



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۰۱- از بین ۵ دانش‌آموز رشته ریاضی و ۷ دانش‌آموز رشته تجربی، می‌خواهیم یک تیم ۴ نفره تشکیل دهیم. احتمال این که این تیم شامل حداقل ۲ دانش‌آموز رشته تجربی باشد کدام است؟

$$\frac{7}{11} \quad (1) \quad \frac{9}{11} \quad (2) \quad \frac{25}{33} \quad (3) \quad \frac{28}{33} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- تمام حرف‌های کلمه "POOPAK" را کنار هم می‌چینیم. با چه احتمالی هر دو حرف O کنار هم قرار می‌گیرند؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{5} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- خط $x=1$ محور تقارن یک تابع درجه دوم است. اگر نمودار این تابع محور y ها را با عرض ۶ قطع کند و بر محور x ها مماس باشد، آن‌گاه مقدار تابع در $x=3$ کدام است؟

$$24 \quad (1) \quad 18 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- مجموع طول نقاط تقاطع نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2x^2 + mx - 1$ با نیمساز ربع دوم و چهارم برابر با $\frac{3}{2}$ است. کم‌ترین مقدار تابع f کدام است؟

$$3 \quad (1) \quad -3 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad -6 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- مجموع جواب‌های معادله $|x-1| + |3-x| = 5$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (1) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{5}{2} \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر n عددی طبیعی باشد، آن‌گاه حاصل $[\sqrt{4n^2 + 2n}]$ کدام است؟ ([: جزء صحیح])

$$2n \quad (1) \quad 2n+1 \quad (2) \quad 2n+1 \quad (3) \quad 2n+2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- تابع $f = \{(0,5), (1, m^2 + 1), (-1, 4m + 1)\}$ یک تابع صعودی است. مجموعه همه مقادیر ممکن برای m کدام است؟

$$-2 \leq m < 0 \quad (1) \quad m \leq -2 \quad (2) \quad -2 < m < 2 \quad (3) \quad 1 < m < 2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- می‌دانیم از هر ۵ پرتاب یک تیرانداز، ۳ تیر او به هدف می‌خورد. در صورتی که او در یک مسابقه ۴ تیر به سمت هدف پرتاب کند، احتمال آن که حداکثر یک تیر به هدف بخورد کدام است؟

$$6 \times (0/6)^4 \quad (1) \quad 7 \times (0/6)^4 \quad (2) \quad 6 \times (0/4)^4 \quad (3) \quad 7 \times (0/4)^4 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مجموعه جواب معادله $[2x+1] = -1$ ، بازه $[a, b]$ است؛ مقدار $b - a$ کدام است؟ ()، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - x| < x + 3$ کدام است؟

- (۱) $(-1, 0)$ (۲) $(-3, 1)$ (۳) $(-1, 3)$ (۴) $(0, 1)$

شما پاسخ نداده اید

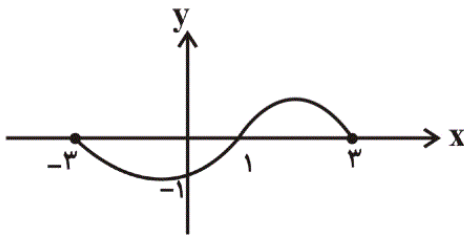
ریاضی، ریاضی ۲ و هندسه، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۱۱- رابطه $a_{n+1} = -2 + a_n$ همواره بین جمله‌های دنباله $\{a_n\}$ برقرار است. اگر جمله پنجم این دنباله برابر ۲۰ باشد، آن‌گاه این دنباله چند جمله مثبت دارد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$ ، کدام است؟



- (۱) $(-3, 3)$
 (۲) $(-3, 1) \cup (1, 3)$
 (۳) $(-3, 0)$
 (۴) $[-3, 0] \cup [1, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر a عددی منفی باشد، آن‌گاه کدام بازه حدود تغییرات عبارت $\frac{a^4 + 1}{a^2}$ ، را نشان می‌دهد؟

