



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، چند اتحاد جبری و کاربردها ، عبارتهای جبری - ۱۳۹۶۰۸۱۹

۵۶- اگر $x + \frac{1}{x} = 2$ باشد، مقدار $x^3 + \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) ۲
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۵۷- در تجزیه عبارت $(2x-1)^3(4x^2-3) - (4x)(2x-1)^3$ کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) $2x+1$
(۲) $2x+3$
(۳) $2x-3$
(۴) $2x-1$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- مجموع ارقام $(1001)^4$ کدام است؟

- (۱) ۱۴
(۲) ۱۶
(۳) ۱۸
(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر $(2x+y)(4x^2-2xy+y^2) = 27$ ، حاصل $8x^3+y^3$ کدام است؟

- (۱) ۲۷
(۲) -۲۷
(۳) ۸
(۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، عبارتهای گویا ، عبارتهای جبری - ۱۳۹۶۰۸۱۹

۵۲- کدام یک از عبارتهای زیر گویا نیست؟

- (۱) $\frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$
(۲) $\frac{x+1}{\sqrt{2}}$
(۳) $\frac{1}{x^2+x}$
(۴) $\frac{x-3}{x-3}$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- ساده شده عبارت تعریف شده $A = \frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x+3}{x-3}$
(۲) $\frac{x-3}{x+3}$
(۳) ۱
(۴) $\frac{-6x}{x^2-9}$

شما پاسخ نداده اید

۵۹- ساده شده عبارت تعریف شده $A = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 4}$ کدام است؟

(۱) $\frac{x-3}{x+1}$ (۲) $\frac{x+3}{x-1}$ (۳) $\frac{x-3}{x-1}$ (۴) $\frac{x+3}{x+1}$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- در کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $Q(x) = (x^3 - 1)$ و $P(x) = x^2 + 2x - 3$ کدام عبارت وجود دارد؟

(۱) $x-3$ (۲) $x+1$ (۳) $x^2 + x + 1$ (۴) $(x-1)^2$

شما پاسخ نداده اید

۶۱- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{A}{(x-3)^2(x+3)}$ برابر $\frac{x+3}{x^2-6x+9} - \frac{x+2}{x^2-9} - \frac{5}{3-x}$ است. عبارت A کدام است؟

(۱) $5x^2 + 7x - 30$ (۲) $x^2 + 7x + 30$ (۳) $5x^2 - 7x + 30$ (۴) $x^2 - 7x - 30$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- حاصل عبارت تعریف شده $A = \frac{2x+1}{3x-3} - \frac{2}{x^2-1} - \frac{x}{2x+2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{x-10}{6(x-1)}$ (۲) $\frac{x+10}{6(x+1)}$ (۳) $\frac{x+9}{6(x-1)}$ (۴) $\frac{x-9}{6(x+1)}$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- حاصل عبارت تعریف شده $A = (x-1 - \frac{1}{x-1})(x - \frac{1}{x})(x+1 - \frac{1}{x+1})$ کدام است؟

(۱) $x(x^2 - 4)$ (۲) $x(x^2 - 1)$ (۳) $\frac{x^2 - 4}{x}$ (۴) $\frac{x}{x^2 - 1}$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- حاصل عبارت تعریف شده زیر کدام است؟

(۱) $\frac{x(x+3)}{4}$ (۲) $\frac{-x(x+3)}{4}$ (۳) $\frac{x(x-3)}{4}$ (۴) $\frac{-x(x-3)}{4}$

$A = \frac{x^2}{x^2 - 6x + 9} \times \frac{9 - x^2}{x} \times \frac{x-3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- عبارت $y = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{x}{x-1}}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

(۱) صفر و -۱ (۲) صفر و ۱ (۳) ۱ و -۱ (۴) صفر و ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۶- کدام عبارت گویا به ازای همه اعداد حقیقی تعریف شده است؟

(۱) $\frac{x^2 + 1}{x^2 + x}$ (۲) $\frac{x+1}{x^3 + 1}$ (۳) $\frac{x}{x^2 + 2x + 1}$ (۴) $\frac{1}{-x^2 - 1}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- محیط مربعی که اندازه نصف قطر آن $\sqrt{8}$ است، کدام است؟

$2\sqrt{8}$ (۴)

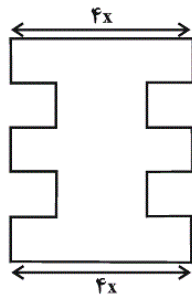
$4\sqrt{8}$ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۸- در شکل زیر طول تمام پاره‌خط‌ها به‌جز دوپاره‌خط مشخص شده در شکل برابر x است. اگر اندازه مساحت شکل برابر اندازه محیط آن باشد، مقدار x کدام است؟ ($x \neq 0$)



$\frac{11}{3}$ (۱)

$\frac{13}{8}$ (۲)

$\frac{14}{9}$ (۳)

$\frac{7}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- علی از برادرش ۸ سال بزرگتر است، ۶ سال بعد سن برادر علی دو برابر می‌شود، در حال حاضر علی چند سال سن دارد؟

۱۰ (۴)

۱۴ (۳)

۱۸ (۲)

۲۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در قلکی ۱۰۰ صد سکه ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی وجود دارد، اگر مجموع پول قلک ۶۰۰۰ تومان باشد، تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی کدام است؟

۶۰ (۴)

۴۰ (۳)

۸۰ (۲)

۲۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۱- x چه عددی باشد که اگر با دو برابر خودش جمع و از حاصل این مجموع یک واحد کم کنیم، حاصل برابر ۵ شود؟

۳ (۲)

۵ (۱)

۲ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۴- جواب معادله $3(x+2) = 4(-\frac{1}{2}x+9)$ کدام است؟

-۶ (۲)

۶ (۱)

$-\frac{7}{5}$ (۴)

$\frac{7}{5}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، چند اتحاد جبری و کاربردها ، عبارت‌های جبری - ۱۳۹۶۰۸۱۹

۵۶-

(ممد بهیرایی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳)

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + 3x^2 \times \frac{1}{x} + 3x \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow 2^3 = x^3 + 3x \times \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow 8 = x^3 + 3 \times (2) + \frac{1}{x^3}$$

$$\Rightarrow 8 - 6 = x^3 + \frac{1}{x^3} \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 2$$

۴

۳

۲

۱

۵۷-

(ممد بهیرایی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

ابتدا از عامل $(2x-1)^3$ فاکتور می‌گیریم:

$$(2x-1)^3 (4x^2 - 3 - 4x)$$

در پرانتز دوم به کمک اتحاد یک جمله مشترک داریم:

$$(2x-1)^3 [(2x)^2 + (-3+1)(2x) + (-3)(1)]$$

$$= (2x-1)^3 [(2x-3)(2x+1)]$$

پس عامل $(2x+3)$ در تجزیه وجود ندارد.

۴

۳

۲

۱

۵۸-

(هاری پلور، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

با توجه به الگوی مثلث خیام داریم:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(1001)^4 = (1000+1)^4 = 1000^4 + 4 \times 1000^3 + 6 \times 1000^2 + 4 \times 1000 + 1$$

$$= 1004006004001 \Rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

۴

۳

۲

۱

با استفاده از اتحاد مجموع مکعب دوجمله‌ای داریم:

$$\begin{aligned} (2x+y)(4x^2-2xy+y^2) &= (2x+y)((2x)^2-2x \times y+y^2) \\ &= (2x)^3+y^3=8x^3+y^3=27 \end{aligned}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، عبارت‌های گویا، عبارت‌های جبری - ۱۳۹۶۰۸۱۹

(امیر زرانروز، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۸ و ۱۹)

کسرهایی را که صورت و مخرج آن‌ها چند جمله‌ای باشند، عبارت‌های گویا می‌نامند.

با توجه به گزینه‌ها، صورت کسر گزینه «۱» چند جمله‌ای نیست، پس این عبارت، گویا

نیست.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهروی تک، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای و اتحاد مزدوج صورت و مخرج کسر را ساده

می‌کنیم. به‌ازای مقادیر تعریف شده عبارت داریم:

$$A = \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)} = \frac{x-3}{x+3}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(هاری پلاور، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

ابتدا صورت و مخرج کسر را با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم. به‌ازای مقادیر تعریف شده عبارت داریم:

$$A = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 4} = \frac{x^2 + (-3-4)x + (-3) \times (-4)}{x^2 + (-1-4)x + (-1) \times (-4)} = \frac{(x-3)(x-4)}{(x-1)(x-4)}$$

$$= \frac{x-3}{x-1}$$

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(هاری پلاور، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۲۱ و ۲۲)

برای به‌دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک، ابتدا هر یک از چند جمله‌ای‌ها را تجزیه می‌کنیم، سپس حاصل ضرب عبارتهای مشترک با بزرگترین توان در عبارتهای غیر مشترک را به‌دست می‌آوریم:

$$Q(x) = (x^3 - 1) = (x-1)(x^2 + x + 1)$$

$$P(x) = x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1)$$

$$A(x) = \frac{(x-1)(x+3)(x^2+x+1)}{\text{عامل‌های غیر مشترک} \quad \text{عامل مشترک}}$$

پس در ک. م. م این دو عبارت با توجه به گزینه‌ها تنها عامل $x^2 + x + 1$ وجود دارد.

