



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

۸۱ - با توجه به رابطه $\frac{1}{|b-a|^3} = \frac{1}{3}$ ، حاصل $b-a$ کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۲ - مجموعه جواب نامعادله $\frac{2}{|3x-a|} > \frac{1}{b}$ ، به صورت همسایگی متقارن محذوف به مرکز ۲ و شعاع همسایگی $\frac{1}{9}$ می باشد. حاصل ab چند می باشد؟

۱۰ (۲)

$\frac{40}{9}$ (۱)

$\frac{5}{18}$ (۴)

$\frac{18}{5}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۳ - دنباله $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ چند جمله منفی دارد؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۷ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۴ - مجموع ۱۰۰ جمله اول دنباله $a_n = [\frac{n}{2}] \cos n\pi$ کدام است؟ () ، علامت جزء صحیح است.

۵۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

-۵۰ (۴)

۰ (۳) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۵ - کوچکترین کران بالای دنباله $a_n = -3n^2 + 8n + 1$ کدام است؟

۵ (۲)

۶ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-86 \text{ - اگر } \frac{K}{n} \text{ صعودی باشد، حداقل مقدار } K \text{ کدام است؟}$$

۱) $\frac{3}{2}$ (۲)

۲) $\frac{5}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

$$-87 \text{ - کدام یک از جملات زیر درباره دنباله با جملات } a_n = |2n-1| + |n-7| - 3n \text{ درست است؟}$$

۱) دارای کوچکترین کران بالا است ولی ماکزیمم ندارد.
۲) همگرا و غیریکنوا است.

۳) دارای بزرگترین کران پایین است ولی مینیمم ندارد.
۴) کراندار و یکنواست.

شما پاسخ نداده اید

$$-88 \text{ - در دنباله } \{a_n\} \text{ به ازای } n \geq 150 \text{ داریم: } |a_n - \frac{1}{2}| < 0.001 \text{ . کدام نتیجه‌گیری درست است؟}$$

۱) دنباله به $L = \frac{1}{2}$ همگراست.
۲) اگر دنباله نزولی باشد، الزاماً همگراست.

۳) دنباله فقط از بالا کراندار است.
۴) اگر دنباله همگرا باشد، به $L = \frac{1}{2}$ همگراست.

شما پاسخ نداده اید

$$-89 \text{ - اگر } a_{n+1} = \sqrt{12 + a_n} \text{ و } a_1 = \sqrt{12} \text{ باشد، در این صورت دنباله کراندار }\{a_n\} \text{ است.}$$

۱) همگرا به ۴ است.
۲) همگرا به ۲ است.

۳) همگرا به $\sqrt{12}$ است.
۴) واگرا است.

شما پاسخ نداده اید

$$-90 \text{ - اگر دنباله } c_n = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(-n) & ; n = 2k \\ \frac{(a-1)n^2 + bn + c}{2n + d} & ; n = 2k-1 \end{cases} \text{ همگرا باشد، مقدار } a+b \text{ کدام است؟}$$

۱) صفر
۲) -۲ (۲)

۳) -۱
۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- اگر قرینه نقطه A نسبت به صفحه xy را B و قرینه نقطه A نسبت به محور x ها را C بنامیم و $|BC| = 10$ باشد، آن‌گاه فاصله نقطه A از

صفحة xz کدام است؟

۱۰ (۲)

۵ (۱)

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- بردار $v = (-1, -2, 2)$ مفروض است. مجموع مؤلفه‌های مختصات بردار u به طول ۱۵ که موازی و هم جهت با v باشد، کدام است؟

-۳ (۲)

-۱ (۱)

-۶ (۴)

-۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر برداری به طول ۴ که با محور x ها، زاویه 60° ، با محور y ها، زاویه 135° و با محور z ها، زاویه حاده می‌سازد، به صورت $p = mi + nj + pk$ باشد، p کدام است؟

۲ (۲)

-۲ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$-2\sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $a = (2, 1, -2)$ و $b = (1, 1, 1)$ باشد، حاصل $a \cdot b + a \cdot c$ کدام است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

-۸ (۴)

-۹ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $|a - b| = |a + b|$ و زاویه بین دو بردار $a + b$ و $a - b$ برابر 60° باشد، کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

$\sqrt{3}$ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ ، آن‌گاه کمترین مقدار عبارت $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3}$ چقدر است؟

$\frac{1}{14}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۴ (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- بردارهای $a = (2, 3, 1)$ و $b = (1, 1, -1)$ مفروض‌اند. کدام یک از بردارهای زیر، بر دو بردار $3a - 2b$ و $-2a + 5b$ عمود است؟

(۱, ۱, ۱) (۲)

(۴, -۳, ۱) (۱)

(۱, -۱, ۱) (۴)

(۴, ۳, -۱) (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر $|a| = ۲$ و $|b| = ۶$ و دو بردار a و b با هم زاویه 150° بسازند، طول بردار $a \times (a \times b)$ کدام است؟

$54\sqrt{3}$ (۲)

۱۰۸ (۱)

$108\sqrt{3}$ (۴)

۵۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در مثلث ABC ، $A(0, 0, 0)$ ، $B(3, 0, 0)$ و $C(1, 1, 1)$ ارتفاع وارد بر ضلع BC است. اندازه AH چقدر است؟

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- به ازای بردارهای غیر صفر و غیر هم صفحه a ، b و c ، بردار $(a \times b) \times c$ همواره با کدام دو بردار، هم صفحه است؟

a, c (۲)

a, b (۱)

۴) با هیچ دو برداری از سه بردار مذبور هم صفحه نیست.

b, c (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسته ، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

۱۲۱- با ارقام $1, 2, 3, 0$ چند عدد چهار رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت به صورتی که ارقام زوج کنار هم باشند؟

۸ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- هشت ضلعی محدبی در یک صفحه مفروض است. چند مثلث در این صفحه قابل رسم است در صورتی که رأس‌های هر مثلث از میان رأس‌های هشت

ضلعی مفروض انتخاب شوند و در هر مثلث، فقط یکی از اضلاع بر یک ضلع هشت ضلعی منطبق باشد؟

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)

۶۴ (۴)

۴۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- از هر یک از ۶ شهر مختلف، ۴ نفر به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از بین آن‌ها انتخاب کرد طوری که حداقل

دو نفر همسه‌های باشند؟

۱۸۰۰ (۲)

۱۲۸۰ (۱)

۲۱۶۰ (۴)

۲۰۰۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- دنباله درجه‌های رئوس یک گراف به صورت $a, b, 2, 4, 4, a, 2, b$ می‌باشد. حاصل $a + b$ چقدر است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- گراف متناظر با بازه‌های (x, y) . $(6, 11)$. $(10, 11)$. $(5, 10)$. $(7, 5)$ و $(1, 6)$ دارای ۶ دور است. بازه (x, y) کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱۱, ۱۲) (۲)

(۲, ۳) (۱)

(۱۰, ۱۲) (۴)

(۰, ۲) (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در گراف ساده G ، رابطه $2q \geq 9p$ برقرار است. حداقل مقدار q در این گراف کدام است؟

۲۸ (۲)

۲۱ (۱)

۴۵ (۴)

۳۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در گرافی که دارای ۹ رأس و ۳۳ یال است، کمترین مقدار $\Delta + \delta$ کدام است؟

۱۱) ۲

۱۰) ۱

۱۳) ۴

۱۲) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در گراف کامل K_n ، چند مسیر به طول ۳ شامل رأس a وجود دارد؟

۱۲۰) ۲

۶۰) ۱

۳۰) ۴

۲۴۰) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر دنباله درجه های رئوس گراف G به صورت $2, 3, 4, 4, 3, 2$ باشد، آن گاه گراف چند دور به طول ۳ دارد؟

۵) ۲

۴) ۱

۷) ۴

۶) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- چند گراف همبند و غیرمنتظم با شرط $pq = 2^0$ وجود دارد؟

۲) ۲

۱) ۱

۴) ۴

۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

۱۰۱- در معادله $2 \cdot \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{\pi}{2} + x)}{2 \sin(\frac{\pi}{2} + x) - \cos(\frac{\pi}{2} - x)} = 2$ ، مقدار $\tan x$ کدام است؟

۲) ۲

۳) ۱

-۱) ۴

۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲-اگر $\cos \alpha - \cos^2 \alpha < 0$ و $\sin^2 \alpha - \sin \alpha > 0$ ، انتهای کمان نظیر زاویه α در کدام ربع از دایره مثلثاتی قرار دارد؟

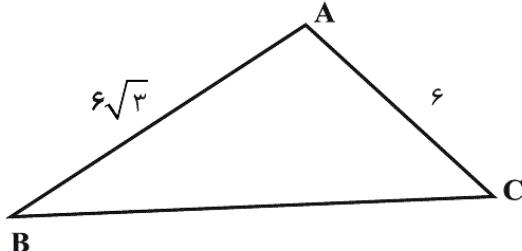
(۲) دوم

(۱) اول

(۴) چهارم

(۳) سوم

شما پاسخ نداده اید



۱۰۳-در شکل زیر اگر $\hat{B} = 30^\circ$ باشد، اندازه زاویه \hat{A} کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

(۱) 120° یا 60°

(۲) 90° یا 30°

(۳) 135° یا 45°

(۴) 135° یا 60°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴-دوره تناوب تابع $f(x) = \frac{\cos 2x}{-\sin x + \cos x}$ کدام است؟

(۲) π

(۱) 2π

(۴) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵-حاصل عبارت $A = \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \frac{1}{2}\cos 2x$ به ازای $x = \frac{\pi}{18}$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶-اگر $\sin x = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\cos 4x$ کدام است؟

(۲) $\frac{17}{81}$

(۱) $\frac{4}{27}$

(۴) $\frac{17}{64}$

(۳) $\frac{13}{64}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷-اگر $\tan\left(2\alpha - \frac{\beta}{3}\right) = \sqrt{3} - 1$ و $\tan\left(2\alpha + \frac{\beta}{3}\right) = \sqrt{3} + 1$ باشد، $\tan\frac{2\beta}{3}$ برابر است با:

(۲) $-\frac{2}{3}$

(۱) $-\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $\sin \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha$ باشد، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای $\tan 2\alpha$ کدام است؟

$2\sqrt{3}$ (۲)

(۱) صفر

-۳ (۴)

- $2\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $x - y = \frac{\pi}{3}$ باشد، حاصل $\frac{2\sin(x+y) - \sqrt{3}}{\cos x \cdot \cos y}$ کدام است؟

$\tan y$ (۲)

$\tan x$ (۱)

$\tan x$ (۴)

$\tan y$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حاصل $\sqrt{2} \cos 55^\circ + \cos 10^\circ - \sin 10^\circ$ کدام است؟

$2\sqrt{2} \sin 55^\circ$ (۲)

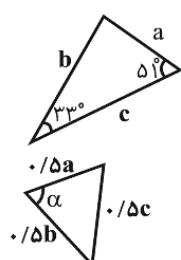
$\sqrt{2} \sin 55^\circ$ (۱)

$2\sqrt{2} \cos 55^\circ$ (۴)

$\sqrt{2} \cos 55^\circ$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، - ۱۳۹۶۰۸۱۹



۱۳۱- با توجه به شکل، زاویه α چند درجه است؟

(۱) ۹۶

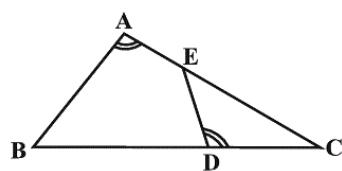
(۲) ۹۷

(۳) ۹۸

(۴) ۹۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در شکل زیر $\hat{A} = \hat{E}\hat{D}\hat{C}$ است. حاصل $BC \cdot CD$ کدام است؟



AC.DE (۱)

AB.CE (۲)

AC.CE (۳)

AB.DE (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در مثلث ΔABC ، خط Δ که با BC موازی است، AB و AC را به ترتیب در نقاط R و S قطع کرده است. نسبت مساحت مثلث ARS به مساحت مثلث BRS برابر کدام است؟

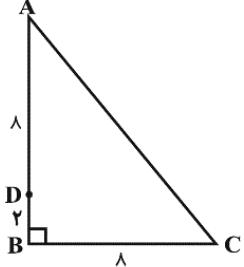
$$\frac{AR}{AB} \quad (2)$$

$$\frac{RS}{BC - RS} \quad (1)$$

$$\frac{BC - RS}{BC} \quad (4)$$

$$\frac{SC}{AS} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید



۱۳۴- در شکل زیر، فاصله نقطه D از وتر کدام است؟

۴ (1)

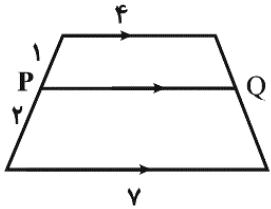
۵ (2)

$4\sqrt{2}$ (3)

$3\sqrt{5}$ (4)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در شکل زیر پاره خط PQ با قاعده‌های ذوزنقه موازی است. طول PQ کدام است؟



$4/5$ (1)

$4/75$ (2)

۵ (3)

$5/25$ (4)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- مثلثی به طول اضلاع ۵، ۴، ۲ با مثلث دیگری به طول اضلاع $b, a, 4$ متشابه است. بیشترین مقدار $a + b$ کدام است؟

۲۰ (۲)

۲۱ (۱)

۱۶ (۴)

۱۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- نقطه E واقع بر ضلع CD از مستطیل $ABCD$ در فاصله ۱۲ سانتی‌متری از B واقع است. اگر $DE = 2EC$ باشد، نقطه تلاقی AC و BE در چه

فاصله‌ای از B واقع است؟

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۱۲ و ۱۶ و ارتفاع ۱۴ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و قاعده کوچک، چند واحد مربع است؟

۲۸ (۲)

۳۶ (۱)

۴۲ (۴)

۲۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹ میانه‌های مثلث ABC هستند. نقطه برخورد CP و MN را O می‌نامیم. مساحت مثلث OMC، چه کسری از مساحت

مثلث MNP است؟

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

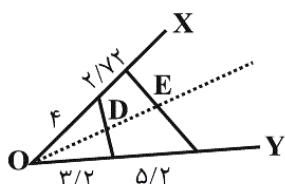
$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در شکل زیر نیمساز زاویه XOY رسم شده است. طول DE چند برابر طول OD است؟



$$1 \quad (1)$$

$$1/1 \quad (2)$$

$$1/2 \quad (3)$$

$$1/3 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹۶۰۸۱۹ - گواه ، - ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال

۹۱- اگر a و $b = \frac{a}{1+\sqrt{3}} + \frac{3}{2+\sqrt{3}}$ اعداد گویا باشند، مقدار $a - 2b$ کدام است؟

$$4) \text{ صفر}$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- از نامساوی‌های $a < b < c < d < 0$ ، کدام گزینه زیر نتیجه نمی‌شود؟

$$c - 2b < d - a \quad (4)$$

$$c + 2b < d + a \quad (3)$$

$$\frac{a}{d} < \frac{b}{c} \quad (2)$$

$$a - d < b - c \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر a^3 عددی گویا و b^5 عددی گنگ باشد، کدام گزینه درست است؟

$$\frac{a^6 + 1}{b} \quad (4)$$

$$a^3 + b^5 \quad (3)$$

$$a^3 b^5 \quad (2)$$

$$a^3 + b^1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- جملات دنباله $\left\{ \frac{2n-1}{3n+2} \right\}_{n=1}^{\infty}$ برای مقادیر $n \geq 1$ در بازه $[66, \frac{2}{3}]$ قرار می‌گیرند. کوچک‌ترین مقدار n کدام است؟

$$119 \quad (4)$$

$$118 \quad (3)$$

$$117 \quad (2)$$

$$116 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- کدام دنباله همگرا است؟ ([، نماد جزء صحیح است)

$$\left\{ \left[1 - \frac{(-1)^n}{n} \right] \right\} \quad (4)$$

$$\left\{ \left[2 + \frac{(-1)^n}{n} \right] \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ \cos \frac{n\pi}{2} \right\} \quad (2)$$

$$\{ n^{(-1)^{2n-1}} \} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_{n+3}) a_n = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{n} & ; \text{ زوج } n \\ 1 - \frac{1}{n} & ; \text{ فرد } n \end{cases}$$

۹۶ - اگر

۴) وجود ندارد.

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

$$97 - \text{حد دنباله } \frac{(n + \sqrt{n} + 1)^{\gamma} - (n + 2\sqrt{n} + 1)^{\gamma}}{(2\sqrt{n} + 1)^{\gamma} (\sqrt{n} + 2)^{\gamma}}$$

وقتی $n \rightarrow +\infty$ کدام است؟

$-\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۸ - کدام یک از دنباله های زیر سعودی و همگرا است؟ () [] ، نماد جزء صحیح است

$$U_n = \frac{2n+1}{n}$$

$$U_n = \left[\frac{(-1)^n}{n} \right]$$

$$U_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

$$U_n = \left(\frac{3}{2} \right)^n$$

شما پاسخ نداده اید

$$99 - \text{بزرگترین کران پایین دنباله با جمله عمومی } U_n = \frac{3^n}{n} \text{، کدام است؟}$$

۳ (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

$$100 - \text{دنباله ای با جمله عمومی } a_n = \frac{2 + 4^{n-1}}{2 + 4^n} \text{، چگونه است؟}$$

۴) کراندار - نزولی

۳) کراندار - صعودی

۲) بی کران - نزولی

۱) بی کران - صعودی

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(همید علیزاده)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[3]{b-a}} &= \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b-11}}{90} - \frac{\sqrt[3]{a-11}}{90} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow \frac{(11^0 + b - 11) - (1^0 a + 3 - a)}{90} &= \frac{1}{3} \\ \Rightarrow 96 + b - 9a &= 30 \Rightarrow b = 9a - 66 \\ b \text{ اعداد صحیح از } ۰ \text{ تا } ۹ &\text{ هستند.} \\ \Rightarrow a = 8 &\Rightarrow b = 6 \Rightarrow a - b = 2 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۲

(میلان سعادی لاریجانی)

همسايگي متقارن محذوف نقطه a با شعاع r را به صورت زير نمايش مى دهند:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|x-a|} &> \frac{1}{r} \\ \frac{2}{|3x-a|} &> \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{2}{|x-\frac{a}{3}|} > \frac{1}{b} \\ \Rightarrow \frac{1}{\frac{2}{3}|x-\frac{a}{3}|} &> \frac{1}{b} \xrightarrow{\times \frac{2}{3}} \frac{1}{|x-\frac{a}{3}|} > \frac{2}{3b} \\ \Rightarrow \frac{1}{|x-\frac{a}{3}|} &> \frac{1}{\frac{2}{3}b} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{a}{3} = 2 \Rightarrow a = 6 \\ \frac{2}{3}b = \frac{10}{9} \Rightarrow b = \frac{5}{3} \end{array} \right\} &\Rightarrow ab = 10 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کیا مدرس نیاک)

$$n^2 - 2n - 8 < 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 2) < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 < n < 4 \\ n \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq n < 4$$

پس به ازای $n = 1, 2, 3$ ، جملات این دنباله منفی می‌شوند.

(دیرانسیل - دنباله؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$S_{2n} = n, S_{2n-1} = 0, n \in \mathbb{N}$$

بنابراین:

$$S_{100} = S_{2 \times 50} = 50$$

(دیرانسیل - دنباله؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(کیا مدرس نیاک)

در دنباله C ، اگر $A > 0$ باشد، شماره جمله‌ای که کرانپایین دنباله است، نزدیکترین عدد طبیعی به $\frac{-B}{2A}$ بوده و اگر $A < 0$ باشدنزدیکترین عدد طبیعی به $\frac{-B}{2A}$ ، شماره جمله کران بالای دنباله است.

Dنباله کران بالا دارد. :

$$\frac{-B}{2A} = -\frac{8}{2(-3)} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a_1 = -3(1)^2 + 8(1) + 1 = 6$$

(دیرانسیل - دنباله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(کاظم اجلالی)

چون دنباله صعودی است، پس به ازای هر n طبیعی باید داشته باشیم:

$$\Rightarrow n+1 + \frac{K}{n+1} \geq n + \frac{K}{n}$$

$$\Rightarrow K\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \leq 1$$

$$\Rightarrow K\left(\frac{n+1-n}{n^2+n}\right) \leq 1$$

$$\Rightarrow K \leq n^2 + n$$

با توجه به این که دنباله $\{n^2 + n\}$ صعودی است، پس کافی است که K از جمله

اول این دنباله که ۲ است کوچکتر یا مساوی با آن باشد. در این صورت K از هر

$n^2 + n$ ای، که n طبیعی است، کوچکتر یا مساوی با آن خواهد بود. پس $2 \leq K$.

بنابراین حداقل مقدار K برابر ۲ است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

(سید محمد مرضا اسلامی)

-۸۷

ضابطه دنباله را ساده می‌کنیم:

$$a_n = (2n-1) + |n-1| - 3n = |n-1| - n - 1$$

$$a_n = \begin{cases} -2n+6 & ; n \leq 1 \\ -8 & ; n \geq 2 \end{cases}$$

اگر کوچکترین کران بالا و بزرگترین کران پایین دنباله را به ترتیب با $Sup(a_n)$ و

$Inf(a_n)$ نشان دهیم، با توجه به ضابطه این دنباله، داریم:

$$Sup(a_n) = Max(a_n) = a_1 = 4$$

$$Inf(a_n) = Min(a_n) = -8$$

این دنباله، کراندار، نزولی و همگرا به -8 است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۴✓

۳

۲

۱

$$\left| a_n - \frac{1}{2} \right| \text{ نتیجه می‌گیریم که جملات دنباله از جمله } 150 \text{ به بعد در فاصله}$$

$$\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0, 0, 0, \dots \right) \text{ قرار دارند و دنباله زاماً کران دار است. پس اگر}$$

دنباله نزولی باشد، این دنباله طبق قضیه، حتماً همگراست.

مشخص است که با فرض داده شده، لزومی ندارد که دنباله همگرا باشد، حتی اگر

$$\left[\frac{1}{2}, 0, 0, 1, \frac{1}{2}, 0, 0, 0, \dots \right] \text{ همگرا}$$

باشد.

(دیرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱

(جهانیش نیکنام)

-۸۹

دنباله a_n صعودی و از بالا کراندار است، پس همگراست. فرض

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = L \quad \text{پس} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$$

$$L = \sqrt{12 + L} \Rightarrow L^2 - L - 12 = 0 \Rightarrow (L - 4)(L + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L = 4 \\ L = -3 \end{cases} \quad \text{غیره}$$

(دیرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱

(حسیب شفیعی)

-۹۰

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(-n) = \frac{1}{\pi} \tan^{-1}(-\infty) = \frac{1}{\pi} \left(-\frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-1)n^2 + bn + 3}{2n + 5} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ \frac{b}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=0$$

(دیرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\substack{\text{قرینه نسبت به صفحه} \\ \text{xy}}} \mathbf{B}(x, y, -z) \\ \xrightarrow{\substack{\text{قرینه نسبت به محور} \\ \text{x ها}}} \mathbf{C}(x, -y, -z) \end{array}$$

$$|\mathbf{BC}| = 10 \Rightarrow \sqrt{(2y)^2} = 10 \Rightarrow |2y| = 10 \Rightarrow |y| = 5$$

$\Rightarrow xz$ از صفحه A فاصله = 5

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه های ۳ و ۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سید امیر ستوده)

بردارها هم امتداد و هم جهت هستند، پس هر کدام مضربی مثبت از دیگری هستند.

$$\mathbf{u} = r\mathbf{v} = (-r, -2r, 2r), r > 0$$

$$|\mathbf{u}| = |r\mathbf{v}| = r|\mathbf{v}|$$

$$\Rightarrow 15 = r \times 3 \Rightarrow r = 5$$

$$\Rightarrow \mathbf{u} = (-5, -10, 10) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه ها} = -5 - 10 + 10 = -5$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه های ۱ و ۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\cos^2 60^\circ + \cos^2 135^\circ + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{1}{2}$$

$\cos \theta$ حاده $\rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \mathbf{e}_a = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2} \right), \mathbf{a} = 4\mathbf{e}_a \Rightarrow \mathbf{a} = (2, -2\sqrt{2}, 2) \Rightarrow p = 2$$

(هنرسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۰، ۲۲، ۴۴ و ۵۳)

۱

۲

۳

۴

(نادر هاجی زاده)

-۱۱۴

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})$$

از طرفی:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = (1, 1, 1) \Rightarrow \mathbf{b} + \mathbf{c} = (1, 1, 1) - \mathbf{a} = (1, 1, 1) - (2, 1, -2)$$

$$\Rightarrow \mathbf{b} + \mathbf{c} = (-1, 0, 3)$$

$$\Rightarrow \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (2, 1, -2) \cdot (-1, 0, 3) = -2 - 6 = -8$$

(هنرسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۱

۲

۳

۴

(مبیر محمدی نویسن)

$$\cos 60^\circ = \frac{(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b})}{|\mathbf{a} + \mathbf{b}| |\mathbf{a} - \mathbf{b}|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2}{|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \frac{|\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2}{|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2}$$

$$|\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2 = 2(|\mathbf{a}|^2 - |\mathbf{b}|^2) \rightarrow |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2|\mathbf{a}|^2 - 2|\mathbf{b}|^2$$

$$\Rightarrow |\mathbf{a}|^2 = 3|\mathbf{b}|^2 \Rightarrow \frac{|\mathbf{a}|^2}{|\mathbf{b}|^2} = 3 \Rightarrow \frac{|\mathbf{a}|}{|\mathbf{b}|} = \sqrt{3}$$

تذکر: می‌دانیم هر گاه $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ باشد، یعنی متوازی الاضلاعی داریم به

اضلاع \mathbf{a} و \mathbf{b} که قطرهایش با هم برابرند که این حالت فقط در مستطیل و مرربع اتفاق

می‌افتد یعنی $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ و بنابراین $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

✓

۳

۲

۱

(سامان اسپرینگ)

$$\mathbf{a} = \left(\frac{x}{1}, \frac{y}{2}, \frac{z}{3} \right), \quad \mathbf{b} = (1, 1, 1)$$

$$(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 \leq |\mathbf{a}|^2 |\mathbf{b}|^2$$

نامساوی کشی - شوارتس:

$$\left(\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} \right)^2 \leq \left(\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \right) (1^2 + 1^2 + 1^2)$$

$$\Rightarrow 1^2 \leq \left(\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \right) (3) \Rightarrow \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \geq \frac{1}{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \perp (\gamma \mathbf{a} - \gamma \mathbf{b}) &\Rightarrow \mathbf{n} \parallel (\gamma \mathbf{a} - \gamma \mathbf{b}) \times (-\gamma \mathbf{a} + \delta \mathbf{b}) \Rightarrow \\ \mathbf{n} \perp (-\gamma \mathbf{a} + \delta \mathbf{b}) & \end{aligned}$$

$$\mathbf{n} \parallel \mathbf{a} \times \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{n} \parallel \mathbf{a} \times \mathbf{b}$$

پس \mathbf{n} می‌تواند هر برداری موازی با $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ باشد.

$$\begin{aligned} \mathbf{a} = (\gamma, \gamma, 1) \\ \mathbf{b} = (1, 1, -1) \end{aligned} \Rightarrow \mathbf{a} \times \mathbf{b} = (-\gamma, \gamma, -1)$$

بردار گزینه ۱، قرینه این بردار است یعنی با $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ موازی است.

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹)

۱

۲

۳

۴ ✓

$$|a \times (a \times b)| = |a| |a \times b| \times 1$$

چون $a \times b$ بر a عمود می‌شود، زاویه بین این دو بردار قائم است، پس سینوس آن

برابر ۱ است.

$$|a \times (a \times b)| = |a| \underbrace{|a||b| \sin \theta}_{|a \times b|} \quad \text{در نتیجه:}$$

از طرفی، $|b| = 3$ و $|a| = 6$ پس:

$$|a \times (a \times b)| = 6 \times 6 \times 3 \times \sin 150^\circ = 6 \times 6 \times 3 \times \sin 30^\circ = 54$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$S_{\Delta_{ABC}} = \frac{1}{2} |\vec{AH}| |\vec{BC}|$$

$$\Rightarrow |\vec{AH}| = \frac{\gamma S_{\Delta_{ABC}}}{|\vec{BC}|} = \frac{\gamma \times \frac{1}{2} \left| \vec{BA} \times \vec{BC} \right|}{\left| \vec{BC} \right|} = \frac{\left| \vec{BA} \times \vec{BC} \right|}{\left| \vec{BC} \right|}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB} = (-3, 0, 0) \\ \vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = (-2, 1, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{BA} \times \vec{BC} = (0, 3, -3)$$

$$|\vec{AH}| = \frac{|(0, 3, -3)|}{|(-2, 1, 1)|} = \sqrt{3}$$

(هنرسه تعلیلی - بذرگان: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۱

۲

۳

۴

(کیوان (ارابی))

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \underbrace{(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})}_{\text{عدد}} \mathbf{b} - \underbrace{(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})}_{\text{عدد}} \mathbf{c} = \mathbf{m}\mathbf{b} + \mathbf{n}\mathbf{c}$$

پس $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$ ترکیب خطی \mathbf{b} و \mathbf{c} است و با این ۲ بردار، هم صفحه است.

تذکر: ترکیب‌های خطی هر دو بردار، در صفحه آن دو بردار قرار دارند، به عبارتی \mathbf{a} ،

$\mathbf{ma} + \mathbf{nb}$ هم صفحه‌اند.

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضیات گستته ، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

(سید وحید (الفقاری))

- ۱۲۱

دو رقم ۲ و ۰ را یک رقم فرض کرده و به همراه ارقام ۱ و ۳ در یک ردیف کنار

هم قرار می‌دهیم، پس $3!$ عدد داریم. باید جایگشت ارقام ۲ و ۰ را هم لحاظ کنیم،

پس تعداد اعداد $= 12 = 3! \times 2!$ خواهد بود. از این اعداد باید آنها‌ی را که رقم صفر

در سمت چپ قرار گرفته است را کم کنیم، یعنی اعداد ۰۲۱۳ و ۰۲۳۱ مطلوب ما

نیستند، پس $10 = 12 - 2$ عدد با شرایط داده شده داریم.

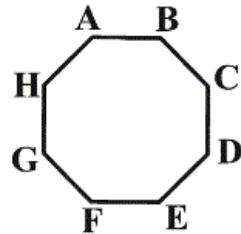
(ریاضی ۲ - ترکیبات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



هشت ضلعی ABCDEFGH را در نظر بگیرید.

فرض کنیم یکی از اضلاع مثلث بر ضلع AB منطبق باشد، در این صورت رأس سوم مثلث یکی از رئوس D، E، F و G می‌باشد. (در صورت انتخاب یکی از دو رأس مجاور با A و B، یعنی C یا H، دو ضلع مثلث بر اضلاع هشت ضلعی منطبق می‌گردد).

یعنی به ازای انتخاب هر ضلع از هشت ضلعی مفروض، ۴ مثلث با شرایط خواسته شده قابل رسم است. در نتیجه تعداد کل مثلث‌ها برابر است با:

(ریاضی ۲ - ترکیبات: صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

۴

۳

۲

۱

حالت دوم: به $\binom{6}{2} = 6$ طریق یک شهر را انتخاب و به $\binom{4}{2} = 6$ طریق دو نفر از

بین آنها انتخاب می‌کنیم. سپس از میان پنج شهر باقی‌مانده، یک شهر را انتخاب کرده و از ۴ دانش‌آموز این شهر، یکی را بر می‌گزینیم، یعنی:

$$\binom{6}{1} \binom{4}{2} \binom{5}{1} \binom{4}{1} = 720$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$1280 + 720 = 2000$$

(ریاضی ۲ - ترکیبات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

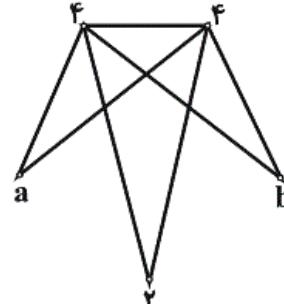
۴

۳

۲

۱

مطابق نمودار رسم شده، گراف دو رأس درجه ۴ و یک رأس درجه ۲ دارد. در این صورت اگر دو رأس دیگر به هم متصل باشند، هر دو درجه ۳ خواهند بود. ولی این خلاف ویژگی دنباله است ($b \leq 2$ ، پس لزوماً درجه هر دو رأس باقیمانده برابر ۲ است، یعنی $a + b = 4$ و در نتیجه $a = b = 2$).



(ریاضیات گستته - گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

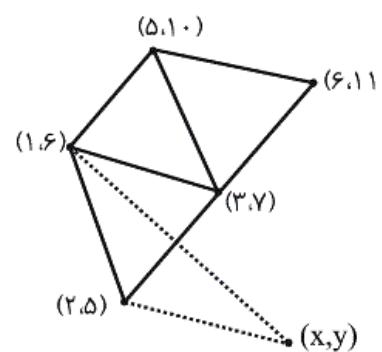
۳

۲

۱ ✓

با رسم گراف بدون در نظر گرفتن رأس متناظر با بازه (x, y) ملاحظه می‌شود که گراف دارای ۶ دور است. بنابراین (x, y) باید به گونه‌ای باشد که دور جدیدی ایجاد نکند.

با بررسی گزینه‌ها ملاحظه می‌شود چنانچه (x, y) را به صورت $(2, 3)$ در نظر بگیریم، یالهایی که به صورت خط چین رسم شده‌اند به گراف اضافه می‌شود که دورهای جدیدی به گراف اضافه می‌کند، بنابراین (x, y) نمی‌تواند $(2, 3)$ باشد. توجه کنید که اگر (x, y) مطابق سایر گزینه‌ها انتخاب شود، هیچ دور جدیدی به وجود نخواهد آمد.



(ریاضیات گستته - گراف: صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

در هر گراف، رابطه $\frac{p(p-1)}{2} \leq q$ ، بین مرتبه و اندازه برقرار است.

بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 2q \leq p(p-1) \\ 2q \geq 9p \end{array} \right\} \Rightarrow p(p-1) \geq 9p \Rightarrow p-1 \geq 9 \Rightarrow p \geq 10$$

$$2q \geq 9p \xrightarrow{p \geq 10} 2q \geq 90 \Rightarrow q \geq 45$$

(ریاضیات کسرسته - گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

✓

۳

۲

۱

با توجه به آن که گراف K_9 دارای $\frac{9 \times 8}{2} = 36$ یال است، پس گراف مورد نظر

۳ یال کمتر از K_9 دارد.

چون در K_9 درجه همه رئوس $\Delta = \delta = 8$ می‌باشد، با برداشتن ۳ یال مقدار

Δ تغییر نمی‌کند، اما اگر ۳ یال را از یک رأس برداریم، $\delta = 5$ می‌شود که

کمترین مقدار ممکن است. بنابراین:

$$(\Delta + \delta)_{\min} = 8 + 5 = 13$$

(ریاضیات کسرسته - گراف؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)

✓

۳

۲

۱

فرض کنید که رأس‌های انتخاب شده a , b , c و d باشند که ترتیب قرار گرفتن

آنها در یک مسیر $12 = \frac{4!}{2}$ می‌شود. علت تقسیم بر ۲ آن است که در مسیر، جهت

رفت و برگشت اهمیتی ندارد، مثلاً دو مسیر $dcba$ و $abcd$ یکی هستند. بنابراین،

$$10 \times 12 = 120$$

تعداد مسیرهای مطلوب برابر است با:

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۴

۳

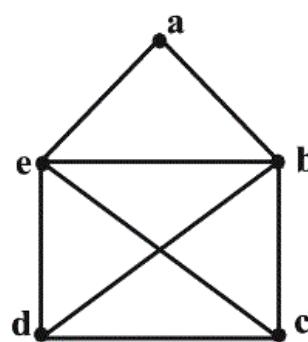
۲ ✓

۱

(علیرضا سیف)

-۱۲۹

نمودار گراف به صورت زیر است:



این گراف شامل ۵ دور به طول ۳ است که عبارتند از:

$abea, bedb, bceb, bdeb, cdec$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۴

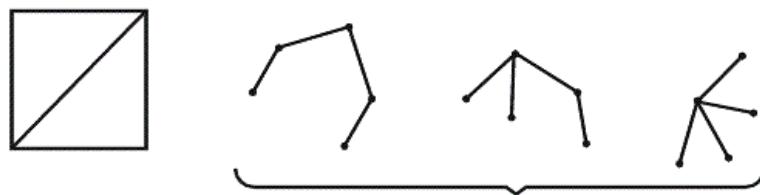
۳

۲ ✓

۱

در حالت‌های $p = 4$ و $q = 5$ و نیز $q = 5$ و $p = 4$ گراف هم بند و

غیرمنتظم داریم:



$$\begin{array}{c} \uparrow \\ p = 4 \\ q = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} p = 5 \\ q = 4 \end{array}$$

(ریاضیات کسری - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۱۳)

✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی پایه، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

(مبعد مدرسه)

-۱۰۱

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)}{\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{2}\cos x - \sin x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{\cos x - \sin x}{\cos x \neq 0} \rightarrow \frac{\frac{\cos x}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\sqrt{2}\cos x}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1 - \tan x}{\sqrt{2} - \tan x} = \sqrt{2}$$

$$\frac{}{\tan x \neq \sqrt{2}} \rightarrow \tan x = \sqrt{2}$$

(مسابقات - مسابقات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\sin^2 \alpha - \sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha (\underbrace{\sin \alpha - 1}_{<0}) > 0 \Rightarrow \sin \alpha < 0.$$

$$\cos \alpha - \cos^2 \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha (\underbrace{1 - \cos \alpha}_{>0}) < 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0.$$

انتهای کمان نظیر α در ناحیه سوم مثلثاتی قرار دارد. \Rightarrow

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} C = 60^\circ \\ \text{یا} \\ C = 120^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 90^\circ \\ \text{یا} \\ A = 30^\circ \end{cases}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

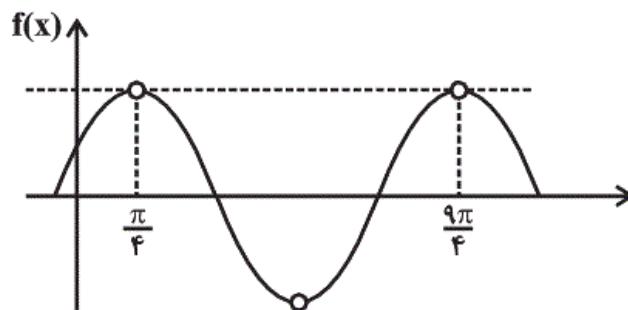
۱

$$f(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{-\sin x + \cos x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x}$$

$$= \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f(x) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), \quad x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$$

بنابراین نمودار تابع به شکل زیر است و دوره تناوب آن 2π است.



(ریاضی ۲ - مثلاًت: صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$A = \left(\sin \frac{\pi}{6} \cos x - \cos \frac{\pi}{6} \sin x\right)^2 +$$

$$\left(\sin \frac{\pi}{6} \cos x + \cos \frac{\pi}{6} \sin x\right)^2 + \frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos^2 x - 1)$$

$$= \frac{1}{4} \cos^2 x + \frac{3}{4} \sin^2 x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \cos x$$

$$+ \frac{1}{4} \cos^2 x + \frac{3}{4} \sin^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \cos x$$

$$+ \cos^2 x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cos^2 x + \frac{3}{2} \sin^2 x - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

(مسابان - مثلاًت: صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$$

$$\cos 4x = 2 \cos^2 2x - 1 = 2\left(\frac{7}{9}\right)^2 - 1 = \frac{17}{81}$$

(مسابقات - مثالیات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱

۲

۳

۴

(امید کشاورز)

-۱۰۷

$$\frac{2\beta}{3} = \left(2\alpha + \frac{\beta}{3}\right) - \left(2\alpha - \frac{\beta}{3}\right)$$

$$\tan \frac{2\beta}{3} = \frac{\tan\left(2\alpha + \frac{\beta}{3}\right) - \tan\left(2\alpha - \frac{\beta}{3}\right)}{1 + \tan\left(2\alpha + \frac{\beta}{3}\right)\tan\left(2\alpha - \frac{\beta}{3}\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1}{1 + (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{2}{1 + (3 - 1)} = \frac{2}{3}$$

(مسابقات - مثالیات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱

۲

۳

۴

$$\begin{cases} 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{cases}$$

عبارت مسئله را ساده می کنیم:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\left(2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 1\right) = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = k\pi \xrightarrow{\times 2} 2\alpha = 2k\pi \Rightarrow \tan 2\alpha = 0 \\ 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 1 = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{2} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\times 2} 2\alpha = 4k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \tan 2\alpha = -\sqrt{3} \\ \frac{\alpha}{2} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow{\times 2} 2\alpha = 4k\pi + \frac{10\pi}{3} \Rightarrow \tan 2\alpha = \sqrt{3} \end{cases}$$

(مسابقات - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۱

۲

۳

۴ ✓

$$\frac{\gamma \sin(x+y) - \sqrt{3}}{\cos x \cdot \cos y} = \frac{\gamma (\sin(x+y) - \frac{\sqrt{3}}{\gamma})}{\cos x \cdot \cos y}$$

$$= \frac{\gamma (\sin(x+y) - \sin \frac{\pi}{3})}{\cos x \cdot \cos y}$$

$$= \frac{\gamma (\gamma \sin(\frac{x+y - \frac{\pi}{3}}{\gamma}) \cdot \cos(\frac{x+y + \frac{\pi}{3}}{\gamma}))}{\cos x \cdot \cos y} \xrightarrow{x-y=\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\gamma \sin(\frac{x+y - x+y}{\gamma}) \cos(\frac{x+y + x-y}{\gamma})}{\cos x \cdot \cos y}$$

$$= \frac{\gamma \sin y \cdot \cos x}{\cos x \cdot \cos y} = \frac{\gamma \sin y}{\cos y} = \gamma \tan y$$

(مسابقات - مسائل های تئوری و تطبیقی)

۱

۲

۳

۴

راه حل اول:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2} \cos 55^\circ + \cos 10^\circ - \sin 10^\circ &= \sqrt{2}(\cos 55^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 10^\circ) \\
 -\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 10^\circ &= \sqrt{2}(\cos 55^\circ + \sin 45^\circ \cos 10^\circ - \cos 45^\circ \sin 10^\circ) \\
 &= \sqrt{2}(\cos 55^\circ + \sin(45^\circ - 10^\circ)) \\
 &= \sqrt{2}(\cos 55^\circ + \sin 35^\circ) = \sqrt{2}(\cos 55^\circ + \cos 55^\circ) \\
 &= 2\sqrt{2} \cos 55^\circ
 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned}
 \cos x - \sin x &= \sqrt{2} \cos(x + 45^\circ) \\
 &= \sqrt{2} \cos 55^\circ + \sqrt{2} \cos 55^\circ = 2\sqrt{2} \cos 55^\circ
 \end{aligned}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

ریاضی، هندسه ۱، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

(رسول مسنبی منش)

-۱۳۱

ضلع‌های دو مثلث متناسبند، پس دو مثلث متشابه‌ند و زاویه‌های نظیر در آنها با هم برابر

است. پس زاویه روبروی ضلع C در مثلث بزرگ با زاویه روبروی ضلع 50° درمثلث کوچک برابر است. پس: $\alpha = 180^\circ - (51^\circ + 33^\circ) = 96^\circ$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

در دو مثلث ABC و DEC ، زاویه‌های D و A با هم برابر و زاویه C

$$\triangle ABC \sim \triangle CDE$$

مشترک است، پس:

$$\frac{BC}{CE} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CD}$$

$$\Rightarrow BC \cdot CD = AC \cdot CE$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۷۷)

۴

۳ ✓

۲

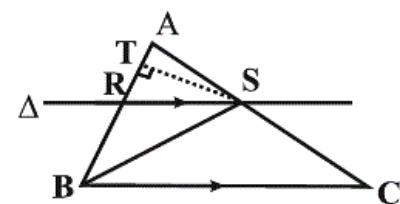
۱

(حسین حاجیلو)

مطابق شکل دو مثلث ARS و BRS ، دارای ارتفاع مشترک ST هستند، پس

نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت قاعده‌های نظیر این ارتفاع مشترک است، یعنی:

$$\frac{S(\triangle ARS)}{S(\triangle BRS)} = \frac{AR}{BR} \quad (*)$$



از طرفی طبق تعمیم قضیه تالس، داریم:

$$\frac{AR}{AB} = \frac{RS}{BC} \Rightarrow \frac{AR}{AB - AR} = \frac{RS}{BC - RS} \Rightarrow \frac{AR}{BR} = \frac{RS}{BC - RS}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{S(\triangle ARS)}{S(\triangle BRS)} = \frac{RS}{BC - RS}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۱۳۳)

۴

۳

۲

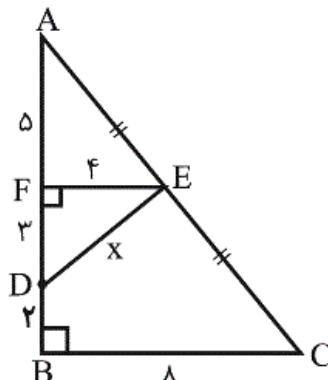
۱ ✓

(رضا عباسی اصل)

از E به موازات BC رسم می‌کنیم تا AB را در F قطع کند، داریم:

$$EF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AF}{10} = \frac{EF}{8} \Rightarrow \begin{cases} AF = 5 \Rightarrow FD = 3 \\ EF = 4 \end{cases}$$



$$\triangle DEF : x^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow x = 5$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رسول مسمنی منش)

مطابق شکل، قطر AC را درسم می‌کنیم، داریم:

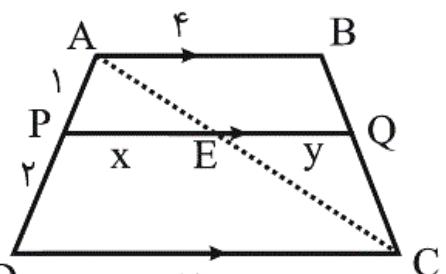
$$\triangle ACD \xrightarrow[\text{تالس}]{PE \parallel DC} \frac{AP}{AD} = \frac{PE}{CD} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

$$\frac{AP}{PD} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\triangle ABC \xrightarrow[\text{تالس}]{EQ \parallel AB} \frac{EQ}{AB} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow PQ = x + y = \frac{7}{3} + \frac{8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)



۴

۳ ✓

۲

۱

برای اینکه $a + b$ ماقسیم شود، باید نسبت تشابه حداکثر باشد. پس ضلع به طول

۴ از مثلث دوم را متناظر کوچکترین ضلع مثلث اول (یعنی ضلع با طول ۲) می‌گیریم و

$$k = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{4}{2} = k = 2 \Rightarrow a + b = 8 + 10 = 18$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴

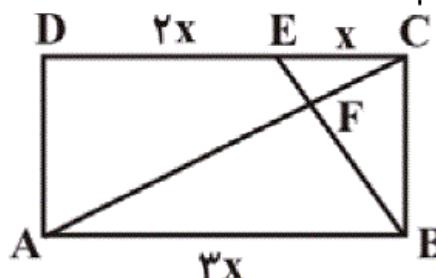
۳✓

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

$DE = 2x$

با فرض x داریم:

$AB = DC = 3x$

در نتیجه:

مثلث‌های AFB و EFC به حالت تساوی زاویه‌های متناظرشان با هم متشابه‌اند. پس:

$$\frac{EF}{FB} = \frac{EC}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{FB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}}$$

$$\frac{EF + FB}{FB} = \frac{1+3}{3} \Rightarrow \frac{EB}{FB} = \frac{4}{3}$$

$$\xrightarrow{EB=12} \frac{12}{FB} = \frac{4}{3} \Rightarrow FB = 9\text{cm}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

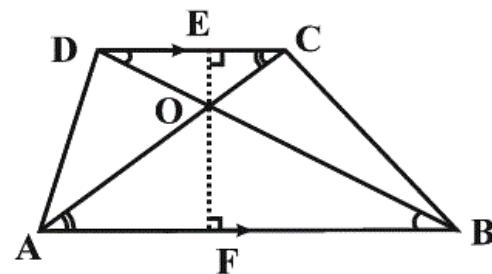
۴✓

۳

۲

۱

طبق فرض EF = ۱۴ و AB = ۱۶، CD = ۱۲



$$\triangle OCD \sim \triangle OAB \Rightarrow \frac{OE}{OF} = \frac{CD}{AB} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{OE}{OE + OF} = \frac{3}{3+4} \Rightarrow \frac{OE}{EF} = \frac{3}{7} \Rightarrow OE = 14 \times \frac{3}{7} = 6$$

$$S(\triangle OCD) = \frac{OE \times CD}{2} = \frac{6 \times 12}{2} = 36$$

(هنرمه ۱ - تشابه: صفحه های ۱۳۰ تا ۱۳۲)

۱

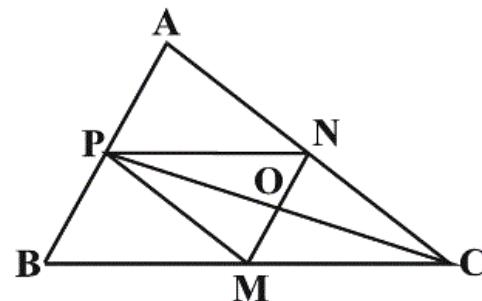
۲

۳

۴ ✓

طبق عکس قضیه تالس داریم:

$$PN \parallel BC, PM \parallel AC$$



يعنى چهارضلعی $CMPN$ متوازیالاضلاع است. از طرفی می‌دانیم که با رسم

قطرهای یک متوازیالاضلاع، چهار مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود، که Δ_{OMC}

یکی از این مثلثها و Δ_{MNP} متشکل از دو تا از این چهار مثلث است، پس:

$$\frac{S(\Delta_{OMC})}{S(\Delta_{MNP})} = \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ و ۸۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

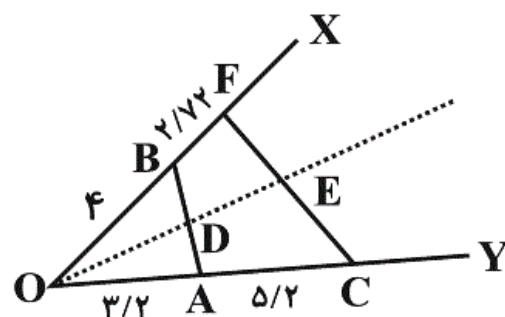
دو مثال است OAB و OCF در زاویه O مشترکند، همچنین

$$\text{OAB} \cdot \frac{\text{OB}}{\text{OC}} = \frac{\text{OA}}{\text{OF}} \quad , \quad \frac{4}{\frac{3}{2} + \frac{5}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4+2}{72}}$$

و OFC بنا به حالت تساوی یک زاویه و تناسب ضلع‌های آن زاویه با هم متشابهند. از

آنجا که **OD** و **OE** نیمسازهای متناظر در این دو مثلث هستند، نسبت آنها برایر با

نیست تشا به است:



$$\frac{OD}{OE} = \frac{OB}{OC} \Rightarrow \frac{OD}{OE} = \frac{f}{A/f} \Rightarrow \frac{OD}{OE - OD} = \frac{f}{A/f - f}$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{DE} = \frac{4}{4/4} \Rightarrow \frac{DE}{OD} = \frac{4/4}{4} = 1/1$$

(هندسه ۱ - تئوری: صفحه‌های) ۱۳۰ تا ۹۷

1

۳

✓

1

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

$$\begin{aligned} b &= \frac{a(1-\sqrt{3})}{-2} + \frac{3(2-\sqrt{3})}{4-3} \Rightarrow b = \frac{(\sqrt{3}-1)a}{2} + 3(2-\sqrt{3}) \\ \Rightarrow b &= \left(\frac{a}{2} - 3 \right) \sqrt{3} + 6 - \frac{a}{2} \end{aligned}$$

برای آنکه b گویا باشد، باید ضریب $\sqrt{3}$ صفر باشد، بنابراین:

$$\frac{a}{2} - 3 = 0 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow b = 0 + 6 - 3 = 3$$

$$\Rightarrow a - 2b = 0$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

✓

با فرض $a = c = 1$ و $b = 5$ و $d = 2$ ، ملاحظه می‌شود که گزینه ۳ نادرست

خواهد بود.

$$\text{«۱»: گزینه } \begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < b \\ -d < -c \end{cases} \Rightarrow a - d < b - c$$

$$\text{«۲»: گزینه } \begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < \frac{1}{d} < \frac{1}{c} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} 0 < \frac{a}{d} < \frac{b}{c}$$

$$\text{«۴»: گزینه } \begin{cases} a - d < b - c \\ 0 < b \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{طبق گزینه (۱)} \\ \text{طبق فرض} \end{array}$$

$$\Rightarrow a - d < 2b - c \Rightarrow c - 2b < d - a$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه ۱۰)

اگر a^3 گویا و b^5 گنگ باشد، $a^1 + b^1$ لزوماً گویا نیست، چون b^1 ممکن است

گویا یا گنگ باشد. (در نظر بگیرید $b^5 = \sqrt[5]{2}$ و $b^5 = \sqrt{2}$) در گزینه‌های «۲» و

«۳» چون ممکن است $= a^3 + b^5$ (گویا) باشد آنگاه $a^3 b^5$ گویا و a^3 گنگ

می‌شود، اما اگر b^5 گنگ باشد b نیز گنگ است و اگر a^3 گویا باشد a^6 نیز گویا

است. پس $1 + a^6$ عددی گویا و غیر صفرخواهد بود، لذا $\frac{a^6 + 1}{b}$ گنگ خواهد بود.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{3n+2} = \frac{2}{3}$$

دنباله فوق صعودی است، پس جمله‌ای از دنباله نیست که بزرگتر از $\frac{2}{3}$ باشد، بنابراین

شعاع همگرایی برابر است با:

$$\varepsilon = \frac{2}{3} - 0 / 66 = \frac{2}{3} - \frac{66}{100} = \frac{2}{300}$$

بنابراین طبق تعریف ریاضی، باید فاصله جملات دنباله از مقدار حد آن را کوچکتر از

شعاع همگرایی قرار دهیم:

$$\left| \frac{2n-1}{3n+2} - \frac{2}{3} \right| < \frac{2}{300}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{3(3n+2)} < \frac{2}{300} \Rightarrow \frac{3n+2}{7} > 50$$

$$\Rightarrow 3n+2 > 350 \Rightarrow 3n > 348 \Rightarrow n > 116 \Rightarrow n \geq 117$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۱

۲

۳

۴

با توجه به این که $1 - 2^n$ یک عدد فرد است، بنابراین $1 = (-1)^{2^n-1}$ است.

$$\left\{ n^{(-1)^{2^n-1}} \right\} = \left\{ n^{(-1)} \right\} = \left\{ \frac{1}{n} \right\}$$

پس می‌توان نوشت:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$$

بنابراین، این دنباله همگراست.

بررسی گزینه‌های دیگر:

$$a_n = \cos \frac{n\pi}{2}$$

گزینه‌ی (۲):

اگر جملات این دنباله را بنویسیم، داریم:

$$a_1 = 0, a_2 = -1, a_3 = 0, a_4 = 1, a_5 = 0, a_6 = -1, \dots$$

- ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

-۹۶ (کتاب آنج - سؤال ۱۱۰)

اگر n زوج باشد، آنگاه a_{n+1} و a_{n+3} متعلق به جملات با شماره فرد خواهند بود.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_{n+3}) = 1 - 1 = 0$$

لذا:

اگر n فرد باشد، آنگاه a_{n+1} و a_{n+3} متعلق به جملات با شماره‌ی زوج هستند.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_{n+3}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

پس:

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

- ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n + \sqrt{n} + 1)^r - (n + 2\sqrt{n} + 1)^r}{(2\sqrt{n} + 1)^r (\sqrt{n} + 2)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n + \sqrt{n} + 1 - n - 2\sqrt{n} - 1)(n + \sqrt{n} + 1 + n + 2\sqrt{n} + 1)}{(4n + 4\sqrt{n} + 4)(\sqrt{n} + 2)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-\sqrt{n}(4n + 4\sqrt{n} + 4)}{(4n + 4\sqrt{n} + 4)(\sqrt{n} + 2)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-4n\sqrt{n}}{4n\sqrt{n}} = -1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۱

۲

۳

۴ ✓

می‌دانیم که اگر $a > 1$ باشد، آنگاه $\lim_{n \rightarrow +\infty} a^n = +\infty$ ، پس در گزینه «۱»، دنباله

$\left\{ \left(\frac{-1}{2} \right)^n \right\}$ همگرا نیست و این گزینه حذف می‌شود.

در گزینه «۳» سه جمله ابتدایی دنباله را می‌نویسیم:

$$U_n = \left[\frac{(-1)^n}{n} \right]$$

$$\Rightarrow U_1 = \left[\frac{-1}{1} \right] = -1, \quad U_2 = \left[\frac{1}{2} \right] = 0, \quad U_3 = \left[\frac{-1}{3} \right] = -1$$

بنابراین دنباله $\left\{ \left[\frac{(-1)^n}{n} \right] \right\}$ نه صعودی و نه نزولی است و گزینه «۳» نیز حذف

می‌شود.

$$U_n = \frac{2n+1}{n} = \frac{2n}{n} + \frac{1}{n} \Rightarrow U_n = 2 + \frac{1}{n}$$

در گزینه «۴» داریم: با افزایش n ، مقدار $\frac{1}{n}$ و در نتیجه $\left(2 + \frac{1}{n} \right)$ کاهش می‌باید، پس دنباله‌ی

$\left\{ \frac{2n+1}{n} \right\}$ نزولی است و گزینه «۴» نیز حذف می‌شود.

پس گزینه «۲» پاسخ صحیح است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳۷ تا ۲۳۹)

۴

۳

۲✓

۱

با نوشتن چند جمله دنباله، خواهیم داشت:

$$3, \underbrace{\frac{9}{8}}, 1, \underbrace{\frac{81}{64}}, \underbrace{\frac{243}{125}}, \dots$$

صعودی نزولی

با توجه به مقادیر، دیده می شود که در این دنباله، از جمله سوم به بعد دنباله صعودی

خواهد بود، پس بزرگترین کران پایین آن، جمله سوم یعنی $U_3 = 1$ خواهد بود.

(دیفرانسیل - دنباله؛ صفحه های ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + 4^{n-1}}{2 + 4^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n-1}}{4^n} = \frac{1}{4}$$

دنباله همگراست، پس کراندار است. بنابراین یکی از گزینه‌های ۳ یا ۴ می‌تواند درست

باشد. برای تعیین صعودی یا نزولی بودن کافی است جمله اول را با عدد همگرایی مقایسه

کنیم:

$$a_1 = \frac{2 + 4^0}{2 + 4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{1}{4}$$

از آنجایی که $a_1 > \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ با توجه به شکل فرضی زیر، دنباله نزولی است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱

۲

۳

۴