



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

-۵۱- اگر $B = \{5k + 3 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ و $A = \{4k + 2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ باشد، کدام گزینه عضوی از اجتماع دو

مجموعه‌ی A و B نیست؟

-۱۳ (۴)

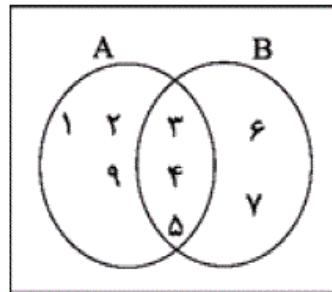
۸ (۳)

۱۰ (۲)

-۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۵۲- با توجه به نمودار زیر، مجموعه‌ی $(A - B) - (B - A) \cup (A \cap B)$ کدام است؟



{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۹} (۲)

{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷} (۱)

{۳, ۴, ۵} (۴)

{۳, ۴, ۵, ۶, ۷} (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۵۳- اگر شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲ را مجموعه‌ی A و شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸ را مجموعه‌ی

B بنامیم، $A \cap B$ کدام است؟

۲) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۶

۱) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲

۳) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶

۳) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸

شما پاسخ نداده اید

- ۵۴- در پرتاب دو تاس، اگر مجموعهی همهی حالت‌های ممکن را S بنامیم، $n(S) = ۳۶$ است. اگر

تاسی را دو بار بیندازیم و عددهای رو شده را در کنار هم قرار دهیم به گونه‌ای که یک عدد دو

رقمی حاصل شود، چقدر احتمال دارد عدد دورقی به دست آمده، عددی اول باشد؟

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{2}{9} \quad (1)$$

$$\frac{3}{9} \quad (4)$$

$$\frac{5}{9} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۵- به ازای چند مقدار مختلف x ($x \in \mathbb{N}$)، عدد گنگ $\sqrt{2x-1}$ بین دو عدد ۷ و ۸ قرار می‌گیرد؟

$$8 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۶- حاصل عبارت $A = \frac{3\sqrt{8}-2\sqrt{50}+10\sqrt{2}}{5\sqrt{12}-6\sqrt{3}+\sqrt{75}}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3}\sqrt{6} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (1)$$

$$2\sqrt{6} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۷ - حاصل کدام عبارت درست است؟ (تمام عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$$(x^3 + y^6)^2 (x^3 - y^6)^2 = x^{12} - y^{12} \quad (1)$$

$$(a - b)^4 (a + b)^3 (a - b)^{-2} = (a^2 + b^2)^3 \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{x^4} - y^4\right) \left(y^4 + \frac{1}{x^4}\right) = x^{-4} - y^4 \quad (3)$$

$$(a^2 + 3b)^2 = a^4 + 9b^2 + 4a^2b \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۸ - مستطیل A که نسبت اضلاع آن ۲ است، با مستطیل B به محیط ۱۲ متشابه است. مساحت

مستطیل B کدام است؟ (مساحت مستطیل A بزرگ‌تر است.)

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۵۹ - حاصل $A = \sqrt{22 - 12\sqrt{2}} - \sqrt{22 + 12\sqrt{2}}$ کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

$-6\sqrt{2}$ (۲)

$6\sqrt{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۰- کدامیک از خطوط زیر با خطی که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، موازی است و از

نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ می‌گذرد؟

$$4y = 9x - 28 \quad (2)$$

$$y = \frac{3}{2}x + 4 \quad (1)$$

$$3y - 2x = -2 \quad (4)$$

$$2y - 3x + 8 = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۶۱- عبارت گویای $A = \frac{\Delta x + 1}{x - 1}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف نشده است؟

$$\left\{-\frac{1}{5}\right\} \quad (2)$$

$$\{1\} \quad (1)$$

$$\{-1\} \quad (3)$$

$$\left\{1, -\frac{1}{5}\right\} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- طول یک مستطیل ۳ واحد از عرض آن بزرگتر است، اگر محیط مستطیل برابر ۲۴ واحد باشد، طول

آن کدام است؟

$$\frac{15}{2} \quad (2)$$

$$\frac{9}{2} \quad (1)$$

$$\frac{27}{2} \quad (3)$$

$$\frac{21}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۳ - تفاضل $\frac{5}{3}$ عددی از سه برابر همان عدد برابر ثلث وارون همان عدد است. آن عدد مثبت کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۴ - کدام عامل در تجزیه $x^{24} + 1$ وجود دارد؟

$$(x^4 + x^8 + 1) \quad (2)$$

$$(x^8 + x^4 - 1) \quad (1)$$

$$(x^8 - 1) \quad (3)$$

$$(x^8 + 1) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵ - کدام گزینه در مورد مثلث خیام صحیح نیست؟

(۱) اعداد ابتدا و انتهای هر سطر یک است.

