



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۶۱- مجموع ریشه‌های معادله $|3x-2|=|x-4|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۲- حدود a برای آن که معادله $|2x+1|+|2a-1|=2$ جواب نداشته باشد، کدام است؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ (۴) $\mathbb{R} - [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- مساحت سطح محدود بین نمودار تابع $f(x)=|x-1|+|x-3|$ و خط $y=x$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۶۴- اگر $a < 0 < b$ و $|b| > |a|$ باشد، حاصل $||a|-|b||$ برابر کدام است؟

- (۱) $b-a$ (۲) $a-b$ (۳) $a+b$ (۴) $2b-a$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- معادله $x^2 - \frac{x^2}{|x|} = k$ دارای ۴ جواب است. مجموعه مقادیر k کدام است؟

- (۱) $-1 < k < 1$ (۲) $-1 < k < 0$ (۳) $-\frac{1}{4} < k < 0$ (۴) $-\frac{1}{2} < k < -\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- حاصل عبارت $A = \sqrt{|4\sqrt{3}-7|} + \sqrt{|4-2\sqrt{3}|}$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- مجموعه جواب x برای برقراری تساوی $|x^2 + 2x + 2| = |x^2 + x + 1| + |x + 1|$ کدام است؟

$$\{x | x \geq -1\} \quad (1) \quad \{x | x \leq -1\} \quad (2)$$

$$\{x | x \geq 1\} \quad (3) \quad \{x | x \leq 1\} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- اگر $x > 0$ باشد، ریشه معادله $x\sqrt{x^2} + 2\sqrt[3]{|x^3|} = 1$ کدام است؟

$$\sqrt{3} - 1 \quad (1) \quad \sqrt{2} - 1 \quad (2) \quad 1 + \sqrt{2} \quad (3) \quad \sqrt{5} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- نامعادله $|2x - 3| < x$ ، معادل با کدام نامعادله است؟

$$|x - 2| < 2 \quad (1) \quad |x - 2| < 1 \quad (2)$$

$$0 < |x - 2| < 1 \quad (3) \quad 1 < |x - 2| < 2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- مجموعه جواب نامعادله $||x - 1| - 1| < 1$ با مجموعه جواب کدام نامعادله زیر برابر است؟

$$|x - 2| < 1 \quad (1) \quad |x - 1| < 2 \quad (2)$$

$$0 < |x - 2| < 1 \quad (3) \quad 0 < |x - 1| < 2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۱- اگر $|a + 1| \leq 2$ و $|b| < 2$ آن گاه مقدار $3b - 2a$ کدام عدد نمی تواند باشد؟

$$9 \quad (1) \quad -8 \quad (2) \quad -5 \quad (3) \quad 11 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- کمترین مقدار عبارت $A = |2x - 4| + |2x + 6|$ به ازای مقادیر حقیقی x کدام است؟

$$10 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 24 \quad (3) \quad 5 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- دو نقطه $A(-4, 7)$ و $B(1, 5)$ دو سر قطری از دایره هستند. معادله قطری از این دایره که از مبدأ مختصات می گذرد، کدام است؟

$$y + 4x = 0 \quad (1) \quad x + 4y = 0 \quad (2) \quad y - 4x = 0 \quad (3) \quad 2y - 5x = 0 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- نقطه A روی خط $y = 2x - 1$ طوری قرار دارد که مجموع فواصل آن از دو نقطه $B(0, -1)$ و $C(2, 3)$ برابر $\sqrt{45}$ است. فاصله A از مبدأ

مختصات کدام می تواند باشد؟

$$\frac{\sqrt{11}}{2} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{13}}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{15}}{2} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{17}}{2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- نقطه $A(3, -2)$ ، وسط پاره‌خطی که از نقطه $B(x_B, y_B)$ و قرینه نقطه $C(1, 5)$ نسبت به مبدأ مختصات می‌گذرد، قرار دارد. در این صورت حاصل

$y_B - x_B$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۷۶- دایره به مرکز $O(3, 2)$ و مماس بر خط $4x - 3y + 9 = 0$ ، چند نقطه مشترک با محورهای مختصات دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۷۷- دایره‌ای به مساحت 9π بر دو خط موازی و غیرمنطبق $3x - 4y = 1$ و $8y + nx = m$ مماس است. مقدار $m + 3n$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۲۰ (۲) ۴۰ (۳) -۶۰ (۴) ۸۰

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در مثلث ABC با رئوس $A(1, 1)$ ، $B(2, -1)$ و $C(6, 2)$ ، فاصله ارتفاع رسم شده از رأس A و عمودمنصف وارد بر ضلع BC کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{1}$ (۲) $\frac{2}{4}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۷۹- نقطه A روی محور طول‌ها است به طوری که مجموع فواصل آن از دو نقطه به طول‌های ۶ و -۱ روی محور طول‌ها برابر ۱۰ است. کمترین فاصله نقطه

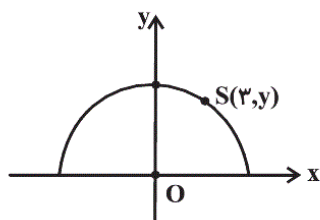
A تا مبدأ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{7}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- مطابق شکل، نقطه $S(3, y)$ روی نیم‌دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و به قطر 10° است. فاصله این نقطه از خط مماس بر نیم‌دایره در بالاترین نقطه آن

چقدر است؟



- (۱) ۱

- (۲) $\frac{1}{2}$

- (۳) $\sqrt{91} - 5$

- (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ی ۲، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

۱۰۱- دایره‌های $C(O, 6)$ و $C'(O', 1)$ مفروض‌اند. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر ۱۲ واحد باشد،

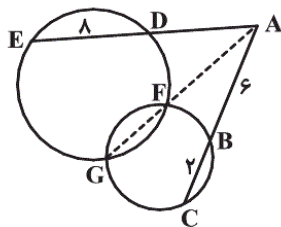
بیشترین فاصله بین نقاط روی دو دایره از هم چه قدر است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹

- (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در شکل مقابل، اندازه AE کدام است؟



۴ (۲)

۲ (۱)

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- از نقطه P در خارج دایره‌ای، مماس PA به طول $3\sqrt{2}$ را بر آن رسم کرده‌ایم (A روی دایره است). همچنین خط راستی از P گذرانده‌ایم که

دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده و $BC = 3$ (B بین P و C) است. نسبت $\frac{AC}{AB}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O', 5)$ به طول خط‌المرکزین ۱۱ مفروض‌اند. چند خط می‌توان رسم کرد که از O و O' به ترتیب به فاصله ۳ و ۵ باشد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- دو دایره $C_1(O_1, 2)$ و $C_2(O_2, 8)$ بر هم مماس خارج‌اند. اگر M نقطه تقاطع امتداد مماس مشترک خارجی و خط‌المرکزین دو دایره باشد، طول

O_2M کدام است؟

$\frac{80}{3}$ (۲)

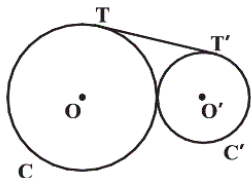
۲۰ (۱)

$\frac{40}{3}$ (۴)

$\frac{20}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- دو دایره به شعاع‌های $R = 10$ و $R' = 4$ مماس خارج‌اند. اگر از وسط پاره‌خط TT' (مماس مشترک دو دایره) عمودی خارج کنیم تا OO' را در



نقطه A قطع کند، طول پاره‌خط AT کدام است؟

۷ (۲)

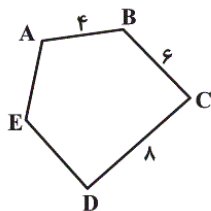
$2\sqrt{10}$ (۱)

۱۰ (۴)

$\sqrt{89}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در پنج‌ضلعی ABCDE عمودمنصف‌های اضلاع در نقطه M هم‌رسند. اگر طول اضلاع AB، BC و CD به ترتیب ۴، ۶ و ۸ باشد، نسبت $\frac{AM}{CM}$



کدام است؟

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) ۱

(۳) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- شعاع دایره محاطی یک شش‌ضلعی محیطی و منتظم به ضلع a کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}a$

(۳) $\frac{a}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- دایره محاطی مربعی به ضلع ۲ را رسم کرده‌ایم. مساحت ناحیه محدود بین مربع و دایره محاطی آن، چند برابر مساحت مربع است؟

(۲) $\pi - 2$

(۱) $\frac{\pi}{2} - 1$

(۴) $\frac{\pi - 3}{2}$

(۳) $\frac{\pi - 1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در پنج‌ضلعی محاطی ABCDE، $\hat{A} = 120^\circ$ و $\hat{C} = 90^\circ$ است. زاویه بین دو قطر BD و BE در این پنج‌ضلعی کدام است؟