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(معمد بهیرایی، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۲۱ تا ۲۴)

ابتدا مخرج مشترک را به‌دست می‌آوریم که برابر ک. م. م عبارتهای مخرج است.

$$\begin{cases} (x^2 - 6x + 9) = (x-3)^2 \\ x^2 - 9 = (x-3)(x+3) \Rightarrow \text{ک. م. م} = (x-3)^2(x+3) \\ 3-x = -(x-3) \end{cases}$$

$$\frac{x+3}{x^2-6x+9} - \frac{x+2}{x^2-9} - \frac{5}{3-x}$$

$$= \frac{(x+3)}{(x-3)^2} - \frac{(x+2)}{(x-3)(x+3)} - \frac{5}{-(x-3)}$$

$$= \frac{(x+3)(x+3) - (x+2)(x-3) + 5(x-3)(x+3)}{(x-3)^2(x+3)}$$

$$= \frac{(x^2 + 6x + 9) - (x^2 - x - 6) + 5(x^2 - 9)}{(x-3)^2(x+3)}$$

$$= \frac{5x^2 + 7x - 30}{(x-3)^2(x+3)} \xrightarrow{\text{مقایسه با صورت سؤال}} A = 5x^2 + 7x - 30$$

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

ابتدا ک. م. م. مخرج کسرها را می‌یابیم:

$$\begin{cases} 3x-3=3(x-1) \\ x^2-1=(x-1)(x+1) \xrightarrow{\text{ک.م.م}} \text{مخرج مشترک} = 6(x-1)(x+1) \\ 2x+2=2(x+1) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{2x+1}{3x-3} - \frac{2}{x^2-1} - \frac{x}{2x+2} \\ &= \frac{(2x+1)(2x+2)}{6(x-1)(x+1)} - \frac{2 \times 6}{6(x-1)(x+1)} - \frac{x(3x-3)}{6(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{4x^2+6x+2-12-3x^2+3x}{6(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+9x-10}{6(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+10)(x-1)}{6(x-1)(x+1)} = \frac{x+10}{6(x+1)} \end{aligned}$$

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا حاصل هر پرانتز را جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x-1-\frac{1}{x-1} &= \frac{(x-1)^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1)^2-1}{x-1} = \frac{x^2-2x+1-1}{x-1} \\ &= \frac{x^2-2x}{x-1} = \frac{x(x-2)}{x-1} \\ x-\frac{1}{x} &= \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x} \\ x+1-\frac{1}{x+1} &= \frac{(x+1)^2}{x+1} - \frac{1}{x+1} = \frac{(x+1)^2-1}{x+1} = \frac{x^2+2x+1-1}{x+1} \\ &= \frac{x(x+2)}{x+1} \end{aligned}$$

حال حاصل عبارت A را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} A &= \left(x-1-\frac{1}{x-1}\right) \left(x-\frac{1}{x}\right) \left(x+1-\frac{1}{x+1}\right) \\ \Rightarrow A &= \frac{x(x-2)}{x-1} \times \frac{(x-1)(x+1)}{x} \times \frac{x(x+2)}{x+1} \\ &= (x-2)x(x+2) = x(x-2)(x+2) = x(x^2-4) \end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱✓

صورت و مخرج عبارتهای را با استفاده از اتحادها تجزیه می‌کنیم:

اتحاد مزدوج

$$A = \frac{x^2}{\underbrace{x^2 - 6x + 9}_{\text{اتحاد مربع}}} \times \overbrace{\frac{9 - x^2}{x}} \times \frac{x-3}{4} = \frac{x^2}{(x-3)^2} \times \frac{(3-x)(3+x)}{x} \times \frac{x-3}{4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{x^2}{(x-3)^2} \times \frac{-(x-3)(x+3)}{x} \times \frac{(x-3)}{4} = -\frac{x(x+3)}{4}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهوری ملارمضانی، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۸ تا ۲۴)

عبارت مورد نظر شامل دو عبارت گویا در صورت و مخرج کسر است که اولاً هیچ یک

از عبارات گویا به‌ازای ریشه‌های مخرج‌شان قابل تعریف نیستند، ثانیاً عبارت کلی نیز

به‌ازای ریشه مخرج کسر نیز تعریف نشده است. لذا داریم:

$$\frac{1}{x} : x \neq 0$$

$$\frac{x}{x-1} : x \neq 0, x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

بنابراین عبارت گویا به‌ازای $\{0, 1\}$ تعریف نشده است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

عبارت گویا به‌ازای مقادیری که مخرج صفر می‌شود تعریف نشده است. حال به

بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی «۱»:

$$\frac{x^2+1}{x^2+x} \Rightarrow x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \end{cases}$$

این عبارت گویا به‌ازای $\{0, -1\}$ تعریف نشده است.

گزینه‌ی «۲»:

$$\frac{x+1}{x^3+1} \Rightarrow x^3+1=0 \Rightarrow x^3=-1 \Rightarrow x=-1$$

این عبارت گویا به‌ازای $\{-1\}$ تعریف نشده است.

گزینه‌ی «۳»:

$$\frac{x}{x^2+2x+1} \Rightarrow x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

این عبارت گویا به‌ازای $\{-1\}$ تعریف نشده است.

گزینه‌ی «۴»:

$$\frac{1}{-x^2-1} \Rightarrow -x^2-1=0 \Rightarrow -x^2=1 \Rightarrow x^2=-1$$

جواب ندارد

پس این عبارت گویا به‌ازای همه‌ی مقادیر x تعریف شده است.

۴

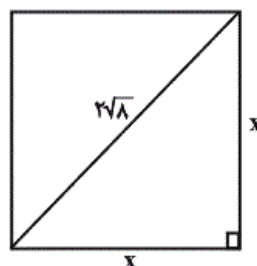
۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، معادله و مسائل توصیفی، معادله‌ی درجه دوم - ۱۳۹۶۰۸۱۹

نصف قطر مربع $\sqrt{8}$ است. پس اندازه قطر $R = 2\sqrt{8}$ است. با توجه به شکل و رابطه فیثاغورث داریم:



$$x^2 + x^2 = (2\sqrt{8})^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 32$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 \xrightarrow{x > 0} x = 4$$

$$\text{محیط مربع } P = 4x \xrightarrow{x=4} P = 16$$

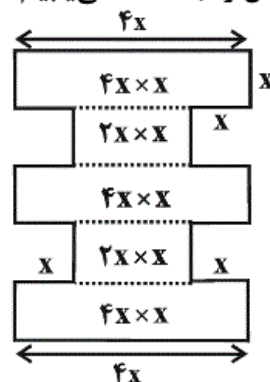
۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا اندازه مساحت و محیط شکل را جداگانه می‌یابیم:



$$\text{مساحت شکل} = 4x \times x + 2x \times x + 4x \times x + 2x \times x + 4x \times x$$

$$\text{مساحت شکل} = 4x^2 + 2x^2 + 4x^2 + 2x^2 + 4x^2 = 16x^2$$

$$\text{محیط شکل} = 9x + 4x + 9x + 4x = 26x$$

$$\Rightarrow \text{مساحت شکل} = \text{محیط شکل}$$

$$16x^2 = 26x$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 26x = 0$$

$$x(16x - 26) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق} \\ 16x - 26 = 0 \Rightarrow x = \frac{26}{16} = \frac{13}{8} \end{cases}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۹

(مهری تک، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۰)

فرض می‌کنیم سن علی x و سن برادرش y باشد، در این صورت داریم:

$$x - y = 8 \quad (1)$$

$$6 \text{ سال بعد} \Rightarrow 2y = y + 6 \Rightarrow y = 6$$

پس سن برادر علی ۶ سال است. حال از معادله (۱) سن علی برابر است با:

$$x - 6 = 8 \Rightarrow x = 14$$

□۴

□۳✓

□۲

□۱

-۷۰

(عمید زرین‌کفش، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۰)

اگر تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی را x و تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی را y فرض کنیم، داریم:

$$x + y = 100 \Rightarrow y = 100 - x \quad (1)$$

مجموع پول موجود در قلک:

$$100y + 50x = 6000$$

$$\xrightarrow{(1)} 100 \times (100 - x) + 50x = 6000 \Rightarrow 10000 - 100x + 50x = 6000$$

$$\Rightarrow 10000 - 50x = 6000$$

$$50x = 10000 - 6000 \Rightarrow 50x = 4000 \Rightarrow x = \frac{4000}{50} = 80$$

□۴

□۳

□۲✓

□۱

-۵۱

(مهری ملارمفانی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ و ۲۷)

ابتدا عبارت سؤال را به زبان ریاضی می‌نویسیم:

$$x + 2x - 1 = 5 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

□۴✓

□۳

□۲

□۱

-۵۴

(امیر زرانروز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۰)

$$3(x + 2) = 4\left(-\frac{1}{2}x + 9\right) \Rightarrow 3x + 6 = 4 \times \left(-\frac{1}{2}x\right) + 36$$

$$\Rightarrow 3x + 6 = -2x + 36 \Rightarrow 3x + 2x = 36 - 6$$

$$\Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$$

□۴

□۳

□۲

□۱✓