$  کدام است؟

$5$  (۱)       $3$  (۲)       $4$  (۳)       $1$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، دنباله و تصاعد، توابع و معادلات - 13960917

۱۱۰- اگر دنباله  $a_n = \frac{(2-k)n^3 - 1}{(k+3)n^2 + 2}$  فقط از پایین کران‌دار باشد، حدود  $k$  کدام است؟

$(-3, 2]$  (۱)       $\{2\}$  (۲)       $(-\infty, 2)$  (۳)       $[-3, 2)$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در یک دنباله حسابی با جملات مثبت، مجموع سه جمله اول برابر ۱۵ می‌شود. اگر به ترتیب ۱ و ۳ و ۹ واحد به جملات اول تا سوم دنباله حسابی بیفزاییم، حاصل یک دنباله هندسی می‌شود. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

$2$  (۱)       $3$  (۲)       $4$  (۳)       $5$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- مجموع پنج جمله اول دنباله هندسی  $\frac{9}{4}, \dots, \frac{9}{4}, 3, 2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{235}{8}$  (۲)  $\frac{211}{8}$  (۳)  $\frac{235}{16}$  (۴)  $\frac{227}{16}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع و معادله‌ی درجه دوم، توابع و معادلات - 13960917

۱۰۳- خط  $y = 2$  بر نمودار تابع  $y = ax^2 + 3x + (a + 2)$ ، در پایین‌ترین نقطه آن مماس است.  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $-\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع جزء صحیح، توابع و معادلات - 13960917

۱۰۸- تابع  $y = 2x - [x]$  در بازه  $x \in [0, 2)$  از  $n$  پاره خط یکسان با طول  $l$  تشکیل شده است؛ دوتایی  $(n, l)$  به کدام صورت است؟ ( $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $(2, \sqrt{2})$  (۲)  $(2, \sqrt{5})$  (۳)  $(1, 3)$  (۴)  $(1, \sqrt{5})$

شما پاسخ نداده اید

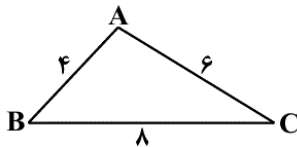
ریاضی، ریاضی پایه، مثلثات - 13960917

۱۱۱- اگر  $\sin x > 0$  و  $\cot x < 0$  باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در مثلث زیر کسینوس زاویه  $B$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{4}{7}$  (۲)  $\frac{4}{21}$  (۳)  $\frac{11}{16}$  (۴)  $\frac{4}{11}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر  $\tan \alpha = \frac{2}{3}$  مقدار عبارت  $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴ - حاصل  $\cos 15^\circ$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵ - اگر  $\cos \alpha = \frac{-4}{5}$  و  $\alpha$  در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار  $\tan(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{7}$  (۲)  $-7$  (۳)  $7$  (۴)  $-\frac{1}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶ - اگر  $\cos^2 x = 1 + \sin^2 x$ ، آنگاه حاصل  $\cos x$  کدام می‌تواند باشد؟

(۱) صفر (۲)  $-1$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷ - اگر  $\frac{3 \sin x - 4 \cos x}{\sin x + 6 \cos x} = 1$  مقدار  $\cot 2x$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{24}{5}$  (۲)  $\frac{5}{24}$  (۳)  $-\frac{5}{12}$  (۴)  $-\frac{12}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸ - اگر  $\cos 2\alpha = \frac{-1}{8}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه اول باشد، آنگاه حاصل  $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) - \cos(\frac{\pi}{3} + \alpha)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  (۲)  $\frac{-3\sqrt{3}}{4}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹ - حاصل  $\tan^4 \frac{\pi}{8} - \cot^4 \frac{\pi}{8}$  چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

(۱)  $12$  (۲)  $-12$  (۳)  $24$  (۴)  $-24$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰ - اگر  $\cos x - \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{4 \sin x}$ ، حاصل  $\sin 4x$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$  (۳)  $\sqrt{2} - 1$  (۴)  $1 - \sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، مثلثات - 13960917

۱۲۱ - اگر  $\frac{\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$  و  $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$  باشد، مقادیر  $m$  در کدام فاصله است؟

(۱)  $(1, 2]$  (۲)  $(0, 2)$  (۳)  $(2, 3]$  (۴)  $(3, 4)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲ - در یک پیست دوچرخه‌سواری، اگر شعاع پیست دایره‌ای شکل یک کیلومتر باشد و دوچرخه‌سوار مسافت  $\frac{7\pi}{2}$  کیلومتر را طی