- (۱) $[1, +\infty)$ (۲) $[0, +\infty)$ (۳) $(0, +\infty)$ (۴) $[2, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $\log_{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{3}} - \log_{\sqrt{3}} \frac{(x-2)}{\sqrt{3}} = 2$ ، آن‌گاه حاصل $\log_4 (x^3 + 5)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر فرض کنیم $\tan 35^\circ = 0/7$ ، آن‌گاه حاصل $A = \frac{\sin 55^\circ - \cos 30.5^\circ}{\sin 12.5^\circ - \cos 21.5^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/15$ (۳) $0/125$ (۴) $0/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- از تساوی $B \times \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = -6I$ ، ماتریس B کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- با دو حرف a، دو حرف b و دو حرف c چند کلمه سه حرفی می توان نوشت؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۱ (۳) ۲۴ (۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- مساحت مثلث قائم الزاویه‌ای $\frac{1}{8}$ مجذور وتر آن است. کوچک ترین زاویه این مثلث، چند درجه است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۷/۵ (۳) ۲۲/۵ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- مثلثی به اضلاع ۳، a و b با مثلثی به طول اضلاع ۳، ۴ و ۵ متشابه است. دو مثلث قابل انطباق نیستند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

(۱) ۷/۲ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۳/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- طول قطر مکعب مستطیلی به ابعاد $\sqrt{2}$ ، ۳ و ۴ با طول قطر مکعبی برابر است. حجم این مکعب کدام است؟

(۱) $12\sqrt{2}$ (۲) ۳۰ (۳) $12\sqrt{3}$ (۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۹۱- اگر از داده‌های جدول زیر ۴ داده حذف کنیم، در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، زاویه متناظر دسته به مرکز ۴، تغییر نمی کند.

چند داده از این دسته حذف شده است؟

مرکز دسته	۱	۲	۳	۴
فراوانی	۴	۶	۸	۶

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر انحراف معیار داده‌های {۲، ۴، ۸، ۱۰، ۱۲} برابر a باشد، آن گاه واریانس داده‌های {۲، ۶، ۱۴، ۱۸، ۲۲} کدام است؟

(۱) ۲a (۲) ۴a (۳) ۴a^۲ (۴) ۲a^۲

شما پاسخ نداده اید

۹۳- ضریب تغییرات داده‌های آماری دسته بندی شده در جدول زیر، کدام است؟

حدود دسته	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱	۱۱-۱۳
فراوانی	۲	۱	۳	۳	۱

(۱) ۱۰ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{\sqrt{10}}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- در کدام بازه زیر، نامعادله‌های $x + 6 < 2 + \frac{x}{2} < 2x + 5$ برقرار است؟

- (۱) $(-8, -2)$ (۲) $(-\frac{2}{3}, -5)$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(\frac{4}{3}, 0)$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- تابع با ضابطه $f(x) = 5 - 2x$ مفروض است. اگر $(fog)(x) = x$ ، آن گاه $g(-1)$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) 3 (۳) 1 (۴) -3

شما پاسخ نداده اید

۹۶- حاصل عبارت $\cot x - \tan x$ به ازای $x = 15^\circ$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد $2+h$ تغییر کند برابر $\frac{h}{9}$ است، کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) 2 (۳) $2/5$ (۴) 3

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(m-1)x + \sqrt{nx-1}}{3\sqrt{x+2} + 2} = 2$ ، آن گاه $m+n$ کدام است؟

- (۱) 36 (۲) 6 (۳) 37 (۴) 4

شما پاسخ نداده اید

۹۹- به ازای کدام مقدار a ، تابع به ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} & ; -1 < x < 0 \\ a & ; x \geq 0 \end{cases}$ در $x=0$ پیوسته است؟

- (۱) $a = \frac{1}{2}$ (۲) $a = 1$ (۳) $a = -1$ (۴) هیچ مقدار a

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در جعبه A، ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و در جعبه B، ۲ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. یکی از این جعبه‌ها را به تصادف

انتخاب کرده و مهره‌ای دلخواه از آن خارج می‌کنیم، احتمال آبی بودن این مهره کدام است؟

- (۱) $\frac{41}{70}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{29}{70}$ (۴) $\frac{4}{10}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

(۱) دو دانش‌آموز ریاضی و دو دانش‌آموز تجربی انتخاب شوند:

$$N_1 = \binom{5}{2} \binom{7}{2} = 10 \times 21 = 210$$

(۲) یک دانش‌آموز ریاضی و سه دانش‌آموز تجربی انتخاب شوند:

$$N_2 = \binom{5}{1} \binom{7}{3} = 5 \times 35 = 175$$

(۳) هیچ دانش‌آموز ریاضی انتخاب نشود و چهار دانش‌آموز تجربی انتخاب شوند:

$$N_3 = \binom{5}{0} \binom{7}{4} = 1 \times 35 = 35$$

بنابراین تعداد راه‌های مطلوب انجام این کار برابر است با:

$$N = N_1 + N_2 + N_3 = 210 + 175 + 35 = 420$$

$$\Rightarrow P = \frac{420}{5 \times 11 \times 9} = \frac{14}{11 \times 9} = \frac{14}{99}$$