(۲) 30°

(۱) 25°

(۴) 40°

(۳) 35°

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان ۱ - سوالات موازی، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

۸۱- مجموع ریشه‌های معادله $|3x - 2| = |x - 4|$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۲- حدود a برای آن که معادله $|2x+1| + |2a-1| = 2$ جواب نداشته باشد، کدام است؟

R (۱) (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ (۴) $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- مساحت سطح محدود بین نمودار تابع $f(x) = |x-1| + |x-3|$ و خط $y = x$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر $b < 0 < a$ و $|b| > |a|$ باشد، حاصل $|a+b| - |a-b| - ||a| - |b||$ برابر کدام است؟

(۱) $b-a$ (۲) $a-b$ (۳) $a+b$ (۴) $2b-a$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- معادله $x^2 - \frac{x^2}{|x|} = k$ دارای ۴ جواب است. مجموعه مقادیر k کدام است؟

(۱) $-1 < k < 1$ (۲) $-1 < k < 0$ (۳) $-\frac{1}{4} < k < 0$ (۴) $-\frac{1}{2} < k < -\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- حاصل عبارت $A = \sqrt{|4\sqrt{3}-7|} + \sqrt{|4-2\sqrt{3}|}$ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

(۱) ۳ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- مجموعه جواب x برای برقراری تساوی $|x^2 + 2x + 2| = |x^2 + x + 1| + |x + 1|$ کدام است؟

(۱) $\{x|x \geq -1\}$ (۲) $\{x|x \leq -1\}$

(۳) $\{x|x \geq 1\}$ (۴) $\{x|x \leq 1\}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر $x > 0$ باشد، ریشه معادله $x\sqrt{x^2} + 2\sqrt{|x^3|} = 1$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}-1$ (۲) $\sqrt{2}-1$ (۳) $1+\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x-4} = x-6$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر مجموعه جواب معادله $\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تهی باشد، مقدار m برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۱- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۲- مجموعه جواب نامعادله $||x-1| < 1$ با مجموعه جواب کدام نامعادله زیر برابر است؟

- (۱) $|x-2| < 1$ (۲) $|x-1| < 2$
 (۳) $0 < |x-2| < 1$ (۴) $0 < |x-1| < 2$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می‌دهد. اگر هر دو ماشین با هم این کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، ماشین A این

کار را به تنهایی در چند ساعت انجام می‌دهد؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۳۰ (۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۹۴- بازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+a} = a$ دو ریشهٔ قرینه دارد؟ ($a \neq 0$)

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $-\sqrt{2}$ (۳) $\pm\sqrt{2}$ (۴) هیچ مقدار a

شما پاسخ نداده اید

۹۵- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x^2-3x+2} + \sqrt{x^2+x-2} = 0$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) معادله جوابی ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر تساوی $3 - x^2 - 4x = |x^2 - 4x + 3|$ برقرار باشد، مجموعه جواب x کدام است؟

- (۱) $(-2, 2)$ (۲) $(1, 3)$ (۳) $[-2, 2]$ (۴) $[1, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- معادله $|x-2|-2=4-(x-2)^2$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۸- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\sqrt{3x^2-4x+37} + \sqrt{3x^2-4x-8} = 9$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $-\frac{10}{3}$ (۳) ۴ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۹۹- مجموعه جواب دو نامعادله $|6x+a| > b$ و $|2x+1| > 3x^2$ با هم برابرند. $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- تعداد جواب‌های معادله $|x^2-4x|=x^2-6x+7$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و احتمال، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

۱۲۱- اگر $A = \{\{2\}, 4, \emptyset\}$ ، $B = \{\emptyset, \{4, \{2\}\}\}$ ، $C = \{\{2\}, \{\emptyset\}\}$ و $D = \{\emptyset\}$ باشند، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) $2 \in C$ (ب) $D \subseteq C$ (پ) $A \subseteq (B - A)$ (ت) $(A - B) \in B$
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- چه تعداد از مجموعه‌های زیر، مساوی مجموعه $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m-1| < 2\}$ است؟

- (الف) $B = \{m \in \mathbb{Z} \mid 3m^2 < 7m\}$
- (ب) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 - 3x^2 = -2x\}$
- (پ) $D = \{m \in \mathbb{W} \mid 2m^2 - 10 \leq 0\}$
- (ت) $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^4 = x^2\}$
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- مجموعه متناهی A دارای n عضو می‌باشد که با حذف دو عضو آن، مجموعه B حاصل می‌شود. اگر بدانیم نسبت تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی A به تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی B برابر ۵ است، تعداد زیرمجموعه‌های A کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) ۶۴ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- کدام گزینه افزاری برای مجموعه اعداد صحیح می باشد؟

(۱) مجموعه اعداد صحیح نامنفی و اعداد صحیح نامثبت

(۲) مجموعه اعداد حسابی و قرینه آنها

(۳) مجموعه اعداد حسابی و قرینه اعداد طبیعی

(۴) مجموعه اعداد طبیعی و قرینه آنها

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر $A = \{2, 4, 6, \dots, 18, 20\}$ و $B = \{1, 3, 5, \dots, 17, 19\}$ باشند، کدام رابطه زیر برقرار است؟

$B - A = A$ (۲) $A - B = A$ (۱)

$A \cap B = B - A$ (۴) $A \cap B = A - B$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر A, B و C سه مجموعه از مجموعه مرجع U باشند به طوری که $A \subseteq C$ و $B \subseteq C$ ، کدام یک از موارد زیر می تواند درست نباشد؟

$U - A \subseteq C$ (۲) $(A \cap B) \subseteq C$ (۱)

$(A - B) \cup (B - A) \subseteq C$ (۴) $(A \cup B) \subseteq C$ (۳)

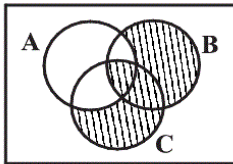
شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- حاصل عبارت $(A - B) \cup (A \cap B)$ ، همواره برابر با کدام مجموعه است؟

B' (۴) B (۳) A' (۲) A (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- قسمت هاشورخورده در نمودار ون مقابل، کدام یک از مجموعه های زیر را نشان می دهد؟



$(B \cup C) - ((A \cap B) \cup (A \cap C))$ (۱)

$((B \cup C) \cap A') \cup ((B \cap C) \cap A)$ (۲)

$(B - A) \cup (C - A) \cup ((B \cap C) \cup A)$ (۳)

$(A - B) \cap (B \cup C)$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- حاصل عبارت $[B \cup (A' \cap B)] \cap [(B' - A') \cap (A \cup B)]$ ، همواره برابر با کدام مجموعه است؟

\emptyset (۴) $A \cap B$ (۳) $B - A$ (۲) $A - B$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- برای دو مجموعه دلخواه A و B ، کدام یک از عبارات زیر همواره تهی است؟

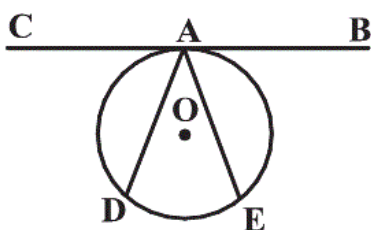
$(A - B) - (B - A)$ (۲) $(A \cup B)' \cap (A' \cup B)$ (۱)

$(A' - B) \cap (A \cup B)$ (۴) $(A' - B) \cup B'$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ی ۲ - گواه، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

۱۱۱- در شکل زیر، خط BC در نقطه A بر دایره مماس است. اگر O مرکز دایره و $\hat{EAB} = \hat{CAD} = 2\hat{DAE}$ باشد،



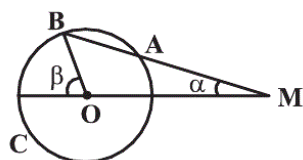
مقدار زاویه \hat{DOE} کدام است؟

45° (۲) 36° (۱)

90° (۴) 72° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- دایره $C(O, R)$ مفروض است. از نقطه M در خارج دایره، خطی چنان رسم کرده‌ایم که دایره را در دو نقطه A و B قطع کرده است و



$MA = R$. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

$\beta = 2\alpha$ (۲)

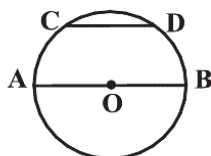
$\beta = \frac{3}{2}\alpha$ (۱)

$\beta = 4\alpha$ (۴)