(۲) مجموع اعداد هر سطر دو برابر مجموع اعداد سطر قبل خود است.

(۳) مجموع اعداد سطر n ام از رابطه 2^n به دست می‌آید.

(۴) اعداد سطر n ام در حقیقت ضرایب بسط دو جمله‌ای $(a+b)^{n-1}$ هستند.

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر $x + \frac{1}{x} = 5$ باشد، در این صورت حاصل کدام است؟

$$\sqrt{x^3 + \frac{1}{x^3} + 11}$$

۴ (۱) $2\sqrt{17}$ ۵

۱۱ (۳) $5\sqrt{5}$ ۴

شما پاسخ نداده اید

۶۷- حاصل عبارت $\frac{3}{m+2} + \frac{2}{m} - \frac{4m-4}{m^2-4}$ کدام است؟ ($m \neq 0, 2, -2$)

$\frac{m+2}{m(m-2)}$ ۵ (۱) $\frac{m-4}{m(m-2)}$

$\frac{m^2}{m(m+2)}$ ۴ (۳) $\frac{m+4}{m(m-2)}$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- در حل معادله $x^2 + 4x + 3 = 0$ به روش مربع کامل از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

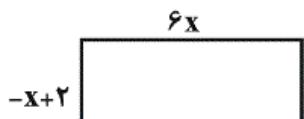
۱ (۲) ۴ (۱)

۲ (۴) ۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- اگر اندازه محیط در مستطیل زیر دو برابر اندازه مساحت باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای x

کدام است؟



$$\left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\} \text{ (۲)}$$

$$\left\{ \frac{4}{5}, \frac{2}{3} \right\} \text{ (۱)}$$

$$\left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right\} \text{ (۴)}$$

$$\left\{ \frac{3}{4}, \frac{1}{3} \right\} \text{ (۳)}$$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- به ازای کدام مقدار a معادله $\frac{4x-1}{a+2} - \frac{x+4}{a} = \frac{2}{2-a}$ ریشه‌ی $x=1$ است؟

$$10 \text{ (۲)}$$

$$8 \text{ (۱)}$$

$$9 \text{ (۴)}$$

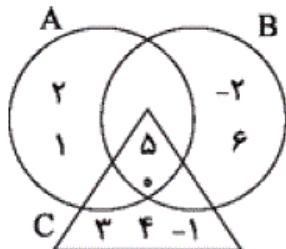
$$11 \text{ (۳)}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی نهم - سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۷۱- با حذف کدام عضو یا عضوها از مجموعه‌های زیر، دو مجموعه‌ی (الف) و (ب) با هم مساوی

می‌شوند؟



الف $(A \cup B) \cap C$

ب $(B \cap C) \cup A$

{1, -2} (۴)

{-1, 2} (۳)

{2, 1} (۲)

{-2, 6} (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۲- کدام یک از مجموعه‌های زیر با هم برابرند؟

A = { }

B = ۶۰ مجموعه‌ی شمارنده‌های مضرب ۸ عدد

C = {Ø}

D = ۶۰ مجموعه‌ی شمارنده‌های عدد

C و A (۲)

C و B (۱)

C و B (۴)

B و A (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۳- کدام یک از اعداد زیر جزء اعداد گنگ است؟

۰ / ۲۱۲۱۱۲۱۱۱... (۲)

۰ / ۲۳۲۳۲۳... (۱)

$\sqrt{16+9}$ (۴)

$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۴ - چند مجموعه‌ی $A \cap B = \{x, y\}$ و $A \cup B = \{x, y, z, t\}$ می‌توان یافت که در تساوی‌های