(امتال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۵)

۴

۳

۲

۱

نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء که n_1 تای آنها از نوع ۱، n_2 تای آنها از نوع ۲، ... و n_k تای آنها از نوع k هستند:

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_k!}$$

ابتدا دو حرف O را در کنار هم، یک شیء در نظر می‌گیریم که در این صورت، پنج شیء خواهیم داشت که دو تای آنها یکسانند (دو حرف P)، پس اگر

$$n(A) = \frac{5!}{2!}$$

پیشامد مطلوب را A بنامیم، با توجه به نکته بالا، داریم:

از طرفی اگر هیچ شرطی اعمال نشود، شش حرف کلمه‌ی "POOPAK" که دو حرف P و دو حرف O در آن یکسانند، با توجه به نکته بالا، به تعداد

$$n(S) = \frac{6!}{2!2!}$$

حالت‌های روبه‌رو جایگشت دارند:

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\frac{5!}{2!}}{\frac{6!}{2!2!}} = \frac{5!2!}{6!}$$

$$= \frac{5!2!}{5! \times 6} = \frac{2!}{6} = \frac{1}{3}$$

(امتال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر نقطه‌ی $S(\alpha, \beta)$ رأس نمودار یک تابع درجه دوم باشد، آنگاه معادله‌ی محور تقارن تابع به صورت $x = \alpha$ و معادله‌ی خط افقی مماس بر آن به صورت $y = \beta$ است و بالعکس.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(بهرام طالبی)

برای پیدا کردن طول نقاط تقاطع نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 2x^2 + mx - 1$ و خط به معادله $y = -x$ (نیمساز ربع دوم و چهارم)، معادله $2x^2 + mx - 1 = -x$ را حل می‌کنیم، داریم:

$$2x^2 + mx - 1 = -x \Rightarrow 2x^2 + (m+1)x - 1 = 0$$

طبق فرض سؤال، مجموع جواب‌های معادله‌ی درجه دوم اخیر برابر با $1/5$ است، پس:

$$\frac{-b}{a} = 1/5 \Rightarrow \frac{-(m+1)}{2} = 1/5 \Rightarrow m = -4$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 4x - 1$$

بنابراین طول رأس نمودار تابع f ، برابر است با:

$$\Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times 2} = 1$$

کمترین مقدار تابع درجه دوم f به ازای طول رأس آن به دست می‌آید:

$$\Rightarrow f(x_S) = 2(1)^2 - 4 - 1 = -3$$

(تابع درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمر فندان)

ابتدا توجه کنید که: $|3-x| = |x-3|$

راه حل اول: $|x-1| + |x-3| = 5$

برای حل این معادله، سه حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$۱) x < 1 \Rightarrow -(x-1) - (x-3) = 5 \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$۲) 1 \leq x \leq 3 \Rightarrow (x-1) - (x-3) = 5 \Rightarrow 2 = 5 \text{ غیرقابل قبول}$$

$$۳) x > 3 \Rightarrow (x-1) + (x-3) = 5 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

توجه کنید که اگر n عددی طبیعی باشد، آنگاه همواره

$$4n^2 < 4n^2 + 2n < 4n^2 + 4n + 1$$

بنابراین:

$$\sqrt{4n^2} < \sqrt{4n^2 + 2n} < \sqrt{4n^2 + 4n + 1} \Rightarrow 2n < \sqrt{4n^2 + 2n} < 2n + 1$$

$$\Rightarrow [\sqrt{4n^2 + 2n}] = 2n$$

(تابع جزء صحیح) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴

۳

۲✓

۱

(سروش موئینی)

$$-1 < 0 < 1 \xrightarrow{f \text{ صعودی}} f(-1) \leq f(0) \leq f(1) \Rightarrow 4m + 1 \leq 5 \leq m^2 + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2 + 1 \geq 5 \Rightarrow m^2 \geq 4 \Rightarrow m \geq 2 \text{ یا } m \leq -2 \\ 4m + 1 \leq 5 \Rightarrow 4m \leq 4 \Rightarrow m \leq 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m \leq -2$$

(توابع صعودی و نزولی) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴

۳

۲✓

۱

(آرش رحیمی)

احتمال آن که در هر بار پرتاب، تیر این تیرانداز به هدف بخورد برابر است با

$$p = \frac{3}{5} = 0.6$$

پس اگر X تعداد تیرهای به هدف خورده در چهار پرتاب باشد،

آنگاه X دارای توزیع دو جمله‌ای است و $P(X \leq 1)$ مد نظر سؤال است.

