



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۷۱- اگر به جمله اول یک دنباله حسابی ۲ واحد بیفزاییم، چه قدر از قدر نسبت آن کم کنیم تا مجموع ۱۰ جمله اول آن ثابت بماند؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{2}{10}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{4}{10}$

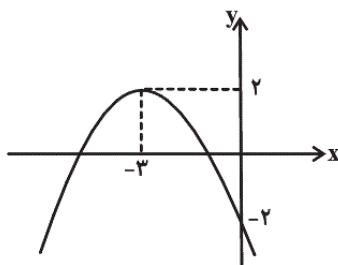
شما پاسخ نداده اید

۷۲- حاصل $1 + 4 + 16 + \dots + 4096$ کدام است؟

- (۱) ۶۱۹۰ (۲) ۵۹۱۶
(۳) ۵۴۶۱ (۴) ۶۲۳۶

شما پاسخ نداده اید

۷۳- نمودار تابع $f(x) = a(3x+b)^2 - c$ به صورت روبه رو است، حاصل $9ab + c$ کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) -۴
(۳) -۶
(۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۷۴- طول یک نوع کاشی دو سانتی متر بلندتر از سه برابر عرض آن است. برای پوشاندن دیواری به مساحت ۲۴ مترمربع تعداد دوهزار کاشی مصرف شده است.

طول هر کاشی چند سانتی متر است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰
(۳) ۲۴ (۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۷۵- ریشه های کدام یک از معادلات زیر، دو برابر ریشه های معادله $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ می باشد؟

- (۱) $x^2 - 3x + 2 = 0$ (۲) $x^2 - 6x + 4 = 0$
(۳) $x^2 - 6x + 8 = 0$ (۴) $x^2 - 10x + 16 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- معادله $|x| - 1 = \frac{1}{9}x^2$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۷۷- به ازای کدام مقدار k ، $x = -2$ یکی از ریشه‌های معادله $\frac{3}{2x-1} + \frac{5}{k} = \frac{9x}{2x+1}$ می‌باشد؟

- (۱) $\frac{7}{11}$
(۲) $\frac{33}{25}$
(۳) $\frac{25}{33}$
(۴) $\frac{11}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در مورد معادله $x + \sqrt{2x-1} = 3$ کدام درست است؟

- (۱) دو ریشه مثبت دارد.
(۲) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.
(۳) فقط یک ریشه مثبت دارد.
(۴) فاقد ریشه است.

شما پاسخ نداده اید

۷۹- معادله $\sqrt{2x-3} + \sqrt{8x-12} = x+1$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

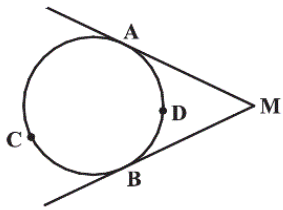
شما پاسخ نداده اید

۸۰- معادله $9\sqrt{\frac{x}{2x+1}} + \sqrt{2 + \frac{1}{x}} = 6$ دارای چند ریشه حقیقی است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر در شکل زیر، نسبت اندازه کمان \widehat{ACB} به اندازه کمان \widehat{ADB} ، 7 به 5 باشد، اندازه \widehat{M} کدام است؟



(۲) 60°

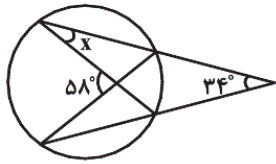
(۱) 30°

(۴) 45°

(۳) 90°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در شکل زیر، اندازه زاویه x کدام است؟



(۲) 24°

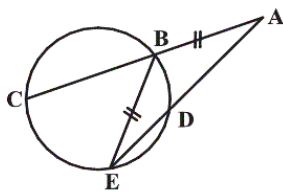
(۱) 12°

(۴) 34°

(۳) 29°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مطابق شکل $AB = BE$ است. نسبت اندازه کمان \widehat{CE} به اندازه کمان \widehat{BD} کدام است؟



(۲) ۲

(۱) ۱

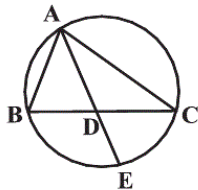
(۴) ۴

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و E محل برخورد امتداد AD با دایره گذرا از سه رأس مثلث ABC می باشد. اگر $\widehat{ADB} = 70^\circ$ باشد، اندازه

زاویه ABE کدام است؟



(۲) 90°

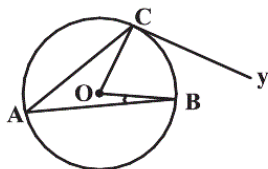
(۱) 70°

(۴) 140°

(۳) 110°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در شکل زیر، اگر Cy مماس بر دایره، $\widehat{ACy} = 110^\circ$ و $\widehat{BOC} = 60^\circ$ باشند، آنگاه اندازه زاویه OBA چند درجه است؟ (O مرکز دایره است.)



(۲) ۲۰

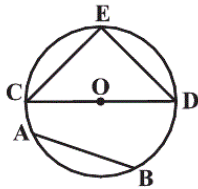
(۱) ۱۰

(۴) ۵

(۳) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در دایره‌ای به مرکز O، دو وتر مساوی CE و DE را مطابق شکل رسم نموده‌ایم. اگر کمان \widehat{AB} ، $\frac{1}{4}$ محیط دایره باشد، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث AOB به مساحت مثلث CED برابر است با:



$\frac{1}{2}$ (۲)

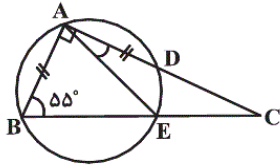
$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در شکل مقابل، $\widehat{BAD} = 90^\circ$ ، $\widehat{ABE} = 55^\circ$ و $AD = AB$ است. اندازه زاویه DAE کدام است؟



15° (۲)

20° (۱)

25° (۴)

10° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O, 2r)$ مفروض‌اند. خط d طوری رسم شده است که اگر کوتاه‌ترین فاصله O از d را برابر l بگیریم، $r \leq l < 2r$ می‌باشد. تعداد نقاط تقاطع خط d با دو دایره، در مجموع کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱ (۲)

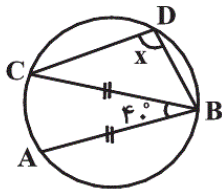
۴ (۱)

۳ (۴)

صفر (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- در شکل مقابل، $AB = BC$ و $\widehat{ABC} = 40^\circ$ ، اندازه \widehat{BDC} چند درجه است؟



۱۰۵ (۲)

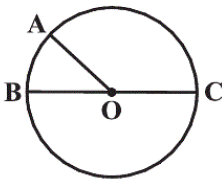
۱۰۰ (۱)

۱۱۵ (۴)

۱۱۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر طول کمان AB و مساحت قطاع AOB به ترتیب $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ و π باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



۳ (۲)

$1/5$ (۱)

۱۲ (۴)

۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر به جمله اول یک دنباله حسابی ۲ واحد بیفزاییم، چه قدر از قدر نسبت آن کم کنیم تا مجموع ۱۰ جمله اول آن ثابت بماند؟

$$\frac{2}{9} \quad (1) \quad \frac{2}{10} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3) \quad \frac{4}{10} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

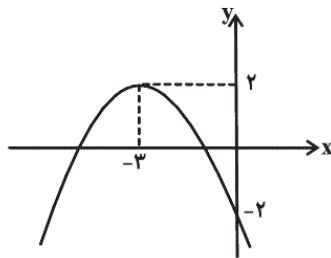
۹۲- حاصل $1 + 4 + 16 + \dots + 4096$ کدام است؟

$$6190 \quad (1) \quad 5916 \quad (2)$$

$$5461 \quad (3) \quad 6236 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- نمودار تابع $f(x) = a(2x + b)^2 - c$ به صورت روبه‌رو است، حاصل $9ab + c$ کدام است؟



$$-2 \quad (1)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$-8 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- طول یک نوع کاشی دو سانتی‌متر بلندتر از سه برابر عرض آن است. برای پوشاندن دیواری به مساحت ۲۴ مترمربع تعداد دوهزار کاشی مصرف شده است.

طول هر کاشی چند سانتی‌متر است؟

$$15 \quad (1) \quad 20 \quad (2)$$

$$24 \quad (3) \quad 27 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- ریشه‌های کدام یک از معادلات زیر، دو برابر ریشه‌های معادله $t^2 - 3t + 2 = 0$ می‌باشد؟

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (1) \quad x^2 - 6x + 4 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad (3) \quad x^2 - 10x + 16 = 0 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- مجموع n جمله نخست یک دنباله حسابی $S_n = n^2 + 2n + a$ می‌باشد. جمله عمومی کدام است؟

$$n + a \quad (1) \quad 2n - 1 \quad (2)$$

$$2n \quad (3) \quad 2n + 1 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در یک دنباله هندسی مجموع هشت جمله اول ۸۲ برابر مجموع چهار جمله اول است. جمله بیست و ششم این دنباله چند برابر جمله بیست

و چهارم آن است؟

- (۱) ۸۱
(۲) ۹
(۳) ۲۷
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات ردیف فرد ۱۴۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۶۰ می‌باشد. جمله اول این دنباله کدام

است؟

- (۱) -۱
(۲) صفر
(۳) ۱
(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۹- ریشه‌های کدام یک از معادله‌های درجه دوم زیر $3 - \sqrt{5}$ و $3 + \sqrt{5}$ است؟

- (۱) $x^2 - 4x + 6 = 0$
(۲) $x^2 + 4x + 6 = 0$
(۳) $x^2 - 6x + 4 = 0$
(۴) $x^2 + 6x + 4 = 0$

شما پاسخ نداده اید

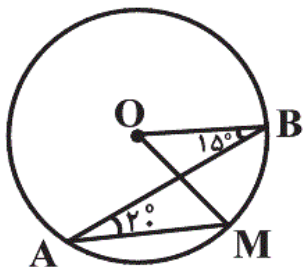
۱۰۰- اگر α و β ریشه‌های معادله $2x^2 - 7x + 1 = 0$ باشد، حاصل $2\alpha^2 + 7\beta$ کدام است؟

- (۱) ۲۳
(۲) $23\frac{1}{2}$
(۳) معادله ریشه ندارد.
(۴) $\frac{23}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

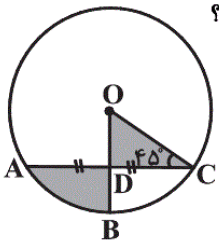
۱۱۱- در شکل زیر O مرکز دایره، $\hat{A} = 2^\circ$ و $\hat{B} = 15^\circ$ می‌باشد، اندازه زاویه M کدام است؟



- (۱) 15°
(۲) 35°
(۳) 45°
(۴) 55°

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در شکل مقابل، O مرکز دایره است و $AD = DC = 4 \text{ cm}$. مجموع مساحت‌های دو ناحیه رنگی چند سانتی متر مربع است؟



(۲) 4π

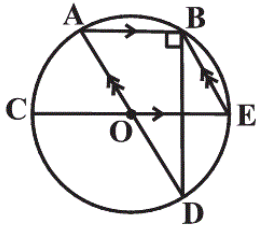
(۱) 2π

(۴) 8π

(۳) 6π

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- در شکل زیر، O مرکز دایره، وتر AB موازی CE و عمود بر وتر BD است. اگر وتر BE موازی AD باشد، طول کمان CD چند برابر محیط دایره است؟



(۲) $\frac{2}{3}$

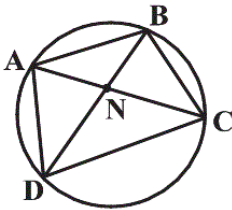
(۱) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- مطابق شکل زیر، تمامی رئوس چهارضلعی $ABCD$ بر روی یک دایره واقع‌اند. اگر $\widehat{ABC} = \widehat{BAD}$ باشد، در این صورت کدام گزینه لزوماً صحیح نمی‌باشد؟



(۲) $AD = BC$

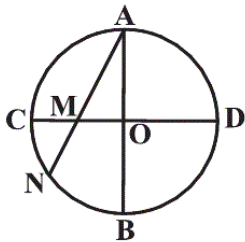
(۱) $NA = NB$

(۴) $NB = NC$

(۳) $NC = ND$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در شکل مقابل، دو قطر AB و CD بر هم عمودند و $MN = OM$. اندازه \widehat{NBA} چند برابر \widehat{NAB} است؟



(۲) ۱

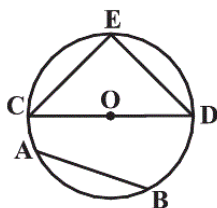
(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در دایره‌ای به مرکز O ، دو وتر مساوی CE و DE را مطابق شکل رسم نموده‌ایم. اگر کمان \widehat{AB} ، $\frac{1}{4}$ محیط دایره باشد، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث AOB به مساحت مثلث CED برابر است با:



(۲) $\frac{1}{2}$

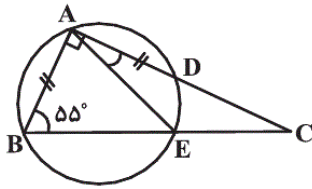
(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در شکل مقابل، $\hat{B}AD = 90^\circ$ ، $\hat{A}BE = 55^\circ$ و $AD = AB$ است. اندازه زاویه DAE کدام است؟



۱۵° (۲)

۲۰° (۱)

۲۵° (۴)

۱۰° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- دو دایره $C(O, r)$ و $C'(O, 2r)$ مفروض‌اند. خط d طوری رسم شده است که اگر کوتاه‌ترین فاصله O از d را برابر l بگیریم، $r \leq l < 2r$ می‌باشد. تعداد نقاط تقاطع خط d با دو دایره، در مجموع کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱ (۲)

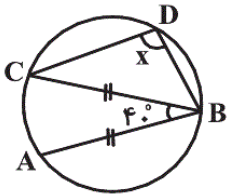
۴ (۱)

۳ (۴)

صفر (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در شکل مقابل، $AB = BC$ و $\hat{A}BC = 40^\circ$ ، اندازه $\hat{B}DC$ چند درجه است؟



۱۰۵ (۲)

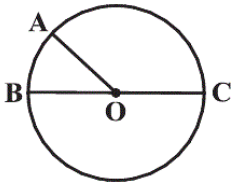
۱۰۰ (۱)

۱۱۵ (۴)

۱۱۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر طول کمان AB و مساحت قطاع AOB به ترتیب $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ و π باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



۳ (۲)

۱/۵ (۱)

۱۲ (۴)

۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان-گواه، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۶۱- اعداد $\dots, \frac{5}{2}, y, x, 1$ ، چهار جمله اول یک دنباله حسابی‌اند. مجموع پانزده جمله اول این دنباله کدام است؟

۶۸ (۴)

۶۷/۵ (۳)

۶۲/۵ (۲)

۵۷ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- حاصل عبارت $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ ، به ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۶۳- اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{7}$ (۲) ۷ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{1}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 - 3x - 10$ را حداقل چند واحد به طرف x ‌های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x ‌ها غیرمنفی باشد؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۲ (۴) ۳

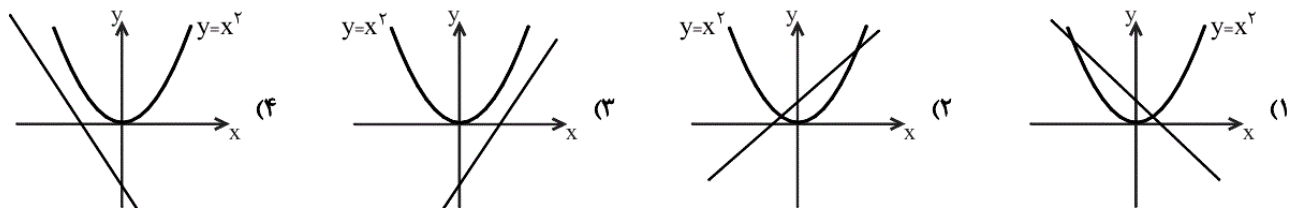
شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر معادله $x^6 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0$ دارای ۴ ریشه حقیقی متمایز باشد، مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟

- (۱) $m < -4$ (۲) $m > 4$ (۳) $-4 < m < 4$ (۴) $4 < m < 9$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- کدام نمودار بیانگر حل معادله $x^2 - 2x - 3 = 0$ به روش هندسی است؟



شما پاسخ نداده اید

۶۷- تعداد جواب‌های معادله $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶۸- معادله $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۹- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$ کدام است؟

- ۱ (۴) ۳ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $\sqrt{x^2+4x+5} = x^2+4x+3$ کدام است؟

- ۴ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) -۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و احتمال ، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۱۲۱- با توجه به جدول زیر، (الف) و (ب) به ترتیب کدام هستند؟ ((ن: نادرست)، (د: درست))

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge r$
د	د	(الف)	د	ن
ن	ن	(ب)	د	ن

(۴) د - ن

(۳) د - د

(۲) ن - ن

(۱) ن - د

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- فرض کنیم p گزاره «باران می‌بارد.» و q گزاره «زمین خیس می‌شود.» باشد؛ در این صورت گزاره «اگر باران بیارد آن‌گاه زمین خیس می‌شود.» معادل کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) $q \vee \sim p$ (۲) $p \wedge \sim q$
 (۳) $q \Rightarrow p$ (۴) $q \wedge \sim p$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر سه گزاره $\sim r$ ، $q \Rightarrow r$ و $p \Rightarrow q$ درست باشند، آن‌گاه کدام گزاره زیر درست است؟

- (۱) p (۲) q
 (۳) $p \Rightarrow r$ (۴) r

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$ ، هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) $p \wedge q$ (۲) $p \vee q$
 (۳) $p \Rightarrow q$ (۴) $p \Rightarrow \sim q$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- گزاره $q \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$ هم‌ارز منطقی با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱) p (۲) $p \Rightarrow q$
 (۳) $\sim p \Rightarrow q$ (۴) $\sim p \Rightarrow \sim q$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- گزاره‌های الف) $6x^2 - 8x + 9 \neq 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$) و ب) $\exists x \in \mathbb{R}; 5x^2 - x + 1 = 0$ مفروض‌اند. ارزش این دو گزاره به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

- (۱) درست- درست (۲) نادرست- درست
 (۳) درست- نادرست (۴) نادرست- نادرست

شما پاسخ نداده اید

$$\forall x \in \mathbb{Z}; (x-1)(x)(x+1) = 6k, (k \in \mathbb{Z}) \quad (۲)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{\cos^2 x - 1}{\sin^2 x} = -1 \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; x^2 + x + 1 = 0 \quad (۴)$$

$$\forall x \in \mathbb{N}; x^3 - 1 > x^2 + 1 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- ارزش درستی و نقیض گزاره $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} = x+1$ به ترتیب کدام است؟

$$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} \neq x+1 \quad \text{نادرست-} \quad (۲)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} \neq x+1 \quad \text{درست-} \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} = x+1 \quad \text{درست-} \quad (۴)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2-1}{x-1} \neq x+1 \quad \text{نادرست-} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- نقیض گزاره «حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوشش، بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است.» کدام یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

$$\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0; x + \frac{1}{x} < 2 \quad (۲)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, x = 0; x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad (۱)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, x \neq 0; x + \frac{1}{x} < 2 \quad (۴)$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, x = 0; x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- هرگاه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leq 5\}$ دامنه متغیر باشد، کدام یک از گزاره‌های سوری زیر درست است؟

$$\forall x \in A; x+1 \geq 4 \quad (۲)$$

$$\exists x \in A; x^2 + x = 0 \quad (۱)$$

$$\forall x \in A; x^2 > x \quad (۴)$$

$$\exists x \in A; x+3 \leq 4 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان گواه-سوال‌ت موازی ، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

۸۱- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، جمله اول دو برابر جمله دوم و $a_n = a_{n+2} + 4$ ، مجموع ۱۰ جمله اول این

دنباله کدام است؟

$$-50 \quad (۲)$$

$$-40 \quad (۱)$$

$$-90 \quad (۴)$$

$$-70 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مجموع n جمله اول از یک دنباله حسابی به صورت $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$ است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از جمله هفتم و ختم به جمله هجدهم،

کدام است؟

$$\frac{29}{3} \quad (۲)$$

$$9 \quad (۱)$$

$$18 \quad (۴)$$

$$\frac{49}{3} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- در یک سالن تئاتر در ردیف اول ۱۵ صندلی، در ردیف دوم ۱۸ صندلی و ردیف سوم ۲۱ صندلی قرار دارد و به همین ترتیب تعداد صندلی‌ها در هر ردیف

افزایش می‌یابد. اگر این سالن ۸۷۰ صندلی داشته باشد، تعداد ردیف‌های آن چند تاست؟

۲۰ (۱) ۲۵ (۲)

۱۹ (۳) ۱۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- حاصل $A = (1+x+x^2+\dots+x^8)(1-x+x^2-\dots+x^8)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

۵۰۷ (۱) ۵۱۱ (۲)

۵۱۲ (۳) ۵۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۵- در دنباله هندسی $\dots, \sqrt[6]{32}, \sqrt{2}$ ، مجموع شش جمله دوم چند برابر مجموع شش جمله اول است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر α و β ریشه‌های معادله $x(\Delta x + 3) = 2$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله $4x^2 - kx + 25 = 0$ به

صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2} \right\}$ است؟

۲۷ (۱) ۲۸ (۲)

۲۹ (۳) ۳۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۷- به ازای کدام مقادیر a ، معادله درجه دوم $2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

۱) $a < 2$ یا $a > 6$ ۲) $a < 3$ یا $a > 4$

۳) $2 < a < 6$ ۴) $3 < a < 4$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر بیش‌ترین مقدار تابع با ضابطه $f(x) = (K+3)x^2 - 4x + K$ برابر صفر باشد، مقدار K کدام است؟

-۴ (۱) -۱ (۲)

۱ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۹- نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 - 3x - 1$ را حداقل چند واحد به طرف x ‌های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x ها

غیرمنفی باشد؟

۱ (۱) ۱/۵ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12$ ، محور x ها را در دو نقطه به طولهای منفی قطع می‌کند؟

(۲) $-1 < m < 2$

(۱) $m > 2$

(۴) هیچ مقدار m

(۳) هر مقدار m

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(علی شهبازی)

در حالت اول جمله اول را a_1 و قدر نسبت را d می گیریم. مجموع ۱۰ جمله اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = 5[2a_1 + 9d]$$

در حالت دوم جمله اول را $a_1 + 2$ و قدر نسبت را $d - k$ می گیریم. مجموع ۱۰ جمله اول در این حالت برابر است با:

$$S'_{10} = 5[2(a_1 + 2) + 9(d - k)] = 5[2a_1 + 9d + 4 - 9k]$$

برای آن که $S_{10} = S'_{10}$ باشد، باید داشته باشیم:

$$4 - 9k = 0 \Rightarrow k = \frac{4}{9}$$

(مسئله ۱- صفحه های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(مهدی مصطفی ابراهیمی)

در این دنباله هندسی $a = 1$ و $q = 4$ است. در نتیجه

$$a_n = 1 \times 4^{n-1}$$

$$4096 = 4^{n-1} \Rightarrow 4^6 = 4^{n-1} \Rightarrow n = 7$$

پس ۴۰۹۶ جمله هفتم دنباله است. بنابراین برای مجموع ۷ جمله اول دنباله داریم:

$$S_7 = \frac{1(1-4^7)}{1-4} = \frac{1-16384}{-3} = \frac{-16383}{-3} = 5461$$

(مسئله ۱- صفحه های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

در معادله به صورت $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ ، نقطه (α, β) رأس سهمی است.

$$f(x) = 9a\left(x + \frac{b}{3}\right)^2 - c \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{3} = -3 \Rightarrow b = 9 \\ -c = 2 \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 9a(x + 3)^2 + 2$$

$$(0, -2) \in \text{سهمی} \Rightarrow -2 = 9a(0 + 3)^2 + 2 \Rightarrow a = -\frac{4}{81}$$

□ ۴

□ ۳ ✓

□ ۲

□ ۱

اگر طول کاشی را x و عرض آن را y فرض کنیم، داریم:

$$x = 3y + 2$$

$$2000(xy) = 24 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 2000(y)(3y + 2) = 24 \times 10^4 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 3y^2 + 2y = 120 \Rightarrow 3y^2 + 2y - 120 = 0$$

$$\Rightarrow (y - 6)(3y + 20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{20}{3} \text{ غ ق ق} \\ y = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 3 \times (6) + 2 = 20 \text{ cm}$$

□ ۴

□ ۳

□ ۲ ✓

□ ۱

(فشار فرامرزی)

ابتدا معادله $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$ را حل می‌کنیم. با فرض $\sqrt{x} = t$ داریم:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow \sqrt{x}=1 \Rightarrow x=1 \\ t=2 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4 \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های معادله جدید باید $\alpha = 2$ و $\beta = 8$ باشد. مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = 2 + 8 = 10$$

$$P = \alpha\beta = 2 \times 8 = 16$$

با داشتن مجموع (S) و حاصل ضرب ریشه‌ها (P) می‌توان معادله را

به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت: $x^2 - 10x + 16 = 0$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۲۰ تا ۲۲)

۴ ✓

۳

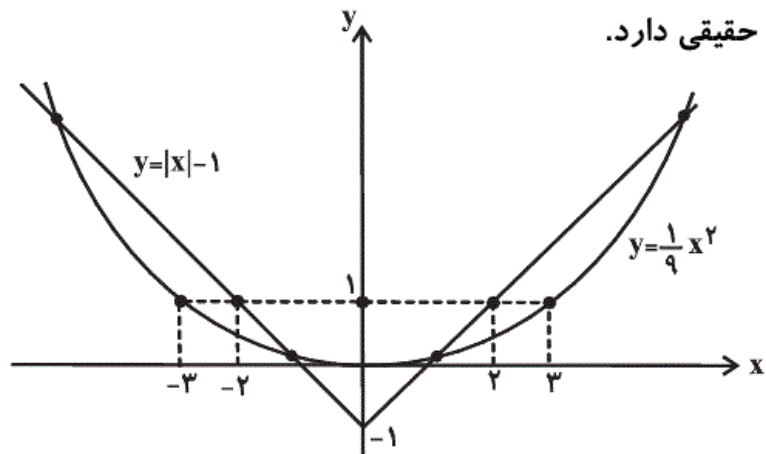
۲

۱

(مسئله باطنی)

با توجه به نمودار سهمی $y = \frac{1}{9}x^2$ و نمودار $y = |x| - 1$ ، این معادله

۴ ریشه حقیقی دارد.



(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(الهام تیموری)

از آنجایی که جواب‌های هر معادله در آن معادله صدق می‌کنند،
 $x = -2$ را در معادله قرار می‌دهیم:

$$\frac{3}{2(-2)-1} + \frac{5}{k} = \frac{9(-2)}{2(-2)+1}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{-5} + \frac{5}{k} = \frac{-18}{-3} = 6 \Rightarrow -\frac{3}{5} + \frac{5}{k} = 6$$

$$\Rightarrow \frac{5}{k} = 6 + \frac{3}{5} = \frac{33}{5} \Rightarrow 33k = 25$$

$$\Rightarrow k = \frac{25}{33}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهردار ملونری)

$$\sqrt{2x-1} = t \Rightarrow \frac{t^2+1}{2} = x$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری}} \frac{t^2+1}{2} + t = 3 \Rightarrow t^2 + 2t - 5 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{-2 \pm \sqrt{24}}{2} = -1 \pm \sqrt{6}$$

فقط $t = -1 + \sqrt{6}$ قابل قبول است و به ازای آن یک مقدار مثبت برای x به دست می‌آید.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(حسن باطنی)

$$\sqrt{2x-3} + \sqrt{4(2x-3)} = x+1 \Rightarrow 3\sqrt{2x-3} = x+1$$

$$\Rightarrow 9(2x-3) = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 - 16x + 28 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 14 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند چون در معادله صدق می‌کنند.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\sqrt{2 + \frac{1}{x}} = a \Rightarrow \sqrt{\frac{2x+1}{x}} = a \Rightarrow \sqrt{\frac{x}{2x+1}} = \frac{1}{a} \text{ و } (a \neq 0)$$

$$9\left(\frac{1}{a}\right) + a = 6 \Rightarrow 9 + a^2 = 6a$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Rightarrow (a - 3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow \sqrt{2 + \frac{1}{x}} = 3 \Rightarrow 2 + \frac{1}{x} = 9 \Rightarrow x = \frac{1}{7}$$

$x = \frac{1}{7}$ در معادله صدق می‌کند.

(مسابقه ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

-۱۰۱

(هانیه ساعی یکتا)

$$\frac{\widehat{ACB}}{\widehat{ADB}} = \frac{7}{5} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACB} = 7x \\ \widehat{ADB} = 5x \end{cases} \quad (1)$$

$$\widehat{ACB} + \widehat{ADB} = 36^\circ \text{ : از طرفی می‌دانیم}$$

$$\xrightarrow{(1)} 7x + 5x = 12x = 36^\circ \Rightarrow x = 3^\circ$$

$$\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2} = \frac{7x - 5x}{2} = \frac{2x}{2} = x = 3^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

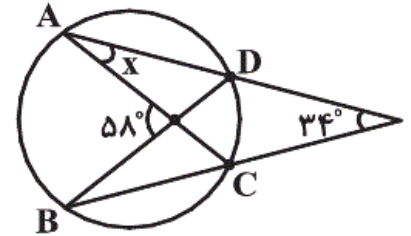
۳

۲

۱ ✓

$$58^\circ = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} \quad (1)$$

$$34^\circ = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \quad (2)$$



$$\xrightarrow{(1), (2)} 58^\circ - 34^\circ = 2\left(\frac{\widehat{CD}}{2}\right) \Rightarrow \widehat{CD} = 24^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{CD}}{2} = \frac{24^\circ}{2} = 12^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

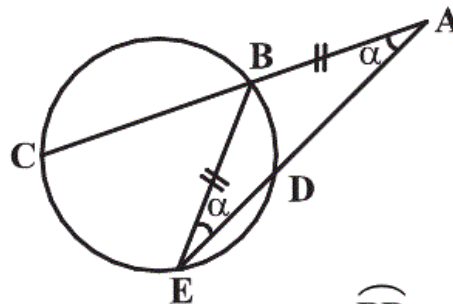
۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد فندان)



اگر $AB = BE$ باشد، آن‌گاه $\widehat{BAE} = \widehat{BEA} = \alpha$ طبق روابط زاویه محاطی و زاویه بین امتداد دو وتر داریم:

$$\widehat{BED} = \frac{\widehat{BD}}{2} = \alpha \Rightarrow \widehat{BD} = 2\alpha \quad (*)$$

$$\widehat{BAE} = \frac{\widehat{CE} - \widehat{BD}}{2} = \alpha \xrightarrow{(*)} \widehat{CE} - 2\alpha = 2\alpha$$

$$\Rightarrow \widehat{CE} = 4\alpha \Rightarrow \frac{\widehat{CE}}{\widehat{BD}} = 2$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left. \begin{aligned} \widehat{ABE} &= \frac{\widehat{AC} + \widehat{CE}}{2} \\ \widehat{BDE} &= \frac{\widehat{AC} + \widehat{BE}}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(1)} \widehat{ABE} = \widehat{BDE}$$

از طرفی داریم:

$$\widehat{BDE} = 180^\circ - \widehat{ADB} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABE} = 110^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

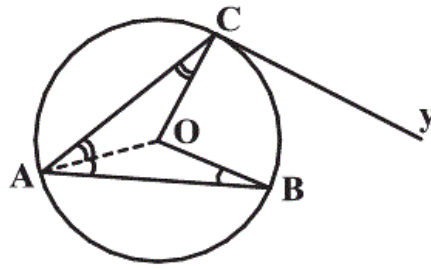
شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است، بنابراین داریم:

$$OC \perp Cy \Rightarrow \widehat{OCy} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACO} = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$$

اگر از O به A وصل کنیم، با توجه به این که OA شعاعی از این دایره است و داریم:

$$OA = OC = OB$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{مثلث متساوی الساقین } OAC \Rightarrow \widehat{ACO} = \widehat{CAO} = 20^\circ & (1) \\ \text{مثلث متساوی الساقین } OAB \Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OAB} & (2) \end{cases}$$



زاویه BAC محاطی است و برابر نصف زاویه مرکزی مقابل به \widehat{BC} است. یعنی:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{BAC} &= \frac{\widehat{BOC}}{2} = 30^\circ \\ \widehat{BAC} &= \widehat{CAO} + \widehat{OAB} = 20^\circ + \widehat{OAB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{OAB} = 10^\circ \xrightarrow{(2)} \widehat{OBA} = 10^\circ$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

از طرفی کمان \widehat{AB} ، $\frac{1}{4}$ محیط دایره می‌باشد، لذا با فرض $\widehat{AOB} = \alpha$

داریم:

$$\widehat{AB} = \frac{\pi r}{180} \alpha = \frac{1}{4} (2\pi r) \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

ΔAOB قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین $\Rightarrow OA = OB = r$ و $\widehat{AOB} = 90^\circ$

$$\Rightarrow S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times r \times r = \frac{r^2}{2}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta CED}} = \frac{\frac{r^2}{2}}{r^2} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

(علی ساویجی)

-۱۰۷

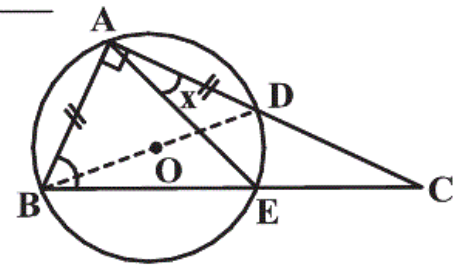
با توجه به شکل و این که کمان BED برابر 180° درجه است، لذا با رسم BD ، قطری از دایره به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$AB = AD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AD} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{B} = 55^\circ = \frac{\widehat{AD} + \widehat{DE}}{2} = \frac{90^\circ + \widehat{DE}}{2}$$

$$\Rightarrow 110^\circ = 90^\circ + \widehat{DE} \Rightarrow \widehat{DE} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{\widehat{DE}}{2} = 10^\circ$$



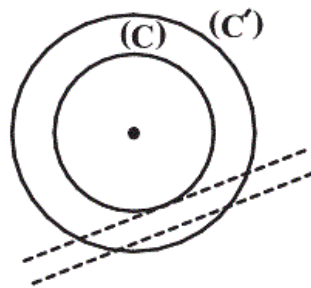
(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱



مرکز هر دو دایره O در نظر گرفته شده پس دو دایره هم‌مرکزند و $l < 2r$: پس خط d دایره C' را قطعاً در دو نقطه قطع کرده است.

$l \geq r$: پس خط d دایره C را در هیچ نقطه‌ای قطع نکرده یا در یک نقطه قطع کرده است.

در نتیجه تعداد نقاط تقاطع در مجموع ۲ یا ۳ تا است که با توجه به گزینه‌ها تعداد نقاط تقاطع ۳ می‌تواند باشد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲

۱

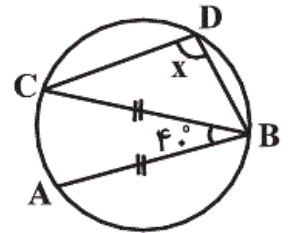
(رضا عباسی اصل)

داریم:

$$\widehat{ABC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 80^\circ$$

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BDC} = \frac{360^\circ - 80^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = 140^\circ$$



در نتیجه:

$$x = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{140^\circ + 80^\circ}{2} = 110^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱

مطابق آنچه که در کار در کلاس صفحه ۱۲ کتاب درسی آمده، اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره $C(O, R)$ بر حسب درجه مساوی α باشد، طول

$$\text{کمان برابر } L = \frac{\pi R}{180} \alpha \text{ و مساحت قطاع برابر } S = \frac{\pi R^2}{360} \alpha \text{ است.}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} L = \frac{\pi R}{180} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi \Rightarrow R\alpha = 60\sqrt{3} \\ S = \frac{\pi R^2}{360} \alpha = \pi \Rightarrow R^2 \alpha = 360 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} R = 2\sqrt{3} \Rightarrow BC = 2R = 4\sqrt{3} \\ \alpha = \widehat{AB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = 15^\circ \end{cases}$$

مثلث ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است (کمان BC نصف محیط دایره

است و $\widehat{BAC} = 90^\circ$) و یک زاویه آن برابر 15° است. طبق تمرین کتاب

درسی هندسه دهم، در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه 15° داشته باشد،

ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است. پس داریم:

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{1}{2} BC \times \frac{BC}{4} \\ &= \frac{(BC)^2}{8} = \frac{(4\sqrt{3})^2}{8} = \frac{48}{8} = 6 \end{aligned}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی شهبازی)

در حالت اول جمله اول را a_1 و قدر نسبت را d می‌گیریم. مجموع ۱۰ جمله اول برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{10} = 5[2a_1 + 9d]$$

در حالت دوم جمله اول را $a_1 + 2$ و قدر نسبت را $d - k$ می‌گیریم. مجموع ۱۰ جمله اول در این حالت برابر است با:

$$S'_{10} = 5[2(a_1 + 2) + 9(d - k)] = 5[2a_1 + 9d + 4 - 9k]$$

برای آن که $S_{10} = S'_{10}$ باشد، باید داشته باشیم:

$$4 - 9k = 0 \Rightarrow k = \frac{4}{9}$$

(مسئله‌ها ۲ تا ۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهدی مصطفی ابراهیمی)

در این دنباله هندسی $a = 1$ و $q = 4$ است. در نتیجه $a_n = 1 \times 4^{n-1}$ می‌باشد. باید تعداد جملات را پیدا کنیم:

$$4096 = 4^{n-1} \Rightarrow 4^6 = 4^{n-1} \Rightarrow n = 7$$

پس ۴۰۹۶ جمله هفتم دنباله است. بنابراین برای مجموع ۷ جمله اول دنباله داریم:

$$S_7 = \frac{1(1-4^7)}{1-4} = \frac{1-16384}{-3} = \frac{-16383}{-3} = 5461$$

(مسئله‌ها ۳ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

در معادله به صورت $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ نقطه (α, β) رأس سهمی است.

$$f(x) = 9a\left(x + \frac{b}{3}\right)^2 - c \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{3} = -3 \Rightarrow b = 9 \\ -c = 2 \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 9a(x + 3)^2 + 2$$

$$(0, -2) \in \text{سهمی} \Rightarrow -2 = 9a(0 + 3)^2 + 2 \Rightarrow a = -\frac{4}{81}$$

$$9ab + c = 9\left(-\frac{4}{81}\right)(9) + (-2) = -6$$

(مسئله‌ها ۱۰ تا ۱۳)

۴

دانلود از سایت ریاضی سرا ۳ ✓

۱

اگر طول کاشی را x و عرض آن را y فرض کنیم، داریم:

$$x = 3y + 2$$

$$2000(xy) = 24 \text{ m}^2 \text{ : مساحت دیوار}$$

$$\Rightarrow 2000(y)(3y + 2) = 24 \times 10^4 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 3y^2 + 2y = 120 \Rightarrow 3y^2 + 2y - 120 = 0$$

□۴

□۳

□۲✓

□۱

(فرشاد فرامرزی)

-۹۵

ابتدا معادله را حل می‌کنیم.

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t - 2)(t - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های معادله جدید باید $\alpha = 2$ و $\beta = 8$ باشد. مجموع و

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = 2 + 8 = 10$$

$$P = \alpha\beta = 2 \times 8 = 16$$

با داشتن مجموع (S) و حاصل ضرب ریشه‌ها (P) می‌توان معادله را

به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت:

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

(مسابقه ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

(ممیدرضا طالبیان)

$$a_n = S_n - S_{(n-1)}$$

$$\Rightarrow a_n = (n^2 + 2n + a) - ((n-1)^2 + 2(n-1) + a)$$

$$\Rightarrow a_n = 2n + 1$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(حسن باطنی)

$$S_8 = 82 \times S_4 \Rightarrow \frac{a_1(q^8 - 1)}{q - 1} = 82 \times \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow q^4 + 1 = 82 \Rightarrow q^2 = 9$$

$$\frac{a_{26}}{a_{24}} = \frac{a_1 q^{25}}{a_1 q^{23}} = q^2 = 9$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

بنابر فرضیات مسئله داریم:

$$a_1 + a_3 + \dots + a_{19} = 145$$

$$a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = 160$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{10}{2} [a_1 + a_{19}] = 145 \\ \frac{10}{2} [a_2 + a_{20}] = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_{19} = 29 \\ a_2 + a_{20} = 32 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 18d = 29 \\ 2a_1 + 20d = 32 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 18\left(\frac{3}{2}\right) = 29 \Rightarrow a_1 = 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

حاصل جمع و حاصل ضرب ریشه‌های این معادله درجه دوم عبارت‌اند از:

$$S = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$$

$$P = (3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 9 - 5 = 4$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳✓

۲

۱

ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند.

$$x = \alpha \xrightarrow{2x^2 - 7x + 1 = 0} 2\alpha^2 - 7\alpha + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 = 7\alpha - 1 \quad (*)$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-7}{2} = \frac{7}{2}$$

$$2\alpha^2 + 7\beta \stackrel{(*)}{=} 7\alpha - 1 + 7\beta = 7\alpha + 7\beta - 1 = 7(\underbrace{\alpha + \beta}_S) - 1$$

$$= 7 \times \left(\frac{7}{2}\right) - 1 = \frac{49}{2} - 1 = \frac{49 - 2}{2} = \frac{47}{2} = 23\frac{1}{2}$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

-۱۱۱

(امیرمحمد رضازاده)

\hat{A} زاویه محاطی بوده و برابر 20° می‌باشد؛ در نتیجه کمان \widehat{MB} برابر

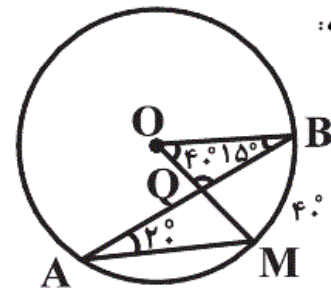
با 40° است. چون $\widehat{MB} = 40^\circ$ است، لذا زاویه مرکزی BOM نیز

برابر 40° می‌باشد. بنابراین \widehat{OQB} و \widehat{AQM} برابر 125° می‌باشند،

در نتیجه:

$$\begin{aligned} \hat{M} &= 180^\circ - (\hat{A} + \widehat{AQM}) \\ &= 180^\circ - (20^\circ + 125^\circ) = 35^\circ \end{aligned}$$

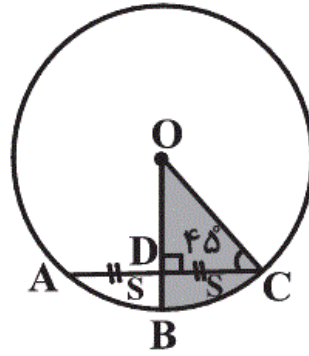
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)


 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



شعاع OB از دایره، وتر AC و کمان متناظر آن را نصف می‌کند، پس بر آن عمود است. مثلث ODC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، بنابراین:

$$R = OC = DC\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

حال با توجه به شکل داریم:

$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = \text{مساحت قطاع } BOC = \frac{45}{360} \pi \times (4\sqrt{2})^2 = 4\pi$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$AD \parallel BE \Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{DBE} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{DE} = \alpha$$

$$AB \parallel CE \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BE} = \beta$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{CE} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 2\beta = 180^\circ \\ \widehat{AD} = 180^\circ \Rightarrow 2\alpha + \beta = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \beta = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DE} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 120^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{CD}}{360^\circ} = \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{ABC} = \widehat{AB} + \widehat{BC} \\ \widehat{BAD} = \widehat{AB} + \widehat{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AD} \Rightarrow BC = AD$$

حال با توجه به این که دو کمان AD و BC با یکدیگر برابرند، نتیجه می‌گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{زاویهٔ محاطی } \widehat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \\ \text{زاویهٔ محاطی } \widehat{ABD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{ABD} \Rightarrow NA = NB$$

و همچنین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{زاویهٔ محاطی } \widehat{ACD} = \frac{\widehat{AD}}{2} \\ \text{زاویهٔ محاطی } \widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{BDC} \Rightarrow NC = ND$$

اما گزینهٔ «۴» لزوماً صحیح نمی‌باشد.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} \text{OM} = \text{MN} \xrightarrow[\Delta]{\text{متساوی الساقین } \triangle \text{OMN}} \hat{N}_1 = \hat{O}_1 \\ \text{OA} = \text{ON} \xrightarrow[\Delta]{\text{متساوی الساقین } \triangle \text{ANO}} \hat{A}_1 = \hat{N}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{O}_1 \quad (1)$$

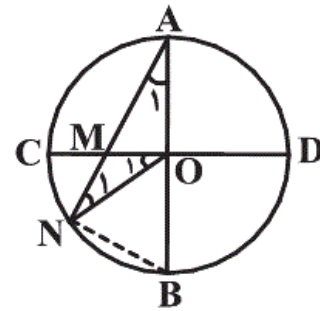
$\widehat{BC} = 90^\circ$ (دو قطر عمود بر هم)

$$\left. \begin{array}{l} \text{زاویه محاطی } \hat{A}_1 = \frac{\widehat{NB}}{2} \Rightarrow \widehat{NB} = 2\hat{A}_1 \\ \text{زاویه مرکزی } \hat{O}_1 = \widehat{CN} \xrightarrow{(1)} \widehat{CN} = \hat{A}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{BN} + \widehat{NC} = 3\hat{A}_1 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{زاویه محاطی روبه‌رو به قطر} \hat{ANB} = \frac{\widehat{ADB}}{2} = 90^\circ \\ \hat{NAB} = \hat{A}_1 = 30^\circ \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \hat{NBA} = 90^\circ - \hat{NAB} = 60^\circ \Rightarrow \frac{\hat{NBA}}{\hat{NAB}} = 2$$



(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow S_{\Delta CED} = \frac{1}{2} OE \cdot CD = \frac{1}{2} r(2r) = r^2$$

از طرفی کمان \widehat{AB} ، $\frac{1}{4}$ محیط دایره می باشد، لذا با فرض $\widehat{AOB} = \alpha$ داریم:

$$\widehat{AB} = \frac{\pi r}{180} \alpha = \frac{1}{4} (2\pi r) \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

ΔAOB قائم الزاویه متساوی الساقین $\Rightarrow OA = OB = r \Rightarrow \widehat{AOB} = 90^\circ$

$$\Rightarrow S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times r \times r = \frac{r^2}{2}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{\Delta AOB}}{S_{\Delta CED}} = \frac{\frac{r^2}{2}}{r^2} = \frac{1}{2}$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی ساوپی)

۱۱۷-

با توجه به شکل و این که کمان BED برابر 180° درجه است، لذا با رسم BD ، قطری از دایره به دست می آید. بنابراین داریم:

$$AB = AD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AD} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\widehat{B} = 55^\circ = \frac{\widehat{AD} + \widehat{DE}}{2} = \frac{90^\circ + \widehat{DE}}{2}$$

$$\Rightarrow 110^\circ = 90^\circ + \widehat{DE} \Rightarrow \widehat{DE} = 20^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{\widehat{DE}}{2} = 10^\circ$$

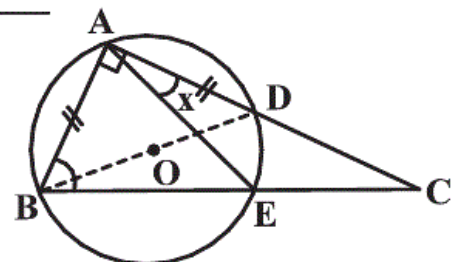
(هنر سه ۲- صفحه های ۱۳ و ۱۴)

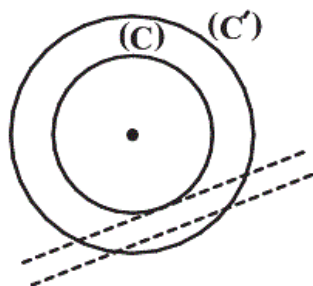
۴

۳ ✓

۲

۱





مرکز هر دو دایره O در نظر گرفته شده پس دو دایره هم‌مرکزند و $l < 2r$: پس خط d دایره C' را قطعاً در دو نقطه قطع کرده است.

$l \geq r$: پس خط d دایره C را در هیچ نقطه‌ای قطع نکرده یا در یک نقطه قطع کرده است.

در نتیجه تعداد نقاط تقاطع در مجموع ۲ یا ۳ تا است که با توجه به گزینه‌ها تعداد نقاط تقاطع ۳ می‌تواند باشد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

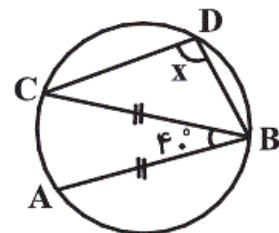
(رضا عباسی اصل)

داریم:

$$\widehat{ABC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 80^\circ$$

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BDC} = \frac{360^\circ - 80^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = 140^\circ$$



در نتیجه:

$$x = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{140^\circ + 80^\circ}{2} = 110^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مطابق آنچه که در کار در کلاس صفحه ۱۲ کتاب درسی آمده، اگر زاویه مرکزی قطاعی از دایره $C(O, R)$ بر حسب درجه مساوی α باشد، طول

$$\text{کمان برابر } L = \frac{\pi R}{180} \alpha \text{ و مساحت قطاع برابر } S = \frac{\pi R^2}{360} \alpha \text{ است.}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} L = \frac{\pi R}{180} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \pi \Rightarrow R\alpha = 60\sqrt{3} \\ S = \frac{\pi R^2}{360} \alpha = \pi \Rightarrow R^2 \alpha = 360 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} R = 2\sqrt{3} \Rightarrow BC = 2R = 4\sqrt{3} \\ \alpha = \widehat{AB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = 15^\circ \end{cases}$$

مثلث ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است (کمان BC نصف محیط دایره است و $\widehat{BAC} = 90^\circ$) و یک زاویه آن برابر 15° است. طبق تمرین کتاب درسی هندسه دهم، در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه 15° داشته باشد، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است. پس داریم:

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} BC \times AH = \frac{1}{2} BC \times \frac{BC}{4} \\ &= \frac{(BC)^2}{8} = \frac{(4\sqrt{3})^2}{8} = \frac{48}{8} = 6 \end{aligned}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

در این دنباله $a_1 = 1$ و $a_4 = \frac{5}{2}$ است، پس:

$$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow \frac{5}{2} = 1 + 3d \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}(2a_1 + (15-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}\left(2 + 14 \times \frac{1}{2}\right) = \frac{15}{2} \times 9 = \frac{67.5}{1}$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

صورت و مخرج کسر، مجموع جملات دو دنباله هندسی هستند.

$$\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1} \stackrel{a_1=1, q=t}{=} \frac{1(1-t^{12})}{1-t} \stackrel{a_1=1, q=t^3}{=} \frac{1(1-(t^3)^4)}{1-t^3}$$

$$= \frac{1-t^3}{1-t} = \frac{(1-t)(1+t+t^2)}{1-t} = 1+t+t^2 \quad (*)$$

با توجه به این که $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ داریم:

$$2t + 1 = \sqrt{5} \xrightarrow{\text{طرفین به توان دو}} (2t + 1)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow 4t^2 + 4t + 1 = 5 \Rightarrow 4(t^2 + t) = 4 \Rightarrow t^2 + t = 1$$

بنابراین حاصل کسر برابر است با:

$$\xrightarrow{(*)} \underbrace{t + t^2}_1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

می‌دانیم ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس:

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 4x \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + 1 = 4\alpha \\ \beta^2 + 1 = 4\beta \end{cases}$$

در عبارت خواسته شده خواهیم داشت:

$$\frac{3\alpha}{\alpha^2 + 1} + \frac{4\beta}{\beta^2 + 1} = \frac{3\alpha}{4\alpha} + \frac{4\beta}{4\beta} = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴

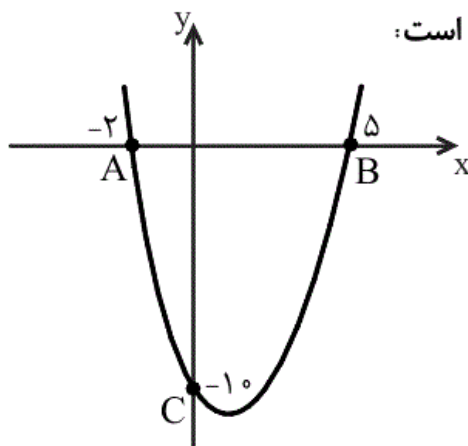
۳ ✓

۲

۱

به علت مثبت بودن ضریب x^2 ، دهانهٔ این سهمی رو به بالا باز

می‌شود. بنابراین نمودار آن به شکل زیر است:



(مسئله ۱ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای آن که طول نقطه‌های تلاقی نمودار سهمی با محور x ها نامنفی باشند، باید نمودار را حداقل دو واحد به سمت x های مثبت انتقال دهیم.

(سراسری تهرانی - ۸۵)

معادلهٔ درجهٔ چهارم $ax^4 + bx^2 + c = 0$ در صورتی دارای چهار ریشهٔ حقیقی متمایز است که بعد از تبدیل آن به معادلهٔ درجهٔ دوم، Δ ، S و P در معادلهٔ جدید هر سه مثبت باشند؛ به عبارت دیگر، معادلهٔ جدید، دو ریشهٔ مثبت داشته باشد.

$$x^4 - (m+2)x^2 + m+5 = 0, \quad x^2 = y$$

$$\Rightarrow y^2 - (m+2)y + m+5 = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m+2)^2 - 4(m+5) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 4m - 20 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16 > 0 \Rightarrow m < -4 \text{ یا } m > 4 \quad (1)$$

$$S > 0 \Rightarrow m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad (2)$$

$$P > 0 \Rightarrow m+5 > 0 \Rightarrow m > -5 \quad (3)$$

از اشتراک (۱)، (۲) و (۳) خواهیم داشت:

$$\Rightarrow m > 4$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

برای حل معادله $x^2 - 2x + 3 = 0$ به روش هندسی، معادله را به صورت $x^2 = 2x - 3$ می‌نویسیم. در نتیجه محل برخورد دو منحنی $y_1 = 2x - 3$ و $y_2 = x^2$ ، جواب‌های معادله $x^2 = 2x - 3$ است که با توجه به گزینه‌ها، تنها در گزینه (۲) نمودارهای دو تابع y_1 و y_2 و محل برخورد آن‌ها درست نشان داده شده است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری ریاضی - ۷۵)

توجه می‌کنیم که $x \neq 2$ و $x \neq -2$ ، زیرا ریشه‌های مخرج هستند. با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها $((x-2)(x+2))$ داریم:

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$x = 2$ قابل قبول نیست، پس $x = -1$ و معادله فقط یک ریشه دارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲✓

۱

با فرض $t = x + \frac{1}{x}$ معادله درجه دوم زیر حاصل می‌شود:

$$t^2 + 3t - 1 = 0$$

با حل این معادله خواهیم داشت:

$$\Rightarrow t = \frac{-3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

اگر x عددی حقیقی و غیر صفر باشد، آن‌گاه همواره $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2$ ، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \xrightarrow{|t_1| < 2} & \text{غیر قابل قبول} \\ t_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} < -2 \Rightarrow & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = t_2 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = t_2 x$$

$$\Rightarrow x^2 - t_2 x + 1 = 0 \quad (*)$$

معادله (*) دارای دو ریشه منفی است، زیرا:

$$t_2 < -2 \Rightarrow t_2^2 > 4 \Rightarrow t_2^2 - 4 > 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } S = \frac{-b}{a} = t_2 < 0$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها: } P = \frac{c}{a} = 1 > 0$$

بنابراین معادله اولیه، دارای دو ریشه حقیقی است.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۷ تا ۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$x-1$ را با اتحاد مزدوج به صورت $(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})$ تبدیل می‌کنیم.
داریم:

$$\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x \Rightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})$$

$$\Rightarrow \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} - (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) = 0$$

$$(1-\sqrt{x}) \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} - (1+\sqrt{x}) \right) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1-\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ (قق)} \\ \frac{1}{1+\sqrt{x}} = 1+\sqrt{x} \Rightarrow 1 = (1+\sqrt{x})^2 \Rightarrow 1+\sqrt{x} = \pm 1 \\ \Rightarrow \begin{cases} 1+\sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (قق)} \\ 1+\sqrt{x} = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = -2 \text{ (غقق)} \end{cases} \end{array} \right.$$

بنابراین معادله دارای دو ریشه $x_1 = 0$ و $x_2 = 1$ است و مجموع ریشه‌ها $x_1 + x_2 = 1$ خواهد بود.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۹۴)

-۷۰

فرض کنیم $x^2 + 4x + 3 = t \geq 0$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 3 + 2} \Rightarrow t = \sqrt{t+2}$$

طرفین معادله را با شرط $t \geq 0$ ، به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ غقق} \\ t = 2 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

در این معادله، $\Delta = 4^2 - 4 = 12 > 0$ ، بنابراین:

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} : x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 1$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۲۱

(صبا مهروی)

با توجه به این که در سطر اول p درست است و $p \wedge r$ نادرست، پس «الف» باید نادرست باشد. در سطر دوم با توجه به این که $q \vee r$ درست است و q نادرست، پس «ب» حتماً باید درست باشد.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۲۲

(سیرامیر ستوره)

این گزاره را به صورت $p \Rightarrow q$ باید نشان داد و $p \Rightarrow q$ ، هم‌ارز منطقی $\sim p \vee q$ است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۲۳

(اقبال زارعی)

بنا به فرض $\sim r$ درست است، پس r نادرست می‌باشد. حال چون $q \Rightarrow r$ درست و r نادرست است، پس q باید نادرست باشد. اکنون $\sim p \Rightarrow q$ درست و q نادرست است، پس $\sim p$ باید نادرست باشد، بنابراین p درست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۲۴

(مهرداد ملوندی)

طبق قوانین جبر گزاره‌ها داریم:

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow q) \Rightarrow q &\equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow q \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee q \\ &\equiv (p \wedge \sim q) \vee q \equiv (p \vee q) \wedge (\underbrace{\sim q \vee q}_T) \equiv p \vee q \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا گزاره $\sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p]$ را ساده می‌کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] &\equiv \underbrace{[(\sim p \vee q) \wedge \sim p]}_{\text{قانون جذب}} \\ &\equiv \sim [\sim p] \\ &\equiv p \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} q \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] &\equiv q \Rightarrow p \\ &\equiv \sim p \Rightarrow \sim q \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶ تا ۱۳ و ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(صبا مهدوی)

-۱۲۶

در قسمت «الف»، معادله $6x^2 - 8x + 9 = 0$ ، هیچ‌گاه ریشه ندارد (چون $\Delta < 0$ است)، بنابراین گزاره درست است. در قسمت «ب»، معادله $5x^2 - x + 1 = 0$ نیز فاقد ریشه است (چون $\Delta < 0$ است)، بنابراین گزاره «ب» نادرست است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

-۱۲۷

حاصل ضرب سه عدد متوالی صحیح، همواره بر ۶ بخش پذیر است. پس گزاره گزینه «۲» درست است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مثال نقض: $x = 0$. (مخرج کسر را صفر می‌کند).

گزینه «۳»: مثال نقض: $x = 1$.

گزینه «۴»: مجموعه جواب گزاره‌نما تهی است.

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کیوان دارابی)

گزاره فوق به ازای $x=1$ برقرار نیست. زیرا مخرج کسر برابر با صفر می شود. پس سور عمومی نادرست است. نقیض آن به این صورت است که می گوید، برای برخی مقادیر x این رابطه برقرار نیست.

(آمار و احتمال - صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

(سیدوید زوالفقاری)

گزاره مطرح شده در صورت سؤال به صورت زیر می باشد:

$$\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0; x + \frac{1}{x} \geq 2$$

و نقیض آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\exists x \in \mathbb{R}, x \neq 0; x + \frac{1}{x} < 2$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۱۳ تا ۱۶)

۴✓

۳

۲

۱

(امیر حسین ابومحبوب)

با توجه به تعریف، مجموعه A به صورت $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ است. در بین گزینه ها، تنها گزینه «۳» صحیح است، چون $x=1$ در نامساوی $x+3 \leq 4$ صدق می کند. گزینه «۱» فقط به ازای $x=0$ یا $x=-1$ درست است که هیچ کدام عضو مجموعه A نیستند. در گزینه «۲»، گزاره به ازای $x=1$ یا $x=2$ نادرست می گردد. گزینه «۴» نیز به ازای $x=1$ نادرست است.

(آمار و احتمال - مشابه تمرین ۱۱ - صفحه ۱۸)

۴

۳✓

۲

۱

$$a_n - a_{n+2} = 4 \Rightarrow a_n - (a_n + 2d) = 4 \Rightarrow d = -2$$

$$\text{اما: } a_1 = 2a_2 \Rightarrow a_1 = 2(a_1 + d)$$

$$\Rightarrow a_1 = 2(a_1 - 2) \Rightarrow a_1 = 4$$

$$\text{پس: } S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5(8 + 9(-2)) = -50$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۰)

خواسته مسئله مجموع جملات از a_7 تا a_{18} است، یعنی:

$$S = a_7 + a_8 + \dots + a_{18}$$

با توجه به این که $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$ را داریم، برای محاسبه S کافی

است مجموع شش جمله اول را از مجموع ۱۸ جمله اول کم کنیم.

بنابراین:

$$S = S_{18} - S_6 \Rightarrow S = \frac{18(18-15)}{6} - \frac{6(6-15)}{6}$$

$$= 9 - (-9) = 18$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

یک دنباله حسابی با جمله اول $a_1 = 15$ و قدرنسبت $d = 3$ داریم و در آن $S_n = 870$ ، پس:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow 870 = \frac{n}{2}((30) + (n-1)3)$$

$$\Rightarrow 870 = 15n + \frac{3}{2}n^2 - \frac{3}{2}n \Rightarrow \frac{3}{2}n^2 + \frac{27}{2}n - 870 = 0$$

$$\Rightarrow 3n^2 + 27n - 1740 = 0 \Rightarrow n^2 + 9n - 580 = 0$$

$$\Rightarrow (n+29)(n-20) = 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 20$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نتیجه $B = \frac{(1-x^9)}{1-x}$ است. همچنین اگر $C = 1 - x + x^2 - \dots + x^8$

را فرض کنیم، مجموع ۹ جمله اول دنباله هندسی با جمله اول (۱) و

قدرنسبت $(-x)$ بوده و در نتیجه $C = \frac{1(1-(-x)^9)}{1+X} = \frac{1+x^9}{1+x}$

است.

$$A = B.C = \left(\frac{1-x^9}{1-x} \right) \left(\frac{1+x^9}{1+x} \right) = \frac{1-x^{18}}{1-x^2}$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt{2}} A = 511$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$q = \frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{32}{8}} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2}$$

$$S_6 = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} \quad \text{مجموع شش جمله اول}$$

$$S'_6 = \frac{a_7(1-q^6)}{1-q} \quad \text{مجموع شش جمله دوم}$$

$$\Rightarrow \frac{S'_6}{S_6} = \frac{a_7}{a_1} = q^6 \Rightarrow \frac{S'_6}{S_6} = (\sqrt[3]{2})^6 = 4$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱با بازنویسی معادله $x(\Delta x + 3) = 2$ خواهیم داشت:

$$\Delta x^2 + 3x - 2 = 0$$

در این معادله $a + c = b$ ، پس $\alpha = -1$ و $\beta = \frac{2}{\Delta}$ خواهد بود،

بنابراین ریشه‌های معادله جدید عبارتند از:

$$\frac{1}{\alpha^2} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{1}{\beta^2} = \frac{25}{4}$$

ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا $x = 1$ را در معادله قرار

می‌دهیم:

$$4 - k + 25 = 0 \Rightarrow k = 29$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۷ تا ۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱در مسئله دو ریشه حقیقی و متمایز ذکر شده، پس شرط $\Delta > 0$ قابل

قبول است، بنابراین:

$$\Delta = a^2 - (4)(2) \left(a - \frac{3}{2} \right) > 0 \Rightarrow a^2 - 8a + 12 > 0$$

$$\Rightarrow (a-6)(a-2) > 0 \Rightarrow a > 6 \quad \text{یا} \quad a < 2$$

(مسئله ۱ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

چون تابع دارای ماکزیمم است پس $K + 3 < 0$ (ضریب x^2)، لذا $K < -3$ ، از طرفی در تابع درجه دوم، عرض نقطه ماکزیمم $-\frac{\Delta}{4a}$ است. چون عرض نقطه ماکزیمم صفر است، پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4K(K + 3) = 0$$

$$\Rightarrow K^2 + 3K - 4 = 0$$

$$\Rightarrow K = 1, K = -4 \xrightarrow{K < -3} K = -4$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

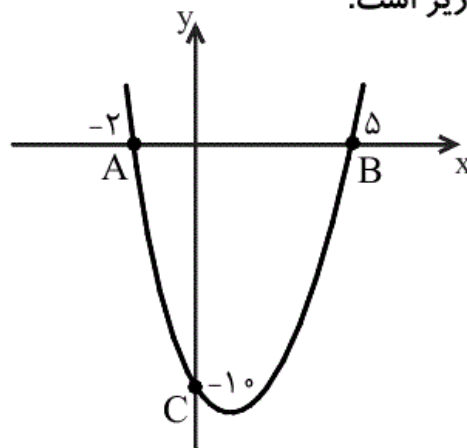
(سراسری تهرپی خارج از کشور - ۹۳)

$$y = x^2 - 3x - 10 \Rightarrow y = (x - 5)(x + 2)$$

$$\xrightarrow{y=0} x = -2, x = 5$$

با توجه به صفرهای تابع، نمودار تابع محور x ها را در نقاط $A(-2, 0)$ و $B(5, 0)$ قطع می‌کند. همچنین محور y ها را در نقطه $C(0, -10)$ قطع می‌کند.

همچنین به علت مثبت بودن ضریب x^2 ، دهانه این سهمی رو به بالا باز می‌شود. بنابراین نمودار آن به شکل زیر است.



همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای آن که طول نقطه‌های تلاقی نمودار سهمی با محور x ها نامنفی باشند، باید نمودار را حداقل دو واحد به سمت x های مثبت انتقال دهیم.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

منحنی محور X ها را در دو نقطه به طولهای منفی قطع می کند یعنی معادله $(m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12 = 0$ (معادله تلاقی تابع با محور X ها) باید دو جواب منفی داشته باشد. برای این که معادله فوق، دو جواب منفی داشته باشد باید شرایط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow 4(m+1)^2 - 4(m-2)(12) > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{12}{m-2} > 0 \Rightarrow m-2 > 0 \Rightarrow m > 2 \quad (1) \\ -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{2(m+1)}{m-2} < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \quad (2) \end{cases}$$

از آنجا که باید از مجموعه جوابها اشتراک بگیریم و اشتراک مجموعه جوابهای (۱) و (۲) تهی است، بنابراین هیچ مقداری برای m وجود ندارد.

(مسایان ۱- صفحه های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

www.kanoon.ir