صدق کند؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۸ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۵ - حاصل عبارت زیر کدام است؟ ($x > 0$ و $y < 0$)

$$\frac{\sqrt{(\frac{x}{y})^4} \times \sqrt[3]{\frac{-x^3}{y^3}}}{\sqrt{\frac{x^6}{y^4}}}$$

$-x^{-1}$ (۲)

x^{-1} (۱)

$-(\frac{x}{y})^{-1}$ (۴)

$(\frac{x}{y})^{-1}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۶ - حاصل عبارت $\frac{(4x^2 - 9)^2 - 49}{(6x + 12)(4x - 2\sqrt{2})}$ کدام است؟ ($x \neq -2, \frac{\sqrt{2}}{2}$)

$\frac{1}{3}(x - 2)(2x + \sqrt{2})$ (۲)

$(x - 2)(2x + \sqrt{2})$ (۱)

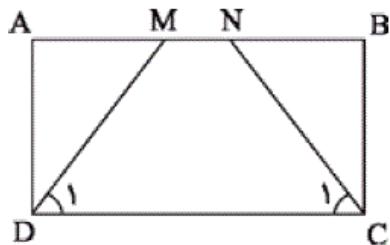
$\frac{1}{3}(x + 2)(2x - \sqrt{2})$ (۴)

$(x + 2)(2x - \sqrt{2})$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- مستطیل $ABCD$ به طول ۱۲ و عرض ۴ را در نظر می‌گیریم. اگر مطابق شکل $NM = \frac{2}{3}AM$ و

$\hat{C}_1 = \hat{D}_1$ باشد، مساحت چهارضلعی $DMNC$ چقدر است؟



۳۶ (۴)

۳۰ (۳)

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۸- مساحت مثلث محدود به خطوط $y = 5x + 10$ و $y = 4 - x$ و محور طولها چقدر است؟

۳۰ (۴)

۲۴ (۳)

۱۵ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- کدام گزینه الزاماً درست نیست؟

(۱) اگر از نقطه‌ی M خارج دایره دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کنیم، $MA = MB$ خواهد بود.

(۲) اگر در مثلث ABC نیمساز AD بر ضلع BC عمود باشد، $AB = AC$ است.

(۳) اگر در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ دو قطر AC و BD هم‌دیگر را در نقطه‌ی O قطع کنند، آن‌گاه $AO = OD$ است.

(۴) در مستطیل، قطرها الزاماً بر هم عمود نیستند.

شما پاسخ نداده اید

-۸۰- کدام یک از گزینه‌های زیر، نماد علمی عدد 0.000018 را به درستی نشان می‌دهد؟

$$1/8 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$0.018 \times 10^{-3} \quad (1)$$

$$1/8 \times 10^{-5} \quad (4)$$

$$18 \times 10^{-7} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۵۱

«سباد سالاری»

اعضای هر یک از مجموعه‌ها را می‌نویسیم:

$$A = \{ \dots, -14, -10, -6, -2, 2, 6, 10, \dots \}$$

$$B = \{ \dots, -17, -12, -7, -2, 3, 8, \dots \}$$

اعداد داده شده در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» به ترتیب در مجموعه‌های A و B وجود دارند ولی عدد گزینه‌ی «۴» در هیچ یک از دو مجموعه‌ی A یا B وجود ندارد، پس در اجتماع این دو مجموعه نیز حضور ندارد.

(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴) کتاب درسی (مجموعه‌ها)

۴

۳

۲

۱

-۵۲

«علی ارجمند»

از آنجا که مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ عضو مشترکی ندارند،

$$((B - A) \cap (A - B)) = \emptyset \quad \text{پس:}$$

$$(A - B) - (B - A) = A - B$$

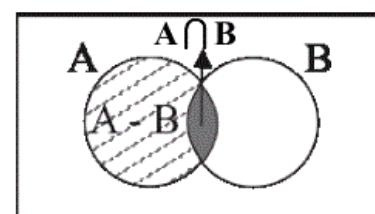
بنابراین:

$$[(A - B) - (B - A)] \cup (A \cap B)$$

$$= (A - B) \cup (A \cap B) = A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

توجه کنید که مطابق نمودار ون زیر، اجتماع دو مجموعه‌ی $(A - B)$ و $(A \cap B)$

برابر با مجموعه‌ی A است:



(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴) کتاب درسی (مجموعه‌ها)

۴

۳

۲

۱

مجموعه های A ، B و $A \cap B$ را می نویسیم:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$$

که $A \cap B$ ، همان مجموعه ای شمارنده های طبیعی عدد ۶ است.