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$= \binom{4}{0} (0.6)^0 (1 - 0.6)^4 + \binom{4}{1} (0.6)^1 (0.4)^3$$

۴✓

۳

۲

۱

(فرهاد حامی)

$$[2x+1] = -1 \Rightarrow -1 \leq 2x+1 < 0 \Rightarrow -2 \leq 2x < -1$$

$$\Rightarrow -1 \leq x < -\frac{1}{2} \Rightarrow b-a = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

(تابع جزء صحیح) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۴

۳

۲✓

۱

(میثم حمزه لویی)

$$|x^2 - x| < x + 3 \Rightarrow \underbrace{-x - 3 < x^2 - x < x + 3}_{(1)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{(2)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1): x^2 - x > -x - 3 \Rightarrow x^2 > -3 \text{ همواره برقرار است.} \\ (2): x^2 - x < x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) < 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -1 < x < 3$$

(تابع قدر مطلق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۴

۳✓

۲

۱

(میثم همزه لویی)

رابطه $a_{n+1} = -2 + a_n$ نشان می‌دهد که در دنباله $\{a_n\}$ ، از جمله دوم به بعد، هر جمله مساوی جمله قبل از آن به اضافه (-2) است. پس $\{a_n\}$ یک دنباله حسابی است که در آن $d = -2$ و $a_5 = 20$ ، بنابراین داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)(d) \xrightarrow{a_5=20, d=-2} 20 = a_1 + 4(-2)$$

$$\Rightarrow a_1 = 28$$

حال باید محاسبه کنیم که چند جمله از این دنباله در رابطه $a_n > 0$ صدق می‌کنند، برای این منظور داریم:

$$a_n > 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)(d) > 0 \xrightarrow{a_1=28, d=-2} 28 + (n-1)(-2) > 0$$

$$\Rightarrow 2n < 30 \Rightarrow n < 15$$

چون n عدد طبیعی است، از نامعادله $n < 15$ نتیجه می‌شود که این دنباله حسابی چهارده جمله مثبت دارد.

(الگو و دنباله) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(امین نصرالله)

	-۳	۰	۱	۳		
$x-1$	+	-	-	+	$\frac{x-1}{f(x)} \geq 0$	
$f(x)$	+	-	+	+		$\rightarrow (-3, 1) \cup (1, 3)$
$\frac{x-1}{f(x)}$	ت.ن	+	+	ت.ن		ت.ن

(توابع فاص- نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰ و ۸۴)

۴

۳

۲✓

۱

راه حل اول: با کمک اتحادها داریم:

$$\frac{a^4 + 1}{a^2} = a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2\left(a\right)\left(\frac{1}{a}\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$$

چون $a < 0$ پس $a + \frac{1}{a} \leq -2$ در نتیجه:

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 \geq 4 \Rightarrow \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \geq 2$$

راه حل دوم: می‌دانیم اگر $x > 0$ آن‌گاه $x + \frac{1}{x} \geq 2$ پس:

$$a < 0 \Rightarrow a^2 > 0 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2$$

(توابع فاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، مشابه تمرین ۲، صفحه ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از رابطه $\log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\frac{a}{b}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\log_{\sqrt{3}}^{\frac{9}{x-2}} = 2 \Rightarrow \frac{9}{x(x-2)} = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow \frac{9}{x(x-2)} = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases} \text{ غ.ق.ق ۱}$$

بنابراین حاصل $\log_4^{(x^3+5)}$ برابر است با:

$$\log_4^{32} = \log_{2^2}^{2^5} = \frac{5}{2} \log_2^2 = \frac{5}{2}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\cos 305^\circ = \cos(270^\circ + 35^\circ) = \sin 35^\circ$$

$$\sin 125^\circ = \sin(90^\circ + 35^\circ) = \cos 35^\circ$$

$$\cos 215^\circ = \cos(180^\circ + 35^\circ) = -\cos 35^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{\cos 35^\circ - \sin 35^\circ}{\cos 35^\circ + \cos 35^\circ} = \frac{\cos 35^\circ - \sin 35^\circ}{2 \cos 35^\circ}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sin 35^\circ}{2 \cos 35^\circ} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tan 35^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (0.7)$$

$$A = 0.5 - 0.35 = 0.15$$

(مثال‌ت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

روش اول:

با فرض $C = -6I$ و $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ، معادله ماتریسی $A \cdot B = C$ را داریم