$\beta = 3\alpha$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- در شکل مقابل O مرکز دایره می‌باشد. اگر CD موازی AB و نصف آن باشد و نقطه تلاقی BC و OD را M بنامیم، در این صورت اندازه زاویه



$\angle BMD$ کدام است؟

85° (۲)

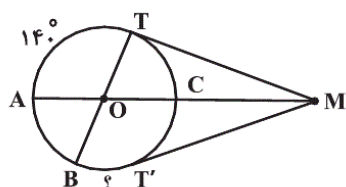
80° (۱)

100° (۴)

90° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- از نقطه M ، دو مماس MT و MT' را بر دایره‌ای به مرکز O رسم کرده‌ایم. مطابق شکل اگر کمان \widehat{AT} برابر 140° باشد، اندازه کمان $\widehat{BT'}$



کدام است؟

60° (۲)

40° (۱)

100° (۴)

80° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- از نقطه P در خارج دایره‌ای، مماس PA به طول $3\sqrt{2}$ را بر آن رسم کرده‌ایم (A روی دایره است). همچنین خط راستی از P گذرانده‌ایم که

دایره را در دو نقطه B و C قطع کرده و $BC = 3$ (B بین P و C) است. نسبت $\frac{AC}{AB}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O', 5)$ به طول خط‌المركزین ۱۱ مفروض‌اند. چند خط می‌توان رسم کرد که از O و O' به ترتیب به فاصله ۳ و ۵ باشند؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- دو دایره $C_1(O_1, 2)$ و $C_2(O_2, 8)$ مماس خارج‌اند. اگر M نقطه تقاطع امتداد مماس مشترک خارجی و خط‌المركزین دو دایره باشد، طول

O_2M کدام است؟

(۱) ۲۰

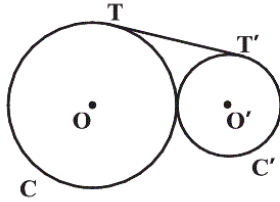
(۲) $\frac{8}{3}$

(۳) $\frac{20}{3}$

(۴) $\frac{40}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- دو دایره به شعاع‌های $R = 10$ و $R' = 4$ مماس خارج‌اند. اگر از وسط پاره‌خط TT' (مماس مشترک دو دایره) عمودی خارج کنیم تا OO' را در



نقطه A قطع کند، طول پاره‌خط AT کدام است؟

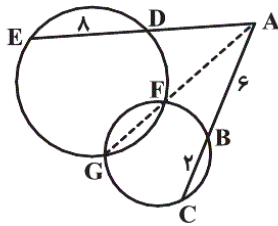
(۱) $2\sqrt{10}$

(۲) ۷

(۳) $\sqrt{89}$

(۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید



۱۱۹- در شکل مقابل، اندازه AE کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- دایره‌های $C(O, 6)$ و $C'(O', 1)$ مفروض‌اند. اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر ۱۲ واحد باشد، بیش‌ترین فاصله بین نقاط روی دو دایره

از هم چه قدر است؟

(۱) ۱۷

(۲) ۱۹

(۳) ۱۸

(۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

-۶۱

(معمدرضا کشاورزی)

$$|3x-2|=|x-4| \Rightarrow \begin{cases} (x < \frac{2}{3} \text{ یا } x > 4) : 3x-2 = x-4 \\ \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x_1 = -1 \\ (\frac{2}{3} \leq x \leq 4) : 3x-2 = -x+4 \\ \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2} + (-1) = \frac{1}{2}$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۲

(معمرمصطفی ابراهیمی)

$$|2x+1|=2-|2a-1|$$

شرط آن که معادله فوق جواب نداشته باشد این است که عبارت سمت راست منفی باشد:

$$2-|2a-1| < 0 \Rightarrow 2 < |2a-1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a-1 > 2 \Rightarrow a > \frac{3}{2} \\ 2a-1 < -2 \Rightarrow a < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموعه جواب $R - [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ است.

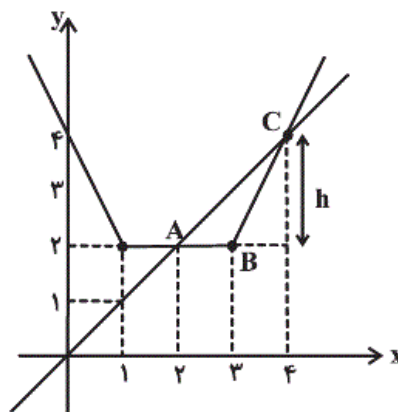
(حسابان ۱- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$x \geq 3 \Rightarrow f(x) = 2x - 4, y = x \Rightarrow 2x - 4 = x \Rightarrow x = 4$$

ارتفاع مثلث ABC برابر است با:

$$h = y_C - y_A = 4 - 2 = 2$$

و مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}h(x_B - x_A) = \frac{1}{2}(2)(3 - 2) = 1$$

(مسایان ۱- صفحه ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبغی)

-۶۴

$$a > 0 \Rightarrow |a| = a, b < 0 \Rightarrow |b| = -b$$

$$b < 0 < a, |a| < |b| \Rightarrow a < -b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b < 0 \\ a - b > 0 \\ |a| - |b| < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |a + b| - |a - b| - ||a| - |b||$$

$$= -(a + b) - (a - b) - (|b| - |a|)$$

$$= -a - b - a + b - (-b - a) = -2a + b + a = b - a$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

 ۴

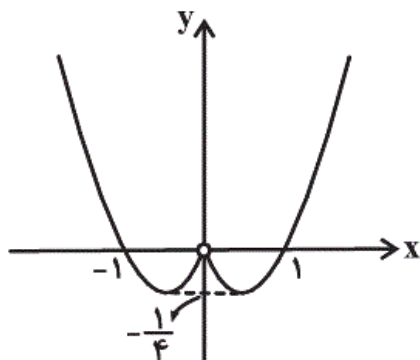
 ۳

 ۲

 ۱

نمودار تابع $y = x^2 - \frac{x^2}{|x|}$ را رسم می‌کنیم:

$$y = x^2 - \frac{x^2}{|x|} = \begin{cases} x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} & x > 0 \\ x^2 + x = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} & x < 0 \end{cases}$$



$y = k$ یک خط افقی است. برای آن که این خط، نمودار بالا را در ۴ نقطه قطع کند، باید $-\frac{1}{4} < k < 0$ باشد.

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین افشار)

با در نظر گرفتن مقدار تقریبی $\sqrt{3} \approx 1/7$ ، حاصل $4\sqrt{3} - 7$ عددی منفی و حاصل $4 - 2\sqrt{3}$ عددی مثبت است، پس عبارت A برابر با $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ می‌شود. از طرفی:

$$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$$

$$\begin{aligned} \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} &= 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 \\ &= 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

حاصل A، $\frac{\sqrt{3}}{3}$ برابر $\sqrt{3}$ است.

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طبق نامساوی مثلث داریم:

$$|a+b| \leq |a| + |b| \Rightarrow \begin{cases} |a+b| = |a| + |b| \Rightarrow a.b \geq 0 \\ |a+b| < |a| + |b| \Rightarrow a.b < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x^2 + 2x + 2| = |x^2 + x + 1| + |x + 1|$$

$$\Rightarrow (x^2 + x + 1)(x + 1) \geq 0 \xrightarrow{x^2 + x + 1 \text{ همواره مثبت است}}$$

$$x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نبغی)

-۶۸

$$\sqrt{x^2} = |x| \xrightarrow{x > 0} |x| = x$$

$$\sqrt[3]{|x^3|} = |x| \xrightarrow{x > 0} |x| = x$$

$$\Rightarrow x|x| + 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

برای به دست آوردن ریشه‌های معادله درجه دوم به دست آمده از روش

 Δ استفاده می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-1) = 4 + 4 = 8$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - 1 \\ x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} - 1 \end{cases}$$

فقط مقدار x_1 قابل قبول است، چون شرط سؤال $x > 0$ می‌باشد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمردمهوری مفسن؛ زاده طبری)

$$|2x - 3| < x \Rightarrow -x < 2x - 3 < x$$

$$\Rightarrow 3 - x < 2x < 3 + x \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 < x < 3 \Rightarrow |x - 2| < 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمردرضا شوکتی بیرق)

$$|1 - |x - 1|| < 1 \Rightarrow -1 < 1 - |x - 1| < 1$$

$$\Rightarrow -1 < |x - 1| - 1 < 1 \Rightarrow 0 < |x - 1| < 2$$

(مسایان ۱- صفحه ۲۵)

۴✓

۳

۲

۱

(مهمردظاهر شعاعی)

$$\begin{cases} |a + 1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq a + 1 \leq 2 \Rightarrow -3 \leq a \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2a \leq 6 \\ |b| < 2 \Rightarrow -2 < b < 2 \Rightarrow -6 < 3b < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -8 < 3b - 2a < 12$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

۲✓

۱

(همید علیزاده)

$$|a| + |b| \geq |a + b|$$

$$|2x - 4| + |2x + 6|$$

$$= |4 - 2x| + |2x + 6| \geq |(4 - 2x) + (2x + 6)|$$

$$\Rightarrow |4 - 2x| + |2x + 6| \geq 10 \Rightarrow \min(A) = 10$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

۲

۱✓

(ممد مصطفی ابراهیمی)

مرکز دایره، نقطه وسط قطر AB است. مختصات آن

$$O_1\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = O_1\left(\frac{1-4}{2}, \frac{5+7}{2}\right) \text{ است.}$$

معادله خطی را می‌خواهیم که از مبدأ مختصات و نقطه $O_1\left(-\frac{3}{2}, 6\right)$

می‌گذرد.

$$O(0,0), O_1\left(-\frac{3}{2}, 6\right)$$

$$m = \frac{6-0}{-\frac{3}{2}-0} = \frac{6}{-\frac{3}{2}} = -4 \Rightarrow \text{معادله خط: } y = -4x$$

(مسایران ۱- صفحه ۳۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی شهبازی)

مختصات A را به صورت $(x, 2x-1)$ در نظر می‌گیریم:

$$\overline{AB} + \overline{AC} = \sqrt{45}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (2x-1+1)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (2x-1-3)^2} = \sqrt{45}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5}|x| + \sqrt{5}|x-2| = 3\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow |x| + |x-2| = 3$$

$$x \geq 2: x + x - 2 = 3 \Rightarrow x = 2/5 \Rightarrow A_1(2/5, 4)$$

$$0 < x < 2: x - x + 2 = 3 \Rightarrow 2 = 3 \text{ غ ق ق}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

قرینه نقطه $C(1, 5)$ نسبت به مبدأ مختصات نقطه $C'(-1, -5)$ می‌باشد.

نقطه A وسط B و C' قرار دارد، یعنی:

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_{C'}}{2} \\ y_A = \frac{y_B + y_{C'}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = \frac{x_B - 1}{2} \Rightarrow x_B = 7 \\ -2 = \frac{y_B - 5}{2} \Rightarrow y_B = 1 \end{cases}$$

$$y_B - x_B = -6$$

(مسایان ۱- صفحه ۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

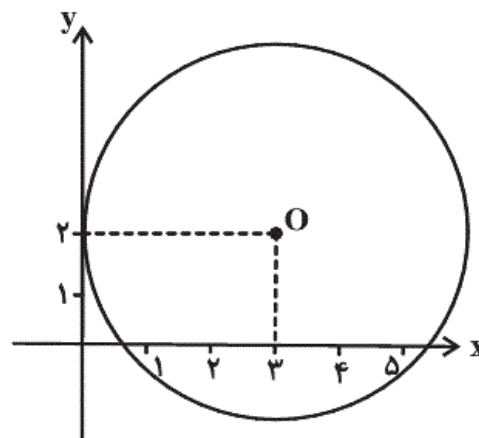
 ۱

(معمدمصطفی ابراهیمی)

فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع دایره است:

$$r = \frac{|4(3) - 3(2) + 9|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

حالا شکل می‌کشیم:



این دایره دو نقطه مشترک با محور x ها و یک نقطه مشترک با محور y ها دارد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دو خط $8y - 6x = -2$ و $8y + nx = m$ موازی اند، پس $n = -6$.
فاصله دو خط موازی باید برابر قطر دایره یعنی ۶ باشد:

$$\frac{|m+2|}{\sqrt{64+36}} = 6 \Rightarrow |m+2| = 60 \Rightarrow \begin{cases} m = 58 \\ m = -62 \end{cases}$$

$$m + 3n = 58 + (-18) = 40$$

$$m + 3n = -62 + (-18) = -80$$

(مسئله‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱

(علی شهبازی)

-۷۸

ابتدا معادله عمودمنصف BC را می‌نویسیم:

$$M = \left(\frac{2+6}{2}, \frac{-1+2}{2} \right) = \left(4, \frac{1}{2} \right)$$

C و B : نقطه وسط

$$m_{BC} = \frac{-1-2}{2-6} = \frac{3}{4} \Rightarrow m' = -\frac{4}{3}$$

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{4}{3}(x - 4) \xrightarrow{\times 6} 8x + 6y - 35 = 0$$

فاصله ارتفاع از عمودمنصف برابر با فاصله نقطه A از خط عمودمنصف است:

$$\frac{|8(1) + 6(1) - 35|}{\sqrt{64 + 36}} = 2/1$$

(مسئله‌های ۳۱ تا ۳۴)

۴

۳

۲

۱

(علی شهبازی)

-۷۹

نقطه A را به صورت پارامتری $(a, 0)$ در نظر می‌گیریم.

$$\sqrt{(a-6)^2 + (0-0)^2} + \sqrt{(a+1)^2 + (0-0)^2} = 10$$

$$\Rightarrow |a-6| + |a+1| = 10$$

$$a > 6 : a - 6 + a + 1 = 10 \Rightarrow a = 7/5 \text{ ق ق}$$

$$-1 \leq a \leq 6 : -a + 6 + a + 1 = 10 \Rightarrow 7 = 10 \text{ غ ق ق}$$

$$a < -1 : -a + 6 - a - 1 = 10 \Rightarrow a = -2/5 \text{ ق ق}$$

کمترین فاصله با مبدأ به ازای $a = -2/5$ است.

(مسئله‌های ۲۳، ۲۴، ۲۹ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

(مهمربوار مسنی)

شعاع دایره ۵ است، بنابراین فاصله مبدأ مختصات از $S(3, y)$ برابر ۵ است.

$$\sqrt{3^2 + y^2} = 5 \Rightarrow 9 + y^2 = 25 \Rightarrow y = 4$$

شیب خط مماس بر دایره در بالاترین نقطه آن برابر صفر است و نقطه $(0, 5)$ در آن صدق می‌کند پس معادله این خط مماس $y = 5$ است. فاصله $(3, 4)$ از $y = 5$ برابر است با:

$$\frac{|4-5|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱، ۳۳ و ۳۴)

□۴

□۳

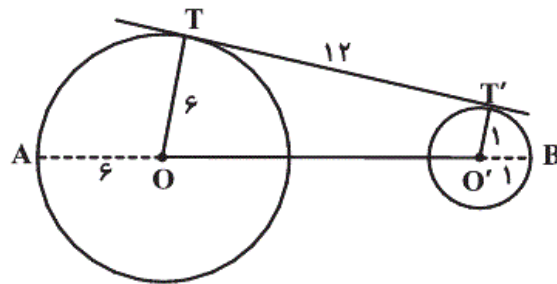
□۲

□۱✓

ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۶۰۹۰۳

(رضا عباسی اصل)

-۱۰۱



داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 144 = OO'^2 - (6 - 1)^2$$

$$\Rightarrow OO' = 13$$

بیشترین فاصله بین نقاط دو دایره برابر با فاصله AB می‌باشد، در

نتیجه:

$$AB = AO + OO' + O'B = 6 + 13 + 1 = 20$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

با توجه به روابط طولی در دو دایره خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} AD \cdot AE = AF \cdot AG \\ AB \cdot AC = AF \cdot AG \end{array} \right\} \Rightarrow AD \cdot AE = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AD(AD + 8) = 6 \times 8 \Rightarrow AD = 4 \Rightarrow AE = 12$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

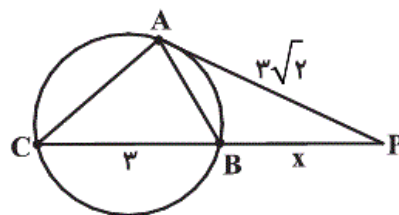
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا ادری)



طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$PA^2 = PB \cdot PC$$

اگر PB را برابر x فرض کنیم، داریم:

$$PA^2 = x(x + BC) \Rightarrow 18 = x(x + 3)$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -6 \end{cases} \Rightarrow PC = 6$$