(صفحه های ۱۰ تا ۱۴ کتاب درسی) (مجموعه ها)

۴

۳

۲

۱

«علی ارجمند»

اگر مجموعه های همهی حالت های ممکن را S بنامیم، $n(S) = ۳۶$ است. حال اگر

پیشامد آن باشد که عدد دو رقمی حاصل اول شود، خواهیم داشت:

$$A = \{11, 13, 23, 31, 41, 43, 53, 61\} \Rightarrow n(A) = ۸$$

بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۸}{۳۶} = \frac{۲}{۹}$$

(صفحه های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی) (مجموعه ها)

۴

۳

۲

۱

«سویل هسن قان پور»

$$\begin{cases} \sqrt{49} = ۷ \\ \sqrt{64} = ۸ \end{cases} \Rightarrow ۷ < \sqrt{2x-1} < ۸ \Rightarrow ۴۹ < 2x-1 < ۶۴$$

$$\Rightarrow ۵۰ < 2x < ۶۵ \Rightarrow ۲۵ < x < ۳۲ / ۵$$

چون $x \in \mathbb{N}$ پس مقادیر ۲۶ تا ۳۲ را اختیار می کند، یعنی ۷ عدد طبیعی.

$$32 - 26 + 1 = ۷$$

(صفحه های ۶۱ تا ۷۲ و ۹۲ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳

۲

۱

ابتدا عبارت زیر را ساده تر می کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{3\sqrt{4 \times 2} - 2\sqrt{25 \times 2} + 10\sqrt{2}}{5\sqrt{4 \times 3} - 6\sqrt{3} + \sqrt{25 \times 3}} \\ &= \frac{6\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 10\sqrt{2}}{10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

(صفحه های ۷۳ تا ۷۵ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱ ✓

با استفاده از اتحاد مزدوج و مربع دو جمله‌ای داریم:

$$\text{«} (x^3 + y^6)^2 (x^3 - y^6)^2 = ((x^3 + y^6)(x^3 - y^6))^2 \text{«} ۱$$

$$\text{اتحاد مزدوج} \quad ((x^3)^2 - (y^6)^2)^2 = (x^6 - y^{12})^2$$

$$\text{«} (a - b)^4 (a + b)^3 (a - b)^{-2} = (a - b)^3 (a + b)^4 \text{«} ۲$$

$$\text{اتحاد مزدوج} \quad = ((a - b)(a + b))^3 \quad (a^2 - b^2)^3$$

$$\text{«} \left(\frac{1}{x^2} - y^4\right) \left(y^4 + \frac{1}{x^2}\right) \text{اتحاد مزدوج} \quad \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 - (y^4)^2 \text{«} ۳$$

$$= (x^{-2})^2 - (y^4)^2 = x^{-4} - y^8$$

$$\text{«} (a^2 + 3b)^4 \text{«} ۴$$

$$\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای} \quad a^4 + 6b^2 + 9a^2b$$

(صفحه های ۸۳ تا ۸۷ کتاب درسی) (عبارت های همای)

۴

۳ ✓

۲

۱

«هادی پلاور»

اگر طول و عرض مستطیل A را x_A و y_A و طول و عرض مستطیل B را x_B و

y_B فرض کنیم،

دو مستطیل متشابه هستند. پس:

$$\frac{x_A}{x_B} = \frac{y_A}{y_B} \Rightarrow \frac{x_A}{y_A} = \frac{x_B}{y_B}, \quad \frac{x_A}{y_A} = 2 \Rightarrow \frac{x_B}{y_B} = 2 \Rightarrow x_B = 2y_B \quad (1)$$