که اگر طرفین این معادله را از سمت چپ در A^{-1} ضرب کنیم، داریم:

$$A^{-1} \cdot A \cdot B = A^{-1} \cdot C \Rightarrow I \cdot B = A^{-1} \cdot C \Rightarrow B = A^{-1} C$$

$$B = -\frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \times (-6I) = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

روش دوم:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4a + c & 4b + d \\ 2a - c & 2b - d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + c = -6 \\ 2a - c = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 6a = -6 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow c = -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4b + d = 0 \\ 2b - d = -6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 6b = -6 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow d = 4$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۸ تا ۱۷۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهردار ملونری)

-۱۱۷

در هر یک از جایگاه‌های کلمه سه حرفی ---، سه انتخاب a ، b و c را داریم ولی توجه کنید که سه کلمه aaa ، bbb و ccc به هیچ وجه قابل قبول نیستند. پس تعداد کلمات مورد نظر برابر است با: $3 \times 3 \times 3 - 3 = 24$

(ترکیبات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۶)

۴

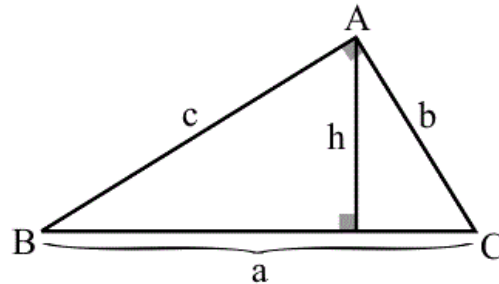
۳ ✓

۲

۱

با توجه به فرض مسأله $S(\triangle ABC) = \frac{1}{8}a^2$ ، از طرفی با توجه به شکل

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2}ah \text{، پس:}$$



$$\frac{1}{8}a^2 = \frac{1}{2}ah \Rightarrow h = \frac{1}{4}a$$

یعنی در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است. این خاصیت مثلث‌های قائم‌الزاویه با زاویه‌ی حاده 15° است.

(مسامت و قضیه فیثاغورس) (هندسه ا، صفحه ۴۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تهری - ۹۰)

در دو مثلث متشابه، اضلاع دو به دو متناسب‌اند. با توجه به این که دو مثلث قابل انطباق نیستند، ضلع با اندازه ۳ در مثلث اولی با ضلع به اندازه ۳ در مثلث دوم متناسب نیست. در نتیجه دو حالت داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{a}{3} = \frac{b}{5} \Rightarrow a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{4} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = 9 \\ \frac{3}{5} = \frac{a}{3} = \frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{9}{5}, b = \frac{12}{5} \Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5} \end{array} \right.$$

بنابراین بیش‌ترین محیط برابر ۹ است. دقت کنید که در هر حالت، جای a و b می‌تواند عوض شود که تأثیری در محیط مثلث ندارد.

(تشابه) (هندسه ا، صفحه ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهردار ملوندی)

$$c \text{ و } b, a \text{ ابعاد } d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ قطر مکعب مستطیل به ابعاد}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{2 + 9 + 16} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$m \text{ طول قطر مکعب با طول یال } d' = m\sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} m\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \Rightarrow m = 3$$

$$V = m^3 = 27 \text{ حجم مکعب}$$

(شکل‌های فضایی) (هندسه ا، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

-۹۱

(آرش رحیمی)

طبق فرض داریم: زاویه اولیه = زاویه جدید

می‌دانیم که اگر تعداد کل داده‌ها برابر N باشد، زاویه متناظر به دسته i ام درنمودار دایره‌ای برابر است با $\alpha_i = \frac{f_i}{N} \times 360^\circ$. حال اگر تعداد داده‌هایی را که ازدسته چهارم حذف شده است، برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{6-x}{24-4} \times 360^\circ = \left(\frac{6}{24} \times 360^\circ\right)$$

$$\Rightarrow \frac{6-x}{20} = \frac{1}{4} \Rightarrow 6-x=5 \Rightarrow x=1$$

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۴، ۹۲ و ۹۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سین هاپیلو)

اگر از هر یک از داده‌های گروه اول یک واحد کم کنیم و عدد حاصل را دو برابر کنیم، آن‌گاه داده‌های متناظر در گروه دوم به دست می‌آیند. بنابراین انحراف معیار ۲ برابر می‌شود. پس اگر انحراف معیار داده‌های گروه اول برابر a باشد، انحراف معیار داده‌های گروه دوم برابر $2a$ و در نتیجه واریانس آن‌ها برابر $4a^2$ است.

(شافص‌های پراکنندگی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۳)

۴

۳✓

۲

۱

(بابک سادات)

جدول فراوانی بر حسب مرکز دسته‌ها به صورت زیر است:

مرکز دسته x_i	۴	۶	۸	۱۰	۱۲
فراوانی f_i	۲	۱	۳	۳	۱

برای محاسبه‌ی واریانس ابتدا میانگین داده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2(4) + 1(6) + 3(8) + 3(10) + 1(12)}{2 + 1 + 3 + 3 + 1} = \frac{80}{10} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$

$$= \frac{2(4-8)^2 + 1(6-8)^2 + 3(8-8)^2 + 3(10-8)^2 + 1(12-8)^2}{10}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{32 + 4 + 0 + 12 + 16}{10} = \frac{64}{10} = 6.4$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{6.4}}{8} = \frac{\sqrt{64}}{8 \times 10} = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$$

(شافص‌های پراکنندگی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۵۸)

۴✓

۳

۲

۱

(بهرار طالبی)

$$2x + 5 < \frac{x}{2} + 2 < 6 + x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 5 < \frac{x}{2} + 2 \Rightarrow \frac{3}{2}x < -3 \Rightarrow x < -2 & (1) \\ \frac{x}{2} + 2 < 6 + x \Rightarrow \frac{x}{2} > -4 \Rightarrow x > -8 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow -8 < x < -2$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

۲

۱✓

(میثم عمزهلویی)

$$(f \circ g)(x) = x \Rightarrow f(g(x)) = x \Rightarrow f(g(-1)) = -1$$

$$\text{فرض } f(x) = 5 - 2x: f(g(-1)) = 5 - 2g(-1)$$

$$\Rightarrow 5 - 2g(-1) = -1 \Rightarrow g(-1) = 3$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۵)

۴

۳

۲✓

۱

(مهرداد ملوندی)

$$\begin{aligned} \cot 15^\circ - \tan 15^\circ &= \frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} \\ &= \frac{\cos(2 \times 15^\circ)}{\frac{1}{2} \sin(2 \times 15^\circ)} = \frac{2 \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = 2 \cot 30^\circ = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری تهرمی - ۸۶)

$$\begin{aligned} \text{آهنگ متوسط تغییر تابع از } ۲ \text{ تا } ۲+h &= \frac{f(۲+h)-f(۲)}{۲+h-۲} \\ &= \frac{\left(۲+h+\frac{۱}{۲+h}\right)-\left(۲+\frac{۱}{۲}\right)}{h} = \frac{۸}{۹} \\ \Rightarrow ۲+h+\frac{۱}{۲+h}-\frac{۵}{۲} &= \frac{۸}{۹}h \Rightarrow h+\frac{۱}{۲+h}-\frac{۱}{۲} = \frac{۸}{۹}h \\ \Rightarrow ۹h+\frac{۹}{۲+h}-\frac{۹}{۲} &= ۸h \Rightarrow h = \frac{۵}{۲}, h=0 \text{ (غ ق ق)} \\ \Rightarrow h &= ۲/۵ \end{aligned}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰ و ۱۳۸)

- ۴
- ۳ ✓
- ۲
- ۱

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{nx-1}}{3\sqrt{x+2}+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{nx}}{3\sqrt{x}} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{n}}{3} = ۲ \Rightarrow \sqrt{n} = ۶ \Rightarrow n = ۳۶$$

$$\Rightarrow m+n = ۱+۳۶ = ۳۷$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

- ۴
- ۳ ✓
- ۲
- ۱

(فردار نامی)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \times \frac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt{1+x}+1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{x(\sqrt{1+x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt{1+x}+1} = \frac{1}{2} \quad (*)$$

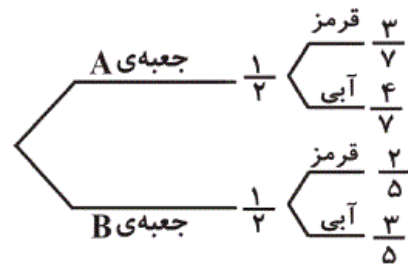
$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a \quad (**)$$

$$x=0 \text{ در شرط پیوستگی: } f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} a = \frac{1}{2}$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

از نمودار درختی استفاده می‌کنیم:



$$\Rightarrow \text{احتمال مورد نظر } P = \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{41}{70}$$

(پدیده‌های تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، مشابه مثال ۴، صفحه ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir