



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۹۱- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی متمایز باشند، خط گذرا از نقاط  $A(a,b)$  و  $B(b,a)$  همواره بر کدام خط عمود است؟

$$y - 2x = 0 \quad (2)$$

$$y + x = 0 \quad (1)$$

$$x - 2y = 0 \quad (4)$$

$$y - x = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- دوران غیرمجاور یک مربع روی خط به معادله  $1 - 4x - 3y = 0$  قرار دارند اگر نقطه (۱) و (۲) رأس دیگری از مربع باشد، در این صورت مساحت مربع کدام است؟

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{10} \quad (3)$$

$$\frac{2}{25} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- فاصله نقطه  $A(-2m+1, 3m-9)$  از دو محور مختصات به یک اندازه است. در این صورت  $OA$  برابر است با:

$$8 \quad (4)$$

$$15\sqrt{2} \text{ یا } 3\sqrt{2} \quad (3)$$

$$5\sqrt{2} \text{ یا } 15\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3 \text{ یا } 5 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- مساحت مثلثی با رأس‌های  $C(4, -1)$ ،  $B(2, 4)$  و  $A(-1, 2)$  برابر است با:

$$38 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$\frac{19}{2} \quad (2)$$

$$19 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 + bx + c = 0$  باشد، آن‌گاه ریشه‌های معادله  $x^2 + (c+2)x + 8 = 0$  به صورت  $\sqrt{\alpha\beta}$  و

$$2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$-4 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$-5 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $3x^2 - 4x + 6 = 0$  باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله به صورت  $\{3\alpha - 1, 3\beta - 1\}$  است؟

$$x^2 - 6x - 13 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + 6x - 13 = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- سهمی به معادله  $f(x) = -mx^2 + 2x + m - 1$  فقط از ناحیه اول و مبدأ نمی‌گذرد. حدود  $m$  کدام است؟

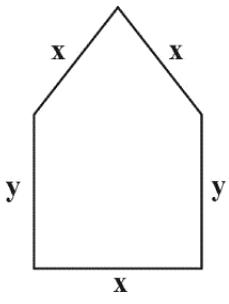
$$m < 0 \quad (2)$$

$$m > 0 \quad (1)$$

۹۸- هیچ مقداری برای  $m$  یافت نمی‌شود.

$$0 < m < 1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید



پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد؟ (  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  را  $5^\circ$  فرض کنید.)

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- کدام معادله، تعداد جواب‌های کمتری نسبت به معادله بقیه گزینه‌ها دارد؟

$$x^4 + 8x^2 + 7 = 0 \quad (2)$$

$$x^4 - 7x^2 + 12 = 0 \quad (1)$$

$$4x^6 + 1 = 5x^3 \quad (4)$$

$$(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24 = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر رأس سهمی  $1 + 1 = y = x^2 - mx + m$  بر روی خط  $1 = y = x + 1$  واقع باشد، در این صورت مقدار  $m$  کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-1 \text{ یا } 3 \quad (2)$$

$$1 \text{ یا } 3 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر محور تقارن سهمی به معادله  $1 + 1 = y = x^2 - kx + 1$  باشد، کمترین مقدار سهمی کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- جواب معادله گویای  $(a \neq 0)$   $\frac{x}{a-x} - \frac{a-x}{x} = ax^{-1}$  کدام است؟

$$\frac{3}{2}a \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}a \quad (3)$$

$$\frac{2}{3}a \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}a \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر محل تلاقی نمودار یک سهمی با محور  $X$ ‌ها، نقاطی به طول‌های ۱ و ۲ باشد و سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کند، طول رأس سهمی

کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- خط یک متروی تهران به طول ۶۰ کیلومتر، میدان تجربیش را به فرودگاه امام متصل می‌کند. برای انجام یک آزمایش، قطاری این مسیر را از شمال به

جنوب با سرعت ثابت  $V$  کیلومتر بر ساعت و بدون توقف طی می‌کند. اگر در مسیر جنوب به شمال از سرعت قطار  $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  کم شود، زمان بازگشت نیم

$$\text{ساعت طولانی‌تر از زمان رفت می‌شود. سرعت برگشت قطار کدام است؟} \\ \left( \frac{\text{جا به جایی}}{\text{زمان}} = \text{سرعت} \right)$$

$$30 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad (2) \quad 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad (1)$$

$$10 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad (4) \quad 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- نقطه  $A$  به فاصله ۴ سانتیمتر از خط  $d$  قرار دارد. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) را طوری رسم کنیم که مساحت آن ۱۲

سانتیمتر مرربع باشد و دو رأس آن روی خط  $d$  باشد. برای یافتن دو رأس مثلث، دایره‌ای به مرکز  $A$  و به چه شعاعی بزنیم؟

$$4\sqrt{2} \text{ cm} \quad (4) \quad 6 \text{ cm} \quad (3) \quad 5 \text{ cm} \quad (2) \quad 4 / 5 \text{ cm} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- مثلث دلخواه  $ABC$  را در نظر بگیرید. اگر  $O$  محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع  $AB$  و  $BC$  باشد، به مرکز  $O$  و شعاع  $OA$  دایره‌ای می‌زنیم. این

دایره کدام ویژگی را دارد؟

(۱) این دایره از رأس  $A$  عبور کرده و مثلث را در چهار نقطه دیگر قطع می‌کند.

(۲) این دایره از رأس  $A$  عبور کرده و مثلث را در نقطه دیگری قطع نمی‌کند.

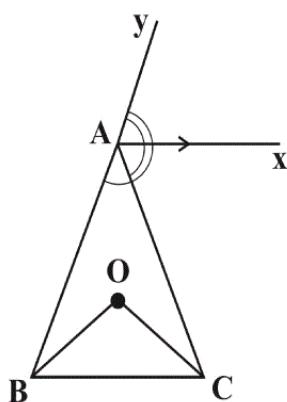
(۳) در این دایره مرکز  $O$  همواره در خارج از مثلث قرار می‌گیرد.

(۴) این دایره از هر سه رأس مثلث یعنی  $A$ ،  $B$  و  $C$  عبور می‌کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- شکل زیر  $Ax$  نیمساز زاویه  $CAy$  و  $BO$  نیمساز زوایای  $B$  و  $C$  باشند و  $\hat{B} = 75^\circ$ ، اندازه  $\hat{BOC}$  چند درجه

است؟ ( $BAy$  در امتداد  $Ax$  است).



$$95^\circ \quad (1)$$

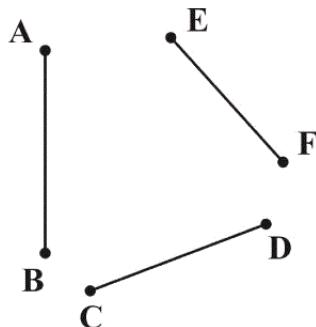
$$100^\circ \quad (2)$$

$$105^\circ \quad (3)$$

$$110^\circ \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸ - در شکل زیر نقطه‌ای وجود دارد که فاصله آن از A و B یکسان، از C و D یکسان و از E و F نیز یکسان است. چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟



الف) محل برخورد عمودمنصفهای  $\overline{AB}$  و  $\overline{EF}$  روی عمودمنصف  $\overline{CD}$  قرار دارد.

ب) محل برخورد عمودمنصفهای سه پاره خط  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{EF}$  از شش نقطه  $A$ ,

$F$  و  $E$ ,  $D$ ,  $C$ ,  $B$  به یک فاصله است.

پ) از امتداد سه پاره خط  $\overline{EF}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{AB}$  مثلثی به دست می‌آید که عمودمنصفهای

آن مثلث همان عمودمنصفهای سه پاره خط داده شده است.

(۴) هیچ

(۳)

(۲)

(۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹ - نقطه C از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است و روی AB قرار ندارد. آن گاه کدام گزینه می‌تواند نادرست باشد؟

(۱) وسط پاره خط AB روی نیمساز زاویه  $\hat{ACB}$  قرار دارد.

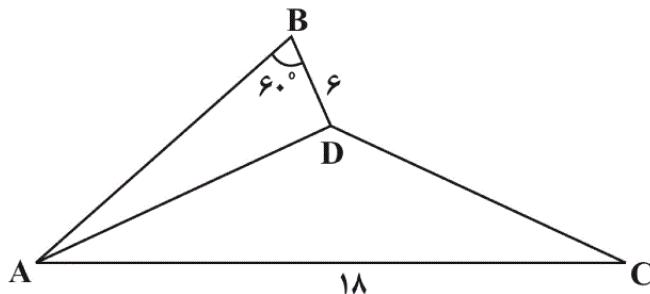
(۲) وسط پاره خط AC از دو ضلع AB و BC به یک فاصله است.

(۳) روی عمود منصف AB قرار دارد.

(۴) مثلث ABC متساوی الساقین است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰ - در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A است. مساحت مثلث ACD کدام است؟



$9\sqrt{3}$  (۱)

$3\sqrt{3}$  (۲)

$27\sqrt{3}$  (۳)

$6\sqrt{3}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ - سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۰۸۱۹

۱۱۱- خط به معادله  $(m+1)x - my = m^2 + m$  با محورهای مختصات مثلثی به مساحت ۳ واحد مربع ایجاد می‌کند. در

این صورت  $m$  کدام است؟

۱) ۲ یا ۳

۱) ۲ یا ۱

۲) ۳ یا ۴

۲) ۳ یا -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- فاصله عرض از مبدأ دو خط موازی به معادله‌های  $ax + by = 4$  و  $y - \sqrt{2}x = -1$  برابر ۹ واحد است.  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

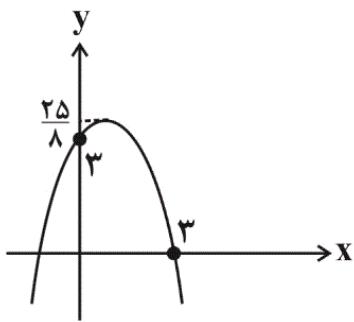
$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$-\frac{2}{3}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- شکل زیر نمودار تابع  $f(x) = ax^3 + bx + c$  است.  $a$  کدام است؟



$$-\frac{2}{9}$$

$$-\frac{1}{9}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$-\frac{2}{5}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- معادله  $x\sqrt{1-x^2} = 1$  چند جواب دارد؟

۱) ۲

۱) صفر

۲) شمار

۲) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- حاصل ضرب جواب‌های معادله  $\frac{1}{x^2+x-4} + \frac{2}{x^2+x-2} = 1$  کدام است؟

۱۸) ۲

۹) ۱

-۱۸) ۴

-۹) ۳

شما پاسخ نداده اید

$$116 - \text{اگر } x = 4 \text{ جواب معادله } \sqrt{3x - 8} - a = \sqrt{5 - x} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{5}{4} \quad (2)$$

$$\frac{11}{4} \quad (1)$$

۴) جواب دیگری ندارد.

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$117 - \text{مجموع ریشه‌های حقیقی معادله } (x^2 + x)^2 - 1 = 0 \text{ کدام است؟}$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$118 - \text{اگر } \alpha \text{ و } \beta \text{ ریشه‌های معادله } 2x^2 - (m+2)x + \frac{1}{\lambda} = 0 \text{ باشند و آنگاه } m \text{ کدام است؟}$$

$$m = 4 \quad (2)$$

$$m = 3 \quad (1)$$

۴) به ازای هیچ مقدار  $m$  این رابطه برقرار نیست.

$$m = 7 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$119 - \text{تعداد جواب‌های معادله } \sqrt{x^2 + 4 - 4x} = -\sqrt{3x - 2} - 1 \text{ کدام است؟}$$

$$1 \quad (2)$$

$$1) \text{ صفر}$$

$$2) \text{ بی‌شمار} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$120 - \text{معادله } \frac{1}{\sqrt{x-1}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{4\sqrt{x-1}} \text{ چند جواب حقیقی دارد؟}$$

$$1 \quad (2)$$

$$1) \text{ صفر}$$

$$2) \text{ بی‌شمار} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$121 - \text{اگر } a \text{ و } b \text{ دو عدد حقیقی متمایز باشند، خط گذرا از نقاط } A(b,a) \text{ و } B(a,b) \text{ همواره بر کدام خط عمود است؟}$$

$$y - 2x = 0 \quad (2)$$

$$y + x = 0 \quad (1)$$

$$x - 2y = 0 \quad (4)$$

$$y - x = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- دو رأس غیرمجاور یک مربع روی خط به معادله  $1 - 3x - 4y = 0$  قرار دارند. اگر نقطه (۱ و ۲) رأس دیگری از مربع باشد، در این صورت مساحت مربع کدام است؟

$$\frac{2}{25} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{10} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- فاصله نقطه A(-2m+1, 3m-9) از دو محور مختصات به یک اندازه است. در این صورت OA برابر است با:

$$5\sqrt{2} \text{ یا } 15\sqrt{2} \quad (2)$$

$$15\sqrt{2} \text{ یا } 3\sqrt{2} \quad (1)$$

$$8 \text{ یا } 2 \quad (4)$$

$$15\sqrt{2} \text{ یا } 3\sqrt{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- مساحت مثلثی با رأس‌های A(-1, 2), B(2, 4) و C(4, -1) برابر است با:

$$\frac{19}{2} \quad (2)$$

$$19 \quad (1)$$

$$38 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- سهمی به معادله  $f(x) = -mx^2 + 2x + m - 1$  فقط از ناحیه اول و مبدأ نمی‌گذرد. حدود m کدام است؟

$$m < 0 \quad (2)$$

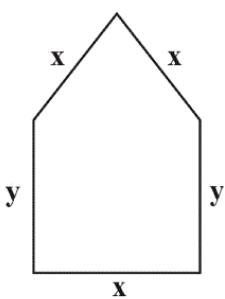
$$m > 0 \quad (1)$$

۴) هیچ مقداری برای m یافت نمی‌شود.

$$0 < m < 1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- می‌خواهیم پنجره‌ای به شکل مستطیل با یک مثلث متساوی‌الاضلاع در بالای آن بسازیم. اگر محیط پنجره ۶ متر باشد، ابعاد مستطیل چند متر باشد تا



پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد؟ ( $\frac{\sqrt{3}}{4}$  را  $/^\circ$  فرض کنید).

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر رأس سهمی  $y = x^2 - mx + m + 1$  بر روی خط  $y = x + 1$  واقع باشد، در این صورت مقدار m کدام است؟

$$-3 \text{ یا } 1 \quad (2)$$

$$1 \text{ یا } -3 \quad (1)$$

$$-2 \text{ یا } 0 \quad (4)$$

$$0 \text{ یا } 2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۱۲۸ - اگر محور تقارن سهمی به معادله  $y = x^3 - kx + 1$  باشد، کمترین مقدار سهمی کدام است؟

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۱۲۹ - جواب معادله گویای  $\frac{x}{a-x} - \frac{a-x}{x} = ax^{-1}$  کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

$\frac{2}{3}a$  (۲)

$\frac{1}{3}a$  (۱)

$\frac{3}{2}a$  (۴)

$\frac{1}{2}a$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۱۳۰ - اگر محل تلاقی نمودار یک سهمی با محور  $X$ ‌ها، نقاطی به طول‌های ۱ و ۲ باشد و سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع کند، طول رأس سهمی

کدام است؟

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

(سینا محمدپور)

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\mathbf{b} - \mathbf{a}}{\mathbf{a} - \mathbf{b}}$$

ابتدا شیب خط  $\mathbf{AB}$  را بدست می‌آوریم:  $-1$

حال اگر شیب خط عمود بر  $\mathbf{AB}$  را  $m'$  در نظر بگیریم، باید داشته باشیم:

$$m \times m' = -1 \Rightarrow m' = 1$$

تنها خطی که در بین گزینه‌ها دارای شیب ۱ است، خط  $y = x$  یا همان  $y - x = 0$  می‌باشد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ و ۳)

۴

۳ ✓

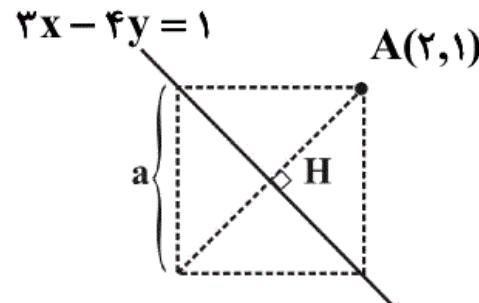
۲

۱

(رهیم مشتاق نظم)

چون رأس  $A(2,1)$  روی خط داده شده، قرار ندارد، فاصله  $A$  تا خط داده شده برابر نصف طول قطر مربع است. اگر طول ضلع مربع  $a$  باشد، آنگاه:

$$AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



از طرفی  $AH$  فاصله  $A$  تا خط داده شده است، پس:

$$\begin{aligned} 3x - 4y - 1 &= 0 : AH = \frac{|6 - 4 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5} \\ \Rightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} &= \frac{1}{5} \Rightarrow a = \frac{2}{5\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$a^2 = \text{مساحت مربع} = \left(\frac{2}{5\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱ و ۹)

۴

۳

۲✓

۱

(سینا محمدپور)

اگر نقطه‌ای بخواهد فاصله یکسانی از دو محور مختصات داشته باشد،

باید روی یکی از دو خط  $y = -x$  یا  $y = x$  قرار داشته باشد. پس:

$$y = x \Rightarrow 3m - 9 = -2m + 1$$

$$\Rightarrow 5m = 10 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow A(-3, -3)$$

$$OA = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$$

$$y = -x \Rightarrow 3m - 9 = 2m - 1 \Rightarrow m = 8 \Rightarrow A(-15, 15)$$

$$OA = \sqrt{225 + 225} = \sqrt{2 \times 225} = 15\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$BC : m_{BC} = \frac{4+1}{2-4} = -\frac{5}{2}$$

$$BC : y - 4 = -\frac{5}{2}(x - 2) \Rightarrow y - 4 = -\frac{5}{2}x + 5$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}x + y - 9 = 0 \Rightarrow 5x + 2y - 18 = 0$$

ارتفاع  $AH$  برابر است با فاصلهٔ نقطهٔ  $A(-1, 2)$  از خط  $.5x + 2y - 18 = 0$ .

$$AH = \frac{|-5 + 4 - 18|}{\sqrt{25 + 4}} = \frac{|-19|}{\sqrt{29}} = \frac{19}{\sqrt{29}}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{19}{\sqrt{29}} \times \sqrt{29} = \frac{19}{2}$$

(ریاضی ۲ هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(محمد علیزاده)

-۹۵

$$2x^2 + (c+2)x + \lambda = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-(c+2)}{2} \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2} \end{cases}$$

$$\text{ریشه‌های معادله جدید} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \sqrt{\alpha\beta} \\ t_2 = 2\sqrt{\alpha\beta} \end{cases}$$

$$S_{\text{جدید}} = t_1 + t_2 = \sqrt{\alpha\beta} + 2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$= 3\sqrt{\alpha\beta} = 3\sqrt{P} = 3\sqrt{4} = 6$$

$$P_{\text{جدید}} = t_1 t_2 = \sqrt{\alpha\beta}(2\sqrt{\alpha\beta}) = 2\alpha\beta = 2P = 2 \times (4) = \lambda$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + \lambda = 0 \\ x^2 + bx + c = 0 \end{cases} \Rightarrow c = \lambda$$

$$2x^2 + (c+2)x + \lambda = 0 \xrightarrow{c=\lambda} 2x^2 + 10x + \lambda = 0$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-10}{2} = -5$$

(ریاضی ۲ معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱✓

در معادله  $x^3 - 4x + 6 = 0$  داریم:

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4)}{-3} = -\frac{4}{3}$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$S' = 3\alpha - 1 + 3\beta - 1 = 3(\alpha + \beta) - 2 = 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) - 2 = -6$$

$$\begin{aligned} P' &= (3\alpha - 1)(3\beta - 1) = 9\alpha\beta - 3(\alpha + \beta) + 1 \\ &= 9 \times (-2) - 3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + 1 = -13 \end{aligned}$$

۴

۳✓

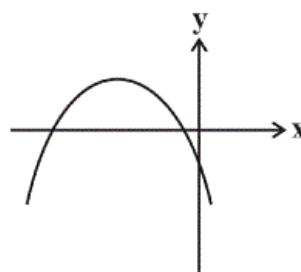
۲

۱

(امیر زراندوز)

-۹۷

شکل تقریبی سهمی به صورت زیر است:



باید معادله  $f(x) = 0$  دو ریشه منفی داشته باشد:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4(-m)(m - 1) > 0 \Rightarrow 4 + 4m^2 - 4m > 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{m^2 - m + 1}_{\Delta < 0} > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار است}$$

$$\left. \begin{array}{l} P > 0 \Rightarrow \frac{m-1}{-m} > 0 \Rightarrow 0 < m < 1 \\ S < 0 \Rightarrow \frac{2}{m} < 0 \Rightarrow m < 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراف}} \emptyset$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۳ و تابع درجه ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴✓

۳

۲

۱

$$6 = 6 \Rightarrow 3x + 2y = 6 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$$

مساحت مثلث + مساحت مستطیل = مساحت کل

$$= xy + \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = xy + 0 / 5x^2$$

$$= xy + \frac{3}{2}x + 3 = x(-\frac{3}{2}x + 3) + 0 / 5x^2 = -x^2 + 3x$$

برای آنکه پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد، باید مساحت حداکثر باشد، بنابراین:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3 = -\frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right) + 3 = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۱۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ t = -4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

چهار جواب دارد.

گزینه‌ی «۲»: با فرض  $x^3 = t$  داریم:

$$t^2 + 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t+2)(t+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -4 \Rightarrow x^3 = -4 \\ t = -2 \Rightarrow x^3 = -2 \end{cases}$$

جواب ندارد

گزینه‌ی «۳»: با فرض  $x^3 + x = t$  داریم:

$$(t-2)(t+12) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow x^3 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 & \text{یا } -2 \\ t = -12 \Rightarrow x^3 + x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 & \text{یا } -4 \end{cases}$$

۴ جواب دارد.

گزینه‌ی «۴»: با فرض  $x^3 = t$  داریم:

$$4x^6 + 1 = 5x^3 \Rightarrow 4t^2 - 5t + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow x = 1 \\ t = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

دو جواب دارد.

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳

۲✓

۱

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

ابتدا مختصات رأس سهمی را بدست می آوریم: حال با جایگذاری مقدار  $x$  در معادله سهمی، عرض رأس سهمی را نیز بدست

$$y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + m + 1 = \frac{-m^2 + 4(m+1)}{4}$$

اکنون با توجه به اینکه رأس سهمی بر روی خط  $y = x + 1$  قرار دارد، بنابراین مختصات این نقطه در معادله خط مذکور صدق می کند. پس داریم:

$$\frac{-m^2 + 4(m+1)}{4} = \frac{m}{2} + 1$$

$$\Rightarrow 2m + 4 = 4m + 4 - m^2 \Rightarrow m^2 - 2m = 0$$

$$\Rightarrow m(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳✓

۲

۱

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-k)}{2 \times (1)} = -2 \Rightarrow k = -4$$

$$\Rightarrow y = x^2 - (-4)x + 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 1$$

معادله تابع را به صورت مربع کامل می نویسیم:

$$y = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 4 - 4 + 1$$

$$\Rightarrow y = (x+2)^2 - 3 \xrightarrow{x=-2} y = -3$$

کمترین مقدار: (ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱✓

(حسن نصرتی ناهوک)

طرفین معادله را در مخرج مشترک کسرها ضرب می‌کنیم

$$x(a-x) \left[ \frac{x}{a-x} - \frac{a-x}{x} - \frac{a}{x} \right] = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (a-x)^2 - a(a-x) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - a^2 + 2ax - x^2 - a^2 + ax = 0$$

$$\Rightarrow 3ax - 2a^2 = 0 \Rightarrow 3ax = 2a^2 \xrightarrow{a \neq 0} x = \frac{2}{3}a$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

(حسن نصرتی ناهوک)

 محل تلاقی سهمی با محور  $X$ ‌ها، همان صفرهای تابع درجه دوم‌اند. یعنی  $x_1 = 1$  و  $x_2 = 2$  از طرفی معادله سهمی در این حالت به صورت  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$  در می‌آید. نقطه  $(0, 4)$  روی سهمی است.

$$\Rightarrow y = a(x - 1)(x - 2) \Rightarrow 4 = a(0 - 1)(0 - 2)$$

$$\Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 2(x - 1)(x - 2) = 2x^2 - 6x + 4$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2 \times (2)} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زراندوز)

$$t = \frac{x}{v} = \frac{60}{v}$$

$$t' = \frac{x}{v'} = \frac{60}{v-10}$$

$$t = t' - 0.5 \Rightarrow \frac{60}{v} = \frac{60}{v-10} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \times 60(v-10) = 2 \times 60v - v(v-10)$$

$$\Rightarrow v^2 - 10v - 1200 = 0 \Rightarrow (v-40)(v+30) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ v = -30 \end{cases} \quad \text{غیر قابل قبول}$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

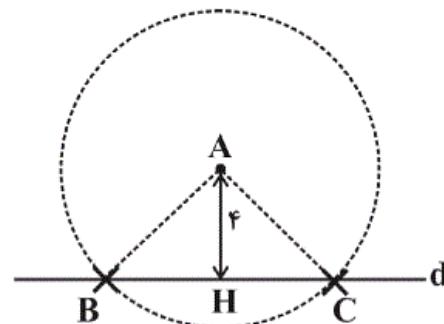
۳

۲✓

۱

(محمد علیزاده)

-۱۰۵



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH \Rightarrow 12 = \frac{1}{2} (BC)(3)$$

$$\Rightarrow 12 = 2BC \Rightarrow BC = 6 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow BH = HC = 3 \text{ cm}$$

$$\Delta AHC \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 4^2 + (3)^2 \Rightarrow AC^2 = 25 \Rightarrow AC = 5 \text{ cm}$$

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۴

۳

۲✓

۱

(محمد علیزاده)

چون محل برخورد عمود منصف‌ها یکتاست، بنابراین نقطه‌ی **O** محل برخورد هر سه عمود منصف است. همچنین اگر **O** روی عمود منصف **AB** باشد **OA = OB** است و نیز **O** روی عمود منصف **BC** است پس **OB = OC** است و همینطور **O** روی عمود منصف **AC** است پس **OA = OC** می‌باشد. **OA = OB = OC = r** خواهد بود. بنابراین **OA = OC** یعنی اگر دایره‌ای به مرکز **O** و شعاع **OA = r** بزنیم از سه رأس **A** و **B** و **C** عبور می‌کند که اصطلاحاً می‌گوئیم این دایره محیط بر مثلث است.

در ضمن اگر مثلث یک زاویه بیشتر از  $90^\circ$  درجه داشته باشد، محل برخورد عمود منصف‌ها خارج مثلث است و اگر یک زاویه  $90^\circ$  داشته باشد، محل برخورد عمود منصف‌ها روی وتر است و اگر هر سه زاویه مثلث حاده باشد، محل برخورد عمود منصف‌ها داخل مثلث است.

بنابراین گزینه‌ی «۳» نیز غلط است و فقط گزینه‌ی «۴» صحیح می‌باشد.  
(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ✓

(محمد بصیرایی)

$$\hat{C}\hat{A}\hat{y} \hat{A}\hat{x} \Rightarrow \hat{y}\hat{A}\hat{x} = \hat{x}\hat{A}\hat{C}$$

از طرفی زاویه‌ی خارجی مثلث برابر است با مجموع دو زاویه‌ی داخلی غیر مجاورش، پس:

$$\begin{cases} \hat{B} + \hat{C} = \hat{y}\hat{A}\hat{C} = 2\hat{x}\hat{A}\hat{C} \\ \hat{A}\hat{x} \parallel \hat{B}\hat{C}, \hat{A}\hat{C} \text{ مورب} \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$$

$$\hat{O} = 180^\circ - \left( \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \right) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

(محمد بهیرایی)

چون نقطه‌ای وجود دارد که از دو سر پاره خط  $\mathbf{AB}$  به یک فاصله و از دو سر پاره خط  $\mathbf{EF}$  به یک فاصله است پس روی عمودمنصف‌های  $\mathbf{AB}$  و  $\mathbf{EF}$  قرار دارد همچنین از دو سر پاره خط  $\mathbf{CD}$  به یک فاصله است، پس روی عمود منصف  $\mathbf{CD}$  قرار دارد. پس مورد (الف) درست است. اما لزوماً موارد (ب) و (پ) درست نیست.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(محمد بهیرایی)

نقطه‌ی  $C$  از دو سر پاره خط  $\mathbf{AB}$  به یک فاصله است، پس باید روی عمودمنصف پاره خط  $\mathbf{AB}$  باشد.

از طرفی چون  $\mathbf{AC} = \mathbf{BC}$  پس مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. نیمساز زاویه رأس  $(C)$  و عمودمنصف بر هم منطبق‌اند.

پس تنها گزینه‌ی «۲» می‌تواند نادرست باشد.

(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسین اسفینی)

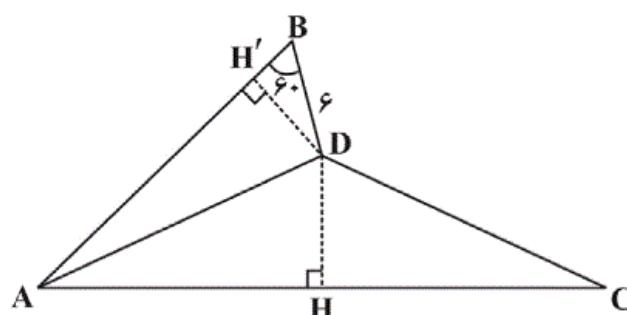
چون  $D$  روی نیمساز زاویه‌ی  $A$  قرار دارد، پس فاصله‌اش از دو ضلع زاویه یکسان است. از  $D$  به هر دو ضلع عمود رسم می‌کنیم:

$$\Delta BDH' : \sin 60^\circ = \frac{DH'}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DH'}{6} \Rightarrow DH' = 3\sqrt{3} \Rightarrow DH = 3\sqrt{3}$$

بنابراین مساحت مثلث  $ACD$  برابر می‌شود با:

$$S_{\Delta ACD} = \frac{DH \times AC}{2} = \frac{3\sqrt{3}(18)}{2} = 27\sqrt{3}$$



(ریاضی ۲، ترسیم‌های هندسی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |m| \times |-(m+1)| = 3 \Rightarrow |m^2 + m| = 6$$

$$\Rightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Rightarrow (m+3)(m-2) = 0$$

$$\Rightarrow m = -3 \text{ یا } m = 2$$

دقت کنید که معادله  $m^2 + m + 6 = 0$  جواب ندارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

(مهدی ملامظانی)

-۱۱۲

$$y - \sqrt{2}x = -1 \Rightarrow y = \sqrt{2}x - 1 \Rightarrow \text{شیب} = \sqrt{2}$$

$$ax + by = 4 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x + \frac{4}{b} \Rightarrow \text{شیب} = -\frac{a}{b}$$

دو خط موازی دارای شیب‌های برابر هستند، بنابراین:  $(*)$

$$\left| \frac{4}{b} - (-1) \right| = 9 \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{b} = 8 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{b} = -10 \Rightarrow b = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\frac{(*)}{b = \frac{1}{2}} \rightarrow \frac{-a}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

با  $a = \frac{2\sqrt{2}}{5}$  مقدار  $b = -\frac{2}{5}$  به دست می‌آید.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲✓

۱

$$f(0) = 3 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx + 3$$

یکی از ریشه‌ها  $x = 3$  است، پس  $0 = 3$  می‌باشد:

$$9a + 3b + 3 = 0 \xrightarrow{\div 3} 3a + b + 1 = 0$$

عرض رأس سهمی هم  $\frac{25}{\lambda}$  است:

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta}{4a} &= \frac{25}{\lambda} \Rightarrow -\frac{b^2 - 4a(3)}{4a} = \frac{25}{\lambda} \Rightarrow -b^2 + 12a = \frac{25}{2}a \\ &\xrightarrow{\times 2} -2b^2 + 24a = 25a \Rightarrow a = -2b^2 \end{aligned}$$

به جای  $a$  در معادله  $-2b^2 - 2b^2 - 2b^2 + 1 = 0$  مقدار  $3a + b + 1 = 0$  را می‌گذاریم:

$$3(-2b^2) + b + 1 = 0 \Rightarrow -6b^2 + b + 1 = 0 \Rightarrow 6b^2 - b - 1 = 0$$

$$b = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2 \times (6)} = \frac{1 \pm 5}{12} = \begin{cases} \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

۴

۳✓

۲

۱

با توجه به اینکه  $\sqrt{1-x^2} \geq 0$  می‌باشد، پس باید  $x \geq 0$ . حال با به توان ۲ رساندن دو طرف معادله داریم:

$$(\sqrt{1-x^2})^2 = x^2 \Rightarrow 1-x^2 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{x \geq 0} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین معادله تنها یک جواب دارد.

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲✓

۱

با فرض آن که  $x^3 + x = t$  باشد، داریم:

$$\frac{1}{t-4} + \frac{2}{t-2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{t-4} = 1 - \frac{2}{t-2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{t-4} = \frac{t-2-2}{t-2}$$

$$\Rightarrow t-2 = (t-4)^2$$

$$\Rightarrow t-2 = t^2 - 8t + 16 \Rightarrow t^2 - 9t + 18 = 0$$

$$\Rightarrow (t-3)(t-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=3 \Rightarrow x^2 + x = 3 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = P = \frac{c}{a} = -3 \\ t=6 \Rightarrow x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_3 x_4 = \frac{c}{a} = -6 \end{cases}$$

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = (-3)(-6) = 18$$

پس:

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

حال  $a = 1$  را در معادله قرار داده و آن را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{3x-8} - 1 = \sqrt{5-x} \Rightarrow \sqrt{3x-8} = 1 + \sqrt{5-x}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 3x-8 = 1 + (5-x) + 2\sqrt{5-x}$$

$$\Rightarrow 4x-14 = 2\sqrt{5-x}$$

$$\xrightarrow{\div 2} 2x-7 = \sqrt{5-x}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x^2 + 49 - 28x = 5 - x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 27x + 44 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{27 \pm \sqrt{25}}{8} = 4, \frac{11}{4}$$

حال امتحان کنیم  $\frac{11}{4}$  در معادله صدق می‌کند یا نه:

$$\sqrt{3 \times \left(\frac{11}{4}\right) - 8} - 1 = \sqrt{5 - \frac{11}{4}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4}} - 1 = \sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow$$

صدق نمی‌کند پس معادله جواب دیگری ندارد.

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(محمدمصطفی ابراهیمی)

$$(x^2 + x)^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + x)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x = 1 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \\ x^2 + x = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \end{cases}$$

معادله دوم اصلاً ریشه ندارد چون  $\Delta < 0$  است. پس مجموعریشه‌های معادله اول را می‌خواهیم که برابر  $-\frac{b}{a} = -1$  است.

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۶۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta} = 4$$

می‌دانیم  $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{16}$  و  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{m+2}{2}$  است:

$$\frac{m+2}{2} - 2\sqrt{\frac{1}{16}} = 4 \Rightarrow \frac{m+2}{2} - \frac{1}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{m+2}{2} = 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow m+2 = 9 \Rightarrow m = 7$$

اگر  $m = 7$  باشد،  $\frac{c}{a} > 0$  و  $-\frac{b}{a} > 0$  است. پس معادلهدو ریشه‌ی مثبت دارد و  $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}$  تعریف شده است.

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۶۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهدی ملارضانی)

$$\sqrt{x^2 + 4 - 4x} = -\sqrt{3x - 2} - 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 4 - 4x} + \sqrt{3x - 2} = -1$$

جمع دو عبارت نامنفی هیچ‌گاه منفی نمی‌شود بنابراین معادله دارای جواب نیست.

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۲۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x-1}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{x-1}} &= \frac{x-1}{4\sqrt{x-1}} \\ \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}-2}{(\sqrt{x-1}+2)(2-\sqrt{x-1})} &= \frac{\sqrt{x-1}}{4} \\ \Rightarrow \frac{-2\sqrt{x-1}}{4-(x-1)} &= \frac{\sqrt{x-1}}{4} \Rightarrow \\ \begin{cases} \sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x = 1 \\ \frac{-2}{4-x+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow -8 = 5 - x \Rightarrow x = 13 \end{cases} \end{aligned}$$

اما  $x = 1$  غیرقابل قبول است زیرا ریشه مخرج است. پس معادله فقط یک جواب حقیقی دارد.

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

(سینا محمدپور)

ابتدا شیب خط  $\mathbf{AB}$  را بدست می‌آوریم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\mathbf{b} - \mathbf{a}}{\mathbf{a} - \mathbf{b}} = -1$$

حال اگر شیب خط عمود بر  $\mathbf{AB}$  را  $m'$  در نظر بگیریم، باید داشته باشیم:

$m \times m' = -1 \Rightarrow m' = 1$   
تنها خطی که در بین گزینه‌ها دارای شیب ۱ است، خط  $y = x$  یا همان  $y - x = 0$  می‌باشد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ و ۳)

۴

۳✓

۲

۱

از طرفی  $\mathbf{AH}$  فاصله  $\mathbf{A}$  تا خط داده شده است، پس:

$$3x - 4y - 1 = 0 : \mathbf{AH} = \frac{|6 - 4 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow a = \frac{2}{5\sqrt{2}}$$

$$a^2 = \left( \frac{2}{5\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{4}{50} = \frac{2}{25}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱ و ۹)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۲۳

(سینا محمدپور)

اگر نقطه‌ای بخواهد فاصله یکسانی از دو محور مختصات داشته باشد، باید روی یکی از دو خط  $y = -x$  یا  $y = x$  قرار داشته باشد. پس:

$$y = x \Rightarrow 3m - 9 = 2m + 1$$

$$\Rightarrow 5m = 10 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow A(-3, -3)$$

$$OA = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$$

$$y = -x \Rightarrow 3m - 9 = 2m - 1 \Rightarrow m = 8$$

$$\Rightarrow A(-15, 15)$$

$$OA = \sqrt{225 + 225} = \sqrt{2 \times 225} = 15\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$BC = \sqrt{(2 - 4)^2 + (4 - (-1))^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$

$$BC : m_{BC} = \frac{4+1}{2-4} = -\frac{5}{2}$$

$$BC : \text{معادله خط } y - 4 = -\frac{5}{2}(x - 2) \Rightarrow y - 4 = -\frac{5}{2}x + 5$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}x + y - 9 = 0 \Rightarrow 5x + 2y - 18 = 0$$

ارتفاع  $AH$  برابر است با فاصله نقطه  $A(-1, 2)$  از خط  $5x + 2y - 18 = 0$

$$AH = \frac{|-5 + 4 - 18|}{\sqrt{25 + 4}} = \frac{|-19|}{\sqrt{29}} = \frac{19}{\sqrt{29}}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{19}{\sqrt{29}} \times \sqrt{29} = \frac{19}{2}$$

(ریاضی، ۳، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

باید معادله  $f(x) = 0$  دو ریشه منفی داشته باشد:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4(-m)(m - 1) > 0 \Rightarrow 4 + 4m^2 - 4m > 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{m^2 - m + 1}_{\Delta < 0} > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار است}$$

$$\left. \begin{array}{l} P > 0 \Rightarrow \frac{m-1}{-m} > 0 \Rightarrow 0 < m < 1 \\ S < 0 \Rightarrow \frac{1}{m} < 0 \Rightarrow m < 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراك}} \emptyset$$

(ریاضی ۳، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴✓

۳

۲

۱

(امیر زراندوز)

$$6 = 3x + 2y \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$$

مساحت مثلث + مساحت مستطیل = مساحت کل

$$= xy + \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = xy + 0 / 5x^2$$

$$= x\left(-\frac{3}{2}x + 3\right) + 0 / 5x^2 = -\frac{3}{2}x^2 + 3x$$

برای آنکه پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد، باید مساحت مأکزیمم شود:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3 = -\frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right) + 3 = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه ۱۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

(سینا محمدپور)

ابتدا مختصات رأس سهمی را بدست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

حال با جایگذاری مقدار  $x$  در معادله سهمی، عرض رأس سهمی را نیز بدست می‌آوریم:

$$y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + m + 1 = \frac{-m^2 + 4(m+1)}{4}$$

اکنون با توجه به اینکه رأس سهمی بر روی خط  $y = x + 1$  قرار دارد، بنابراین مختصات این نقطه در معادله خط مذکور صدق می‌کند. پس داریم:

$$\frac{-m^2 + 4(m+1)}{4} = \frac{m}{2} + 1$$

$$\Rightarrow 2m + 4 = 4m + 4 - m^2 \Rightarrow m^2 - 2m = 0$$

۴

۳✓

۲

۱

(حسن نصیری ناهوک)

$$x = -\frac{b}{2a} \quad a = 1 > 0 \quad (\text{دهانه سهمی رو به بالا})$$

(محور تقارن سهمی) کمترین مقدار تابع یعنی همان عرض رأس سهمی بدست می‌آید.

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-k)}{2 \times (1)} = -2 \Rightarrow k = -4$$

$$\Rightarrow y = x^2 - (-4)x + 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 1$$

معادله تابع را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$y = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow y = x^2 + 4x + 4 - 4 + 1$$

$$\Rightarrow y = (x + 2)^2 - 3 \xrightarrow{x = -2} y = -3$$

کمترین مقدار: ۳  
(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(حسن نصیری ناهوک)

طرفین معادله را در مخرج مشترک کسرها ضرب می‌کنیم.

$$x(a - x) \left[ \frac{x}{a - x} - \frac{a - x}{x} - \frac{a}{x} \right] = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (a - x)^2 - a(a - x) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - a^2 + 2ax - x^2 - a^2 + ax = 0$$

$$\Rightarrow 3ax - 2a^2 = 0 \Rightarrow 3ax = 2a^2 \xrightarrow{a \neq 0} x = \frac{2}{3}a$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

محل تلاقی سهمی با محور  $x$ ها، همان صفرهای تابع درجه دوم‌اند.  
 یعنی  $x_1 = 1$  و  $x_2 = 2$  از طرفی معادله‌ی سهمی در این حالت به  
 صورت  $y = a(x - x_1)(x - x_2)$  در می‌آید.  
 نقطه‌ی  $(0, 4)$  روی سهمی است.

$$\Rightarrow y = a(x - 1)(x - 2) \Rightarrow 4 = a(0 - 1)(0 - 2)$$

$$\Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 2(x - 1)(x - 2) = 2x^2 - 6x + 4$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2 \times (2)} = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، معادله درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