همچنین محیط مستطیل B برابر با ۱۲ است، پس:

$$2(x_B + y_B) = 12 \Rightarrow x_B + y_B = 6$$

$$\xrightarrow{(1)} 2y_B + y_B = 6 \xrightarrow{(1)} y_B = 2 \Rightarrow x_B = 4$$

$$B \text{ مساحت مستطیل} = x_B \times y_B = 4 \times 2 = 8$$

(صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳✓

۲

۱

«هادی پلاور»

$$A = \sqrt{22 - 12\sqrt{2}} - \sqrt{22 + 12\sqrt{2}} = \sqrt{4 + 18 - 2 \times 2 \times 3\sqrt{2}}$$

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای $-(\sqrt{4+18+2 \times 2 \times 3\sqrt{2}})$

$$\sqrt{(2-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2+3\sqrt{2})^2} = |2-3\sqrt{2}| - |2+3\sqrt{2}|$$

چون $|2-3\sqrt{2}| = 3\sqrt{2}-2$ است. داریم:

$$A = 3\sqrt{2} - 2 - 2 - 3\sqrt{2} = -4$$

(صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷ و ۸۳ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴✓

۳

۲

۱

ابتدا باید شیب خطی را که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، مشخص کنیم:

$$m = \frac{4-1}{2-0} = \frac{3}{2}$$

برای آن که خطی با خط دیگر موازی باشد، لازم است شیب‌هایشان یکی باشد.

حال معادلهی خط گذرنده از نقطه $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ را که شیب برابر با $\frac{3}{2}$ دارد، می‌نویسیم:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 2 = \frac{3}{2}(x - 4)$$

$$\begin{aligned} y - 2 &= \frac{3}{2}(x - 4) \Rightarrow 2y - 4 = 3x - 12 \\ \Rightarrow 2y - 3x + 8 &= 0 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۹۱ تا ۷۰ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های فطی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

(سیدمحمدعلی مرتفعی، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

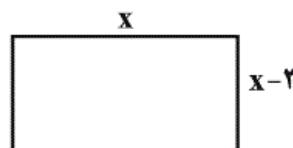
عبارت گویا به‌ازای ریشه‌های مخرج تعریف نشده است، بنابراین:

$$A = \frac{\Delta x + 1}{x - 1} \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

پس عبارت گویا به‌ازای $x = 1$ تعریف نشده است.

 ۴ ۳ ۲ ۱

اگر طول مستطیل را با x نشان دهیم، در این صورت عرض آن معادل $x - 3$ می‌باشد



حال با توجه به شکل زیر داریم:

$$\text{محیط مستطیل} = 2 \times (x + x - 3)$$

$$\Rightarrow 24 = 2(2x - 3)$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 12$$

$$\Rightarrow 2x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{2}$$

۴

۳

۲✓

۱

اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، اختلاف $\frac{5}{3}$ آن از ۳ برابر آن عدد معادل

$$3x - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3} \times \frac{1}{x} \text{ است و ثلث وارون آن } \frac{1}{3x} - \frac{5}{3}x \text{ است، داریم:}$$

$$3x - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{4}{3}x = \frac{1}{3x} \Rightarrow 4x = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & \text{ق ق} \\ x = -\frac{1}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱✓

با استفاده از اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای داریم:

$$x^{24} + 1 = (x^4)^3 + 1^3 = (x^4 + 1)(x^{16} + 1 - x^4)$$

۴

۳✓

۲

۱

(محمد زرین‌کفش، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۳ تا ۱۴)

با توجه به الگوی مثلث خیام مشاهده می‌کنید که اعداد ابتدا و انتهای هر سطر عدد

یک می‌باشد. مجموع اعداد هر سطر از رابطه 2^{n-1} به دست می‌آید و مجموع اعداد هر سطر دو برابر مجموع اعداد سطر قبل خود است و هم‌چنین اعداد سطر n اممثلث ضرایب بسط دوجمله‌ای عبارت $(a+b)^{n-1}$ است.

۱ = مجموع اعداد سطر اول ۱: سطر اول

۲ = مجموع اعداد سطر دوم ۱: سطر دوم

۴ = مجموع اعداد سطر سوم ۱ ۲ ۱: سطر سوم

۸ = مجموع اعداد سطر چهارم ۱ ۳ ۳ ۱: سطر چهارم

۱۶ = مجموع اعداد سطر پنجم ۱ ۴ ۶ ۴ ۱: سطر پنجم

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد بقیرایی، چند اتحاد جبری کاربردها، صفحه‌ی ۱۳ تا ۱۶)

با استفاده از اتحاد مکعب مجموع دوجمله داریم:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$x + \frac{1}{x} = 5 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۳}} \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 5^3$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \times \frac{1}{x} \times \left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$\xrightarrow{x + \frac{1}{x} = 5} x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times 5 = 125 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 110 \quad (1)$$

حال حاصل عبارت برابر است با:

$$\sqrt{x^3 + \frac{1}{x^3} + 110} \xrightarrow{(1)} \sqrt{110 + 110} = \sqrt{121} = 11$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

با مخرج مشترک‌گیری داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{۳m(m-۲)+۲(m-۲)(m+۲)-۴(m)(m-۱)}{m(m-۲)(m+۲)} \\ & = \frac{۳m^۲ - ۶m + ۲m^۲ - ۸ - ۴m^۲ + ۴m}{m(m-۲)(m+۲)} = \frac{m^۲ - ۲m - ۸}{m(m-۲)(m+۲)} \\ & = \frac{(m-۴)(m+۲)}{m(m-۲)(m+۲)} = \frac{m-۴}{m(m-۲)} \end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

برای حل معادله به روش مربع کامل، ابتدا عدد ثابت را به طرف راست معادله می‌بریم،

سپس طرفین معادله را بر ضریب $x^۲$ تقسیم می‌کنیم تا ضریب $x^۲$ یک شود. سپسمربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم:

$$\text{به طرفین معادله } x^۲ + ۴x + ۳ = ۰ \Rightarrow x^۲ + ۴x = -۳ \longrightarrow \frac{۱}{۲}(\text{اضافه می‌کنیم})$$

$$x^۲ + ۴x + ۴ = -۳ + ۴ \Rightarrow (x+۲)^۲ = ۱$$

پس می‌بایست از عدد یک جذر بگیریم.

۴

۳

۲ ✓

۱

(هادی پلاور، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۴۳ تا ۳۴۷)

با توجه به شکل، اندازه‌ی محیط و مساحت شکل را مورد بررسی قرار می‌دهیم:

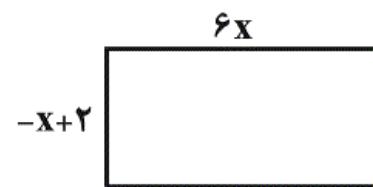
مساحت شکل $= 2 \times \text{محیط شکل}$

$$2 \times (6x - x + 2) = 2 \times 6x \times (-x + 2)$$

$$\Rightarrow (5x + 2) = (-6x^2 + 12x)$$

$$\Rightarrow 5x + 2 = -6x^2 + 12x$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 7x + 2 = 0$$



$$\Rightarrow 6x^2 - 7x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a = 6 \\ b = -7 \\ c = 2 \end{cases}$$

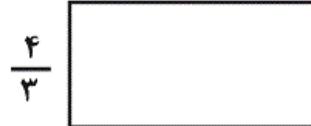
$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-7)^2 - 4 \times (6) \times (2) = 49 - 48 = 1$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{1}}{2 \times 6} = \frac{7+1}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} & \text{ق ق} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{1}}{2 \times 6} = \frac{7-1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

هر دو مقدار به دست آمده برای x قابل قبول‌اند، چون طول اضلاع مستطیل منفی نمی‌شود. به ازای هر یک، مستطیل‌ها به شکل زیر می‌باشند:

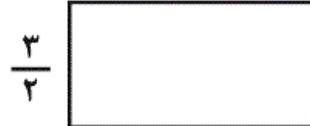
$$x = \frac{2}{3}$$

۴



$$x = \frac{1}{2}$$

۳



۴ ✓

۳

۲

۱

(سعیل هسن‌فان‌پور، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۳۴۸ تا ۳۵۱)

ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند، داریم:

$$x = 1 \Rightarrow \frac{4x+1-1}{a+2} - \frac{1+4}{a} = \frac{2}{2-a} \Rightarrow \frac{3}{a+2} - \frac{5}{a} = \frac{2}{2-a}$$

از طرف چپ معادله مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{3 \times a}{a(a+2)} - \frac{5(a+2)}{a(a+2)} = \frac{2}{2-a} \Rightarrow \frac{3a - 5a - 10}{a(a+2)} = \frac{2}{2-a}$$

$$\Rightarrow \frac{-2a - 10}{a(a+2)} = \frac{2}{2-a} \xrightarrow{\substack{\text{طرفین وسطین} \\ \text{می‌کنیم}}} -2(a+5)(2-a) = 2a(a+2)$$

$$\Rightarrow (a-2)(a+5) = a(a+2) \Rightarrow a^2 + 3a - 10 = a^2 + 2a \Rightarrow a = 10$$

۴

۳

۲ ✓

۱

«کلیمه بعفری»

مجموعه‌های (الف) و (ب) را تعیین می‌کنیم:

$$A \cup B = \{1, 2, 5, 0\} \cup \{5, 0, -2, 6\} = \{5, 0, -2, 6, 1, 2\}$$

$$(الف) (A \cup B) \cap C \Rightarrow \{5, 0, -2, 6, 1, 2\} \cap \{5, 0, 3, 4, -1\} = \{5, 0\}$$

$$B \cap C = \{-2, 6, 5, 0\} \cap \{5, 0, 3, 4, -1\} = \{5, 0\}$$

$$(ب) (B \cap C) \cup A = \{5, 0\} \cup \{1, 2, 5, 0\} = \{1, 2, 5, 0\}$$

با حذف دو عضو $\{2, 0\}$ به نتیجه مطلوب می‌رسیم.

(صفهه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی) (مفهومه‌ها)

۴

۳

۲✓

۱

«محمد منصوری»

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\} = \text{مجموعه شمارنده‌های عدد } 60$$

در مجموعه‌ی بالا، هیچ عضوی مضرب ۸ نیست. پس مجموعه‌ی B تهی است.

دقیق کنید که مجموعه‌ی $\{\emptyset\}$ یک عضو دارد و با مجموعه‌ی تهی برابر نیست. پس

فقط دو مجموعه‌ی A و B با یکدیگر برابرند.

(صفهه‌های ۶ تا ۱۰ کتاب درسی) (مفهومه‌ها)

۴

۳✓

۲

۱

«سجاد سالاری»

$$0 / \overline{23} \in Q : \text{گزینه‌ی } ۱$$

$$0 / \overline{212112111} \dots \in Q' : \text{گزینه‌ی } ۲$$

$$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3 \in Q : \text{گزینه‌ی } ۳$$

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \in Q : \text{گزینه‌ی } ۴$$

(صفهه‌های ۱۹ تا ۲۷ کتاب درسی) (عددهای حقیقی)

۴

۳

۲✓

۱

«سید سروش کریمی مداهی»

چون اشتراک دو مجموعه دارای اعضاء y و x است، پس مجموعه‌ی A حتماً این دو عضو را دارد. مجموعه‌های زیر در تساوی‌های صورت سوال صدق می‌کنند:

$$A = \{x, y\} \text{ و } B = \{x, y, z, t\}$$

$$A = \{x, y, z\} \text{ و } B = \{x, y, t\}$$

$$A = \{x, y, t\} \text{ و } B = \{x, y, z\}$$

$$A = \{x, y, z, t\} \text{ و } B = \{x, y\}$$

بنابراین ۴ مجموعه‌ی A می‌توان یافت که در رابطه‌های فرض سوال صدق کنند.

(صفهه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی) (مفهومه‌ها)

۴

۳✓

۲

۱

«علی ارجمند»

$$\frac{\sqrt{(\frac{x}{y})^2} \times \sqrt[3]{\frac{-x^3}{y^3}}}{\sqrt{\frac{x^6}{y^4}}} = \frac{|\frac{x}{y}| \times \sqrt[3]{(\frac{-x}{y})^3}}{\sqrt{(\frac{x^3}{y^2})^2}}$$

$$= \frac{-\frac{x}{y} \times (-\frac{x}{y})}{|\frac{x^3}{y^2}|} = \frac{\frac{x^2}{y^2}}{\frac{x^3}{y^2}} = \frac{1}{x} = x^{-1}$$

یادآوری: خروج عبارت از زیر رادیکال با فرجهی زوج نیازمند قدر مطلق است.
 (صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲ و ۱۹۰ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳

۲

۱ ✓

«شکلیب رهیبی»

صورت و مخرج را با استفاده از اتحادها ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \overbrace{\frac{(4x^2 - 9)^2 - 49}{(6x + 12)(4x - 2\sqrt{2})}}^{(I)} \\ & \quad \text{(II) } 6x + 12 = 3(2x + 4) \\ & \quad \text{(III) } 4x - 2\sqrt{2} = 2(2x - \sqrt{2}) \\ & \Rightarrow \frac{(4x^2 - 9)^2 - 49}{(6x + 12)(4x - 2\sqrt{2})} \\ & = \frac{(2x - 4)(2x + 4)(2x - \sqrt{2})(2x + \sqrt{2})}{3(2x + 4) \times 2(2x - \sqrt{2})} \\ & = \frac{(x - 2)(2x + \sqrt{2})}{3} \end{aligned}$$

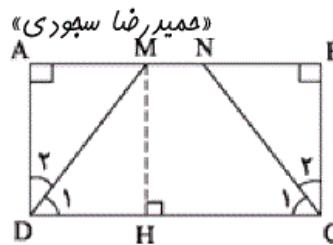
(صفحه‌های ۸۶ و ۱۱۰ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ AD = BC \\ \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{C}_2 \end{array} \right\}$$

$\xrightarrow{\text{ز پ ز}} \text{AMD} \cong \text{BNC} \Rightarrow AM = BN$

$$MN = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} BN$$

در نتیجه، اگر مقدار MN را برابر با $2x$ فرض کنیم:

$$AM = BN = 3x$$

$$3x + 2x + 3x = 12 \Rightarrow 8x = 12$$

$$\Rightarrow x = 1.5 \Rightarrow MN = 2 \times 1.5 = 3$$

$$S_{DMNC} = \frac{(MN + DC) \times MH}{2} = \frac{(3 + 12) \times 4}{2} = 30.$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳ ✓

۲

۱

«سیدرسروش کریمی مداهی»

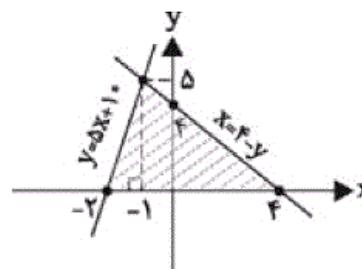
ابتدا مختصات نقطه‌ی برخورد دو خط $y = 5x + 10$ و $x = 4 - y$ را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} y = 5x + 10 \\ x = 4 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5x + 10 \\ y = 4 - x \end{cases}$$

با استفاده از روش جایگزینی $4 - x = 5x + 10$.

$$\Rightarrow x = -1 \xrightarrow{y=4-x} y = 5$$

دو خط داده شده را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل زیر، قاعده مثلث واحد و ارتفاع آن ۵ واحد است. پس:



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

(صفحه‌های ۹۶ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (خط و معادله‌های فطی)

۴

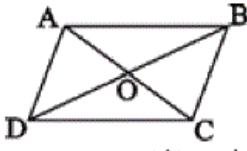
۳

۲ ✓

۱

«محمد بهیرایی»

مطابق شکل زیر، در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، قطرها در نقطه‌ی O یکدیگر را قطع می‌کنند. با استفاده از همنهشتی دو مثلث AOB و DOC ثابت می‌شود قطرها منصف یکدیگرند. پس $AO = OC$ و $BO = OD$ است. اما در حالت کلی برابری AO و OD اثبات نمی‌شود.



(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳ ✓

۲

۱

«مبینا عبیری»

می‌دانیم نماد علمی هر عدد مثبت به صورت $a \times 10^n$ است.
($n \in \mathbb{Z}$ ، $1 \leq a < 10$ ، $a \in \mathbb{R}$)

$$1/8 \times 10^{-5} = 0.00018 \text{ : نماد علمی}$$

(صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴ ✓

۳

۲

۱