کرده باشد، مقدار زاویه‌ای که چرخیده است بر حسب درجه کدام است؟

(۱)  $580$  (۲)  $600$  (۳)  $620$  (۴)  $630$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- نقطه  $A(0,1)$ ، روی دایره مثلثاتی به اندازه  $\frac{13\pi}{4}$  رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند تا به نقطه  $A'$

برسد. مجموع طول و عرض نقطه  $A'$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر  $\alpha$  زاویه منفرجه و  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  باشد، مقدار  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$  کدام است؟

- (۱)  $-7$  (۲)  $-\frac{1}{7}$  (۳)  $\frac{1}{7}$  (۴)  $7$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ ، آنگاه مقدار  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{3}{8}$   
(۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر  $\tan \frac{2\pi}{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1$  باشد، مقدار  $\cos 2x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر  $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1}{2}$  باشد، مقدار  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-\frac{1}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $2$

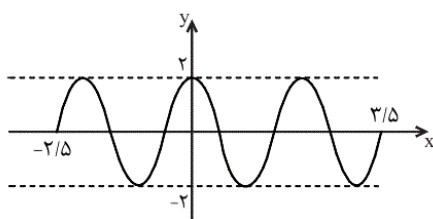
شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر  $\tan \beta = \frac{1}{2}$  و  $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$  باشند، مقدار  $\sin 2\alpha$  کدام است؟

- (۱)  $0/45$  (۲)  $0/6$   
(۳)  $0/75$  (۴)  $0/8$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin \pi\left(\frac{1}{4} + bx\right)$  است.  $a$  و  $b$  کدام است؟



- (۱)  $2$   
(۲)  $2/5$   
(۳)  $3$   
(۴)  $3/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- مساحت مثلث  $ABC$  برابر ۱۶ واحد مربع است. اگر  $b = ۸$  و  $c = ۵$  باشد، اندازه ضلع متوسط  $a$  کدام است؟

$$\sqrt{۳۹} \quad (۱) \quad \sqrt{۴۱} \quad (۲)$$

$$۳\sqrt{۵} \quad (۳) \quad ۵\sqrt{۲} \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱-

(بهرام طالبی)

در پرتاب دو تاس با هم، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر  $n(S) = 6 \times 6 = 36$  است. از طرفی اگر  $A$  پیشامد یکسان بودن اعداد رو شده دو تاس باشد، داریم:

$$A = \{(1, 1), (2, 2), \dots, (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۳)

۴

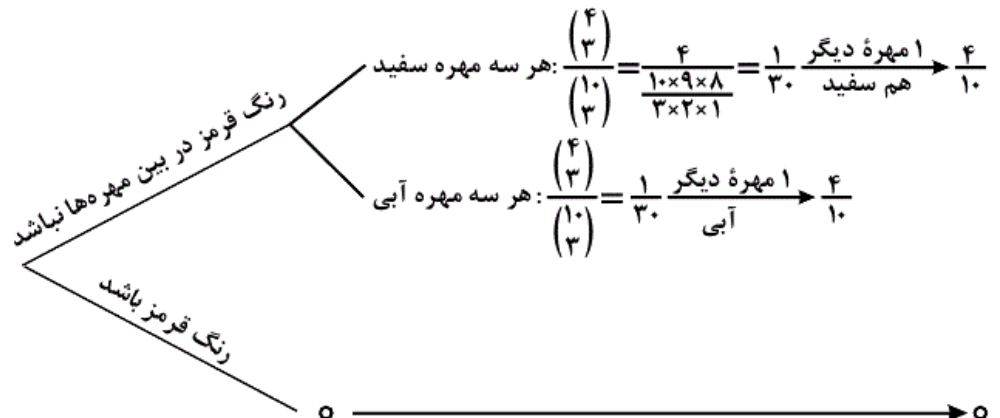
۳

۲

۱

۱۰۴-

(حسین اسفینی)



$$\Rightarrow \text{احتمال مورد نظر} = \frac{1}{30} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{30} \times \frac{4}{10} = \frac{8}{300} = \frac{4}{150} = \frac{2}{75}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

در تابع وارون می‌دانیم که:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

در این مسأله  $f$  و  $g$  وارون یکدیگرند. با انتخاب دو عدد مناسب داریم:

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow f^{-1}(1) = 0 \Rightarrow g(1) = 0 \Rightarrow \frac{1+b}{2} = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$g(2) = \frac{4+(-1)}{2 \times 2} = \frac{3}{4} \Rightarrow f\left(\frac{3}{4}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}a + \sqrt{\frac{9}{16}} + 1 = 2 \Rightarrow \frac{3}{4}a + \frac{5}{4} = 2 \Rightarrow \frac{3}{4}a = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow a = 1 \Rightarrow a + b = 0$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرشارد فرامرزی)

$$f(x) = 1 - \sqrt{x+1} \rightarrow D_f = [-1, +\infty)$$

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \in [-1, +\infty) \mid 1 - \sqrt{x+1} \in [-1, +\infty)\}$$

$$1 - \sqrt{x+1} \in [-1, +\infty) \rightarrow 1 - \sqrt{x+1} \geq -1 \rightarrow \sqrt{x+1} \leq 2$$

$$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{x+1} \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x+1 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه ۳۹ - مشابه تمرین ۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



(میثم همزه لویی)

چون طرف چپ عبارت همواره مثبت است، بنابراین برای برقراری نامعادله، باید طرف راست نامنفی باشد:

$$6x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow |x| = x \Rightarrow \text{نامعادله: } |x - 3| + x^2 \leq 6x - 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 3: x - 3 + x^2 \leq 6x - 3 \Rightarrow x^2 - 5x \leq 0 \Rightarrow x(x - 5) \leq 0 \\ \Rightarrow 0 \leq x \leq 5 \xrightarrow{x \geq 3} 3 \leq x \leq 5 \quad (1) \\ \frac{1}{2} \leq x < 3: -x + 3 + x^2 \leq 6x - 3 \Rightarrow x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ \Rightarrow (x - 1)(x - 6) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 6 \xrightarrow{\frac{1}{2} \leq x < 3} 1 \leq x < 3 \quad (2) \end{cases}$$

اجتماع (۱)، (۲)  $\rightarrow 1 \leq x \leq 5$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله بازه  $[1, 5]$  است. در نتیجه:

$$b - a = 4$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، دنباله و تصاعد، توابع و معادلات - 13960917

(هاری پلاور)

اگر ضریب  $n^3$  صفر باشد، دنباله از پایین و بالا کران دار است. در صورتی  $a_n$  فقط از پایین کران دار می شود که  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$  شود.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-k)n^3 - 1}{(k+3)n^2 + 2}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-k)n^3}{(k+3)n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2-k}{k+3} \right) n$$

برای این که  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$  شود باید  $\frac{2-k}{k+3} > 0$  باشد.

$$\frac{2-k}{k+3} > 0 \Rightarrow -3 \leq k < 2$$

هم چنین اگر  $k = -3$  باشد،  $a_n = \frac{5n^3 - 1}{2}$  خواهد بود که فقط از پایین کران دار است. پس حدود  $k$  به صورت  $-3 \leq k < 2$  خواهد بود.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه های ۴۵ تا ۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سعید نصیری)

سه جمله دنباله حسابی را به صورت  $a+d$  و  $a$  و  $a-d$  در نظر می گیریم، بنابراین:

$$(a-d) + a + (a+d) = 15 \Rightarrow a = 5$$

$$5-d, 5, 5+d$$

$$\downarrow +1 \quad \downarrow +3 \quad \downarrow +9$$

$$سه جمله متوالی دنباله هندسی:  $6-d, 8, 14+d$$$

در یک دنباله هندسی با جملات  $a, b, c$  داریم  $b^2 = ac$ . بنابراین:

$$(6-d)(14+d) = 8^2 \Rightarrow d^2 + 8d - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} d = -10 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = -10 \rightarrow \text{غلق } 15, 5, -5 \text{ دنباله حسابی} \\ d = 2 \rightarrow \text{دنباله هندسی } 3, 5, 7 \rightarrow \frac{4, 8, 16}{q=2} \end{cases}$$

(الگو و دنباله) (ریاضی ۲، صفحه های ۶ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عباس امیدوار)

جمله اول و قدرنسبت دنباله هندسی داده شده به ترتیب  $a_1 = 2$  و  $q = \frac{3}{2}$

است. در نتیجه:

$$S_5 = \frac{2(1 - (\frac{3}{2})^5)}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{2(1 - \frac{243}{32})}{-\frac{1}{2}} = 4(\frac{243}{32} - 1) = \frac{243}{8} - 4 = \frac{243 - 32}{8} = \frac{211}{8}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع و معادله‌ی درجه دوم، توابع و معادلات - 13960917

(علی ارجمند)

با توجه به سؤال، این تابع درجه دوم، مینیمم دارد، پس باید  $a > 0$  باشد.  
راه‌حل اول: چون نمودار این تابع بر خط  $y = 2$  مماس است، باید معادله  
 $ax^2 + 3x + (a + 2) - 2 = 0$  ریشه مضاعف داشته باشد:

$$ax^2 + 3x + a = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} 9 - 4a^2 = 0 \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

اما از آنجا که  $a > 0$  است، باید داشته باشیم:  $a = \frac{3}{2}$

راه‌حل دوم: حداقل مقدار تابع برابر ۲ است. بنابراین:

$$-\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{9 - 4a(a + 2)}{4a} = 2$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 8a - 9 = 8a$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

چون  $a > 0$  بنابراین  $a = \frac{3}{2}$ .

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

□۴

□۳

□۲✓

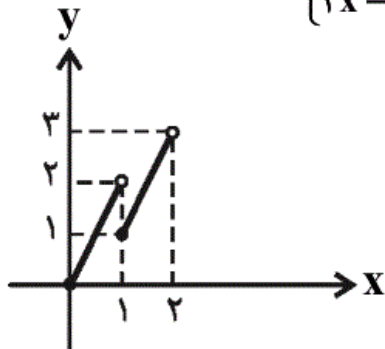
□۱

-108

(سپهر حقیقت‌افشار)

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$y = 2x - [x] \rightarrow y = \begin{cases} 2x & 0 \leq x < 1 \\ 2x - 1 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$



مشاهده می‌کنیم در بازه  $x \in [0, 2)$  این تابع از دو پاره‌خط یکسان به طول

$$\sqrt{1+4} = \sqrt{5} \text{ (فیتاغورس) تشکیل شده است. پس:}$$

$$(n, l) = (2, \sqrt{5})$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴

۳

۲

۱

-111

(حسین هاجیلو)

در ناحیه دوم مثلثاتی مقادیر سینوس، مثبت و مقادیر کتانژانت منفی است.

(ریاضی ۲، صفحه ۱۳۲) (ریاضی ۳، صفحه ۳۲)

۴

۳

۲

۱

-112

(حسین اسفینی)

$$6^2 = 4^2 + 8^2 - 2(4)(8) \cos B$$

$$\Rightarrow 36 = 16 + 64 - 64 \cos B$$

$$\Rightarrow 36 - 80 = -64 \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{-44}{-64} = \frac{11}{16}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۴)

۴

۳

۲

۱

(سینا روستایی)

پس از ساده کردن عبارت، صورت و مخرج را بر  $\cos \alpha$  تقسیم می‌کنیم.

$$\text{عبارت خواسته شده} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{-1 - \tan \alpha}{\tan \alpha - 1} = \frac{-1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = 5$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(سین فایلو)

$$\begin{aligned} \cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\ &= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(علی داودوندی)

$$\begin{aligned} \tan\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) &= \frac{\tan \frac{3\pi}{4} - \tan \alpha}{1 + \tan \frac{3\pi}{4} \cdot \tan \alpha} \\ &= \frac{-1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha \times (-1)} \quad (*) \end{aligned}$$

حال مقدار  $\tan \alpha$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin^2 \alpha + \frac{16}{25} = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \xrightarrow{\alpha \text{ در ربع سوم}} \sin \alpha = \frac{-3}{5}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{-1 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{-3}{4}} = \frac{-\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} = -7$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

$$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 1 \Rightarrow 2 \cos^2 x = 2$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm 1$$

که عدد -۱ در گزینه‌ها وجود دارد. پس گزینه «۲» صحیح است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

صورت و مخرج کسر را بر  $\cos x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{3 \sin x}{\cos x} - \frac{4 \cos x}{\cos x} = \frac{3 \tan x - 4}{\tan x + 6} = 1$$

$$\Rightarrow 3 \tan x - 4 = \tan x + 6 \Rightarrow 2 \tan x = 10$$

$$\Rightarrow \tan x = 5$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2(5)}{1 - 25} = -\frac{10}{24} = -\frac{5}{12} \Rightarrow \cot 2x = -\frac{12}{5}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می توان اثبات کرد که:

$$\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \sin \beta$$

در نتیجه:

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = 2 \sin \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \sqrt{3} \sin \alpha$$

از رابطه  $\cos 2\alpha = -\frac{1}{8}$  باید  $\sin \alpha$  را پیدا کنیم.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 + \frac{1}{8}}{2} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{4}$$

چون انتهای کمان در ناحیه اول است لذا  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$  قابل قبول است. لذاجواب نهایی که  $\sqrt{3} \sin \alpha$  است برابر  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$  است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(مسین فایلو)

$$\tan^4 \frac{\pi}{8} - \cot^4 \frac{\pi}{8} = \left(\tan^2 \frac{\pi}{8} - \cot^2 \frac{\pi}{8}\right) \left(\tan^2 \frac{\pi}{8} + \cot^2 \frac{\pi}{8}\right)$$

$$= \left(\tan \frac{\pi}{8} - \cot \frac{\pi}{8}\right) \left(\tan \frac{\pi}{8} + \cot \frac{\pi}{8}\right) \left(\left(\tan \frac{\pi}{8} + \cot \frac{\pi}{8}\right)^2 - 2\right)$$

$$\cot x - \tan x = 2 \cot 2x \text{ و } \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \text{ با استفاده از روابط}$$

داریم:

$$\text{عبارت} = \left(-2 \cot \frac{\pi}{4}\right) \left(\frac{2}{\sin \frac{\pi}{4}}\right) \left(\left(\frac{2}{\sin \frac{\pi}{4}}\right)^2 - 2\right)$$

$$= (-2(1)) \left(\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right) \left(\left(\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)^2 - 2\right)$$

$$= (-2)(2\sqrt{2})(6) = -24\sqrt{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

(میثم همزه لویی)

$$\cos x - \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{4 \sin x} \Rightarrow \sin x (\cos x - \sin x) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

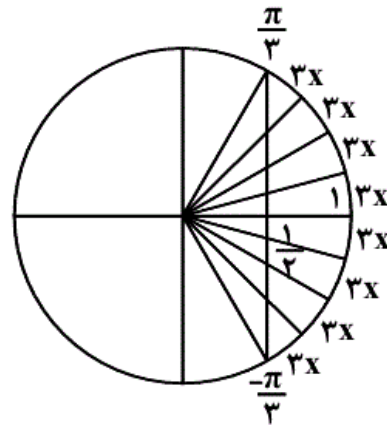
$$\Rightarrow \sin x \cos x - \sin^2 x = -\frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x - \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\xrightarrow{\times 2} \sin 2x - 1 + \cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin 2x + \cos 2x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۴                       ۳                       ۲                       ۱ ✓

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، مثلثات - 13960917

(سراسری ریاضی - ۶۸)

وقتی  $-\frac{\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$  است، آنگاه

$$-\frac{\pi}{3} < 3x < \frac{\pi}{3}$$

خواهد بود کسینوس  $3x$ ،

در  $-\frac{\pi}{3}$  برابر  $\frac{1}{2}$  است و هر چه زاویه  $3x$  به

صفر نزدیک شود، مقدار کسینوس بیش تر

می شود تا این که وقتی  $3x$  برابر صفر شود، کسینوس  $3x$ ، برابر یک می باشد.بنابراین مقدار ماکزیمم کسینوس رخ داده است. حال هر چه  $3x$  جلوتر رودو به زاویه  $\frac{\pi}{3}$  نزدیک شود، مقدار کسینوس  $3x$ ، کم تر می شود تا در  $\frac{\pi}{3}$ مجدداً کسینوس  $3x$  برابر  $\frac{1}{2}$  می گردد. بنابراین:

$$-\frac{\pi}{3} < 3x < \frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{1}{2} < \cos 3x \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow 2 < m \leq 3$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۴                       ۳ ✓                       ۲                       ۱



(تست ۱۱۷ کتاب آبی ریاضیات ۳۰ سال کنکور تهرپی)

ابتدا از رابطه  $L = r\theta$  مقدار  $\theta$  را بر حسب رادیان به دست می آوریم:

$$L = r\theta \rightarrow \frac{7\pi}{2} = 1 \times \theta \rightarrow \theta = \frac{7\pi}{2} (\text{rad})$$

حال از رابطه  $D \times \frac{\pi}{180^\circ} = R$  مقدار زاویه  $\theta$  را بر حسب درجه به دست

می آوریم:

$$D \times \frac{\pi}{180^\circ} = R \Rightarrow D \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{7\pi}{2} \Rightarrow D = \frac{7\pi \times 180^\circ}{2\pi} = 63^\circ$$

(ریاضی ۲، صفحه ۱۲۷)

۴ ✓

۳

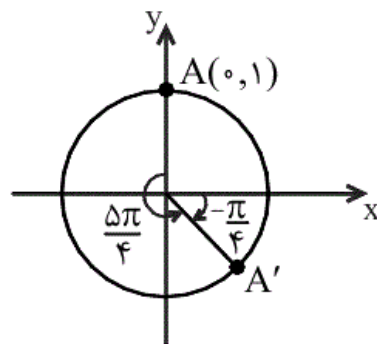
۲

۱

با دوران به اندازه  $2\pi$ ، نقطه  $A$  به موقعیت اولیه خود باز می گردد، پس کافی است نقطه  $A$  را در خلاف جهت حرکت عقربه های ساعت به اندازه

$$\frac{\Delta\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$$

مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} x_{A'} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y_{A'} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_{A'} + y_{A'} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱

با توجه به رابطه  $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha}$ ، باید  $\tan \alpha$  را بیابیم

وقتی  $\alpha$  زاویه منفرجه است، بنابراین کمان در ناحیه دوم است و در ناحیه دوم  $\tan \alpha$  و  $\cos \alpha$  منفی هستند، پس:

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{-4}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{-4}{5}} = \frac{-3}{4}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{7}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا توجه کنید که:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha$$

برای محاسبه  $-\sin 2\alpha$ ، طرفین تساوی  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$  را به توان دو

می‌رسانیم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow -\sin 2\alpha = \frac{-3}{4}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

می دانیم  $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$  پس:

$$\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

همچنین:

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = -\cos x$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow (-\sqrt{3})(-\cos x) = 1$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\xrightarrow{\cos x = \frac{1}{\sqrt{3}}} \cos 2x = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1 = \frac{2}{3} - 1 = \frac{-1}{3}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷) (ریاضی ۳، صفحه ۳۴)

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری تهرپی فارغ از کشور - ۹۵)

می دانیم  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot \theta$  پس  $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2}$ 

همچنین داریم:

$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \left(2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1\right)} = \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 2 \Rightarrow \cot \frac{\alpha}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\cot \frac{\alpha}{2} = -2$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

۴

۳

۲

۱✓

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \tan \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2(3)}{1 + 3^2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۹۲)

-۱۲۹

تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = a \cos b\pi x$$

$$|a| = 2$$

ماکزیمم تابع برابر ۲ است بنابراین:

اما  $y(0) = 2$ ، پس:

$$y(0) = a \times \cos 0 = a \Rightarrow a = 2$$

از طرفی نمودار تابع در بازه‌ی  $[-2/5, 3/5]$  سه بار تکرار شده است، در نتیجه:

$$3T = 3/5 - (-2/5) = 6 \Rightarrow T = 2$$

با توجه به رابطه‌ی دوره تناوب توابع کسینوسی خواهیم داشت:

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

که هر دو مقدار قابل قبول است. با توجه به گزینه‌ها  $a \cdot b = 2$  است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۲)

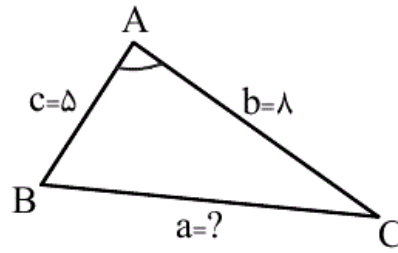
۴

۳

۲

۱

با توجه به شکل، خواهیم داشت:



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{4}{5}$$

با استفاده از دستور  $\cos \hat{A} = \sqrt{1 - \sin^2 \hat{A}}$ ، خواهیم داشت:

$$\cos \hat{A} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

حال با استفاده از قانون کسینوس‌ها،  $a$  را می‌یابیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow a^2 = 8^2 + 5^2 - 2(8)(5) \left( \frac{3}{5} \right) = 41 \Rightarrow a = \sqrt{41}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir