



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۸۱- مجموع سه برابر وارون عدد حقیقی $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ و قرینه آن کدام است؟

(۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $-2\sqrt{5}$

(۳) $-2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $0 < a < b - 1$ و $1 + c < d < -1$ ، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $ac < bd$ (۲) $ac > bd$

(۳) $ad < bc$ (۴) $ad > bc$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر رابطه $\frac{a}{36} = \frac{b}{22}$ به ازای برخی مقادیر طبیعی a و b برقرار باشد، کمترین مقدار $a \times b$ کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۳۰

(۳) ۱۰۴ (۴) ۹۹

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر مجموعه جواب نامعادله $|3x - 1| < 2 - x$ به صورت (a, b) باشد، در این صورت نقطه میانی این بازه کدام یک از اعداد زیر است؟

(۱) $0/25$ (۲) $0/125$

(۳) $0/575$ (۴) $0/375$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر جواب‌های معادله $|x| + 2x + 3|x| = 6$ برابر n و m باشد، چند عدد صحیح در نامعادله $|x| + mn < 0$ صدق می‌کند؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۸۹- مجموعه جواب نامعادله $|2x - 1| + |2x + 5| > 4|x + 1|$ با مجموعه جواب کدام نامعادله زیر برابر است؟

(۱) $|2x + 3| < 3$ (۲) $|2x + 2| < 3$

(۳) $|2x + 3| < 4$ (۴) $|2x + 2| < 4$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- به ازای کدام مقدار a و b ، رابطه $\overline{a \times 0} / \overline{0b} = \overline{0} / \overline{0c}$ برقرار است؟

$a = ۴, b = ۷$ (۲)

$a = b = ۴$ (۱)

$a = ۵, b = ۸$ (۴)

$a = b = ۶$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر بازه (a, b) مجموعه جواب نامعادله $|x - ۳| < \max\{2x - ۱, ۱ - 2x\}$ باشد، کدام $a + b$ است؟

$-\frac{۱}{۳}$ (۴)

$\frac{۲}{۳}$ (۳)

$\frac{۱}{۳}$ (۲)

$-\frac{۲}{۳}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- عدد غیر صحیح a دارای بسط اعشاری پایان ناپذیر متناوب و عدد غیر صحیح b دارای بسط اعشاری پایان ناپذیر غیرمتناوب است. کدام یک از

اعداد زیر الزاماً گنگ است؟

$\frac{۳a^۲ + a}{b}$ (۲)

$\frac{a^۲ + ۲a}{b}$ (۱)

$\frac{۲b^۲ + b}{a}$ (۴)

$\frac{b^۲ + ۲b}{a}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- مجموعه جواب معادله $|x| + ||x| - ۱| = ۱$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر معادله $|2x + ۳| + m = |x - ۱|$ دارای جواب باشد، حداکثر مقدار m کدام است؟

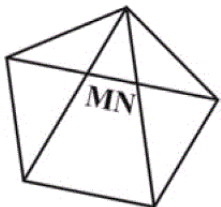
۲ (۲)

$\frac{۳}{۲}$ (۱)

وجود ندارد. (۴)

$\frac{۵}{۲}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۹۷- در پنج ضلعی منتظم روبرو، طول ضلع عددی گویاست. طول MN کدام می تواند باشد؟

$۳۰\sqrt{۵} - ۳۰$ (۲)

$۳۰ + ۱۰\sqrt{۵}$ (۱)

$۳۰\sqrt{۵} + ۳۰$ (۴)

$۳۰ - ۱۰\sqrt{۵}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر برای هر x نامساوی $|x - ۱| + |x - ۳| \geq mx + ۱$ برقرار باشد، آنگاه حداکثر مقدار m کدام است؟

$\frac{۱}{۳}$ (۲)

۱ (۱)

$\frac{۲}{۳}$ (۴)

$\frac{۱}{۲}$ (۳)

۱۰۰- اگر $|2x - \sqrt{6x}| = 2x - \sqrt{6x}$ باشد، حاصل $|3x| + |2x - 3| + |x - 1|$ همواره کدام است؟ ($x \neq 0$)

۴ (۲)

۶x - ۴ (۱)

۴x - ۲ (۴)

۲x + ۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، دنباله - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۹۹- دنباله $a_n = \sqrt{2n} - k\sqrt{n}$ صعودی است. حداکثر مقدار k کدام است؟

۲ (۲)

 $\sqrt{2}$ (۱) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $2 + \sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $a_1 = 20$ و $a_{n+1} = |a_n - n|$ ، آنگاه جمله دهم دنباله a_n کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۴ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۱- دنباله $a_n = \frac{k^n + 2^n}{3^n}$ به ازای چند عدد صحیح k ، کراندار است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۵- فاصله چند جمله از دنباله $\left\{ \frac{\cos(\frac{n\pi}{2})}{2n} \right\}_{n=1}$ تا صفر، بیشتر از 0.005 است؟

۹۹ (۴)

۱۰۰ (۳)

۴۹ (۲)

۵۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- دنباله $\begin{cases} 4a_1 = a_2 = 4 \\ a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n \end{cases} (n \geq 1)$ چند جمله سه رقمی دارد؟

۳۳۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۲۷۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۷- مجموع بیست جمله اول دنباله $\{a_n\}$ که به صورت $a_1 = \frac{3}{2}$ و $a_{n+1} = a_n - 2[a_n]$ تعریف می‌شود، کدام است؟ ([]) ، نماد جزء صحیح

است.

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، بردار - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۱۲۱- نقطه $A(1, 2, 4)$ و تصویر آن بر صفحه XY و محور Y ها، سه رأس یک مثلث‌اند. مساحت این مثلث چه قدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- طول تصویر قائم برداری که با محورهای مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، بر صفحه XY برابر $3\sqrt{2}$ است. طول این بردار کدام است؟

- ۱ (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر $a = i + 2j - k$ و $b = i - 4j + 2k$ بوده و c برداری به اندازه ۶ و در خلاف جهت $a + b$ باشد، مجموع مولفه‌های بردار c کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- بردار $a + b$ در راستای نیمساز زاویه بین a و b قرار دارد. اگر $a = 2i - j + 2k$ و $b = \frac{\sqrt{2}}{3}i + \frac{\sqrt{3}}{3}j + \frac{2}{3}k$ باشند، بردار b کدام است؟

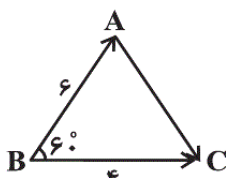
- ۱ (۱) $(\sqrt{3}, 2, \sqrt{2})$ (۲) $(2, 2, -1)$ (۳) $(2, -1, 2)$ (۴) $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر بردار $a = (m^2 - 1, 2, m + 1)$ فقط بر محور X ها عمود باشد، زاویه آن با محور Z ها کدام است؟

- ۱ (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}$

شما پاسخ نداده اید



۱۲۶- در شکل مقابل حاصل $\vec{BA} \cdot \vec{AC}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۲۴ (۴) -۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر $|\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}| = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ ، آن‌گاه زاویه بین دو بردار a و b کدام است؟

- ۱ (۱) 15° (۲) 30° (۳) 60° (۴) 120°

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- هرگاه $a + b + c = \vec{0}$ و $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ ، آن‌گاه $|a + b|$ چند برابر $|b - c|$ است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- هرگاه $4x + 2y + z = 7$ باشد، حداقل $4x^2 + y^2 + z^2$ برابر با کدام مقدار است؟

$\frac{49}{9}$ (۴)

$\frac{49}{3}$ (۳)

$\frac{7}{9}$ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- قرینه بردار a نسبت به راستای بردار $b = (1, 2, 2)$ بردار $a'' = (1, -1, 1)$ است. قرینه بردار $a + b$ نسبت به راستای بردار b کدام است؟

$(0, 3, 1)$ (۲)

$(2, 1, 3)$ (۱)

$(0, 3, -1)$ (۴)

$(-2, 1, 3)$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، گرافها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۱۳۵- گراف $G(V, E)$ که در آن $V = \{v_1, v_2, \dots, v_7\}$ و $E = \{v_1v_2, v_4v_5, v_3v_4, v_2v_6\}$ است، از چند «بخش جدا از هم» تشکیل شده است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

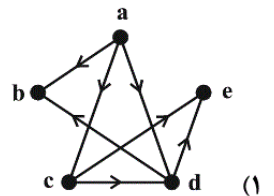
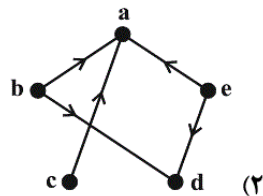
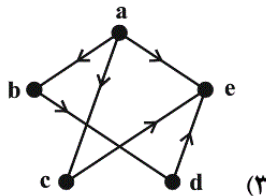
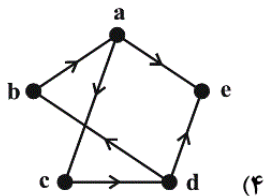
۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در یک تورنمنت ۵ تیم فوتبال a, b, c, d, e حضور دارند. a با b, c, d و e مسابقه داده و برهمگی پیروز می‌شود. c بر e و d پیروز شده و d

نیز b و e را شکست داده است. اگر گراف جهت‌داری تعریف کنیم که جهت هر یال از رأس متناظر با تیم برنده به رأس متناظر با تیم بازنده باشد،

کدام گزینه گراف جهت‌دار متناظر با نتایج مسابقات تا این مقطع است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اگر در گراف مقابل، رأس‌های a_1, a_2, a_3, a_4 و b_1, b_2, b_3, b_4 نماد ۴ شغل و رأس‌های b_1, b_2, b_3, b_4 نماد ۴

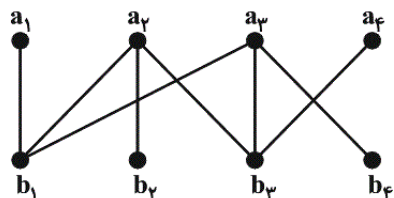
متقاضی کار باشند، به چند طریق می‌توان برای چهار شغل فوق، چهار نفر مختلف را استخدام کرد؟

۱ (۲)

صفر (۱)

۴ (۴)

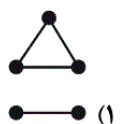
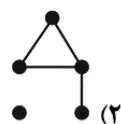
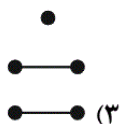
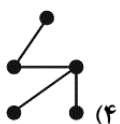
۲ (۳)



شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- اگر d_i بازه‌ای ناتهی از R باشد، طوری که $d_1 \subseteq d_2 \subseteq d_3$ و $d_3 \cap d_4 = \emptyset$ و $d_4 \cap d_5 = d_5$ ، آن‌گاه نمودار گراف بازه‌ای

متناظر با بازه‌های d_1 تا d_5 کدام است؟

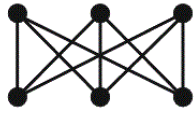


شما پاسخ نداده اید

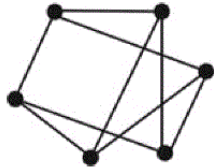
۱۳۹ - کدام گراف، گراف بازه‌ها نیست؟



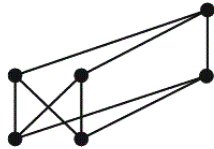
۱۴۰ - گراف مقابل با کدام گراف متفاوت است؟



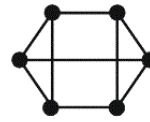
شما پاسخ نداده اید



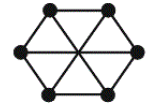
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضیات گسسته، ترکیبیات - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۱۳۱ - شهر A، ۳ باشگاه ورزشی مردانه و ۲ باشگاه ورزشی زنانه دارد. خانواده‌ای شامل پدر و مادر، ۳ پسر و یک دختر، می‌خواهند همگی در باشگاه‌های

ورزشی این شهر ثبت نام کنند. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟

(۲) ۲۵۶

(۱) ۳۲۴

(۴) ۱۶

(۳) ۸۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲ - از بین ۱۰ نماینده شورای دانش آموزی، به چند طریق می‌توان یک مدیر، یک معاون و ۳ منشی انتخاب کرد؟

$$P(10, 3) \times \binom{7}{2} \quad (2)$$

$$\binom{10}{3} \times P(7, 2) \quad (1)$$

$$\binom{10}{2} \times \binom{8}{3} \quad (4)$$

$$P(10, 2) \times P(8, 3) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳ - چند عدد ۳ رقمی با ارقام متفاوت وجود دارد به طوری که کوچک‌ترین رقم عدد، رقم صدگانش باشد؟

(۲) ۸۴

(۱) ۱۶۸

(۴) ۲۴۰

(۳) ۱۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- از بین ۶ زوج (زن و شوهر) به چند طریق می‌توان ۶ نفر را انتخاب کرد طوری که بین افراد انتخابی دقیقاً دو زوج وجود داشته باشد؟

۱۶۰ (۱) ۲۴۰ (۲)

۳۶۰ (۳) ۴۸۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

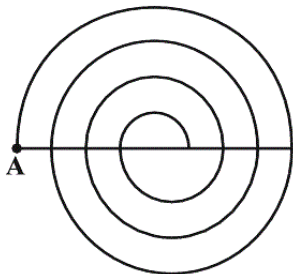
ریاضی، ریاضی پایه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۱۰۱- در یک دنباله هندسی مجموع هشت جمله اول 10^6 برابر مجموع چهار جمله اول آن است. جمله نهم چند برابر جمله اول است؟

۶۴ (۱) ۸۴ (۲) ۸۱ (۳) ۷۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- متحرکی روی مسیر زیر از نقطه A شروع به حرکت کرده و پس از طی یک نیم دایره به شعاع ۷، مجدداً روی نیم دایره دیگری حرکت می‌کند که شعاع آن ۲۵٪ کاهش یافته است و به همین ترتیب تا بی‌نهایت حرکت خود را ادامه می‌دهد. در هر بار که مسیر با خط مستقیم برخورد می‌کند، فاصله متحرک از A سنجیده می‌شود. فاصله این متحرک از نقطه A به چه عددی نزدیک می‌شود؟



۶/۵ (۱)

۷ (۲)

۷/۵ (۳)

۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مجموع اعداد طبیعی سه رقمی بخش پذیر بر ۱۱ کدام است؟

۴۴۵۵۰ (۱) ۵۵۴۴۰ (۲) ۵۴۵۴۰ (۳) ۴۵۴۵۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 5x + k - 2 = 0$ باشند. به ازای کدام مقدار k رابطه $\frac{\alpha}{\beta - 1} = \frac{1}{3}$ برقرار است؟

-۲ (۱) -۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، آنگاه حاصل $(\alpha + \frac{1}{\beta})^3 + (\beta + \frac{1}{\alpha})^3$ کدام است؟

۱۳۶ (۱) ۱۳۸ (۲) ۱۴۰ (۳) ۱۴۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- حاصل کدام یک از بسط‌های زیر به صورت $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ است؟ (a و b اعدادی گویا هستند).

(۱) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^5$ (۲) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^3$ (۳) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^6$ (۴) $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^4$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر عبارت $x^6 - 9x^4 + ax^2 + 4x - 3$ بر $x - 3$ بخش پذیر باشد، مجموع ضرایب جملات خارج قسمت آن کدام است؟

-۱ (۱) -۴ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- باقی مانده تقسیم عبارت $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) + x$ بر $x^2 + 7x$ کدام است؟

۷۲۱ (۱) ۷۲۱ - x (۲) ۷۲۰ - x (۳) ۷۲۰ + x (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- به ازای کدام مقادیر a ، مجموع سه جواب معادله $x^3 + (3a-1)x^2 - (2+3a)x + 2 = 0$ کوچکتر از -4 است؟

- (۱) $a > \frac{3}{5}$ (۲) $a < \frac{3}{5}$ (۳) $a > \frac{5}{4}$ (۴) $a > -\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

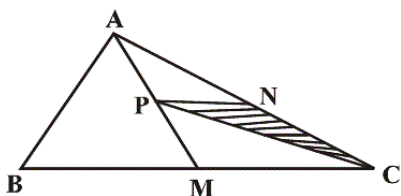
۱۱۰- در کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت $x^3 - ax^2 - 2a^2x$ و $x^2 - 3ax + 2a^2$ کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) $x - 2a$ (۲) $x - a$ (۳) x (۴) $x + 2a$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه فیثاغورس - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۱۴۱- در شکل زیر N وسط ضلع AC و P وسط میانه AM است. مساحت مثلث PNC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- طول ضلع شش ضلعی منتظمی، ۲ برابر ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع است. نسبت طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع به قطر کوچک ۶ ضلعی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- ارتفاع وارد بر وتر یک مثلث قائم الزاویه، وتر را به ۲ قسمت به طولهای ۴ و ۹ سانتی متر تقسیم می کند. مساحت این مثلث چند سانتی متر مربع است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۳۹ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AC = 2\sqrt{2}$ و $BC = 2\sqrt{6}$ است. نسبت طول میانه وارد بر کوچکترین ضلع به طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- چهار ضلعی ABCD یک دوزنقه و M وسط ساق AD است. اگر $S_{MBC} = 20$ باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

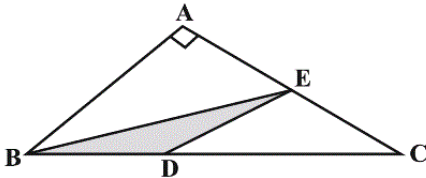
۱۴۶- در شکل زیر $CD = 2BD$ ، $AB = 15$ و $EC = 10$ است. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟ ($\hat{A} = 90^\circ$)

۱۲/۵ (۱)

۲۵ (۲)

۳۷/۵ (۳)

۵۰ (۴)



شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- در مثلث قائم الزاویه‌ای، طول ارتفاع وارد بر وتر برابر $2\sqrt{2}$ و فاصله پای میانه و ارتفاع وارد بر وتر از یکدیگر برابر یک واحد است. نسبت طول اضلاع قائمه در این مثلث کدام است؟

۲ (۲)

$\sqrt{6}$ (۱)

$\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

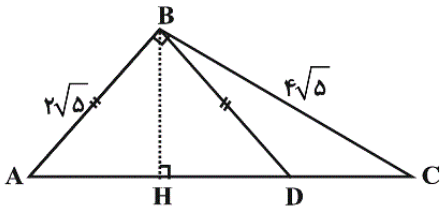
۱۴۸- در شکل زیر $AB \perp BC$ و $AB = BD$ است. طول AD کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۱)

$2\sqrt{3}$ (۲)

۴ (۳)

$2\sqrt{5}$ (۴)



شما پاسخ نداده اید

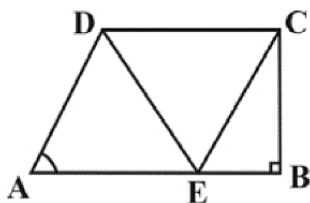
۱۴۹- در شکل زیر، چهار ضلعی ABCD دوزنقه قائم الزاویه و چهار ضلعی AECD لوزی است. اگر طول ضلع لوزی a و یک زاویه آن 60° باشد، نسبت مساحت لوزی به مساحت دوزنقه ABCD کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{3}{5}$ (۲)

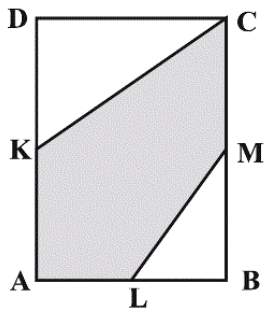
$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{4}{5}$ (۴)



شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- در شکل زیر، K، L و M وسط‌های اضلاع مستطیل ABCD هستند. اگر مساحت ناحیه رنگی برابر ۴۵ واحد سطح باشد، مساحت مستطیل



کدام است؟

۵۶ (۱)

۶۴ (۲)

۷۲ (۳)

۸۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۱۱۱- حاصل عبارت $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ ، به ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند، میانگین دو عدد a و b کدام است؟

۲/۵ (۱)

۲ (۲)

۱/۵ (۳)

$\sqrt{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- توپی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود، پس از زمین خوردن به اندازه‌ی یک چهارم ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود.

فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده‌ایم تا به ارتفاع ۵ متری برسد. این توپ از شروع پرتاب تا زمان ایستادن چه

مسافتی را طی می‌کند؟

$\frac{40}{3}$ (۱)

$\frac{41}{3}$ (۲)

$\frac{43}{3}$ (۳)

$\frac{50}{3}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- به ازای مقداری از a ، چند جمله‌ای $f(x) = x^4 + ax^3 - 8x$ بر $x + 2$ بخش‌پذیر است. کوچکترین ریشه معادله $f(x) = 0$

کدام است؟

۱ - $\sqrt{3}$ (۱)

۱ - $\sqrt{5}$ (۲)

-۱ - $\sqrt{3}$ (۳)

-۱ - $\sqrt{5}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - x + 1$ باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - x$ کدام است؟

- (۱) $2x$
 (۲) x
 (۳) $x + 1$
 (۴) $3x$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- سه زنگ در یک کارخانه برای موارد مختلفی وجود دارد. اولین زنگ در هر ۱۸ دقیقه، دومین زنگ در هر ۲۴ دقیقه و سومین

زنگ در هر ۳۲ دقیقه زنگ می‌زنند، بعد از اولین بار که با هم زنگ می‌زنند، حداقل چند دقیقه می‌گذرد تا آن‌ها دوباره با هم

زنگ بزنند؟

- (۱) ۲۴۲
 (۲) ۲۵۲
 (۳) ۲۸۸
 (۴) ۳۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- بسط $2 - (x-1)^0 + (x+1)^0$ ، چند جمله دارد؟

- (۱) ۵
 (۲) ۶
 (۳) ۱۰
 (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر $x = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$ باشد، مقدار $x^3 - 3x$ کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) $\sqrt{2}$
 (۳) ۲
 (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 2x - 1 = 0$ باشد، به ازای کدام مقدار m مجموعه جواب‌های معادله $4x^2 - 6x + m = 0$

به صورت $\beta + 2\alpha$ و $\alpha + 2\beta$ است؟

- (۱) ۱
 (۲) -۱
 (۳) ۲
 (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- مردی در نیمه‌ی اول قرن نوزدهم متولد شد (بین سال‌های ۱۸۰۰ تا ۱۸۵۰)، وقتی او x سال داشت، سال x^2 بود. او در چه

سالی متولد شده است؟

- (۱) ۱۸۲۰
 (۲) ۱۸۱۰
 (۳) ۱۸۰۶
 (۴) ۱۸۰۹

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۸۱- (سید محمود رضا اسلامی)

وارون عدد حقیقی a ، $\frac{1}{a}$ و قرینه آن، $-a$ است:

$$a = \sqrt{5} + \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3} \\ -a = -\sqrt{5} - \sqrt{2} \end{cases}$$

بنابراین مجموع سه برابر وارون و قرینه عدد a برابر است با:

$$\sqrt{5} - \sqrt{2} + (-\sqrt{5} - \sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۸۲- (عمید رضا طالبیان)

$$0 < a < b - 1 \Rightarrow 0 < a < b$$

$$1 + c < d < -1 \Rightarrow c < d < 0 \xrightarrow{\times(-1)} -c > -d > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a < b \\ -d < -c \end{cases} \xrightarrow{\text{همه اعداد مثبتند}} a(-d) < b(-c) \xrightarrow{\times(-1)} ad > bc$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه ۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۸۳- (جمال الدین حسینی)

$$a / 36 = \frac{a^3 - a}{99} = \frac{100a + 36 - a}{99} = \frac{99a + 36}{99} = \frac{b}{22}$$

$$\Rightarrow \frac{99a + 36}{9} = \frac{b}{2} \Rightarrow 11a + 4 = \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow b = 22a + 8 \xrightarrow{\min a=1} \min b = 30$$

$$\min(a \times b) = 1 \times 30 = 30$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

(فریدون ساعتی)

$$|3x-1| < 2-x \xrightarrow{|3x-1| \geq 0} 2-x > 0 \Rightarrow x < 2$$

$$\longrightarrow 9x^2 - 6x + 1 < 4 - 4x + x^2 \Rightarrow 8x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$8x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm 10}{16} = \begin{cases} \frac{3}{4} \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

از اشتراک دو بازه $(-\infty, 2)$ و $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ بازه جواب یعنی $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ به دست می‌آید.

x		$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	
p(x)	+	+	-	+

ج

\Rightarrow مجموعه جواب $= (-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

$$\text{نقطه میانی} = \frac{\frac{3}{4} + (-\frac{1}{2})}{2} = \frac{1}{8} = 0.125$$

(ریفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کیا مقدس‌نیاک)

$$\text{اگر } x \geq 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 3x = 6 \Rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-1) = 0 \xrightarrow{x \geq 0} x = 1$$

$$\text{اگر } x < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3x = 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-3) = 0 \xrightarrow{x < 0} x = -2$$

یکی از ریشه‌ها m و دیگری n می‌باشد. ($n = -2, m = 1$)

$$|x| + mn < 0 \Rightarrow |x| - 2 < 0 \Rightarrow |x| < 2 \Rightarrow -2 < x < 2$$

این بازه شامل اعداد صحیح -1 و 0 و 1 می‌باشد. (شامل ۳ عدد صحیح)

(ریفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

می‌دانیم $|a+b| < |a| + |b| \Leftrightarrow ab < 0$ ، بنابراین:

$$\underbrace{|2x-1|}_a + \underbrace{|2x+5|}_b > \underbrace{|4x+4|}_{a+b} \Rightarrow (2x-1)(2x+5) < 0$$

$$\Rightarrow \frac{-5}{2} < x < \frac{1}{2}$$

این همسایگی متقارن دارای نقطه میانی $-\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -1$ و شعاع

$$\frac{\frac{1}{2} - (-\frac{5}{2})}{2} = \frac{3}{2}$$

است، پس داریم:

$$|x - (-1)| < \frac{3}{2} \Rightarrow |x+1| < \frac{3}{2} \Rightarrow |2x+2| < 3$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴	۳	۲ ✓	۱
---	---	-----	---

(سیدمحمودرضا اسلامی)

-۹۰

با توجه به فرمول مربوط به کسر مولد اعداد اعشاری و متناوب داریم:

$$\frac{a}{9} \times \frac{b}{99} = \frac{c}{99} \Rightarrow ab = 9c$$

که فقط به ازای $a = b = 6$ برای c مقدار قابل قبولی به دست می‌آید.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴	۳ ✓	۲	۱
---	-----	---	---

(کاظم اجلالی)

-۹۲

می‌دانیم $\max\{a, -a\} = |a|$ ، لذا داریم:

$$|2x-1| < |x-3| \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}}$$

$$4x^2 - 4x + 1 < x^2 - 6x + 9 \rightarrow 3x^2 + 2x - 8 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = \frac{4}{3} \end{cases} \quad \begin{array}{c|ccc} x & -2 & & \frac{4}{3} \\ \hline & + & 0 & - & 0 & + \\ & & | & & | & \\ & & + & & - & \end{array}$$

لذا مجموعه جواب $(-\frac{4}{3}, 2)$ است. بنابراین $a+b$ برابر است با:

$$a+b = -2 + \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴	۳	۲	۱ ✓
---	---	---	-----

(فریدون ساعتی)

عدد a ، عددی گویا و غیر صحیح و عدد b ، عددی گنگ است. گزینه ۱ الزاماً گنگ است، زیرا:

$$(a^2 + 2a) \times \frac{1}{b} = a(a + 2) \times \frac{1}{b}$$

عدد $a(a + 2)$ ، فقط به ازای -2 و 0 برابر صفر می‌گردد. پس با توجه به غیر صحیح بودن a ، این عدد، گویا و غیر صفر است، پس:

$$\underbrace{a(a + 2)}_{\text{گنگ گویای غیر صفر}} \times \frac{1}{b} = \text{عدد گنگ}$$

در گزینه (۲)، به ازای $a = \frac{-1}{3}$ و $b = \sqrt{2}$ ، عدد $a(3a + 1) \times \frac{1}{b}$ برابر صفر می‌شود.

در گزینه (۳)، به ازای $a = \frac{1}{3}$ و $b = \sqrt{2} - 1$ ، عدد $\frac{b(b + 2)}{a}$ ، گویا می‌گردد.

در گزینه (۴)، به ازای $a = \frac{1}{3}$ و $b = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$ ، عدد $\frac{b(2b + 1)}{a}$ ، گویا می‌گردد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۵۷ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$x \geq 0 \Rightarrow x + |x - 1| = 1 \Rightarrow |x - 1| = 1 - x \Rightarrow x - 1 \leq 0$$

$$\Rightarrow x \leq 1 \xrightarrow{x \geq 0} 0 \leq x \leq 1$$

$$x < 0 \Rightarrow -x + |-x - 1| = 1 \Rightarrow |x + 1| = x + 1 \Rightarrow x + 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \geq -1 \xrightarrow{x < 0} -1 \leq x < 0$$

از اجتماع جواب‌های فوق، خواهیم داشت: $-1 \leq x \leq 1$ ، بنابراین مجموعه جواب معادله داده شده، شامل ۳ عدد صحیح می‌باشد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

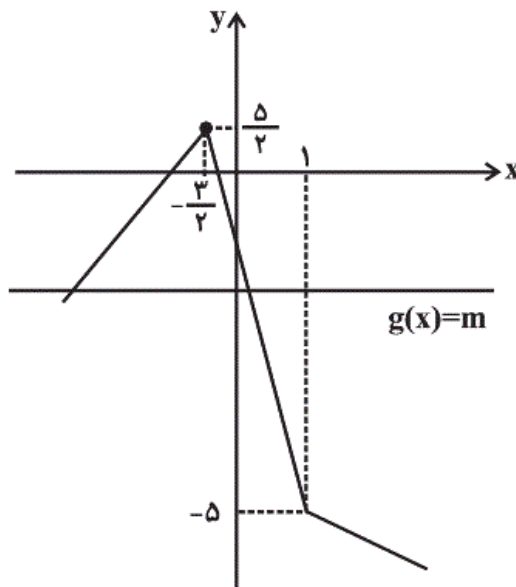
۱

(کیا مقدس نیاک)

برای این که معادله $|x-1| - |2x+3| = m$ دارای جواب باشد، از روش هندسی

کمک می‌گیریم:
 $f(x) = |x-1| - |2x+3|$

برای این که دو نمودار f و g یکدیگر را قطع کنند، حداکثر m برابر $\frac{5}{2}$ است.



(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

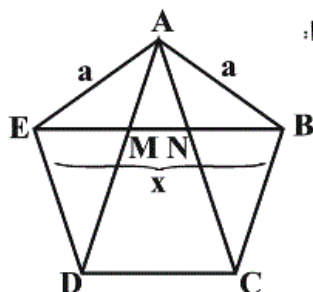
(به‌یادآور کریمی)

برای حل این سؤال از دو مطلب کمک می‌گیریم، اول این که اگر طول ضلع را a و قطر

را x در نظر بگیریم، داریم: $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}a$ و دوم این که مثلث AEN در

رأس E و مثلث ABM در رأس B متساوی الساقین است. پس:

$$EN = EA = a \Rightarrow NB = x - a$$



یعنی هم طول NB و هم EM برابر $x - a$ است، لذا:

$$MN = EB - EM - NB = x - (x - a) - (x - a) = 2a - x$$

حال به جای x ، $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}a$ را قرار می‌دهیم:

$$2a - x = 2a - \frac{1 + \sqrt{5}}{2}a = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}a = (3 - \sqrt{5}) \times \frac{a}{2}$$

= عددی گویا $(3 - \sqrt{5}) \times$

عدد $30 - 10\sqrt{5}$ به این صورت است.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ایمان نستین)

- ۹۸

اگر خط $y = mx + 1$ از خط $y = \frac{1}{3}x + 1$ بالاتر نباشد، آنگاه

$$|x - 1| + |x - 3| \geq mx + 1$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سیدمحمد، ضوی پور)

$$\sqrt{6x} \Rightarrow x \geq 0$$

$$|a| = +a \Rightarrow a \geq 0$$

$$|2x - \sqrt{6x}| = 2x - \sqrt{6x} \Rightarrow 2x - \sqrt{6x} \geq 0 \Rightarrow 2x \geq \sqrt{6x}$$

$$\xrightarrow{x \geq 0} 4x^2 \geq 6x \Rightarrow 4x^2 - 6x \geq 0 \Rightarrow 2x(2x - 3) \geq 0$$

x	0	$\frac{3}{2}$	$\xrightarrow{x \geq 0} x \geq \frac{3}{2}$	(*)
$4x^2 - 6x$	+	-	+	

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(*)} & \overbrace{|3x|}^+ + \overbrace{|2x-3|}^+ + \overbrace{|x-1|}^+ \\ & = 3x + 2x - 3 + x - 1 = 6x - 4 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، دنباله - ۱۳۹۶۰۸۰۵

ابتدا توجه کنید که

$$a_{n+1} = \sqrt{2}(n+1) - k\sqrt{n+1} = \sqrt{2}n + \sqrt{2} - k\sqrt{n+1}$$

بنابراین به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ داریم:

$$a_{n+1} \geq a_n$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}n + \sqrt{2} - k\sqrt{n+1} \geq \sqrt{2}n - k\sqrt{n}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \geq k(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$\sqrt{2} \geq k\left(\frac{n+1-n}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}\right)$$

$$k \leq \sqrt{2}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$$

با توجه به این که دنباله $b_n = \sqrt{n+1} + \sqrt{n}$ صعودی است، جمله اول آنکوچکترین جمله دنباله است. پس اگر $k \leq \sqrt{2}a_1$ ، آن گاه به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ خواهیم داشت $k \leq \sqrt{2}a_n$. بنابراین:

$$k \leq \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{1})$$

$$k \leq 2 + \sqrt{2}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۲۳ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\text{با توجه به } a_{n+1} = \begin{cases} a_n - n & a_n \geq n \\ n - a_n & a_n < n \end{cases} \text{ داریم:}$$

$$\begin{cases} n=1: a_2 = a_1 - 1 = 20 - 1 \\ n=2: a_3 = a_2 - 2 = 20 - 1 - 2 \\ \dots \\ n=5: a_6 = 20 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 = 20 - 15 = 5 \end{cases}$$

از جمله هفتم به بعد از $a_{n+1} = n - a_n$ استفاده می‌کنیم:

$$n=6: a_7 = 6 - 5$$

$$n=7: a_8 = 7 - (6 - 5)$$

$$n=8: a_9 = 8 - 7 + 6 - 5$$

$$n=9: a_{10} = \underbrace{9-8}_1 + \underbrace{7-6}_1 + 5 = 7$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کالظم ابلالی)

-۹۱

ابتدا توجه کنید که:

$$a_n = \left(\frac{k}{3}\right)^n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

و دنباله $b_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ کراندار است. اگر دنباله $\left\{\left(\frac{k}{3}\right)^n\right\}$ بی‌کران باشد دنباله

$\{a_n\}$ نیز بی‌کران خواهد بود، پس دنباله $\left\{\left(\frac{k}{3}\right)^n\right\}$ باید کراندار باشد و در نتیجه:

$$-1 \leq \frac{k}{3} \leq 1 \Rightarrow -3 \leq k \leq 3$$

پس k می‌تواند هفت عدد صحیح را اختیار کند.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا چند جمله نخست دنباله را می نویسیم:

$$\{a_n\}_{n=1} : 0, \frac{-1}{4}, 0, \frac{1}{8}, 0, \frac{-1}{12}, \dots$$

جملات با شماره فرد مانند جمله اول و سوم و ... همگی صفر هستند و جزء جواب نیستند. برای جملات ردیف زوج، فاصله تا صفر را بیشتر از 0.005 قرار می دهیم:

$$|a_n - 0| > \frac{5}{1000} \Rightarrow \frac{|\cos \frac{n\pi}{2}|}{2n} > \frac{1}{200} \xrightarrow{\text{زوج } n} \frac{1}{2n} > \frac{1}{200}$$

$$\Rightarrow n < 100 \Rightarrow n \leq 99$$

از $n=1$ تا $n=99$ ، 50 مقدار فرد و 49 مقدار زوج وجود دارد. بنابراین تعداد جملات زوج، 49 است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مدرس رضا شوکتی بیرق)

با توجه به این که $a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$ می توان گفت که دنباله مورد نظر، یک دنباله حسابی است. البته با نوشتن چند جمله، از جملات دنباله داده شده هم متوجه می شویم که $\{a_n\}$ یک دنباله حسابی با جمله اول 1 و قدر نسبت 3 می باشد، پس جمله عمومی آن به صورت $a_n = 3n - 2$ خواهد بود. بنابراین:

$$1000 \leq 3n - 2 < 10000 \Rightarrow 1002 \leq 3n < 10002$$

$$\Rightarrow 334 \leq n < 3334 \Rightarrow 334 \leq n \leq 3333$$

$$\text{تعداد جملات سه رقمی} = 3333 - 334 + 1 = 3000$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کاتظم ابلالی)

به چند جمله اول دنباله توجه کنید.

$$a_1 = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = \frac{3}{2} - 2 \left[\frac{3}{2} \right] = -\frac{1}{2}$$

$$a_3 = -\frac{1}{2} - 2 \left[-\frac{1}{2} \right] = \frac{3}{2}$$

$$a_4 = -\frac{1}{2}$$

بنابراین دنباله به صورت $\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \dots$ است. یعنی مجموع دو جمله متوالی آن برابر 1 است. پس مجموع بیست جمله اول دنباله برابر 10 است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۲۱

(سروش موئینی)

$$A(1, 2, 4) \xrightarrow{\text{تصویر روی صفحه } xy} B(1, 2, 0)$$

$$A(1, 2, 4) \xrightarrow{\text{تصویر روی محور } y \text{ ها}} C(0, 2, 0)$$

$$AB = \sqrt{0 + 0 + 16} = 4$$

$$AC = \sqrt{1 + 0 + 16} = \sqrt{17}$$

$$BC = \sqrt{1 + 0 + 0} = 1$$

با توجه به آن که رابطه $AC^2 = AB^2 + BC^2$ برقرار است، پس مثلث ABC

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{4 \times 1}{2} = 2 \quad \text{قائم‌الزاویه است و داریم:}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۳ تا ۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۲۲

(رضا عباسی اصل)

هر بردار به صورت $u = (a, a, a)$ ($a > 0$) با محورهای مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد. تصویر u بر صفحه xy به صورت $u' = (a, a, 0)$ است و داریم:

$$|u'| = \sqrt{a^2 + a^2 + 0} = a\sqrt{2}$$

$$a\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow a = 3$$

$$|u| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۲۳

(هومن نورائی)

$$a + b = 2i - 2j + k = (2, -2, 1)$$

از طرفی می‌دانیم بردار c با $a + b$ موازی است، پس داریم:

$$c = (2x, -2x, x) \Rightarrow |c| = \sqrt{4x^2 + 4x^2 + x^2} = 6$$

$$\Rightarrow 9x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\substack{c \text{ خلاف جهت} \\ a+b \text{ است}}} x = -2$$

$$\Rightarrow c = (-4, 4, -2) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌های بردار} = -2$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴

۳

۲✓

۱

از آنجا که بردار \mathbf{a} و \mathbf{b} در راستای نیمساز زاویه بین آنها قرار گرفته است، پس متوازی الاضلاعی که توسط دو بردار \mathbf{a} و \mathbf{b} ایجاد می‌شود، لوزی است. پس \mathbf{a} و \mathbf{b} هم‌اندازه‌اند.

$$|\mathbf{b}| = |\mathbf{a}| = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$$

$$\mathbf{b} = |\mathbf{b}| \mathbf{e}_b = 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3} \right) = (\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\mathbf{a} \perp \mathbf{Ox} \Rightarrow m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m = \pm 1$$

اگر $m = -1$ باشد، بردار \mathbf{a} بر محور \mathbf{Oz} نیز عمود خواهد شد، پس جواب

$$m = -1 \Rightarrow \mathbf{a} = (0, 2, 2) \Rightarrow |\mathbf{a}| = 2\sqrt{2} \quad \text{حال: } m = -1 \text{ غیر قابل قبول است.}$$

$$\cos \gamma = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \gamma = 45^\circ$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} \cdot (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{BA}| \times |\overrightarrow{BC}| \cos B - |\overrightarrow{BA}|^2$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 6 \times 4 \times \frac{1}{2} - 6^2 = 12 - 36 = -24$$

در نتیجه داریم:

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left| \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} + \frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} \right| = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{|\mathbf{a}|^2}{|\mathbf{a}|^2} + \frac{|\mathbf{b}|^2}{|\mathbf{b}|^2} + \frac{2(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = 2 + \sqrt{3}$$

$$1 + 1 + \frac{2 |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(هومن نوراتی)

می‌دانیم هرگاه $a + b + c = \vec{0}$ و $|a| = |b| = |c|$ ، زاویه بین دو به دو بردارها برابر با 120° است.

از طرفی اگر $|a| = |b| = |c| = k > 0$ در نظر بگیریم، داریم:

$$|a + b|^2 = |a|^2 + |b|^2 + 2a \cdot b = 2k^2 + 2k^2 \cos 120^\circ$$

$$= 2k^2 - k^2 = k^2 \Rightarrow |a + b| = k$$

$$|b - c|^2 = |b|^2 + |c|^2 - 2b \cdot c = 2k^2 - 2k^2 \cos 120^\circ$$

$$= 2k^2 + k^2 = 3k^2 \Rightarrow |b - c| = \sqrt{3}k$$

$$\frac{|a + b|}{|b - c|} = \frac{k}{\sqrt{3}k} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)



۴

۳ ✓

۲

۱

(مهم‌مهری محسن؛ زاویه‌طبری)

$u(2x, y, z)$ و $v(2, 2, 1)$

فرض می‌کنیم:

$$u \cdot v = 4x + 2y + z = 7$$

$$|u \cdot v|^2 \leq |u|^2 |v|^2$$

نامساوی کوشی - شوارتس

$$\Rightarrow 49 \leq (4x^2 + y^2 + z^2)(4 + 4 + 1)$$

$$\Rightarrow \min(4x^2 + y^2 + z^2) = \frac{49}{9}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهم‌ظاهر شعاعی)

بنا به فرض a'' قرینه بردار a نسبت به راستای بردار b است.

پس $a + a'' = \frac{2(a \cdot b)}{|b|^2} b$. قرینه بردار $a + b$ را نسبت به راستای بردار b .

$$u + a + b = 2 \frac{(a + b) \cdot b}{|b|^2} b = \frac{2(a \cdot b)b}{|b|^2} + 2b \quad u \text{ می‌نامیم. داریم:}$$

$$\Rightarrow u + a + b = a + a'' + 2b \Rightarrow u = a'' + b = (1, -1, 1) + (1, 2, 2) = (2, 1, 3)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴

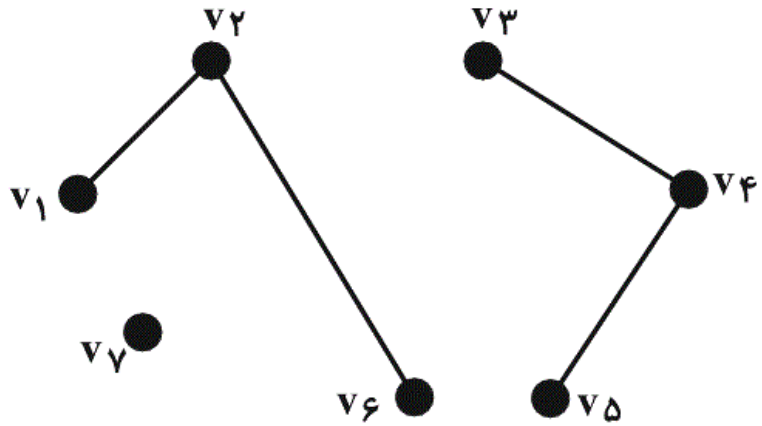
۳

۲

۱ ✓

گراف را رسم می‌کنیم. همان‌طور که دیده می‌شود، گراف شامل ۳ «بخش جدا از هم»

است.



(ریاضیات گسسته - گراف: مشابه مثال ۷ صفحه ۷)

۴

۳

۲

۱

(کیوان دارابی)

۱۳۶-

اگر هر تیم را معادل یک رأس گراف فرض کنیم و سپس یالی از هر تیم برنده به هر تیم

بازنده رسم کنیم، گراف گزینه «۱» حاصل می‌شود.

(ریاضیات گسسته - گراف: مشابه مثال ۱ صفحه ۳)

۴

۳

۲

۱

شغل a_1 تنها یک متقاضی دارد، پس شغل a_1 به b_1 می‌رسد. پس از حذف a_1 و b_1 و یال‌های گذرا از آن‌ها گراف به صورت زیر ساده می‌شود.



تنها به یک طریق تخصیص دو شغل باقیمانده امکان‌پذیر است. شغل a_2 به b_2 و شغل a_3 به b_4 می‌رسد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۴ و ۵)

۴

۳

۲

۱

گراف شامل یک مثلث بین رأس‌های متناظر با بازه‌های d_1 ، d_2 و d_3 است، چون همگی دارای اشتراک می‌باشند. همچنین دو رأس متناظر با بازه‌های d_4 و d_5 به هم متصل هستند. از طرفی d_3 و d_4 جدا از هم هستند، در نتیجه اشتراک بین زیر مجموعه‌های این بازه‌ها نیز تهی است و گراف شامل دو بخش جدا از هم خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه ۸)

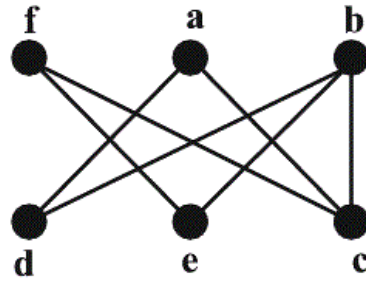
۴

۳

۲

۱

چهار ضلعی $adbc$ قطر ندارد، پس گراف مورد نظر، بازه‌ای نیست.



(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه ۸)

 ۴ ✓

 ۳

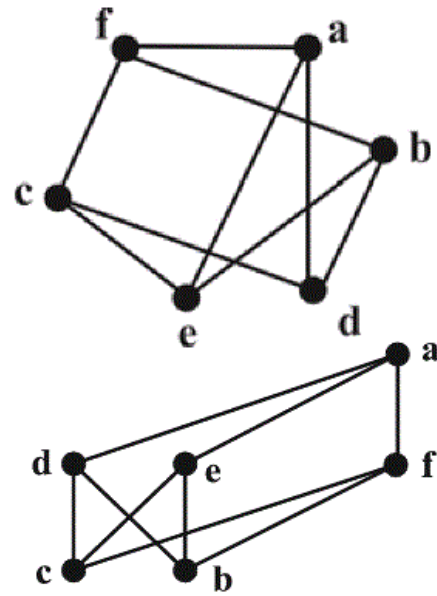
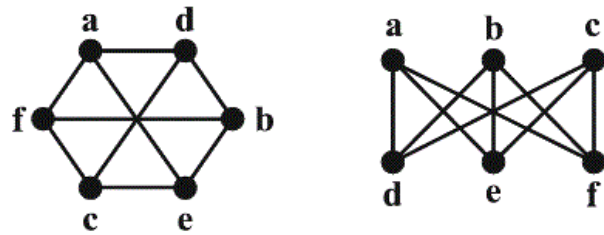
 ۲

 ۱

اگر رئوس گراف صورت سؤال را مطابق شکل نامگذاری کنیم، آن گاه این گراف با گراف

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» یکرخت است، چون می‌توان نام‌گذاری مشابهی مانند شکل زیر

برای آن‌ها یافت.



(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

این خانواده شامل ۴ مرد و ۲ زن است. هر کدام از مردها، ۳ انتخاب دارد و هر کدام از زن‌ها، ۲ انتخاب. بنابراین تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$n = 3^4 \times 2^2 = 324$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی سعیدی زاد)

ابتدا مدیر و معاون را از بین ۱۰ نفر انتخاب می‌کنیم، سپس از بین ۸ نفر باقیمانده، ۳ منشی انتخاب می‌کنیم. برای انتخاب شغل‌های متفاوت از فرمول تبدیل و برای انتخاب شغل‌های یکسان از فرمول ترکیب استفاده می‌کنیم. بنابراین:

$$n = P(10, 2) \times \binom{8}{3} \quad \text{(الف)}$$

اما عبارت به دست آمده در بین گزینه‌ها نیست. پس باید نحوه انتخاب را عوض کنیم. یعنی ابتدا ۳ منشی را انتخاب کنیم. سپس مدیر و معاون را از بین ۷ نفر باقیمانده انتخاب کنیم.

$$n = \binom{10}{3} \times P(7, 2) \quad \text{(ب)}$$

البته دو عدد الف و ب معادل با هم و برابر هستند، تنها روش نوشتن آنها متفاوت است.

(ریاضی ۲- ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

توجه کنید که نمی‌توانیم از رقم صفر استفاده کنیم؛ زیرا در صورت استفاده باید رقم صدگان عدد صفر باشد که امکان‌پذیر نیست. هر بار پس از انتخاب ۳ رقم متمایز از بین ارقام ۱ تا ۹، فقط ۲ عدد مطلوب می‌توانیم بسازیم، مثلاً با ارقام ۹ و ۲ و ۷ می‌توان اعداد ۲۷۹ و ۲۹۷ را ساخت. در نتیجه:

$$n = \binom{9}{3} \times 2 = 84 \times 2 = 168$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا از بین ۶ زوج، ۲ زوج، یعنی ۴ نفر، انتخاب می‌کنیم. حال ۲ نفر باقیمانده را از بین ۴

زوج دیگر انتخاب می‌کنیم. برای آنکه این دو فرد زن و شوهر نباشند، باید از دو خانواده

مختلف انتخاب شوند. پس از بین ۴ زوج باقیمانده، ۲ زوج انتخاب کرده و از هر کدام از

زوج‌های انتخاب شده یک نفر (زن یا شوهر) را انتخاب می‌کنیم.

$$n = \binom{6}{2} \underbrace{\binom{2}{2} \binom{2}{2}}_{\substack{\text{از ۲ نفر هر زوج،} \\ \text{هر دو انتخاب} \\ \text{می‌شود}}} \times \binom{4}{2} \times \underbrace{\binom{2}{1} \binom{2}{1}}_{\substack{\text{از ۲ نفر هر زوج،} \\ \text{یک نفر انتخاب} \\ \text{می‌شود}}} = 360$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی پایه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۸۰۵

(علی اصغر فرضی)

- ۱۰۱

$$S_n = 10 \cdot S_f \Rightarrow \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = 10 \cdot \frac{a_1(q^f - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow (q^f - 1)(q^f + 1) = 10(q^f - 1) \Rightarrow q^f = 9$$

$$\Rightarrow \frac{a_n}{a_1} = \frac{a_1 q^n}{a_1} = q^n = (q^f)^2 \Rightarrow q^n = 81$$

(مسئله - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

پس از طی نیم دایره نخست، فاصله‌اش تا نقطه A برابر ۱۴ است. بعد از طی نیم

دایره دوم که قطر آن $۱۴ \times \frac{۳}{۴}$ یعنی $\frac{۲۱}{۲}$ است، فاصله‌اش برابر با $۱۴ - \frac{۲۱}{۲}$

می‌گردد و همینطور فاصله کم و زیاد می‌شود. بنابراین:

$$A \text{ فاصله تا نقطه} = ۱۴ - \frac{۲۱}{۲} + \frac{۶۳}{۸} - \dots = \frac{a_1}{1-q} = \frac{۱۴}{1 - (-\frac{۳}{۴})} = \frac{۱۴}{\frac{۷}{۴}} = ۸$$

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد رضا شوکتی بیرق)

اعداد طبیعی سه رقمی بخش پذیر بر ۱۱ عبارتند از: ۹۹۰, ۱۳۲, ۱۲۱, ۱۱۰ که

تشکیل یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۱۱ می‌دهند. تعداد آن‌ها به صورت زیر حساب

می‌گردد.

$$\text{تعداد جملات} = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{\text{قدر نسبت}} + ۱ = \frac{۹۹۰ - ۱۱۰}{۱۱} + ۱ = ۸۱$$

با استفاده از فرمول جمع دنباله حسابی $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ داریم:

$$S_{81} = \frac{81}{2}(110 + 990) = 44550$$

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمیرضا سعیدی)

$$\frac{\alpha}{\beta - 1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3\alpha = \beta - 1 \Rightarrow 3\alpha - \beta = -1$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\begin{cases} 3\alpha - \beta = -1 \\ \alpha + \beta = 5 \end{cases} \Rightarrow 4\alpha = 4 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = 4$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{k-2}{1} \Rightarrow 4 = k - 2 \Rightarrow k = 6$$

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ چون $\frac{c}{a} = 1$ است، پس دو جواب، معکوس هم هستند،

پس $\alpha = \frac{1}{\beta}$ و $\beta = \frac{1}{\alpha}$ بنابراین:

$$\begin{aligned} \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)^3 + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)^3 &= (\alpha + \alpha)^3 + (\beta + \beta)^3 \\ &= 8\alpha^3 + 8\beta^3 = 8(\alpha^3 + \beta^3) = 8(S^3 - 3PS) \\ &= 8(3^3 - 3(1)(3)) = 144 \end{aligned}$$

(مسئله - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

-۱۰۶

حاصل بسط $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^5$ به این صورت است، زیرا:

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{2})^5 &= \sqrt{3}^5 + 5\sqrt{3}^4\sqrt{2} + 10\sqrt{3}^3\sqrt{2}^2 \\ &+ 10\sqrt{3}^2\sqrt{2}^3 + 5\sqrt{3}\sqrt{2}^4 + \sqrt{2}^5 \\ &= 9\sqrt{3} + 45\sqrt{2} + 60\sqrt{3} + 60\sqrt{2} + 20\sqrt{3} + 4\sqrt{2} \\ &= 89\sqrt{3} + 109\sqrt{2} \end{aligned}$$

(مسئله - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(حبیب شفیعی)

-۱۰۷

عبارت $f(x) = x^6 - 9x^4 + ax^2 + 4x - 3$ بر $(x-3)$ در صورتی بخش پذیر است که $f(3) = 0$ باشد.

$$\begin{aligned} f(3) &= 3^6 - 9 \times 3^4 + 9a + 12 - 3 = 3^6 - 3^2 \times 3^4 + 9a + 9 = 0 \\ \Rightarrow 9a + 9 &= 0 \Rightarrow a = -1 \end{aligned}$$

اگر خارج قسمت را $Q(x)$ در نظر بگیریم، کافی است $Q(1)$ را محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} x^6 - 9x^4 - x^2 + 4x - 3 &= (x-3)(Q(x)) \\ x=1 \Rightarrow (1-9-1+4-3) &= (-2)(Q(1)) \\ \Rightarrow -8 &= -2Q(1) \Rightarrow Q(1) = 4 \end{aligned}$$

(مسئله - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مسئله رضا شوکتی بیرق)

$$f(x) = (x^2 + \gamma x)Q(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(0) = b \\ f(-\gamma) = -\gamma a + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \gamma \cdot 0 = b \\ \gamma \cdot 1 = -\gamma a + b \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow R(x) = x + \gamma \cdot 0$$

(مسئله بان - مناسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۵۶ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی‌اکبر علیزاده)

-۱۰۹

چون مجموع ضرایب معادله صفر است، بنابراین یک جواب معادله $x = 1$ خواهد بود.
با تقسیم عبارت بر $(x - 1)$ خواهیم داشت:

$$x^2 + (3a - 1)x^2 - (2 + 3a)x + 2 = (x - 1)(x^2 + 3ax - 2)$$

در معادله $x^2 + 3ax - 2 = 0$ ، مقدار Δ همواره مثبت است و همواره ۲ ریشه حقیقی خواهیم داشت.

$$1 + x_1 + x_2 < -4 \Rightarrow 1 + S < -4 \Rightarrow S < -5 \Rightarrow -3a < -5$$

$$\Rightarrow a > \frac{5}{3}$$

(مسئله بان - مناسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعید مدیرفراسانی)

-۱۱۰

دو عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^2 - 3ax + 2a^2 = (x - a)(x - 2a) \\ x^3 - ax^2 - 2a^2x = x(x^2 - ax - 2a^2) = x(x - 2a)(x + a) \end{cases}$$

پس ک.م.م برابر است با: $x(x - 2a)(x - a)(x + a)$

(مسئله بان - مناسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌دانیم هر میانه مثلث آنرا به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند، لذا داریم:

$$\Delta_{APC} : \xrightarrow{\text{میانه PN}} S_{PNC} = \frac{1}{2} S_{APC}$$

$$\Delta_{AMC} : \xrightarrow{\text{میانه PC}} S_{APC} = \frac{1}{2} S_{AMC}$$

$$\Delta_{ABC} : \xrightarrow{\text{میانه AM}} S_{AMC} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow S_{PNC} = \frac{1}{4} S_{AMC} = \frac{1}{8} S_{ABC}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۴۶ و ۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد گل صفتان)

اگر طول ضلع شش ضلعی منتظم را با x نشان دهیم، آن گاه طول ارتفاع مثلث

متساوی‌الاضلاع برابر $\frac{x}{2}$ است و با توجه به رابطه $h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a$ ، داریم:

$$\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow a = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{3}$$

از طرفی قطر کوچک شش ضلعی منتظمی به طول ضلع x ، برابر $x\sqrt{3}$ است. در

$$\frac{x\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}$$

نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با:

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

 ۴

 ۳

 ۲

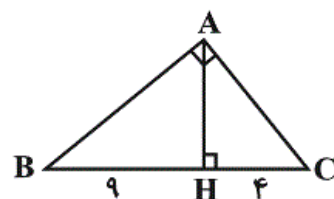
 ۱

ارتفاع متناظر با وتر، واسطه هندسی ۲ قطعه‌ای است که این ارتفاع روی وتر ایجاد

می‌کند، لذا:

$$AH = \sqrt{4 \times 9} = 6$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 13 = 39$$



(هندسه ۱ - مسامت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۱، ۴۶ و ۶۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

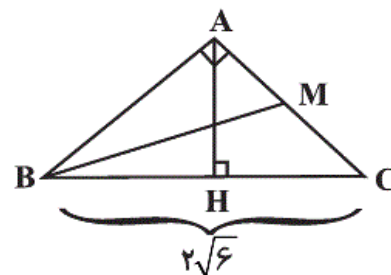
- ۱۴۴

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\Rightarrow 24 = AB^2 + 8$$

$$\Rightarrow AB^2 = 16 \Rightarrow AB = 4$$



به طریق مشابه، بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث ABM داریم:

$$\triangle ABM : BM^2 = AB^2 + AM^2 = 16 + 2 = 18 \Rightarrow BM = 3\sqrt{2}$$

از طرفی طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر قابل محاسبه است:

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH \times 2\sqrt{6} = 4 \times 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{8\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

نسبت طول میانه وارد بر کوچک‌ترین ضلع به طول ارتفاع وارد بر وتر برابر است با:

$$\frac{BM}{AH} = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{4}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$$

(هندسه ۱ - مسامت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۱، ۴۶ و ۵۷ و ۶۵)

 ۴

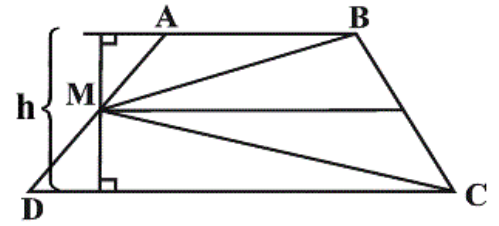
 ۳

 ۲

 ۱

اگر h طول ارتفاع دوزنقه باشد، آن گاه:

$$\left. \begin{aligned} S_{MAB} &= \frac{1}{2} \times \frac{h}{2} \times AB \\ S_{MDC} &= \frac{1}{2} \times \frac{h}{2} \times DC \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow S_{MAB} + S_{MDC} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} h (AB + DC) \right) = \frac{1}{2} S_{\text{دوزنقه}}$$

$$\Rightarrow S_{MBC} = \frac{1}{2} S_{\text{دوزنقه}} \Rightarrow S_{\text{دوزنقه}} = 2S_{MBC} = 2(20) = 40$$

(هنر سه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

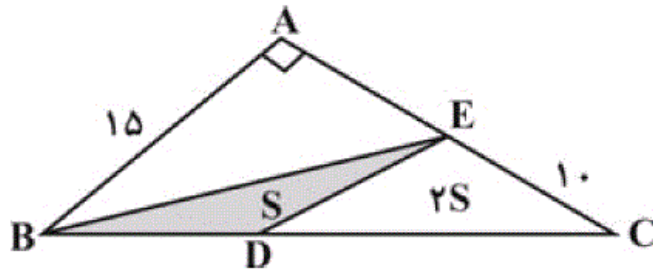
۴

۳

۲

۱

$$S_{BEC} = \frac{1}{2} AB \cdot EC \Rightarrow 3S = \frac{1}{2} \times 15 \times 10 \Rightarrow S = 25$$



(هنر سه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۴۱، ۴۶ و ۵۳)

۴

۳

۲

۱

مطابق شکل در مثلث AMH داریم:

$$AM^2 = AH^2 + MH^2 = 8 + 1 = 9 \Rightarrow AM = 3$$

از آن جا که طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است، پس

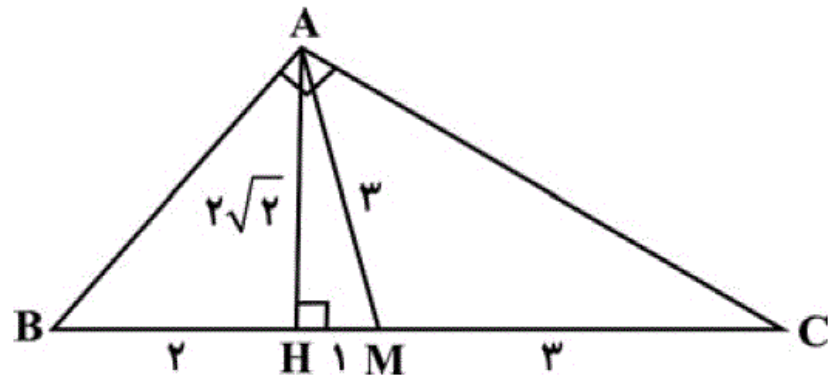
$$CM = BM = AM = 3$$

است و در نتیجه داریم:

$$BH = BM - MH = 3 - 1 = 2$$

$$CH = CM + MH = 3 + 1 = 4$$

$$\frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC \cdot CH}{BC \cdot BH} = \frac{CH}{BH} = 2 \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \sqrt{2}$$



(هندسه ۱ - مسامت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۵۷ و ۶۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

- ۱۴۸

بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث ABC داریم:

$$AC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2 \Rightarrow AC = 10$$

بنا به روابط طولی در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

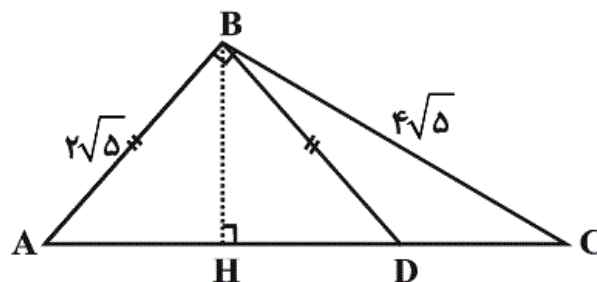
$$AB^2 = AH \cdot AC$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{5})^2 = AH \times 10 \Rightarrow AH = 2$$

حال چون مثلث ABD متساوی الساقین است، ارتفاع BH منصف AD است و

$$AD = 2AH = 2 \times 2 = 4$$

داریم:



(هندسه ۱ - مسامت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۵۷ و ۶۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مثلث ADE ، مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a و به ارتفاع $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ است که

برابر CB یعنی طول ارتفاع دوزنقه می‌باشد. در مثلث قائم الزاویه BCE ، ضلع

BE روبه روی زاویه 30° است، پس $BE = \frac{CE}{2} = \frac{a}{2}$

و $AB = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$. اگر S مساحت لوزی و S' مساحت دوزنقه باشد،

آن گاه با توجه به آن که یک لوزی، متوازی الاضلاع نیز هست، داریم:

$$S = CB \cdot AE = \frac{\sqrt{3}}{2}a \times a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$S' = \frac{1}{2}(AB + CD)h$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}a + a\right) \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{5\sqrt{3}}{8}a^2$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a^2}{\frac{5\sqrt{3}}{8}a^2} = \frac{4}{5}$$

(هنرسه ۱ - مساحت و قفسیه فیثاغورس: صفحه‌های ۴۳، ۴۷ تا ۵۰، ۶۲ و ۶۵)

۴

۳

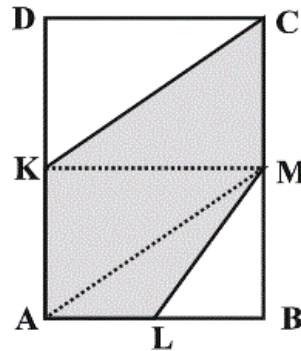
۲

۱

فرض کنیم $S_{MLB} = S$ ، میانه ML ، مساحت مثلث AMB را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند، پس $S_{AML} = S$. از طرفی قطر مستطیل $MKAB$ ، مساحت آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند، پس $S_{AKM} = 2S$. با استدلال مشابه $S_{AKM} = S_{KMC} = 2S$ داریم:

$$\Rightarrow S = 9 \Rightarrow 5S = 45 = \text{مساحت ناحیه رنگی}$$

$$72 = 8S = 8 \times 9 = \text{مساحت مستطیل}$$



(هنرسه ۱ - مساحت و قفیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۳۹ و ۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۸۰۵

صورت و مخرج کسر، مجموع دو دنباله هندسی هستند.

$$\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1} \stackrel{a_1=1, q=t}{=} \frac{1(1-t^{12})}{1-t} \stackrel{b_1=1, q'=t^3}{=} \frac{1(1-(t^3)^4)}{1-t^3}$$

$$= \frac{1-t^3}{1-t} = \frac{(1-t)(1+t+t^2)}{1-t} = 1+t+t^2$$

با توجه به اینکه $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ داریم:

$$2t + 1 = \sqrt{5} \xrightarrow{\text{طرفین به توان دو}} (2t + 1)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow 4t^2 + 4t + 1 = 5 \rightarrow 4(t^2 + t) = 4 \Rightarrow t^2 + t = 1$$

بنابراین حاصل کسر برابر است با:

$$t^2 + t + 1 = 1 + 1 = 2$$

(مسئله - معادلات پیروی، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow 32 = 2^{a+b} \Rightarrow a + b = 5$$

میانگین دو عدد a و b بنا به تعریف، $\frac{a+b}{2}$ می‌باشد، پس با توجه به مقدار به

دست آمده داریم:

$$\frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(مسئله - معادلات پیروی، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

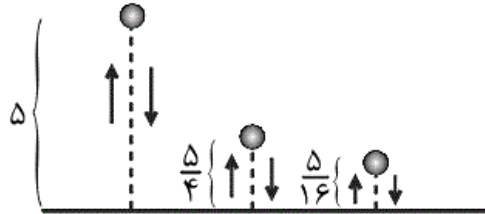
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون توپ ۵ متر بالا می‌رود و ۵ متر پایین می‌آید، پس مسافت طی شده اولیه تا برخورد اول به زمین ۱۰ متر است. پس از برخورد اول توپ به اندازه $\frac{1}{4}(۵)$ متر بالا و سپس پایین می‌آید. پس مسافت طی شده $\frac{1}{4}(۱۰)$ متر خواهد بود، در واقع این مجموع، مربوط به یک دنباله هندسی نامتناهی با جمله اول ۱۰ و قدر نسبت $\frac{1}{4}$ است.



$$\text{مجموع مسافت‌های طی شده تا ایستادن توپ} = ۱۰ + \frac{۱۰}{۴} + \frac{۱۰}{۱۶} + \dots$$

$$= \frac{\text{جمله اول}}{۱ - \text{قدر نسبت}} = \frac{۱۰}{۱ - \frac{۱}{۴}} = \frac{۱۰}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۴۰}{۳}$$

(مسابان - معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی - ۹۴)

چون $f(x)$ بر $x+2$ بخش پذیر است، بنابراین $f(-2) = 0$ است.

$$f(x) = x^4 + ax^3 - 8x \Rightarrow f(-2) = 16 - 8a + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 8a = 32 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f(x) = x^4 + 4x^3 - 8x$$

برای به دست آوردن سایر عامل‌های $f(x)$ کافی است $f(x)$ را بر $x+2$ تقسیم کنیم و ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ را به دست آوریم.

$$\begin{array}{r|l} f(x) = x^4 + 4x^3 - 8x & x+2 \\ \hline -(x^4 + 2x^3) & \\ \hline 2x^3 - 8x & \\ -(2x^3 + 4x^2) & \\ \hline -4x^2 - 8x & \\ -(-4x^2 - 8x) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x+2)(x^3 + 2x^2 - 4x) = 0$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f(x) = (x^2 - x)Q(x) + x + 1$$

$$\Rightarrow xf(x) = (x^2 - x)Q'(x) + x^2 + x$$

چون درجه عبارت $x^2 + x$ با مقسوم علیه برابر است، باید در آن عامل مقسوم علیه را بسازیم:

$$xf(x) = (x^2 - x)Q'(x) + (x^2 - x) + 2x$$

$$= (x^2 - x)Q''(x) + 2x \Rightarrow R(x) = 2x$$

(مسایان - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

حداقل زمانی که طول می‌کشد که سه زنگ با هم زنگ بزنند، در واقع همان ک.م.م سه عدد ۱۸، ۲۴ و ۳۲ است، پس:

$$۱۸ = ۲ \times ۳^۲ \text{ و } ۲۴ = ۲^۳ \times ۳ \text{ و } ۳۲ = ۲^۵$$

$$\text{ک.م.م} = ۲^۵ \times ۳^۲ = ۳۲ \times ۹ = ۲۸۸$$

(مسایان - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از آنجایی که:

$$\begin{cases} (x+1)^{10} = x^{10} + 10x^9 + 45x^8 + \dots + 10x + 1 \\ (x-1)^{10} = x^{10} - 10x^9 + 45x^8 - \dots - 10x + 1 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} (x+1)^{10} + (x-1)^{10} - 2 &= 2x^{10} + 2(45x^8) + \dots + 1 + 1 - 2 \\ &= 2x^{10} + 2(45x^8) + \dots + 2(45x^2) \end{aligned}$$

جملات با توان فرد قرینه هم هستند، پس در جمع حذف می‌شوند، همچنین اعداد ثابت نیز باهم حذف می‌شوند. در نتیجه پنج جمله باقی می‌ماند.

(مسئله - مسابقات تهری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری تهری - ۷۰)

- ۱۱۸

$$x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$$

اگر فرض کنیم $a = \sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$ و $b = \sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}$ ، در این صورت $x = a + b$ ،

با به توان (۳) رساندن طرفین و استفاده از اتحاد زیر داریم:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$x^3 = (\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 1) + 3(\sqrt[3]{\sqrt{2} - 1})x$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt{2}$$

(مسئله - مسابقات تهری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-(-2)}{4} = \frac{1}{2} \\ P = \alpha\beta = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

برای معادله جدید داریم:

$$\begin{aligned} P' &= (\alpha + 2\beta)(\beta + 2\alpha) = 5\alpha\beta + 2(\alpha^2 + \beta^2) \\ &= 5\alpha\beta + 2((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = 5P + 2S^2 - 4P = 2S^2 + P \\ &= 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow P' = \frac{m}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow m = 1 \end{aligned}$$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه حل اول: فرض کنیم او در سال $1800 + y$ متولد شده باشد ($0 < y < 50$).

پس

x باید عددی باشد که در یک واحد کم‌تر از خود ضرب شود حاصل از 1800 بیش‌تر و از 1850 کمتر شود که در نتیجه این عدد 43 است. پس
 $1800 + y = 43 \times 42$ یعنی $y = 6$ و سال تولد 1806 است.

راه حل دوم: در جست و جوی عددی طبیعی هستیم که مربع آن بین 1800 و 1850 باشد فقط و فقط یک عدد چنین ویژگی را دارد و آن $43^2 = 1849$ می‌باشد. در

نتیجه: سال تولد $1849 - 43 = 1806$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