



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

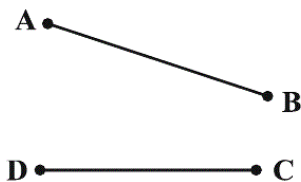
ریاضی ، ریاضی ۲ ، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

۷۱- محل برخورد قطرهای یک مربع، مرکز دایره‌ای به شعاع ۴ است. اگر طول قطر مربع ۸ واحد باشد، دایره و مربع در چند نقطه با یکدیگر برخورد دارند؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۷۲- دو پاره‌خط AB و CD را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. نقطه‌ای را که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد، O می‌نامیم. اگر نقطه O روی عمودمنصف BC باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟



- (۱) AC و BD بر یکدیگر عمودند.
(۲) نقطه O از دو پاره‌خط AB و CD به یک فاصله است.
(۳) نقاط A, B, C, D روی یک دایره واقع‌اند.
(۴) نقطه O از دو پاره‌خط AD و BC به یک فاصله است.

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر فاصله دو خط موازی d و d' برابر ۶ باشد، در این صورت کدام گزینه نشانگر همه نقاطی است که تفاضل فواصل آن نقاط از این دو خط برابر ۲ باشد؟

- (۱) یک خط موازی با d و d' و بین این دو
(۲) دو خط موازی با d و d' و بین این دو
(۳) دو خط موازی با d و d' و خارج این دو
(۴) چهار خط موازی d و d'

شما پاسخ نداده اید

۷۴- پاره‌خط AB به طول L مفروض است. اگر با توجه به مقدار L ، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ باشد، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای L کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۰ (۴) ۹

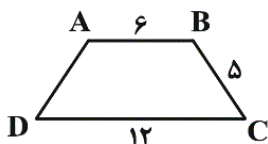
شما پاسخ نداده اید

۷۵- مربعی به ضلع ۴ مفروض است. اگر A ، ناحیه‌ای درون مربع باشد که هر نقطه درون آن ناحیه، فاصله‌اش از تمام رأس‌های مربع بیشتر از یک باشد، بیشترین مساحت ناحیه A کدام است؟

- (۱) $16 - \pi$ (۲) $16 - 2\pi$
(۳) π (۴) $\frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- در دوزنقه متساوی الساقین زیر، نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C همدیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. فاصله O از ضلع BC کدام است؟



(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۲/۵

(۳) ۳/۵

شما پاسخ نداده اید

۷۷- اگر در یک مثلث، مجموع دو زاویه برابر با زاویه سوم باشد، آنگاه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

(۲) روی رأس بزرگ‌ترین زاویه

(۱) درون مثلث

(۴) روی بزرگ‌ترین ضلع

(۳) بیرون مثلث

شما پاسخ نداده اید

۷۸- اگر طول پاره خط MN برابر ۷ واحد باشد، آن‌گاه چند نقطه در صفحه یافت می‌شود که از M به فاصله ۵ واحد و از N به فاصله ۴ واحد باشد؟

(۲) ۱

(۱) هیچ

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۷۹- چند نقطه روی یک دایره وجود دارد که از دو خط متقاطع d_1 و d_2 به یک فاصله باشد؟

(۲) حداقل ۲

(۱) حداکثر ۲

(۴) حداقل ۴

(۳) حداکثر ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۰- داخل مثلث ABC دایره‌ای رسم می‌کنیم که بر هر سه ضلع آن مماس باشد. اگر O مرکز این دایره باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) قطر دایره برابر ضلع کوچکتر مثلث است.

(۲) نقطه‌ی O محل برخورد سه نیمساز داخلی مثلث است.

(۳) قطر دایره برابر ضلع بزرگ‌تر مثلث است.

(۴) نقطه‌ی O محل برخورد سه عمودمنصف اضلاع مثلث است.

شما پاسخ نداده اید

۸۱- همواره چند نقطه در صفحه می‌تواند وجود داشته باشد به طوری که فاصله آنها از نقاط متمایز A، B، C و D در همان صفحه به یک اندازه باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر یا یک

(۳) بی‌نهایت

شما پاسخ نداده اید

۸۲- به مرکز O کمان دلخواهی رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویه XOY را در نقاط A و B قطع کند. حال به مراکز A و B کمان‌هایی به طول شعاع $\frac{3}{4}AB$ رسم می‌کنیم تا این دو کمان همدیگر را در نقطه C درون زاویه قطع کنند. در این صورت کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

(۱) OC از وسط AB می‌گذرد.

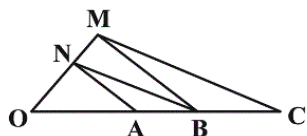
(۲) مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

(۳) OC نیمساز زاویه XOY است.

(۴) OC عمود بر پاره خط AB است. **دانلود از سایت ریاضی سرا**

شما پاسخ نداده اید

۸۳- در شکل زیر، $NA \parallel MB$ و $NB \parallel MC$ می‌باشد. اگر $OA = 2x - 8$ و $OB = x$ و $OC = x + 3$ باشد، اندازه پاره خط AB چقدر است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- می‌خواهیم با برهان خلف ثابت کنیم که اگر n عضو اعداد طبیعی باشد و n^2 عددی فرد باشد، آن‌گاه n نیز عددی فرد است، در این صورت کدام گزینه برای اثبات این مطلب با برهان خلف صحیح است؟

(۱) فرض می‌کنیم که n عددی فرد است و سپس نشان می‌دهیم n^2 نیز فرد است.

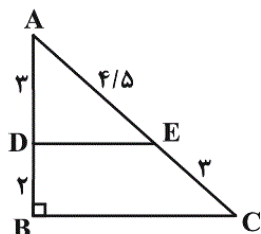
(۲) فرض می‌کنیم که n عددی زوج است و سپس نشان می‌دهیم که n^2 فرد خواهد بود.

(۳) فرض می‌کنیم که n عددی زوج است و سپس نشان می‌دهیم که n^2 زوج خواهد بود.

(۴) فرض می‌کنیم که n عددی فرد است و سپس نشان می‌دهیم n^2 زوج خواهد بود.

شما پاسخ نداده اید

۸۵- در شکل مقابل، مثلث ABC قائم‌الزاویه است. طول پاره خط DE کدام است؟



$\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (۲)

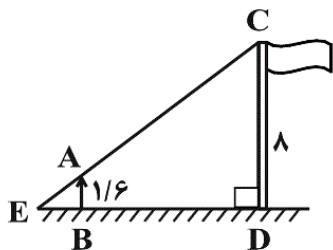
$\frac{5\sqrt{5}}{4}$ (۱)

$\frac{4\sqrt{5}}{7}$ (۴)

$\frac{5\sqrt{3}}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- در شکل زیر پاره خط AB شخصی است که در فاصله ۴ متری از پای پرچمی به ارتفاع ۸ متر ایستاده است. اگر اندازه قد شخص $\frac{1}{6}$ متر باشد، طول کابل EC چند متر است؟



$\sqrt{89}$ (۲)

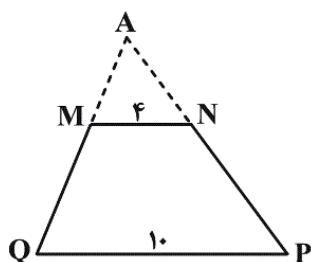
$\sqrt{91}$ (۱)

۹ (۴)

۱۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در شکل زیر محیط دوزنقه $MNPQ$ برابر ۲۳ است. امتداد ساق‌های این دوزنقه در A متقاطع‌اند. محیط مثلث AMN کدام است؟



۱۴ (۱)

۱۲ (۲)

۱۰ (۳)

۱۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۸- در مربع $ABCD$ ضلع CD را از طرف C به اندازه‌ی ضلع مربع تا نقطه‌ی E امتداد می‌دهیم، به طوری که AE ضلع BC را در F قطع کند.

مساحت چهار ضلعی $AFCD$ چند برابر مساحت مربع است؟

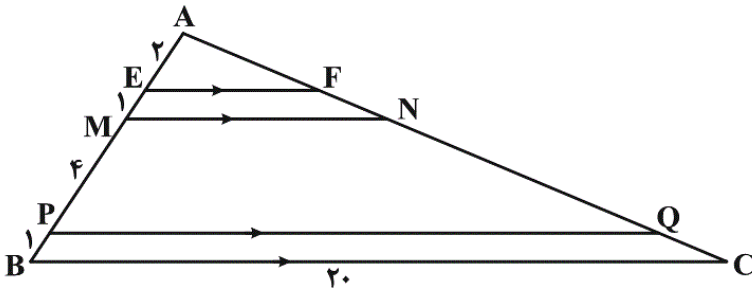
$\frac{4}{7}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۱)

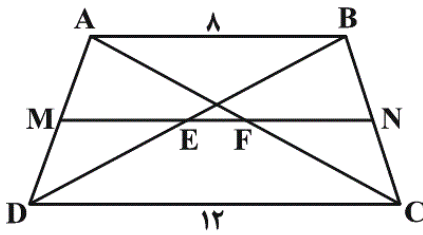
۸۹- در شکل مقابل، حاصل $EF + MN + PQ$ کدام است؟



- (۱) ۲۸
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۲
- (۴) $\frac{۶۱}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- در شکل زیر، $ABCD$ دوزنقه و M و N وسط دو ساق است. طول EF کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) $\frac{۱۰}{۵}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{۳}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

۹۱- اگر جواب‌های معادله درجه دومی که ضریب جمله x^2 در آن برابر یک است به صورت $3 \pm \sqrt{5}$ باشد، مجموع ضرایب این معادله کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) ۱
- (۳) ۱۱
- (۴) -۹

شما پاسخ نداده اید

۹۲- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار تابع درجه دوم $y = mx^2 + (2m-1)x + m - 2$ محور x ها را در دو نقطه با طول‌های مثبت قطع می‌کند؟

- (۱) $m > 2$ یا $m < 0$
- (۲) $0 < m < \frac{1}{2}$
- (۳) هیچ مقدار m
- (۴) هر مقدار m

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر کمترین مقدار سهمی $y = x^2 - mx + m - 1$ برابر -۱ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) -۱
- (۲) صفر
- (۳) ۲
- (۴) ۴

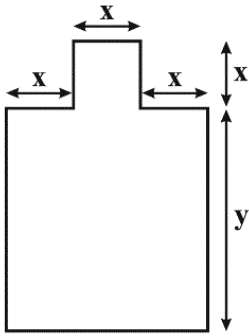
شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 5x - 1 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟

- (۱) $x^2 + 3x + 8 = 0$
- (۲) $x^2 - 3x + 8 = 0$
- (۳) $x^2 + 3x - 8 = 0$
- (۴) $x^2 - 3x - 8 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- پنجره‌ای به شکل مقابل است. اگر محیط پنجره ۱۶ متر باشد، مقدار x چقدر باشد تا پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد؟



(۱) $\frac{12}{11}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{24}{11}$

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر $x=1$ یکی از جواب‌های معادله $2\sqrt{2x-a} = 1+x$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

(۴) ۲

(۳) -۵

(۲) ۵

(۱) -۱

شما پاسخ نداده اید

۹۷- مجموع جواب‌های معادله $x^3 - \frac{1}{x^3} = 3x - \frac{3}{x}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) صفر

(۱) -۱

شما پاسخ نداده اید

۹۸- جواب‌های معادله $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x-5$ چگونه است؟

(۲) یک جواب حقیقی دارد.

(۱) جواب حقیقی ندارد.

(۴) بی‌شمار جواب حقیقی دارد.

(۳) دو جواب حقیقی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ باشند، آن‌گاه حاصل عبارت $\frac{\alpha^2}{2\alpha+1} + \frac{\beta^2}{2\beta+1}$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

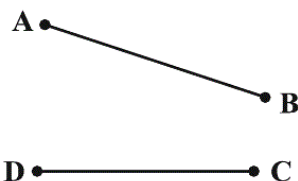
(۴) ۳

(۳) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- دو پاره‌خط AB و CD را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. نقطه‌ای را که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه C و D نیز به یک

فاصله باشد، O می‌نامیم. اگر نقطه O روی عمودمنصف BC باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟



(۱) AC و BD بر یکدیگر عمودند.

(۲) نقطه O از دو پاره‌خط AB و CD به یک فاصله است.

(۳) نقاط A, B, C, D روی یک دایره واقع‌اند.

(۴) نقطه O از دو پاره‌خط AD و BC به یک فاصله است.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر فاصله دو خط موازی d و d' برابر ۶ باشد، در این صورت کدام گزینه نشانگر همه نقاطی است که تفاضل فواصل آن نقاط از این دو خط برابر ۲ باشد؟

- (۱) یک خط موازی با d و d' و بین این دو
 (۲) دو خط موازی با d و d' و بین این دو
 (۳) دو خط موازی با d و d' و خارج این دو
 (۴) چهار خط موازی d و d'

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- پاره خط AB به طول L مفروض است. اگر با توجه به مقدار L ، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای L کدام است؟

- (۱) ۶
 (۲) ۱۲
 (۳) ۱۰
 (۴) ۹

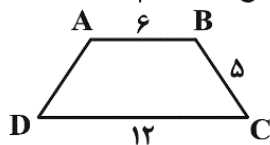
شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مربعی به ضلع ۴ مفروض است. اگر A ، ناحیه‌ای درون مربع باشد که هر نقطه درون آن ناحیه، فاصله‌اش از تمام رأس‌های مربع بیشتر از یک باشد، بیشترین مساحت ناحیه A کدام است؟

- (۱) $۱۶ - \pi$
 (۲) $۱۶ - ۲\pi$
 (۳) π
 (۴) $\frac{\pi}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در دوزنقه متساوی‌الساقین زیر، نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C هم‌دیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. فاصله O از ضلع BC کدام است؟



- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) $۳/۵$
 (۴) $۲/۵$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر در یک مثلث، مجموع دو زاویه برابر با زاویه سوم باشد، آنگاه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

- (۱) درون مثلث
 (۲) روی رأس بزرگ‌ترین زاویه
 (۳) بیرون مثلث
 (۴) روی بزرگ‌ترین ضلع

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر طول پاره خط MN برابر ۷ واحد باشد، آن گاه چند نقطه در صفحه یافت می‌شود که از M به فاصله ۵ واحد و از N به فاصله ۴ واحد باشد؟

- (۱) هیچ
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- چند نقطه روی یک دایره وجود دارد که از دو خط متقاطع d_1 و d_2 به یک فاصله باشد؟

- (۱) حداکثر ۲
 (۲) حداقل ۲
 (۳) حداکثر ۴
 (۴) حداقل ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- داخل مثلث ABC دایره‌ای رسم می‌کنیم که بر هر سه ضلع آن مماس باشد. اگر O مرکز این دایره باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) قطر دایره برابر ضلع کوچکتر مثلث است.
 (۲) نقطه‌ی O محل برخورد سه نیمساز داخلی مثلث است.
 (۳) قطر دایره برابر ضلع بزرگ‌تر مثلث است.
 (۴) نقطه‌ی O محل برخورد سه عمود منصف اضلاع مثلث است.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- همواره چند نقطه در صفحه می‌تواند وجود داشته باشد به طوری که فاصله آنها از نقاط متمایز A ، B ، C و D در همان صفحه به یک اندازه باشد؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) بی‌نهایت
 (۴) صفر یا یک

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- به مرکز O کمان دلخواهی رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویه xOy را در نقاط A و B قطع کند. حال به مراکز A و B کمان‌هایی به طول

شعاع $\frac{3}{4}AB$ رسم می‌کنیم تا این دو کمان همدیگر را در نقطه C قطع کنند. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

(۱) OC از وسط AB می‌گذرد.

(۲) مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

(۳) OC نیمساز زاویه xOy است.

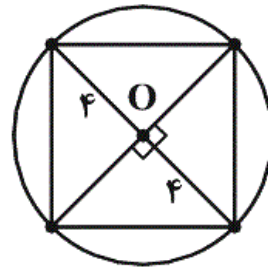
(۴) OC عمود بر پاره‌خط AB است.

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(سینا ممدپور)

می‌دانیم در مربع، قطرهای عمودمنصف یکدیگرند. حال با توجه به اینکه شعاع دایره دقیقاً برابر نصف قطر مربع است ($\frac{1}{2} = ۴$) ، لذا دایره مذکور، مربع را در رأس‌هایش، یعنی در ۴ نقطه قطع می‌کند.



(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

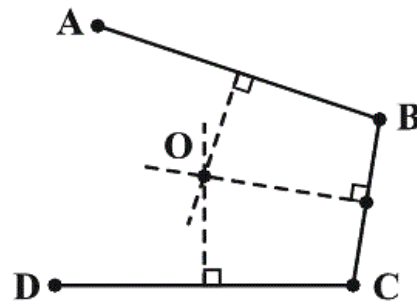
۲

۱

-۷۲

(سینا ممدپور)

نقاطی که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله‌اند، روی عمودمنصف آن پاره‌خط واقع‌اند و بالعکس. لذا داریم:



(۱) $OA = OB \Rightarrow O$ از نقاط A و B به یک فاصله است.

(۲) $OC = OD \Rightarrow O$ از نقاط C و D به یک فاصله است.

(۳) $OB = OC \Rightarrow O$ روی عمودمنصف BC است.

با توجه به روابط (۱)، (۲) و (۳) نتیجه می‌گیریم که:

$$OA = OB = OC = OD$$

بنابراین نقاط A، B، C و D روی دایره‌ای به مرکز O واقع‌اند.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

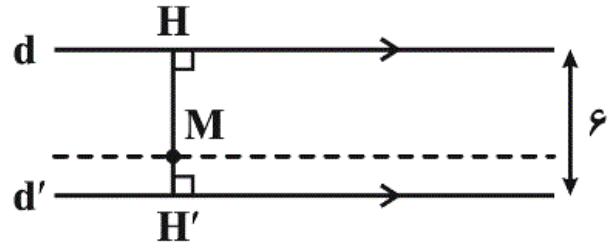
۴

۳

۲

۱

با فرض اینکه نقطه M بین دو خط و نزدیک به خط d' باشد، داریم:



$$\begin{cases} MH + MH' = 6 \\ MH - MH' = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MH = 4 \\ MH' = 2 \end{cases}$$

بنابراین نقاطی که روی خطی موازی دو خط d و d' و به فاصله ۲ از خط d' باشند، ویژگی‌های مسئله را دارا می‌باشند.

مشابه همین حالت برای زمانی رخ می‌دهد که نقطه M بین دو خط و این بار نزدیک خط d باشد.

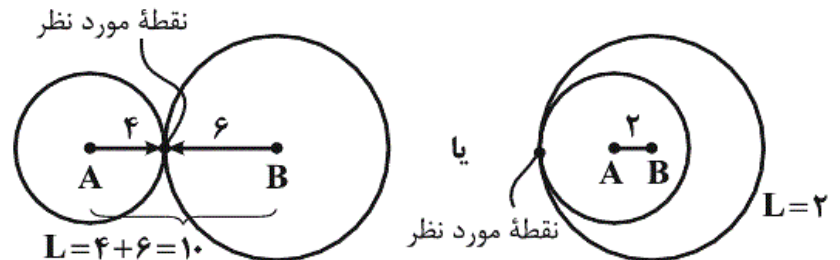
□۴

□۳

□۲✓

□۱

در صورتی که L یکی از دو مقدار ۲ یا ۱۰ را داشته باشد، نقطه مورد نظر تنها یک نقطه در صفحه می‌باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ است.



پس ۲ یا $L = 10$ بوده که جمع آن‌ها $12 = 10 + 2$ است.

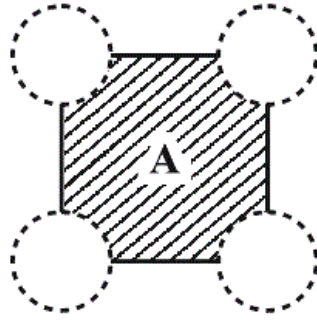
(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

□۴

□۳

□۲✓

□۱



۴ دایره به مرکز رئوس مربع و به شعاع ۱ رسم می‌کنیم. ناحیه A، ناحیه هاشورخورده مطابق شکل است که برای محاسبه مساحت آن کافی است از مساحت مربع، ۴ تا مساحت ربع دایره (یا مساحت ۱ دایره کامل) را حذف کنیم:

$$\text{مساحت ناحیه A} = \text{مساحت مربع} - (\text{مساحت ربع دایره} \times ۴)$$

$$= ۱۶ - ۴ \times \frac{\pi \times ۱^2}{۴} = ۱۶ - \pi$$

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

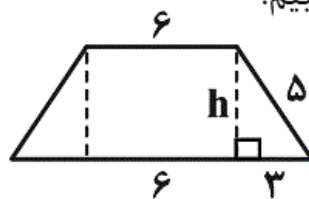
 ۲

 ۱

ارتفاع دوزنقه برابر است با:

$$h = OH + OH'' \stackrel{OH=OH''}{=} ۲OH \stackrel{OH=OH'}{=} ۲OH'$$

با توجه به ابعاد داده شده، ارتفاع دوزنقه را می‌یابیم:



$$\Rightarrow h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\Rightarrow h = 4$$

$$۲OH' = 4 \Rightarrow OH' = 2$$

بنابراین:

پس فاصله O از ضلع BC که همان OH' است، برابر ۲ می‌شود.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

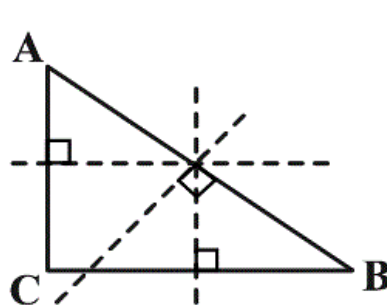
 ۲

 ۱

(سینا ممدپور)

مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است. حال اگر رئوس مثلث را **A**، **B** و **C** بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \\ \widehat{A} + \widehat{B} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow 2\widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ$$



بنابراین $\triangle ABC$ یک مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد. در نتیجه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث دقیقاً در وسط ضلع **AB** وتر مثلث (بزرگ‌ترین ضلع مثلث) قرار دارد.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

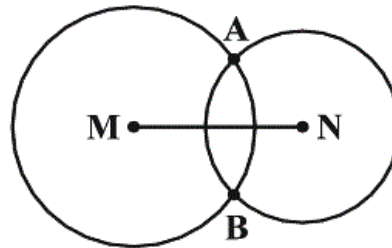
 ۳

 ۲

 ۱

(سینا ممدپور)

می‌دانیم تمامی نقاطی که از یک نقطه مشخص به فاصله ثابت قرار دارند، روی محیط دایره‌ای به مرکز همان نقطه و به شعاعی به اندازه فاصله‌ی تعیین شده قرار می‌گیرند. لذا کافیهست دایره‌ای به مرکز **M** و به شعاع ۵ واحد و دایره دیگری به مرکز **N** و به شعاع ۴ واحد رسم کنیم. محل تلاقی این دو دایره (نقاط **A** و **B**) جواب‌های مسأله می‌باشند.



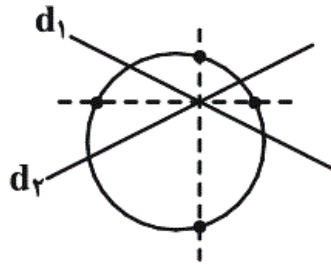
(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

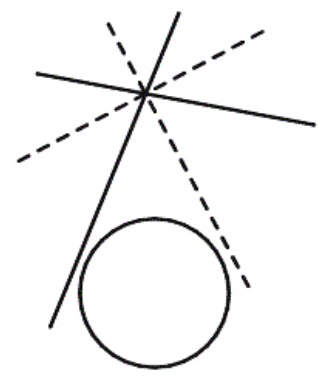
 ۳

 ۲

 ۱



۴ نقطه تقاطع دارد.



هیچ نقطه تقاطعی وجود ندارد.

پس گزینه‌ی «۳» درست است.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

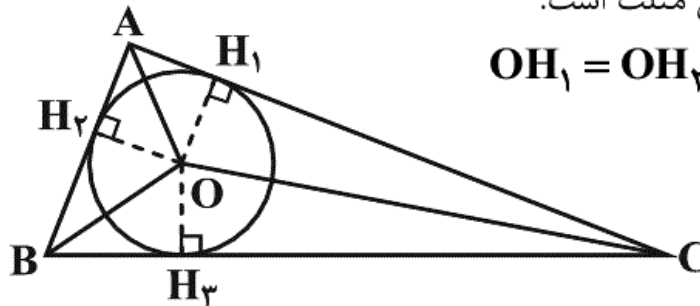
۱

(معمرمصطفی ابراهیمی)

۸۰-

مرکز دایره از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، بنابراین محل برخورد سه نیمساز داخلی مثلث است.

$$OH_1 = OH_2 = OH_3 = r$$



(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

(ریم مشاق نظم)

۸۱-

جواب مسأله، نقاط حاصل از برخورد عمودمنصف پاره‌خط‌های **AB**، **CD** و **BC** (یا **AD**) است. این عمودمنصف‌ها ممکن است همدیگر را در یک نقطه قطع نکنند (همرس نباشند). یا در یک نقطه قطع کنند (همرس باشند). بنابراین مسأله می‌تواند صفر یا یک جواب داشته باشد.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

(ریم مشاق نظم)

۸۲-

مطابق مطالب کتاب، **OC** عمودمنصف **AB** و نیمساز \widehat{xOy} است.

$\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است ولی لزوماً متساوی‌الاضلاع نیست، بنابراین گزینه ۲ نادرست است.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 \text{ غ ق ق} \\ x = 6 \text{ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = 2x - 8 = 2 \times (6) - 8 = 4 \\ OB = x = 6 \\ OC = x + 3 = 6 + 3 = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB = OB - OA = 6 - 4 = 2$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱

(ممید علیزاده)

-۸۴

طبق برهان خلف باید حکم را غلط فرض کنیم یعنی فرض کنیم که n عددی زوج است، یعنی $n = 2k$ و $k \in \mathbb{N}$ سپس نشان می‌دهیم که در این صورت n^2 نیز زوج است که با فرض مسئله که گفته است n^2 عددی فرد است، تناقض دارد و حکم ثابت می‌شود. بنابراین فرض زوج بودن عدد n ، صحیح نیست.

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

-۸۵

$$\frac{3}{2} = \frac{4/5}{3}$$

پس $DE \parallel BC$ است.

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow 5^2 + BC^2 = 7/5^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 - 5^2 = \frac{225}{4} - 25 = \frac{125}{4}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{DE}{\frac{5\sqrt{5}}{2}} \Rightarrow DE = \frac{\frac{5\sqrt{5}}{2} \times 3}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱

(کریم نصیری)

چون میله پرچم و شخص هر دو بر زمین عمود هستند، پس با هم موازیند و طبق قضیه تالس داریم: $(EB = x)$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{1/6}{8}$$

$$\frac{x}{x+4} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5x = x+4 \Rightarrow 4x = 4$$

$$\Rightarrow x = 1 = EB$$

$$ED = EB + BD = 1 + 4 = 5$$

اکنون در مثلث EDC، طبق رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$EC = \sqrt{5^2 + 8^2} = \sqrt{89}$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

□۴

□۳

□۲✓

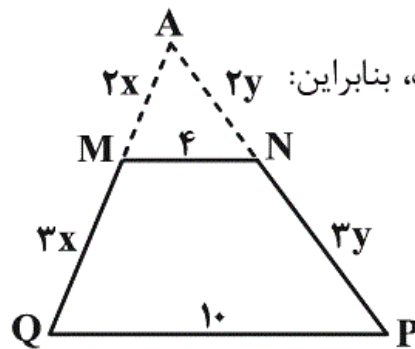
□۱

-۸۷

(مدرسه‌مستطقی ابراهیمی)

پاره‌خط MN موازی QP است، چون نسبت $\frac{MN}{QP} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

است. پس نسبت $\frac{AM}{AQ} = \frac{AN}{AP}$ نیز باید ۲ به ۵ باشد.



از طرفی محیط دوزنقه برابر با ۲۳ است، بنابراین:

$$3x + 3y + 4 + 10 = 23$$

$$\Rightarrow 3(x + y) = 23 - 14$$

$$\Rightarrow 3(x + y) = 9$$

$$\Rightarrow x + y = 3$$

$$\triangle AMN \text{ محیط مثلث} = 4 + 2x + 2y = 4 + 2(x + y)$$

$$= 4 + 2 \times 3 = 10$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

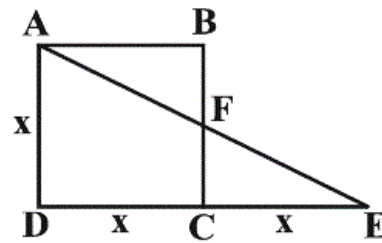
□۴

□۳✓

□۲

□۱

(معمدمصطفی ابراهیمی)



در مثلث AED می‌دانیم

AD || CF است.

مساحت ذوزنقه AFCD را پیدا

می‌کنیم:

$$\frac{CF}{AD} = \frac{CE}{DE} \Rightarrow \frac{CF}{x} = \frac{x}{2x} \Rightarrow CF = \frac{x}{2}$$

مساحت ذوزنقه برابر است با:

$$\frac{(\frac{x}{2} + x) \times x}{2} = \frac{\frac{3x}{2} \times x}{2} = \frac{3x^2}{4}$$

نسبت مساحت ذوزنقه به مربع برابر است با:

$$\frac{\frac{3x^2}{4}}{x^2} = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳✓

۲

۱

(علی فتح‌آباری)

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{EF}{20} \Rightarrow EF = 5$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{MN}{20} \Rightarrow MN = \frac{15}{2}$$

$$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{7}{8} = \frac{PQ}{20} \Rightarrow PQ = \frac{35}{2}$$

$$EF + MN + PQ = 5 + \frac{15}{2} + \frac{35}{2} = 30$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳

۲✓

۱

(معمد بصیرایی)

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = 1 \Rightarrow MN \parallel AB \parallel DC$$

$$ME \parallel AB \Rightarrow \xrightarrow[\text{در } \triangle ADB]{\text{طبق قضیه تالس}}$$

$$\frac{ME}{AB} = \frac{DM}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow ME = \frac{1}{2} AB = 4$$

$$MF \parallel DC \Rightarrow \xrightarrow[\text{در } \triangle DAC]{\text{طبق قضیه تالس}}$$

$$\frac{MF}{DC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{1}{2} DC = 6$$

$$\Rightarrow EF = MF - ME = 6 - 4 = 2$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۳ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، ریاضی ۲- سوالات موازی، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

-۹۱

(ابراهیم نبغی)

معادله درجه دومی که مجموع جواب‌های آن S و حاصل ضرب جواب‌های آن P باشد، به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است:

$$S = 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6, P = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$$

$$\begin{cases} S = 6 \\ P = 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow \text{ضرایب: } 1, -6, 4$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ضرایب} = 1 - 6 + 4 = -1$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

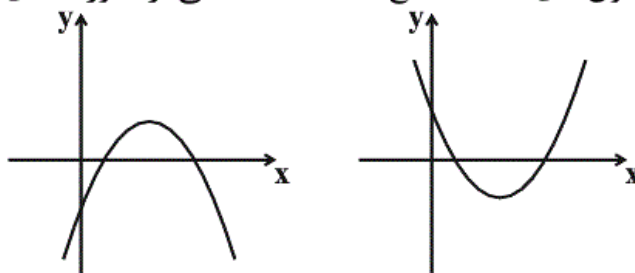
۳

۲

۱✓

(ابراهیم نبفی)

برای آنکه نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در دو نقطه با طول‌های مثبت قطع کند باید به یکی از صورت‌های زیر باشد:



با توجه به نمودارهای فوق خواهیم داشت:

$$(1) \quad \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

$$\Rightarrow (2m-1)^2 - 4(m)(m-2) > 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 8m > 0$$

$$\Rightarrow 4m + 1 > 0 \Rightarrow m > \frac{-1}{4}$$

$$(2) \quad S = \alpha + \beta > 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2m-1}{m} < 0$$

۴

۳✓

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

$$y = x^2 - mx + m - 1 \Rightarrow x_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{m}{2}$$

کمترین یا بیشترین مقدار سهمی در رأس آن اتفاق می‌افتد که با قرار دادن طول به‌دست آمده در ضابطه تابع تعیین می‌شود:

$$x = \frac{m}{2}, y = -1 \Rightarrow \left(\frac{m}{2}\right)^2 - m\left(\frac{m}{2}\right) + m - 1 = -1$$

$$\Rightarrow \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + m = 0 \Rightarrow \frac{m^2 - 2m^2 + 4m}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 4m - m^2 = 0 \Rightarrow m(4 - m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = 4 = \text{مجموع مقادیر } m$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴✓

۳

۲

۱

$$P = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \times \left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1$$

$$= \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 = \frac{1}{\frac{-1}{4}} + \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-1}{4}} + 1$$

$$= -4 - 5 + 1 = -8$$

بنابراین با توجه به رابطه $x^2 - Sx + P = 0$ معادله مورد نظر به صورت زیر خواهد بود:

$$x^2 - (-3)x + (-8) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 8 = 0$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

(عمید علیزاده)

-۹۵

مساحت مربع مساحت مستطیل

$$S = \overbrace{3xy}^{\text{مساحت مستطیل}} + \overbrace{x^2}^{\text{مساحت مربع}}$$

محیط: $P = 16 \Rightarrow 3x + 2x + 3x + 2y = 16$

$$\Rightarrow 8x + 2y = 16 \xrightarrow{\div 2} 4x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 4x$$

$$S = 3x(8 - 4x) + x^2 \Rightarrow S = -11x^2 + 24x$$

عبارت فوق یک تابع درجه دوم است که حداکثر مقدار S در $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-24}{2 \times (-11)} = \frac{12}{11}$ رخ می‌دهد، پس:

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

$x = 1$ در معادله صدق می‌کند.

$$2\sqrt{2 \times (1)} - a = 1 + 1 \Rightarrow 2\sqrt{2} - a = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} - a = 1 \Rightarrow 2 - a = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$2\sqrt{2x-1} = x+1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4(2x-1) = (x+1)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، معادلات کویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} - 3\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^2-1}{x}\right) \left(\frac{x^4-2x^2+1}{x^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x^2-1}{x}\right) \left(\frac{(x^2-1)^2}{x^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x^2-1)^3}{x^3} = 0 \Rightarrow \left(\frac{x^2-1}{x}\right)^3 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \pm 1$$

که هر دو جواب نیز قابل قبول‌اند و مجموع جواب‌های معادله برابر صفر خواهد شد.

* توجه: برای ساده‌سازی و تجزیه از اتحاد زیر استفاده کردیم:

$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

(ریاضی ۲، معادلات کویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبفی)

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x-5 \Rightarrow \begin{cases} 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \\ x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow x \in [2, 4]$$

یعنی سمت چپ تساوی فقط در بازه $[2, 4]$ معنی دارد. باید توجه کنید که سمت راست تساوی نیز در بازه به دست آمده باید مقداری مثبت شود تا معادله جواب داشته باشد.

با توجه به اینکه $2 \leq x \leq 4$ با جای گذاری ابتدا و انتهای بازه در سمت راست تساوی متوجه می شویم که عبارت $x-5$ همواره مقداری منفی است، بنابراین این تساوی برقرار نیست و معادله جواب حقیقی ندارد.

$$-3 \leq x-5 \leq -1$$

(ریاضی ۲، معادلات کویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهدی ملارمضانی)

جواب‌های معادله در خود معادله صدق می کند، بنابراین:

$$\alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 2\alpha + 1$$

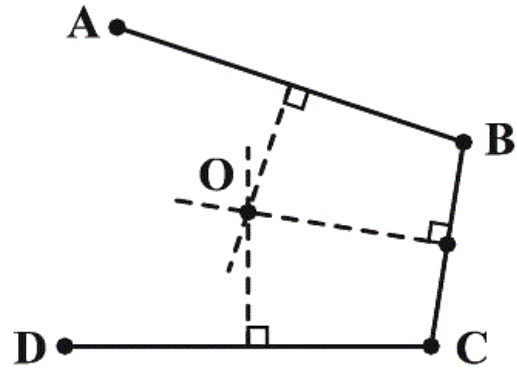
$$\beta^2 - 2\beta - 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 = 2\beta + 1$$

$$\frac{\alpha^2}{2\alpha+1} + \frac{\beta^2}{2\beta+1} = \frac{2\alpha+1}{2\alpha+1} + \frac{2\beta+1}{2\beta+1} = 1+1=2$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

نقطاتی که از دو سر یک پاره خط به یک فاصله اند، روی عمودمنصف آن پاره خط واقع اند و بالعکس. لذا داریم:



(۱) $OA = OB \Rightarrow O$ از نقاط A و B به یک فاصله است.

(۲) $OC = OD \Rightarrow O$ از نقاط C و D به یک فاصله است.

(۳) $OB = OC \Rightarrow O$ روی عمودمنصف BC است.

با توجه به روابط (۱)، (۲) و (۳) نتیجه می‌گیریم که:

$$OA = OB = OC = OD$$

بنابراین نقاط A ، B ، C و D روی دایره‌ای به مرکز O واقع‌اند.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

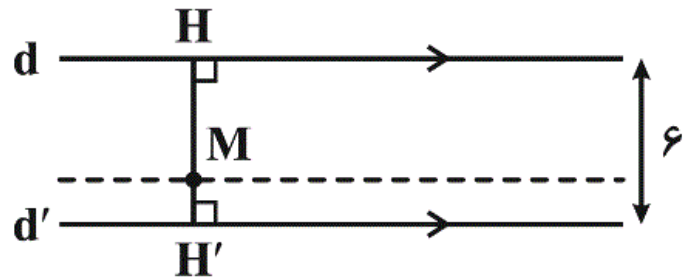
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

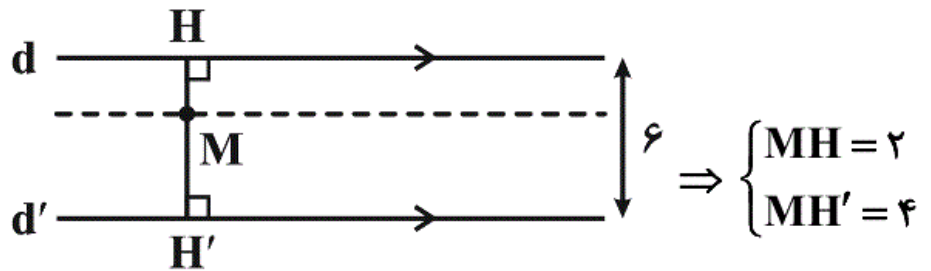
با فرض اینکه نقطه M بین دو خط و نزدیک به خط d' باشد، داریم:



$$\begin{cases} MH + MH' = 6 \\ MH - MH' = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MH = 4 \\ MH' = 2 \end{cases}$$

بنابراین نقاطی که روی خطی موازی دو خط d و d' و به فاصله ۲ از خط d' باشند، ویژگی‌های مسئله را دارا می‌باشند.

مشابه همین حالت برای زمانی رخ می‌دهد که نقطه M بین دو خط و این بار نزدیک خط d باشد.



دقت کنید که اگر نقطه M خارج دو خط باشد، تفاضل فاصله آن از دو خط، دقیقاً برابر فاصله بین دو خط بوده و همواره مقداری ثابت است.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

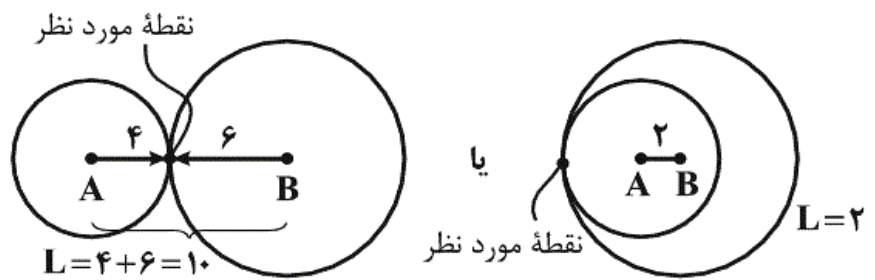
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در صورتی که L یکی از دو مقدار ۲ یا ۱۰ را داشته باشد، نقطه مورد نظر تنها یک نقطه در صفحه می‌باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ است.



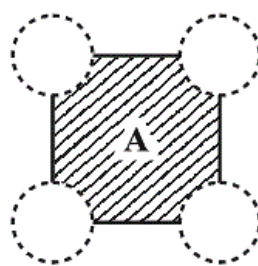
پس ۲ یا $L = 10$ بوده که جمع آن‌ها $12 = 10 + 2$ است.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


۴ دایره به مرکز رئوس مربع و به شعاع ۱ رسم می‌کنیم. ناحیه A ، ناحیه هاشورخورده مطابق شکل است که برای محاسبه مساحت آن کافی است از مساحت مربع، ۴ تا مساحت ربع دایره (یا مساحت ۱ دایره کامل) را حذف کنیم:

$$A = \text{مساحت ناحیه} = \text{مساحت مربع} - (\text{مساحت ربع دایره} \times 4)$$

$$= 16 - 4 \times \frac{\pi \times 1^2}{4} = 16 - \pi$$

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

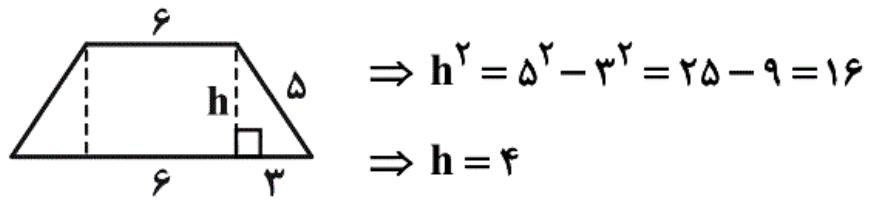
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به ابعاد داده شده، ارتفاع دوزنقه را می‌یابیم:



$$2OH' = 4 \Rightarrow OH' = 2$$

بنابراین:

پس فاصله O از ضلع BC که همان OH' است، برابر ۲ می‌شود.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

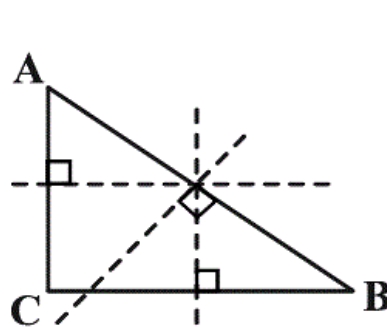
(سینا ممبرپور)

۱۰۵-

مجموع زوایای داخلی یک مثلث 180° است. حال اگر رئوس مثلث را

A ، B و C بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \\ \widehat{A} + \widehat{B} = \widehat{C} \end{cases} \Rightarrow 2\widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 90^\circ$$



بنابراین $\triangle ABC$ یک مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد. در نتیجه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث دقیقاً در وسط ضلع AB و تر مثلث (بزرگ‌ترین ضلع مثلث) قرار دارد.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴ ✓

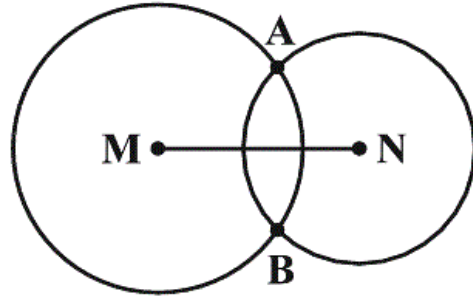
۳

۲

۱

می‌دانیم تمامی نقاطی که از یک نقطه مشخص به فاصله ثابت قرار دارند، روی محیط دایره‌ای به مرکز همین نقطه و به شعاعی به اندازه فاصله‌ی تعیین شده قرار می‌گیرند.

لذا کافیست دایره‌ای به مرکز **M** و به شعاع **۵** واحد و دایره‌ی دیگری به مرکز **N** و به شعاع **۴** واحد رسم کنیم. محل تلاقی این دو دایره (نقاط **A** و **B**) جواب‌های مسأله می‌باشند.



(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

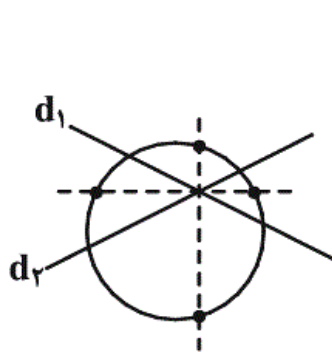
 ۴

 ۳

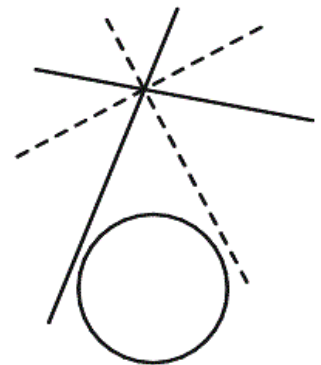
 ۲

 ۱

با توجه به روش رسم نیمساز یک زاویه، می‌دانیم نقاطی که روی نیمساز یک زاویه قرار دارند، از دو ضلع آن به یک فاصله‌اند. لذا با توجه به وضعیت دو خط متقاطع با دایره، نیمسازهای چهار زاویه تشکیل شده با دایره‌ی مفروض حداکثر در ۴ نقطه متقاطع هستند.



۴ نقطه تقاطع دارد.



هیچ نقطه تقاطعی وجود ندارد.

پس گزینه‌ی «۳» درست است.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

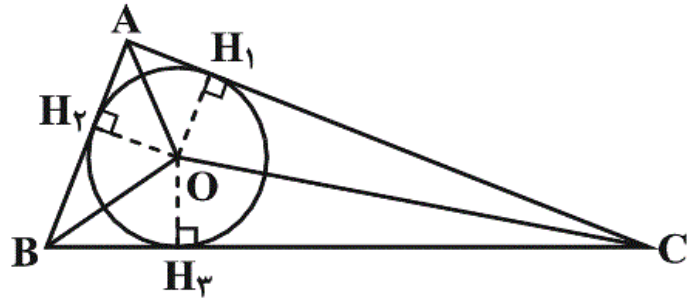
 ۲

 ۱

(معمده مصطفی ابراهیمی)

مرکز دایره از سه ضلع مثلث به یک فاصله است، بنابراین محل برخورد سه نیمساز داخلی مثلث است..

$$OH_1 = OH_2 = OH_3 = r$$



(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ریم مشاق نظم)

جواب مسأله، نقاط حاصل از برخورد عمودمنصف پاره‌های AB ، CD و BC (یا AD) است. این عمودمنصف‌ها ممکن است همدیگر را در یک نقطه قطع نکنند (همرس نباشند). یا در یک نقطه قطع کنند (همرس باشند). بنابراین مسأله می‌تواند صفر یا یک جواب داشته باشد.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ریم مشاق نظم)

مطابق مطالب کتاب، OC عمودمنصف AB و نیمساز \widehat{xOy} است.

$\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است ولی لزوماً متساوی‌الاضلاع نیست، بنابراین گزینه ۲ نادرست است.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