غ ق ق

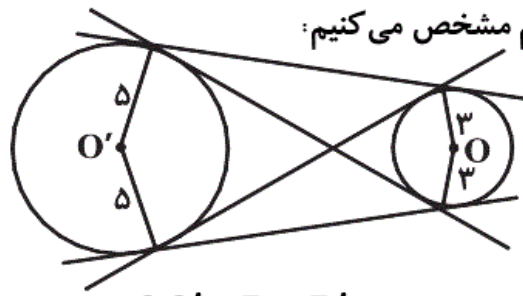
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا وضعیت دو دایره را نسبت به هم مشخص می‌کنیم:



$$R + R' = 5 + 3 = 8$$

چون طول خط‌المركزین برابر با ۱۱ است، پس $OO' > R + R'$ در

نتیجه دایره‌ها متخارج هستند. از طرفی می‌دانیم خطوطی که از نقاط O و

O' به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۵ قرار دارند، همان خطوط مماس بر این

دو دایره می‌باشند. حال از آنجایی که این دو دایره نسبت به هم

متخارج‌اند، لذا خط با این خصوصیت وجود دارد.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

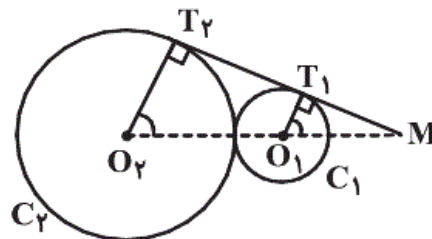
۱

(هانیه ساعی یکتا)

چون این دو دایره مماس خارج

هستند، داریم:

$$O_1O_2 = r_1 + r_2$$



$$T_1T_2 = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{T}_1 = \hat{T}_2 = 90^\circ \\ T_1O_1 \parallel T_2O_2 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{(zz)} \triangle O_1T_1M \sim \triangle O_2T_2M$$

$$\frac{MO_1}{MO_2} = \frac{O_1T_1}{O_2T_2} \Rightarrow \frac{MO_1}{MO_1 + O_1O_2} = \frac{2}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{MO_1}{O_1O_2} = \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{MO_1}{10} = \frac{1}{3} \Rightarrow MO_1 = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow O_2M = O_2O_1 + O_1M = \frac{40}{3}$$

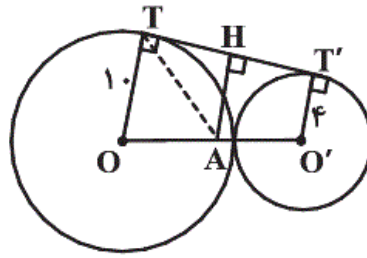
(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴ ✓

۳

۲

۱



ابتدا طول مماس مشترک خارجی دو دایره

را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} TT' &= \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \\ &= \sqrt{14^2 - 6^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \end{aligned}$$

با توجه به این که $AH \parallel OT \parallel O'T'$ و نقطه H وسط TT' است،

داریم:

$$AH = \frac{OT + O'T'}{2} = \frac{10 + 4}{2} = 7$$

حال برای مثلث قائم الزاویه AHT رابطه فیثاغورس را می نویسیم:

$$\Delta_{AHT}: AT^2 = TH^2 + AH^2 \Rightarrow AT^2 = \left(\frac{TT'}{2}\right)^2 + 7^2$$

$$\Rightarrow AT^2 = (2\sqrt{10})^2 + 7^2 \Rightarrow AT^2 = 40 + 49 \Rightarrow AT = \sqrt{89}$$

(هنر سه ۲ - صفحه های ۱۹ تا ۲۲)

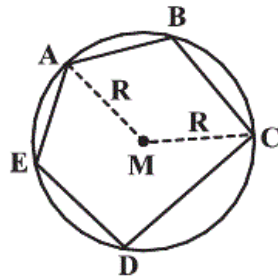
۴

۳ ✓

۲

۱

در یک چندضلعی، اگر عمود منصف‌های همه ضلع‌ها در یک نقطه هم‌رس باشند، آن چندضلعی محاطی است و محل هم‌رسی، مرکز دایره محیطی آن چندضلعی می‌باشد. بنابراین:



$$AM = CM = R$$

پس:

$$\frac{AM}{CM} = \frac{R}{R} = 1$$

بنابراین گزینه «۴» صحیح است.

(هنر سه - صفحه ۲۴)

۴

۳

۲

۱

$$\left. \begin{aligned} S &= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \\ 2P &= 6a \Rightarrow P = 3a \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(*)} \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = r \times 3a$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

(هنر سه - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۴

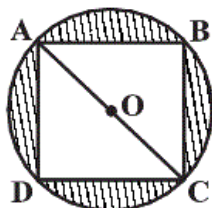
۳

۲

۱

مطابق شکل، طول قطر دایره محیطی مربع، برابر طول قطر مربع است،

یعنی داریم:



$$2R = 2\sqrt{2} \Rightarrow R = \sqrt{2}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi R^2 = 2\pi$$

$$\text{مساحت مربع} = 2^2 = 4$$

بنابراین مساحت ناحیه محدود بین مربع و دایره محیطی آن، برابر

$2\pi - 4$ و نسبت مساحت این ناحیه به مساحت مربع برابر

$$\text{است.} \quad \frac{2\pi - 4}{4} = \frac{\pi}{2} - 1$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر حسین ابومفیدوب)

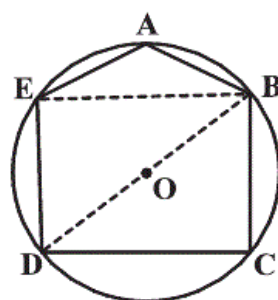
-۱۱۰

زاویه محاطی C برابر 90° است، بنابراین

با توجه به شکل، BD قطر دایره بوده و

هر دو کمان BAD و BCD برابر

180° هستند. از طرفی داریم:



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{DE}}{2} \quad (\text{زاویه محاطی})$$

$$\Rightarrow \underbrace{\widehat{BC} + \widehat{CD}}_{180^\circ} + \widehat{DE} = 2 \times 120^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = 60^\circ$$

$$\hat{DBE} = \frac{\widehat{DE}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۱

(معمدرضا کشاورزی)

$$|3x-2|=|x-4| \Rightarrow \begin{cases} (x < \frac{2}{3} \text{ یا } x > 4) : 3x-2 = x-4 \\ \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x_1 = -1 \\ (\frac{2}{3} \leq x \leq 4) : 3x-2 = -x+4 \\ \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2} + (-1) = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴

۳

۲

۱

-۸۲

(معمرمصطفی ابراهیمی)

$$|2x+1|=2-|2a-1|$$

شرط آن که معادله فوق جواب نداشته باشد این است که عبارت سمت

راست منفی باشد: $2-|2a-1| < 0 \Rightarrow 2 < |2a-1|$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a-1 > 2 \Rightarrow a > \frac{3}{2} \\ \text{یا} \\ 2a-1 < -2 \Rightarrow a < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

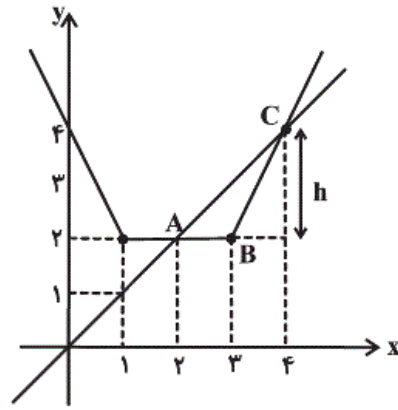
مجموعه جواب $\mathbb{R} - [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ است. (مسابان ۱- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴

۳

۲

۱



$x \geq 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 4, y = x \Rightarrow 2x - 4 = x \Rightarrow x = 4$
 ارتفاع مثلث ABC برابر است با:

$$h = y_C - y_A = 4 - 2 = 2$$

و مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} h(x_B - x_A) = \frac{1}{2} (2)(3 - 2) = 1$$

(مسایان ۱- صفحه ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b < 0 \\ a - b > 0 \\ |a| - |b| < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |a + b| - |a - b| - (|a| - |b|)$$

$$= -(a + b) - (a - b) - (|b| - |a|)$$

$$= -a - b - a + b - (-b - a) = -2a + b + a = b - a$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

 ۴

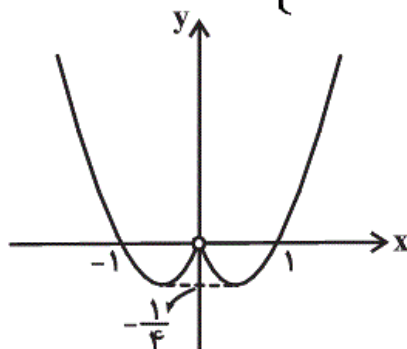
 ۳

 ۲

 ۱ ✓

نمودار تابع $y = x^2 - \frac{x^2}{|x|}$ را رسم می‌کنیم:

$$y = x^2 - \frac{x^2}{|x|} = \begin{cases} x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} & x > 0 \\ x^2 + x = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} & x < 0 \end{cases}$$



$y = k$ یک خط افقی است. برای آن که این خط، نمودار بالا را در ۴

نقطه قطع کند، باید $-\frac{1}{4} < k < 0$ باشد.

(مسئله‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

با در نظر گرفتن مقدار تقریبی $\sqrt{3} \approx 1/7$ ، حاصل $4\sqrt{3} - 7$ عددی

منفی و حاصل $4 - 2\sqrt{3}$ عددی مثبت است، پس عبارت A برابر با

$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ می‌شود. از طرفی:

$$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$$

$$\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1$$

$$= 2 - 1 = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

حاصل A، $\frac{\sqrt{3}}{3}$ برابر $\sqrt{3}$ است. (مسئله‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳✓

۲

۱

$$|a+b| \leq |a| + |b| \Rightarrow \begin{cases} |a+b| = |a| + |b| \Rightarrow a.b \geq 0 \\ |a+b| < |a| + |b| \Rightarrow a.b < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x^2 + 2x + 2| = |x^2 + x + 1| + |x + 1|$$

$$\Rightarrow (x^2 + x + 1)(x + 1) \geq 0 \xrightarrow{\text{همواره مثبت است } x^2 + x + 1}$$

$$x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نبغی)

-۸۸

$$\sqrt{x^2} = |x| \xrightarrow{x > 0} |x| = x$$

$$\sqrt[3]{|x^3|} = |x| \xrightarrow{x > 0} |x| = x$$

$$\Rightarrow x|x| + 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

برای به دست آوردن ریشه‌های معادله درجه دوم به دست آمده از روش Δ استفاده می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-1) = 4 + 4 = 8$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - 1 \\ x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} - 1 \end{cases}$$

فقط مقدار x_1 قابل قبول است، چون شرط سؤال $x > 0$ می‌باشد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سینا ممبرپور)

-۸۹

ابتدا طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{x-4})^2 = (x-6)^2 \Rightarrow x-4 = x^2 - 12x + 36$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x + 40 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x-8) = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ یا } x = 8$$

اما در حل این مسأله برای به دست آوردن دامنه تعریف داریم:

$$\begin{cases} x-4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \\ x-6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک نواحی}} x \geq 6$$

بنابراین $x = 5$ غیر قابل قبول بوده و تنها جواب مسئله $x = 8$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲۰ و ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

معادله به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$3x(5-x) = (m+1)(4x-x^2)$$

$$\Rightarrow 15x - 3x^2 = 4(m+1)x - (m+1)x^2$$

$$\Rightarrow (m-2)x^2 - (4m-11)x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4m-11}{m-2} \end{cases}$$

جواب $x = 0$ غیرقابل قبول است و برای برقراری فرض سؤال، باید جواب دیگر نیز غیرقابل قبول باشد. این جواب در حالات زیر غیرقابل قبول است:

(۱) $m = 2$ که در این صورت مخرج کسر صفر می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴

کافی است که از سمت چپ تساوی، مخرج مشترک بگیریم.

$$\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4} \Rightarrow \frac{(x-2)^2 + x(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{8}{x^2-4}$$

با توجه به برابری مخرج‌ها، می‌توانیم آن‌ها را ساده نماییم.

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

$\{\pm 2\}$ ریشه‌های مخرج هستند. بنابراین $x_1 = 2$ غیرقابل قبول است، چون ریشه مخرج است پس معادله تنها یک جواب $x = -1$ دارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۷ و ۱۹)

۱ ۲ ۳ ۴

$$|1 - |x-1|| < 1 \Rightarrow -1 < 1 - |x-1| < 1$$

$$\Rightarrow -1 < |x-1| - 1 < 1 \Rightarrow 0 < |x-1| < 2$$

(مسئله ۱- صفحه ۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴

(سینا ممبرپور)

x : مدت زمان انجام کار توسط ماشین B و V : حجم کار

در نتیجه:

$$\left. \begin{array}{l} \text{میزان کار ماشین A در یک ساعت: } \frac{V}{x-15} \\ \text{میزان کار ماشین B در یک ساعت: } \frac{V}{x} \\ \text{میزان کار هر دو ماشین با هم در یک ساعت: } \frac{V}{18} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{V}{x} + \frac{V}{x-15} = \frac{V}{18}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-15} = \frac{1}{18} \Rightarrow 18x(x-15) \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{x-15} = \frac{1}{18} \right]$$

$$\Rightarrow x^2 - 51x + 270 = 0$$

$$\Rightarrow (x-45)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ غ ق ق} \\ x = 45 \end{cases}$$

$$A \text{ مدت زمان انجام کار توسط ماشین} = 45 - 15 = 30$$

(مسائل ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای حل معادله، ابتدا دو طرف آن را در ک.م.م.مخرجها $(x(x+a))$ ضرب

$$x+a+x = ax(x+a) \Rightarrow a+2x = ax^2 + a^2x \quad \text{می‌کنیم.}$$

$$\Rightarrow ax^2 + (a^2 - 2)x - a = 0$$

برای آن که معادله دو ریشهٔ قرینه داشته باشد باید داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow (a^2 - 2)^2 - 4(a)(-a) > 0 \\ \Rightarrow (a^2 - 2)^2 + 4a^2 > 0 \\ S = 0 \Rightarrow \frac{-(a^2 - 2)}{a} = 0 \Rightarrow a^2 - 2 = 0 \Rightarrow a^2 = 2 \\ \Rightarrow a = \pm\sqrt{2} \end{array} \right.$$

$$ax^2 - a = 0 \Rightarrow ax^2 = a \quad \text{با اعمال شرط } a = \pm\sqrt{2} \text{ داریم:}$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

به‌ازای هیچ کدام از جواب‌ها مخرج کسرها صفر نمی‌شود، پس هر دو مقدار

$\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ برای a قابل قبول است. (مسئله ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

اگر جمع چند عبارت همواره نامنفی برابر صفر شود، همهٔ آن‌ها لزوماً برابر صفرند. بنابراین جواب‌های معادله از اشتراک ریشه‌های عبارات به‌دست می‌آید. لذا داریم:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -2$$

که جواب مشترک $x = 1$ می‌باشد. بنابراین معادله یک جواب دارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳✓

۲

۱

اگر قرار دهیم $x^2 - 4x + 3 = a$ ، داریم: $|a| = -a \Rightarrow a \leq 0$

بنابراین $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ که با تعیین علامت داریم:

$$\begin{array}{c|cc} x & 1 & 3 \\ \hline (x-1)(x-3) & + & - & + \end{array} \Rightarrow x \in [1, 3]$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

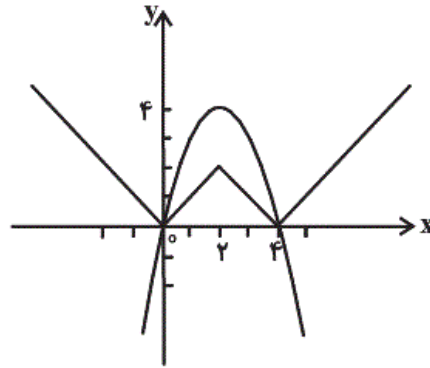
۴✓

۳

۲

۱

نمودار دو تابع $y_1 = ||x-2|-2|$ و $y_2 = 4-(x-2)^2$ را رسم می‌کنیم:



چون دو نمودار در دو نقطه برخورد داشته‌اند، بنابراین معادله صورت سؤال دو ریشه حقیقی دارد. (مسئله‌های ۱۴ تا ۱۶، ۲۴، ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$\sqrt{t+45} + \sqrt{t} = 9 \Rightarrow \sqrt{t+45} = 9 - \sqrt{t}$$

$$\Rightarrow t+45 = 81 - 18\sqrt{t} + t$$

$$\Rightarrow 36 = 18\sqrt{t} \Rightarrow t = 4 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 8 = 4$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

همان‌طور که می‌دانید، معادله بالا دو ریشه دارد که حاصل ضرب آن‌ها

$$P = -\frac{12}{3} = -4$$

برابر است با:

(مسئله‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴✓

۳

۲

۱

(امیر هوشنگ قمسه)

$$-3x^2 < 2x+1 < 3x^2 \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2x + 1 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} \\ 3x^2 - 2x - 1 > 0 \\ \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| > \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{\times 6} |6x - 2| > 4 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b - a = 4 - (-2) = 6$$

(مسئله‌های ۲۳ و ۲۵)

۴

۳

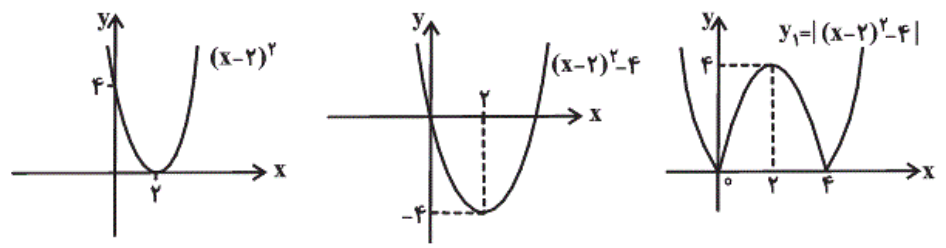
۲✓

۱

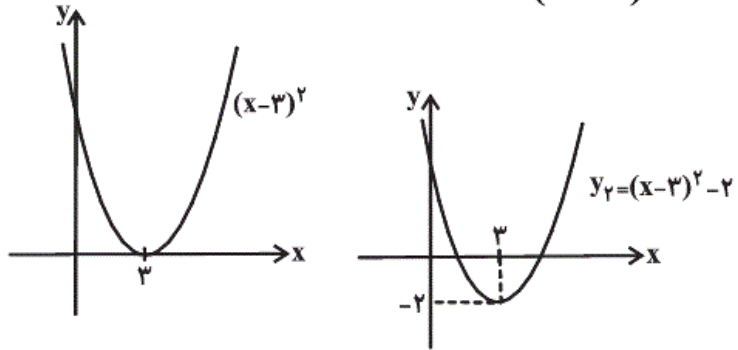
(معبری ملا، مضامنی)

در معادله مورد نظر با رسم توابع هر دو طرف تساوی داریم:

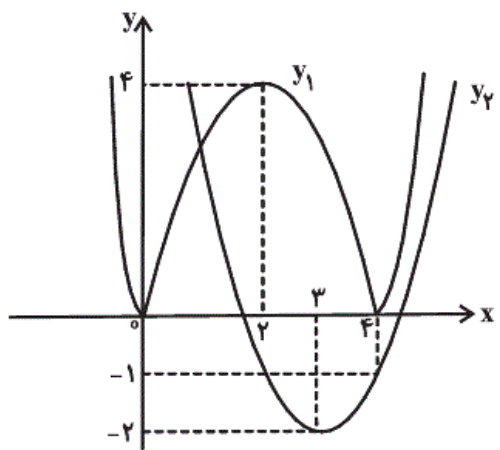
$$y_1 = |x^2 - 4x| = |x^2 - 4x + 4 - 4| = |(x-2)^2 - 4|$$



$$y_2 = x^2 - 6x + 7 = x^2 - 6x + 9 - 2 = (x-3)^2 - 2$$



حال با رسم هر دو تابع در یک نمودار داریم:



همان طور که در نمودار مشخص است، این دو نمودار همدیگر را در یک نقطه قطع می کنند و معادله مورد نظر دارای یک جواب است.

(مسایان ۱- صفحه های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳ تا ۲۸)

- ۴
- ۳
- ۲ ✓
- ۱

(امین کریمی)

گزاره «الف» نادرست است، چون $2 \notin C$.

گزاره «ب» نادرست است، چون $\emptyset \in D$ ولی $\emptyset \notin C$ ، در نتیجه $D \not\subseteq C$.

گزاره «پ» نادرست است، چون $\emptyset \in A$ ولی $\emptyset \notin (B - A)$ ، پس $A \not\subseteq (B - A)$.

گزاره «ت» درست است، چون $A - B = \{2, 4\}$ و در نتیجه $(A - B) \in B$.

(آمار و احتمال - صفحه ۱۹)

- ۴
- ۳
- ۲ ✓
- ۱

(مهروی بیرانوند)

$$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid -2 < m - 1 < 2\}$$

$$= \{m \in \mathbb{Z} \mid -1 < m < 3\} = \{0, 1, 2\}$$

$$B = \{m \in \mathbb{Z} \mid 3m^2 - 7m < 0\} = \{m \in \mathbb{Z} \mid m(3m - 7) < 0\}$$

$$= \{m \in \mathbb{Z} \mid 0 < m < \frac{7}{3}\} = \{1, 2\} \neq A$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 - 3x^2 + 2x = 0\}$$

$$= \{x \in \mathbb{Z} \mid x(x^2 - 3x + 2) = 0\} = \{0, 1, 2\} = A$$

$$D = \{m \in \mathbb{W} \mid m^2 \leq 5\} = \{0, 1, 2\} = A$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2(x^2 - 1) = 0\} = \{-1, 0, 1\} \neq A$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۴

۳

۲✓

۱

(علیرضا وایقانی)

تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A عضو n برابر 2^n است.
طبق فرض سؤال می‌دانیم:

$$\frac{2^n - 1}{2^{n-2} - 1} = 5 \Rightarrow 2^n - 1 = 5(2^{n-2}) - 5$$

$$\Rightarrow 4 \times (2^{n-2}) - 1 = 5 \times (2^{n-2}) - 5$$

$$\Rightarrow 2^{n-2} = 4 = 2^2 \Rightarrow n - 2 = 2 \Rightarrow n = 4$$

بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های A برابر $2^4 = 16$ است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

(مهروی بیرانوند)

با توجه به گزینه‌ها، دو مجموعه اعداد حسابی و قرینه اعداد طبیعی، یک افزاز برای اعداد صحیح می‌باشند، زیرا اولاً هیچ کدام تهی نیستند، ثانياً هیچ اشتراکی ندارند و ثالثاً اجتماع آن‌ها برابر مجموعه اعداد صحیح است.

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\text{قرینه اعداد طبیعی} = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

(آمار و احتمال - صفحه ۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

(سویل سن‌فان پور)

مجموعه A شامل اعداد زوج ۲ تا ۲۰ و مجموعه B شامل اعداد فرد ۱ تا ۱۹ است. بنابراین دو مجموعه با هم اشتراکی ندارند و داریم:

$$A \cap B = \emptyset$$

در این حالت همواره $B - A = B$ و $A - B = A$ خواهد بود.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۴

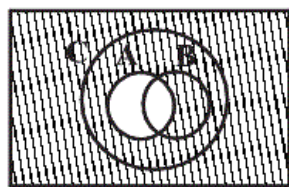
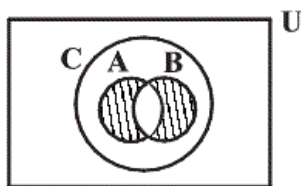
۳

۲

۱✓

همان‌طور که مشخص است، چون $A \cap B \subseteq A \cup B$ است، بنابراین $A \cap B \subseteq C$ خواهد بود.

نمودار ون $(A - B) \cup (B - A)$ به صورت زیر است. واضح است که $(A - B) \cup (B - A)$ زیرمجموعه‌ای از C است.



در شکل زیر نمودار ون $U - A$ را مشاهده می‌کنیم. بنابراین لزومی ندارد $U - A$ زیرمجموعه C باشد. تنها در صورتی این مورد امکان‌پذیر است که $U = C$ باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۲، ۲۳، ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

۲

۱

(سیر عرفان ستوره)

-۱۲۷

$$(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B)$$

$$= A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴

۳

۲

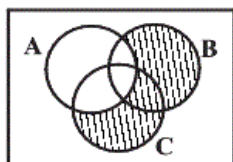
۱

(امین کریمی)

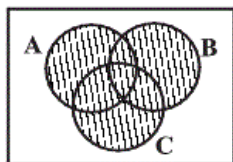
-۱۲۸

نمودار ون سایر گزینه‌ها:

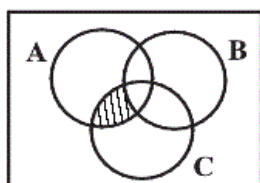
گزینه «۱»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»:



(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

۲

۱

(آمار پوقادری)

$$B \cup (A' \cap B) = B \quad (\text{طبق قانون جذب})$$

$$(B' - A') \cap (A \cup B) = (B' \cap A) \cap (A \cup B)$$

$$\frac{A \cap B' \subseteq A \subseteq A \cup B}{\rightarrow (B' \cap A) \cap (A \cup B) = B' \cap A}$$

$$\Rightarrow [B \cup (A' \cap B)] \cap [(B' - A') \cap (A \cup B)]$$

$$= B \cap (B' \cap A) = (B \cap B') \cap A = \emptyset \cap A = \emptyset$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

می‌دانیم اشتراک یک مجموعه با متمم آن، همواره تهی است. برای عبارت گزینهٔ

$$(A' - B) \cap (A \cup B) = (A' \cap B') \cap (A \cup B) \quad \text{«۴» داریم:}$$

$$= (A \cup B)' \cap (A \cup B) = \emptyset$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(شایان عباپی)

$$E\hat{A}B = C\hat{A}D = 2x \quad \text{فرض کنید } D\hat{A}E = x \text{، در این صورت}$$

است و داریم:

$$E\hat{A}B + D\hat{A}E + C\hat{A}D = \frac{\widehat{AE} + \widehat{DE} + \widehat{AD}}{2} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$D\hat{O}E = 2D\hat{A}E = 2x = 72^\circ$$

بنابراین:

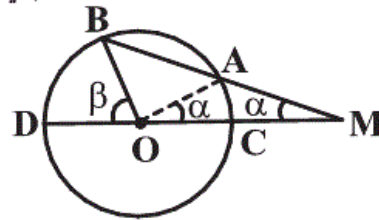
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱



بنابر فرض مسأله داریم:

ΔOAM متساوی الساقین است. $\Rightarrow OA = MA = R$

$\Rightarrow \hat{AOM} = \hat{AMO} = \alpha$

از طرفی زاویه M برابر است با:

$$\hat{M} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2} \\ \widehat{BD} = \hat{BOD} = \beta \\ \widehat{AC} = \hat{AOC} = \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \frac{\beta - \alpha}{2} \Rightarrow 2\alpha = \beta - \alpha$$

$\Rightarrow \beta = 3\alpha$

(هنر سه ۲- تمرین ۶- صفحه ۱۷)

- ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم کمان‌های محصور بین دو وتر موازی، با هم برابرند. از طرفی

AB قطر دایره می‌باشد، بنابراین کمان AB برابر با ۱۸۰° می‌باشد،

پس داریم:

$$CD \parallel AB \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} \xrightarrow{\widehat{CD} = 60^\circ} \widehat{AC} = \widehat{BD} = 60^\circ$$

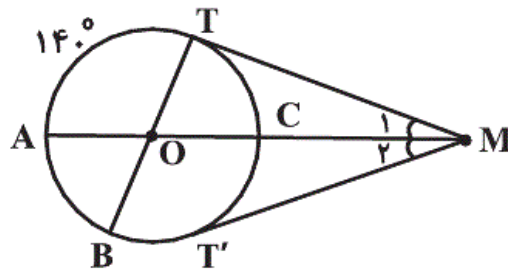
$$\hat{O}_2 = \hat{O}_3 \Rightarrow \widehat{AE} = \widehat{BD} \Rightarrow \widehat{AE} = 60^\circ$$

$$\widehat{BMD} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{CAE}}{2} = \frac{60^\circ + 120^\circ}{2} = 90^\circ$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

- ۴ ۳ ۲ ۱

(علیرضا نصراللهی)



با توجه به ویژگی مماس‌های رسم

شده بر دایره می‌دانیم MO نیمساز

زاویه $\widehat{TMT'}$ است، بنابراین:

$$\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \Rightarrow \widehat{TC} = \widehat{T'C}$$

حال از آنجایی که کمان \widehat{ATC} برابر 180° است، داریم:

$$\widehat{TC} = 180^\circ - \widehat{AT} = 40^\circ$$

همچنین داریم:

$$\widehat{TC} + \widehat{T'C} + \widehat{BT'} = 180^\circ \Rightarrow 40^\circ + 40^\circ + \widehat{BT'} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BT'} = 100^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

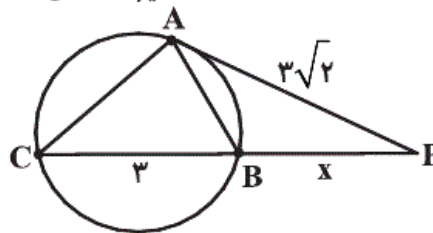
۴

۳

۲

۱

(علیرضا امری)



طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$PA^2 = PB \cdot PC$$

اگر PB را برابر x فرض کنیم، داریم:

$$PA^2 = x(x + BC) \Rightarrow 18 = x(x + 3)$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -6 \text{ غ ق} \end{cases} \Rightarrow PC = 6$$

همچنین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{PAB} = \widehat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} \\ \widehat{P} = \widehat{P} \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز ز)} \triangle ABP \sim \triangle CAP$$

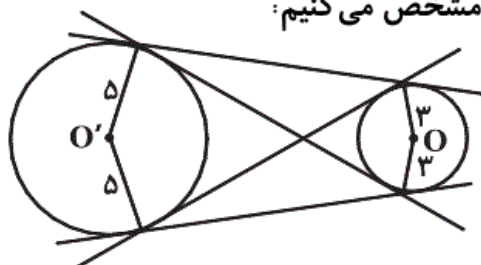
۴

۳

۲

۱

ابتدا وضعیت دو دایره را نسبت به هم مشخص می‌کنیم:



$$R + R' = 5 + 3 = 8$$

چون طول خط‌المركزين برابر با ۱۱ است، پس $OO' > R + R'$ ، در

نتیجه دایره‌ها متخارج هستند. از طرفی می‌دانیم خطوطی که از نقاط O و

O' به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۵ قرار دارند، همان خطوط مماس بر این

دو دایره می‌باشند. حال از آنجایی که این دو دایره نسبت به هم

متخارج‌اند، لذا خط ۴ با این خصوصیت وجود دارد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

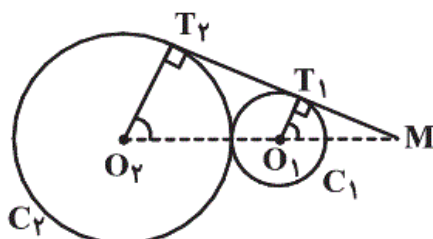
۴

۳

۲

۱

(هانیه ساعی یکتا)



چون این دو دایره مماس خارج

هستند، داریم:

$$O_1O_2 = r_1 + r_2$$

$$\text{طول مماس مشترک خارجی: } T_1T_2 = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{T}_1 = \hat{T}_2 = 90^\circ \\ \hat{M} = \hat{M} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(زز)}} \triangle O_1T_1M \sim \triangle O_2T_2M$$

$$\frac{MO_1}{MO_2} = \frac{O_1T_1}{O_2T_2} \Rightarrow \frac{MO_1}{MO_1 + O_1O_2} = \frac{2}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{MO_1}{O_1O_2} = \frac{2}{6} \Rightarrow \frac{MO_1}{10} = \frac{1}{3} \Rightarrow MO_1 = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow O_2M = O_2O_1 + O_1M = \frac{40}{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴

۳

۲

۱

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$= \sqrt{14^2 - 6^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

با توجه به این که $AH \parallel OT \parallel O'T'$ و نقطه H وسط TT' است،
داریم:

$$OO'T'T \text{ دوزنقه } : AH = \frac{OT + O'T'}{2} = \frac{10 + 4}{2} = 7$$

حال برای مثلث قائم‌الزاویه AHT رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$\Delta AHT : AT^2 = TH^2 + AH^2 \Rightarrow AT^2 = \left(\frac{TT'}{2}\right)^2 + 7^2$$

$$\Rightarrow AT^2 = (2\sqrt{10})^2 + 7^2 \Rightarrow AT^2 = 40 + 49 \Rightarrow AT = \sqrt{89}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(شایان عباسی)

-۱۱۹

با توجه به روابط طولی در دو دایره خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} AD \cdot AE = AF \cdot AG \\ AB \cdot AC = AF \cdot AG \end{array} \right\} \Rightarrow AD \cdot AE = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AD(AD + 8) = 6 \times 8 \Rightarrow AD = 4 \Rightarrow AE = 12$$

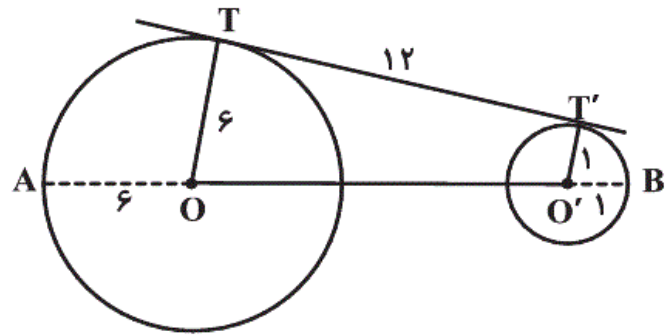
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱



داریم:

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 144 = OO'^2 - (6 - 1)^2$$

$$\Rightarrow OO' = 13$$

بیشترین فاصله بین نقاط دو دایره برابر با فاصله AB می‌باشد، در

نتیجه:

$$AB = AO + OO' + O'B = 6 + 13 + 1 = 20$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir