



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ، مثلثات - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۹۸- حاصل $(\cos 20^\circ - 2 \sin^2 10^\circ) \cos 10^\circ$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- مجموع تمام جواب‌های معادله $\frac{\sin^2 7x - \sin^2 2x}{\sin 9x} = \frac{1}{2}$ که در بازه $[0, \frac{\pi}{2}]$ قرار دارند، کدام است؟

- (۱) $\frac{13\pi}{30}$ (۲) $\frac{19\pi}{30}$
- (۳) $\frac{17\pi}{30}$ (۴) $\frac{11\pi}{30}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- معادله $\cos(2 \sin^{-1} x) = mx$ دو جواب دارد. حدود m کدام است؟

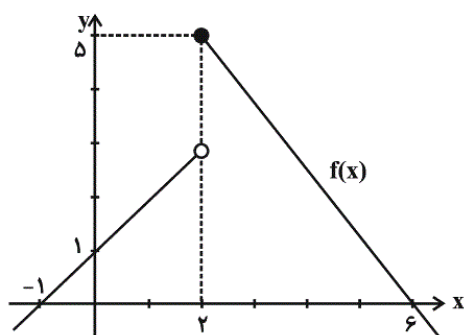
- (۱) $m \leq -1$ (۲) $m \geq 1$
- (۳) $-1 \leq m \leq 1$ (۴) $m \in \mathbb{R}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۹۳- اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{\log f(x)}$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 6]$ (۲) $[0, 6]$
- (۳) $[0, \frac{26}{5}]$ (۴) $[0, 2]$



شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر نقطه $(3, 4)$ روی تابع $f(x)$ و $g(x) = 3f(4x - 1) + 2$ باشد، آن گاه کدام نقطه زیر لزوماً روی نمودار $f(x)$ قرار دارد؟ $g(x)$ ، تابعی فرد است.

- (۱) $(1, \frac{16}{3})$ (۲) $(-1, -\frac{16}{3})$ (۳) $(-5, -\frac{16}{3})$ (۴) $(5, -\frac{16}{3})$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $f = \{(1, -2), (0, 1), (3, 0), (2, 4)\}$ و $g = \{(5, 1), (6, 4), (-1, 2), (3, 0)\}$ آن گاه $g \circ f^{-1}$ به ترتیب از راست به چپ چند عضو دارد و مجموع اعضای بُرد آن کدام است؟

- (۱) ۳ و ۱۴ (۲) ۴ و ۱۰ (۳) ۳ و ۱۰ (۴) ۴ و ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر $f(3x - 1) = g(2x) + 1$ و $f^{-1}(3) = 5$ باشد، آن گاه $g(4)$ کدام است؟ f تابعی وارون پذیر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲

- (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۷- بُرد تابع $f(x) = (-1)^{[x]}([x] - x)$ کدام است؟ $([])$ ، علامت جزء صحیح است.

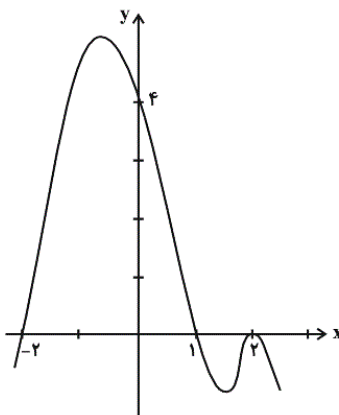
- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-1, 1)$

- (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(-1, 1]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۹۱- اگر نمودار تابع درجه ۴ f به صورت مقابل باشد، باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 2x - 3$ کدام است؟



(۱) $-\frac{14}{4}x - \frac{22}{4}$

(۲) $\frac{14}{4}x - \frac{22}{4}$

(۳) $-\frac{14}{4}x + \frac{22}{4}$

(۴) $\frac{14}{4}x + \frac{22}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر α و α^2 جوابهای متمایز معادله $x^2 - 6x + k = 0$ باشند، مجموع مقادیری که جای k می توانند قرار گیرند کدام است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۳ (۳) -۱۹ (۴) -۲۳

شما پاسخ نداده اید

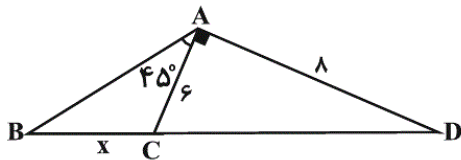
۱۲۱- در یک ضلعی محدب، کوچکترین زاویه 12° و بزرگترین زاویه 16° است. اگر زوایای داخلی این n ضلعی تشکیل دنباله حسابی بدهند، n کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۰
(۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در شکل زیر طول $BC = x$ چند واحد است؟

- (۱) ۱۸
(۲) ۲۴
(۳) ۳۰
(۴) ۳۶



شما پاسخ نداده اید

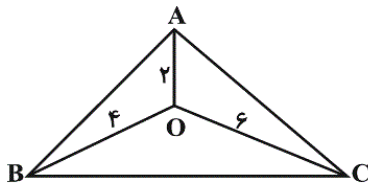
۱۲۳- در مثلث ABC ، $AB > AC$ است. اگر BM و CM' به ترتیب میانه‌های وارد بر اضلاع AC و AB باشند، کدام رابطه صحیح است؟

- (۱) $BM = CM'$
(۲) $BM < CM'$
(۳) $BM > CM'$
(۴) بسته به شرایط هر یک از سه حالت امکان پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- با توجه به شکل زیر، محیط مثلث ABC کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

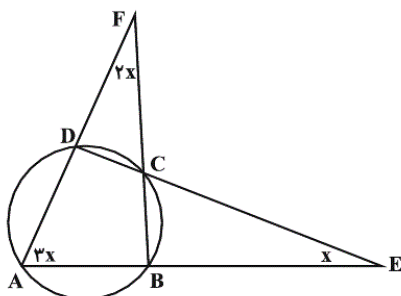
- (۱) ۱۵
(۲) ۱۳
(۳) ۲۲
(۴) ۱۱



شما پاسخ نداده اید

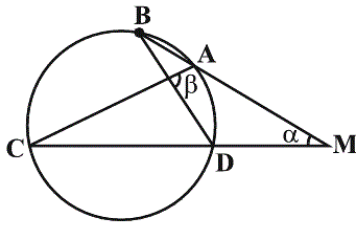
۱۲۵- در شکل زیر مقدار x چند درجه است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۱۵
(۳) ۲۰
(۴) ۱۸



شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر اگر $\widehat{BAC} = 3\widehat{ABD}$ ، آنگاه زاویه β چند برابر زاویه α است؟



(۲) ۲

(۱) $\frac{3}{2}$

(۴) ۳

(۳) $\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- دو نقطه ثابت O و A و دایره $C(O, R)$ مفروض است. از A مماس بر دایره رسم می‌کنیم. مکان هندسی نقطه تماس با تغییر R

کدام است؟

(۲) دایره‌ای به شعاع OA

(۱) دایره‌ای به قطر OA

(۴) دایره‌ای به مرکز A

(۳) خطی عمود بر OA

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، تبدیل ها - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۲۸- کدام یک از نقطه‌های زیر نمی‌تواند تصویر نقطه $A = (1, 2)$ تحت تبدیل ایزومتري $T(x, y) = (ax + 2, by + 1)$ باشد؟

(۲) $(1, 3)$

(۱) $(3, -1)$

(۴) $(3, 3)$

(۳) $(1, 1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- دایره C_1 به مرکز $O(1, 1)$ و شعاع ۱، در اثر تجانس با نسبت $k > 1$ به مرکز مبدأ مختصات، به دایره C_2 تبدیل می‌شود. به ازای کدام

مقدار k ، دو دایره متخارج هستند؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- خط $3x = 4y + 8$ و $4y = 3x - 2$ بازتاب یکدیگر نسبت به خط d هستند. معادله خط d کدام است؟

(۲) $4y - 3x + 5 = 0$

(۱) $4y - 3x - 5 = 0$

(۴) $3x + 4y + 5 = 0$

(۳) $3x + 4y - 5 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- در اثبات نامساوی $n^2 > 2^n > n!$ به کمک استقرای تعمیم یافته برای هر عدد طبیعی $n (n \geq m)$ ، کوچکترین عدد طبیعی مناسب m کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در اثبات نامساوی $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$ برای دو عدد حقیقی و مثبت a و b به روش بازگشتی، کدام رابطه بدیهی به دست می آید؟

- (۱) $(a-b)^2 \geq 0$ (۲) $(a+b)^2 \geq 0$ (۳) $a^2 + b^2 \geq 0$ (۴) $1 \geq 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- از ظرفی شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ۵ مهره قرمز، حداقل چند مهره خارج کنیم تا مطمئن باشیم از هر رنگ حداقل ۲ مهره بیرون آمده است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- کدام یک از گزینه های زیر همواره برقرار نیست؟

- (۱) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (۲) اگر $A \subseteq B$ آن گاه $A \cup B = B$
(۳) اگر $A - B \subseteq C$ آن گاه $A \subseteq C$ یا $B \subseteq C$ (۴) اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ آن گاه $A \cup B \subseteq C$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- اگر A ، B و C سه مجموعه باشند، به طوری که $A - B = B \cap C$ ، آن گاه حاصل $B' \cap A'$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است).

- (۱) B' (۲) A' (۳) $\emptyset$ (۴) U

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر $A = \{2^x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$ و $B = \{m^n \mid m, n \in \mathbb{N}, n \leq 4, m < n\}$ ، آن گاه تعداد اعضای مجموعه $(A - B) \times (A \Delta B)$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- رابطه $xRy \Leftrightarrow x \mid y$ روی مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 < x^2 \leq 4\}$ ، چند عضو دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- ۴ مهره سفید، ۴ مهره قرمز و ۴ مهره آبی هر کدام با شماره های ۱ تا ۴ داریم. سه مهره از این ۱۲ مهره بر می داریم. با کدام احتمال جمع شماره های انتخابی ۵ است؟

- (۱) $\frac{9}{100}$ (۲) $\frac{9}{110}$ (۳) $\frac{11}{90}$ (۴) $\frac{11}{100}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- تاسی را پرتاب می کنیم. هر عدد که ظاهر شد، به همان تعداد سکه می اندازیم. فضای نمونه ای این آزمایش چند عضوی است؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۴۸ (۳) ۲۵۶ (۴) ۱۲۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در کیسه ای ۵ گوی آبی و ۴ گوی قرمز موجود است، می خواهیم سه گوی به تصادف خارج کنیم. احتمال آن که تعداد گوی های آبی از قرمز بیشتر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{42}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{11}{21}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۱- اگر x و y دو عدد گنگ باشند، از بین اعداد x^y ، $xy + \sqrt{3}$ و $\frac{\Delta x + 1}{3y + 2}$ چند عدد حتماً گنگ است؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۲- به ازای چند مقدار صحیح k ، معادله $|x - 1| = kx$ دو جواب دارد؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۳- حاصل ضرب بزرگترین و کوچکترین جمله دنباله $a_n = \frac{(-1)^n}{n} \left[\frac{\Delta}{n} \right]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)
- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) -۵ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۴- اگر به ازای هر $\varepsilon > 0$ و برای دنباله‌های a_n و b_n داشته باشیم $4a_n^2 + 9b_n^2 - 12a_n - 12b_n + 13 < \varepsilon$ ، در این صورت دنباله

$$C_n = \frac{4n^2 a_n + b_n}{9n^2 b_n + a_n}$$

به چه عددی همگراست؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۵- اگر برای دنباله نزولی و مثبت t_n داشته باشیم $t_{n+1}^2 - t_n t_{n+2} < 0$ ، کدام گزینه درباره دنباله $U_n = \frac{t_{n+1}}{t_n}$ صحیح است؟
- (۱) صعودی - همگرا (۲) نزولی - همگرا (۳) صعودی - واگرا (۴) نزولی - واگرا

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۶- اگر برای هر $n \geq n_0$ فاصله جملات دنباله $a_n = \sqrt{\frac{9n+2}{n+3}}$ از عدد همگرایی دنباله کمتر از $\frac{3}{4}$ باشد، کمترین مقدار n_0 کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۷- اگر $a_1 = \frac{2}{15}$ و $\Delta a_n + \Delta n a_n = n a_{n-1} + a_{n-1}$ باشد، آن گاه $\{a_n\}$ همگراست به:
- (۱) ۵ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۸- چند عدد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰ می‌تواند جای x قرار گیرد، به طوری که دنباله $\{(\sin \frac{\pi}{4} x)^{\Delta n + 3}\}$ واگرا باشد؟
- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۹- دنباله $a_n = \left(\frac{n^5 + k + 2}{n^5 + 1} \right)^{k(n^5 + 1)}$ همگرا به e^{12} است. حداکثر مقدار k کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)
- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin \frac{\pi}{x} \cos \frac{2\pi}{x}$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۴۱- دو بردار $a = (-2, 1, -3)$ و $b = (2, 1, 3)$ ، نسبت به ... قرینه‌ی یکدیگرند.
 (۱) صفحه‌ی xz (۲) محور z ها (۳) محور y ها (۴) صفحه‌ی yz

شما پاسخ نداده اید

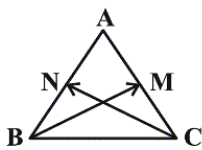
۱۴۲- بردار نیمساز زاویه‌ی بین دو بردار $a = i + 2j - 2k$ و $b = 3i + 4k$ ، موازی با کدام یک از بردارهای زیر است؟
 (۱) $(4, 2, 2)$ (۲) $(\frac{2}{15}, \frac{7}{15}, \frac{1}{15})$ (۳) $(14, 10, 2)$ (۴) $(14, 10, 24)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- نقطه‌ی $A = (2m, -3m, 6m)$ طوری مفروض است که بردار $\overrightarrow{OA}$ برداری یگانه است. طول تصویر قائم این بردار روی صفحه‌ی yz کدام است؟ (نقطه‌ی O مبدأ مختصات است).
 (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{7}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع BC ، M و N وسط‌های اضلاع AC و AB هستند. حاصل $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CN}$ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

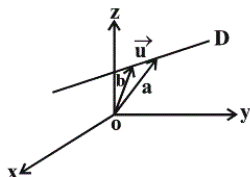
۱۴۵- اگر بردار $a = (a_1, a_2, a_3)$ به طول $4\sqrt{3}$ با محور x زاویه‌ی $\cos^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{4})$ ، با محور y زاویه‌ی $\frac{\pi}{3}$ و با محور z زاویه‌ای حاده بسازد، آنگاه مؤلفه‌ی بردار a روی محور z ها کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- a و b دو بردار در فضا هستند. اگر $a \cdot b = -2$ و مساحت مثلث ساخته شده روی دو بردار a و b برابر $\sqrt{3}$ واحد مربع باشد، زاویه‌ی بین دو بردار a و b برابر کدام است؟
 (۱) 30° (۲) 60° (۳) 120° (۴) 150°

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- بردار $\vec{u}$ موازی خط D و نقاط انتهایی دو بردار a و b روی خط D می‌باشد، کدام گزینه صحیح است؟
 (۱) $(a \times b) \parallel u$ (۲) $a \times u = b \times u$ (۳) $(a - b) \perp u$ (۴) $(a + b) \parallel u$



شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- نقطه‌ی $M(a, b, c)$ واقع بر خط $x - 1 = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 3}{1}$ از مبدأ مختصات به فاصله‌ی $3\sqrt{14}$ می‌باشد، a کدام می‌تواند باشد؟
 (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- دو خط $d: (x=1, y=2t-1, z=-t)$ و $d': x = \frac{y+a}{2} = 3-z$ با هم متقاطع اند. a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- نقطه‌ای روی خط $\begin{cases} x=2t \\ y=-1 \\ z=-2t \end{cases}$ از دو صفحه $P_1: x+2y+2z+3=0$ و $P_2: x+2y+2z+7=0$ به یک فاصله است، فاصله این نقطه از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $\sqrt{17}$ (۲) $\sqrt{18}$ (۳) $\sqrt{19}$ (۴) $\sqrt{20}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۶۱- با پنج رأس a, b, c, d, e چندگراف ساده غیر تهی می‌توان درست کرد که در آن رأس a ایزوله (از درجه صفر) نباشد؟

(۱) ۱۰۲۳ (۲) ۹۶۰ (۳) ۵۱۱ (۴) ۴۸۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- چند گراف ساده وجود دارد که مجموع مرتبه و اندازه آن برابر ۷ باشد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- گراف بازه‌های $(-1, 2), (2, 3), (1, 4)$ و $(0, b)$ دارای ۴ یال است. کدام نتیجه حتماً درست است؟

(۱) $2 < b \leq 3$ (۲) $3 < b \leq 4$ (۳) $1 < b \leq 2$ (۴) $0 < b \leq 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- G گرافی ساده از مرتبه ۶ است که فقط دو رأس از درجه ۵ دارد. اگر درجه بقیه رأس‌ها فرد باشد، اندازه این گراف کدام است؟

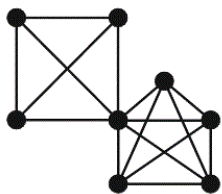
(۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- گرافی از مرتبه ۱۱ و اندازه ۲۷، فقط دارای رأس‌هایی با درجه‌های m و n است. m و n کدام یک از اعداد زیر می‌توانند باشند؟

(۱) ۶, ۸ (۲) ۳, ۴ (۳) ۵, ۷ (۴) ۳, ۶

شما پاسخ نداده اید



۱۶۶- تعداد دورهای به طول ۴ در گراف زیر کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- گراف ناهمبند G ، منتظم و بازه‌ای است و دارای دور می‌باشد. اگر این گراف از ۴ بخش جدا از هم تشکیل شده باشد، آن‌گاه حداقل مرتبه گراف کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- در گراف همبند G ، با حذف هر یال دلخواه، گراف ناهمبند می‌شود. حاصل ضرب مرتبه در اندازه این گراف کدام گزینه زیر می‌تواند، باشد؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۴ (۳) ۸ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- در درخت T، تعداد رؤوس با درجه‌های ۱ و ۲ برابر یکدیگر است. اگر این درخت دو رأس از درجه $\Delta = 3$ داشته باشد، مرتبه

این درخت کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- دنباله درجه‌های رأس‌های گراف ساده G به صورت ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، x، ۵ است. ماتریس مجاورت G چند درایه صفر دارد؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۲۷ (۳) ۲۵ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۷۱- مدل قطر مربعی به صورت $d = \sqrt{8} + \sqrt{2}E$ است. کدام مدل برای مساحت آن مناسب‌تر است؟ (E خطای اندازه‌گیری است).

- (۱) $4 + 4E$ (۲) $4 + 2\sqrt{2}E$ (۳) $4 + 2E$ (۴) $8 + 2E$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- کدام یک از گزینه‌های زیر، یک متغیر کمی گسسته است؟

- (۱) طول یک خیابان
(۲) طول عمر یک نوع تلویزیون
(۳) تعداد کارکنان یک شرکت
(۴) دمای بدن انسان در یک ساعت معین

شما پاسخ نداده اید

۱۷۳- فراوانی تجمعی دسته‌های سوم و چهارم در یک جدول فراوانی به ترتیب برابر ۲۸ و ۳۵ است. اگر فراوانی تجمعی آخرین دسته ۷۲ باشد، فراوانی نسبی دسته چهارم کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{72}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{35}{72}$ (۴) $\frac{7}{35}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- در نمودار ساقه و برگ زیر، داده‌های آماری، اعداد طبیعی دو رقمی هستند. کدام گزینه در مورد شاخص‌های مرکزی این داده‌ها درست است؟

ساقه	برگ
۱	۰ ۰ ۱
۳	۱ ۱ ۱ ۲ ۵
۴	۱ ۲ ۲ ۴

- (۱) $\text{مد} < \text{میانه} < \text{میانگین}$
(۲) $\text{میانه} < \text{مد} < \text{میانگین}$
(۳) $\text{میانه} < \text{میانگین} < \text{مد}$
(۴) $\text{میانگین} < \text{میانه} < \text{مد}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۵- در یک آمارگیری، داده‌ها در سه دسته قرار دارند. اگر فراوانی مطلق دسته دوم، دو برابر دسته اول و فراوانی مطلق دسته سوم،

سه برابر دسته دوم باشد. آن‌گاه در نمودار دایره‌ای این داده‌ها، حاصل $\frac{\cos^3 \alpha_1}{\cos \alpha_3}$ کدام است؟ (α_i زاویه مرکزی متعلق به دسته i ام)

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

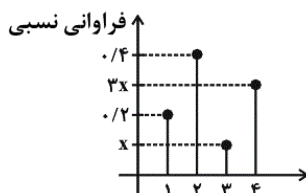
شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- متوسط مجزورات انحرافات از میانگین ۵۰ داده آماری برابر ۳ و مجموع مجزورات این داده‌ها برابر ۶۰۰ می‌باشد. میانگین

این ۵۰ داده کدام است؟ ($\bar{x} > 0$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید



۱۷۷- با توجه به نمودار میله‌ای روبه‌رو برای داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، واریانس کدام است؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۰/۷۵ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- انحراف معیار داده‌های $X_1, X_2, X_3, \dots$ و X_1 برابر صفر است. اگر یکی از داده‌ها ۲۰ باشد، میانگین داده‌های $\frac{1}{5}X_1 - 4$ ،

$$\frac{1}{5}X_2 - 4, \frac{1}{5}X_3 - 4, \dots, \frac{1}{5}X_{10} - 4 \text{ کدام است؟}$$

(۴) صفر

(۳) ۲۱

(۲) ۱۰

(۱) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۱۷۹- واریانس داده‌های $2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, 6\sqrt{3}, 8\sqrt{3}$ چند برابر واریانس داده‌های $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}$ است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۳۶

(۲) ۵۴

(۱) ۱۰۸

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- کدام گزینه درباره ضریب تغییرات نادرست است؟

(۱) عبارت است از خارج قسمت انحراف معیار بر میانگین.

(۲) عبارت است از میزان پراکندگی به ازای یک واحد از میانگین.

(۳) ضریب تغییرات برای از بین بردن تأثیر بزرگی داده‌ها استفاده می‌شود.

(۴) اگر ضریب تغییرات چند داده آماری صفر باشد، واریانس و میانگین آنها با هم برابرند.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

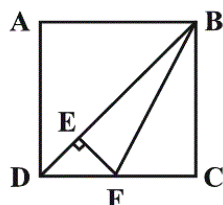
۱۵۱- در کدام حالت همنهشتی دو مثلث ABC و $A'B'C'$ قطعی نیست؟

(۱) $AB = A'B', BC = B'C'$ و $AC = A'C'$ (۲) $\widehat{A} = \widehat{A'}, AC = A'C'$ و $AB = A'B'$

(۳) $\widehat{B} = \widehat{B'}, AB = A'B', AC = A'C'$ و $\widehat{C} = \widehat{C'}$ (۴) $AB = A'B', \widehat{A} = \widehat{A'}$ و $\widehat{C} = \widehat{C'}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- در مربع $ABCD$ بر روی قطر BD ، پاره خط BE را مساوی BC جدا کرده‌ایم. اگر FE بر BD عمود باشد، زاویه $\widehat{ABF}$ چند درجه است؟



(۲) $67/5$

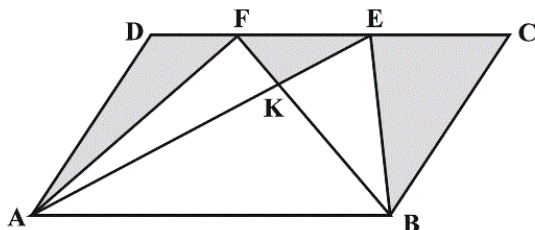
(۱) ۶۰

(۴) ۷۵

(۳) ۷۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ برابر ۹۶ واحد سطح است. اگر $BK = 3KF$ باشد، مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۲۸

(۳) ۳۲

(۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، ارتفاع AH توسط نقاط E و F به سه قسمت تقسیم شده است. اگر مساحت

مثلث BFE برابر $6\sqrt{3}$ باشد، طول AH چقدر است؟

(۴) ۶

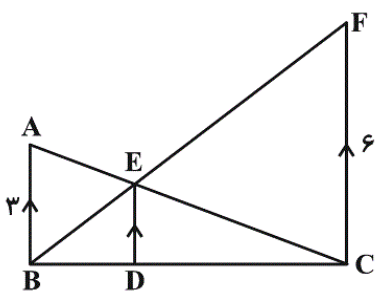
(۳) ۳

(۲) $6\sqrt{3}$

(۱) $3\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- در شکل روبه‌رو طول DE کدام است؟



(۲) ۲

(۱) ۱/۸

(۴) $\sqrt{3}$

(۳) ۱/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- اگر در مثلث ABC، $\hat{A} = 2\hat{C}$ باشد، طول نیمساز داخلی زاویه A کدام است؟ ($AB = c$, $AC = b$, $BC = a$)

(۲) $\frac{a^2}{b}$

(۱) $\frac{ac}{b}$

(۴) $\frac{ab}{c}$

(۳) $\frac{bc}{a}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- دو ضلع متناظر از دو مثلث متشابه با اعداد ۱ و ۴ متناسب هستند. اگر اختلاف دو ارتفاع متناظر از این دو مثلث متشابه مساوی

۹ واحد باشد، مجموع طول‌های این دو ارتفاع کدام است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۱۷/۵

(۴) ۱۰

(۳) ۱۲/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- حجم یک استوانه 36π و مساحت جانبی آن 24π است. مساحت کل این استوانه کدام است؟

(۲) 40π

(۱) 42π

(۴) 30π

(۳) 32π

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- صفحه‌ای در نقطه H بر شعاع OP از کره‌ای به مرکز O عمود می‌شود به گونه‌ای که $HP = 2$. اگر مساحت سطح مقطع حاصل

از تقاطع کره و صفحه مذکور برابر 16π باشد، مساحت کره کدام است؟

(۲) 100π

(۱) 64π

(۴) 164π

(۳) 120π

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- مستطیلی به اضلاع ۳ و $3\sqrt{3}$ قاعده‌ی یک هرم است. اگر چهار یال جانبی این هرم با هم مساوی و طول هر یک برابر طول قطر

مستطیل باشد، حجم هرم چقدر است؟

(۲) ۳۰

(۱) ۳۶

(۴) $18\sqrt{3}$

(۳) ۲۷

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تابع ریاضی ۲ - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۱۴- در کدام یک از رابطه‌های زیر y تابعی از x نیست؟

(ب) $|y| = \sqrt{x} \pm \sqrt{-x}$

(الف) $|y^2 - 1| + (1 - x^4) = 0$

(د) $|x| + |y| = 0$

(ج) $|x| - |y| = 0$

(۴) الف و د

(۳) الف و ج

(۲) ب و ج

(۱) الف و ب و ج

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- فاصله نقطه برخورد تابع $f(x) = 4^x + 2$ با محور y ها تا نقطه برخورد معکوس این تابع با محور x ها کدام است؟

(۴) $4\sqrt{2}$

(۳) $3\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر $f(1-x) = \sqrt{4^x - 2^x}$ باشد، دامنه $f(x)$ کدام است؟

(۴) $(-\infty, 1]$

(۳) $[0, +\infty)$

(۲) $[1, +\infty)$

(۱) R

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، الگو و دنباله - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۱۱- اگر مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی، دو برابر مجموع سه جمله دوم آن باشد، آن گاه کدام جمله دنباله صفر می‌شود؟

(۴) a_{11}

(۳) a_8

(۲) a_9

(۱) a_5

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، حاصل ضرب جمله‌های پنجم و نهم برابر ۱۲۱ است. جمله هفتم این دنباله چند است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۲۱

(۲) ۱۷

(۱) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، مثلثات - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۲۰- اگر $\frac{1 - \sin(\frac{3\pi}{2} - x)}{1 + 2 \cos(\frac{\pi}{2} + x)} = 1$ باشد، آن گاه حاصل عبارت $A = \frac{1 - \tan(\frac{\pi}{2} - x)}{1 + \tan(\pi - x)}$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۱۸- اگر $\log_2 15 = a$ باشد، حاصل $A = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_{15} 2}$ کدام است؟

(۴) a^2

(۳) $\frac{a}{2}$

(۲) a

(۱) $-2a$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\log_3 x = \sqrt[4]{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- مجموع جواب‌های مثبت معادله $y^{2\sqrt{2}} - 5y^{\sqrt{2}} + 6 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $\sqrt{3\sqrt{2}} + \sqrt{2\sqrt{2}}$ (۳) $1 + \sqrt{2\sqrt{2}}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۱۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2+1}{x-1} > x+2$ بازه (a,b) است. $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

-۹۸

(جهانبفش نیکنام)

$$\cos 1^\circ (\cos 2^\circ - 2 \sin^2 1^\circ)$$

$$= \cos 1^\circ \cos 2^\circ - (2 \cos 1^\circ \sin 1^\circ) \sin 1^\circ$$

$$= \cos 1^\circ \cos 2^\circ - \sin 2^\circ \sin 1^\circ = \cos(1^\circ + 2^\circ)$$

$$= \cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{\sin^2 7x - \sin^2 2x}{\sin 9x} = \frac{(\sin 7x + \sin 2x)(\sin 7x - \sin 2x)}{\sin 9x}$$

$$= \frac{(\sin \frac{9x}{2} \cos \frac{\Delta x}{2})(\sin \frac{\Delta x}{2} \cos \frac{9x}{2})}{\sin 9x} = \frac{(\sin 9x)(\sin \Delta x)}{\sin 9x} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \Delta x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{\Delta} + \frac{\pi}{30} \\ \Delta x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{\Delta} + \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\sin 9x \neq 0]{\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}} \rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{30}, \frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{30} \right\} \xrightarrow[\frac{19\pi}{30}]{\text{مجموع ریشه‌ها}}$$

(مسابقه - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا توجه کنید که با فرض $\alpha = \sin^{-1} x$ داریم $\sin \alpha = x$ و در نتیجه:

$$\cos(2 \sin^{-1} x) = \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2x^2$$

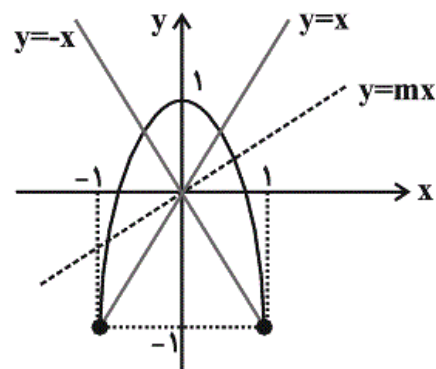
بنابراین معادله به صورت زیر است.

$$1 - 2x^2 = mx$$

نمودار توابع $y = 1 - 2x^2$ و $y = mx$ را با شرط $-1 \leq x \leq 1$ رسم می کنیم.

واضح است که اگر $-1 \leq m \leq 1$ آن گاه نمودارهای دو تابع یکدیگر را در دو نقطه

قطع می کنند و معادله مورد نظر دو جواب دارد.



(حسابان - مثلثات: صفحه های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، حسابان ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۰۶۲۴

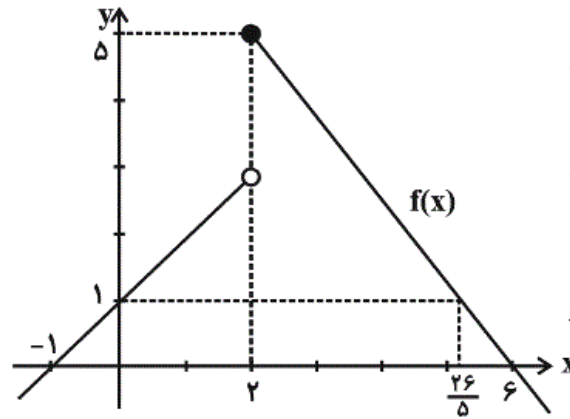
توجه کنید که مقدار $x = \frac{26}{5}$ از

برخورد خط $y = 1$ با خط

$y = \frac{-5}{4}(x - 6)$ (یعنی خط

گذرنده از دو نقطه $A \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \end{vmatrix}$ و

$B \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \end{vmatrix}$ به دست آمده است.



(مسئله - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(داور بوالمنی)

-۹۴

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= 3f(4x-1) + 2 \\ g(-x) &= 3f(-4x-1) + 2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &g \text{ فرد است} \Rightarrow g(-x) = -g(x) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3f(-4x-1) + 2 = -(3f(4x-1) + 2)$$

$$\Rightarrow 3f(-4x-1) + 3f(4x-1) = -4$$

$$\text{اگر } -4x-1 = 3 \Rightarrow -4x = 4 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow 3f(3) + 3f(-5) = -4$$

$$\xrightarrow{f(3)=4} 12 + 3f(-5) = -4 \Rightarrow f(-5) = \frac{-16}{3}$$

$$\Rightarrow (-5, \frac{-16}{3}) \in f$$

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$f^2 = \{(1,4)(0,1),(3,0),(2,16)\}$$

$$g^{-1} = \{(1,5),(4,6),(2,-1),(0,3)\}$$

$$g^{-1} \circ f^2 = \{(1,6),(0,5),(3,3)\}$$

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

در ضابطه سؤال $g(2x)$ داریم. بنابراین برای آن که $g(4)$ را بیابیم کافی است

$x = 2$ را در معادله قرار دهیم. پس:

$$f(3(2) - 1) = g(4) + 1 \Rightarrow f(5) = g(4) + 1$$

از طرفی:

$$f^{-1}(3) = 5 \Rightarrow f(5) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = g(4) + 1 \Rightarrow g(4) = 2$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۹۵)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

می‌دانیم برای هر x حقیقی، $0 \leq [x] - x < 1$ است. بنابراین:

$$f(x) = (-1)^{[x]}([x] - x) = \begin{cases} [x] - x & : \text{زوج } [x] \\ x - [x] & : \text{فرد } [x] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_f = (-1, 0] & : \text{زوج } [x] \\ R_f = [0, 1) & : \text{فرد } [x] \end{cases} \Rightarrow R_f = (-1, 0] \cup [0, 1) = (-1, 1)$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$f(x) = k(x+2)(x-1)(x-2)^2$$

$$(0, 4) \in f \Rightarrow f(0) = 4 = -8k \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x-1)(x-2)^2$$

باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 2x - 3$ را به صورت $ax + b$ در نظر می گیریم.

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = 9 \\ x = 3 \Rightarrow f(3) = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 9 \\ 3a + b = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = -9 \\ 3a + b = -5 \end{cases}$$

$$4a = -14$$

$$\Rightarrow a = \frac{-14}{4}, \quad b = \frac{22}{4} \Rightarrow R(x) = -\frac{14}{4}x + \frac{22}{4}$$

(مسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه های ۶ تا ۸)

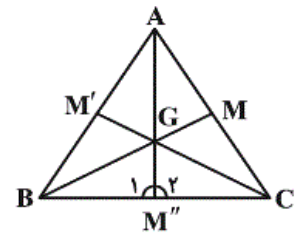
۴

۳✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} AB > AC \\ AM'' = AM'' \\ BM'' = CM'' \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{لولا}]{\text{عکس قضیه}} \widehat{M}_1'' > \widehat{M}_2''$$



$$\left. \begin{array}{l} \widehat{M}_1'' > \widehat{M}_2'' \\ BM'' = CM'' \\ GM'' = GM'' \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{لولا}]{\text{قضیه}} BG > CG \Rightarrow \frac{2}{3}BM > \frac{2}{3}CM'$$

$$\Rightarrow BM > CM'$$

(هندسه ۲ - استرلال؛ صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(بوار فاطمی)

-۱۲۴

$$\frac{AB + AC + BC}{2} < OA + OB + OC < AB + AC + BC$$

$$\frac{\text{محیط}}{2} < OA + OB + OC < \text{محیط}$$

$$\frac{\text{محیط}}{2} < ۲ + ۴ + ۶ < \text{محیط}$$

$$۱۲ < \text{محیط} < ۲۴$$

با توجه به گزینه‌ها عدد ۱۱ در این نامساوی اخیر قرار ندارد.

(هندسه ۲ - استرلال؛ مشابه تمرین ۱۰، صفحه ۲۹)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

ریاضی ، هندسه ۲ ، دایره - ۱۳۹۶۰۶۲۴

(بوار فاطمی)

-۱۲۵

چهار ضلعی ABCD محاطی است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} + \widehat{BCD} = ۱۸۰^\circ \\ \widehat{DCF} + \widehat{BCD} = ۱۸۰^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{DCF} = \widehat{A} = ۳x$$

$$\triangle ADE : \widehat{CDF} = \widehat{A} + \widehat{E} = ۴x$$

$$\triangle FDC : \widehat{F} + \widehat{CDF} + \widehat{DCF} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲x + ۴x + ۳x = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۹x = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۲۰^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

$$\widehat{BAC} = 3\widehat{ABD} \Rightarrow \frac{\widehat{BC}}{2} = 3 \times \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} = 3\widehat{AD}$$

α زاویه بین امتداد دو وتر و β زاویه بین دو وتر است، پس داریم:

$$\alpha = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} = \frac{3\widehat{AD} - \widehat{AD}}{2} = \widehat{AD} \text{ و } \beta = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{2} = 2\widehat{AD}$$

$$\Rightarrow \beta = 2\alpha$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

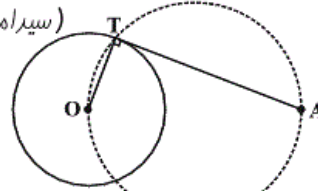
۴

۳

۲✓

۱

(سیدامیر ستوده)



A و O در صفحه ثابت‌اند و همواره

$\widehat{OTA} = 90^\circ$ پس مکان هندسی

نقطه T دایره‌ای به قطر AO است.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه ۷۹)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، هندسه ۲، تبدیل‌ها - ۱۳۹۶۰۶۲۴

(رضا عباسی اصل)

$$|a| = |b| = 1$$

چون تبدیل T ایزومتري است، پس:

$$A' = T(A) = T(1, 2) = (a + 2, 2b + 1)$$

با بررسی گزینه‌ها داریم:

$$(a + 2, 2b + 1) = (3, -1) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$(a + 2, 2b + 1) = (1, 3) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$(a + 2, 2b + 1) = (1, +1) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$(a + 2, 2b + 1) = (3, 3) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

گزینه «۳» شرط $|a| = |b| = 1$ را تأمین نمی‌کند.

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

(۱) تجانس به مرکز O و نسبت k، نقطه $A \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ را به $B \begin{vmatrix} kx \\ ky \end{vmatrix}$ تبدیل می‌کند.

(۲) در اثر تجانس به مرکز O و نسبت k، شعاع دایره k برابر می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} O_1 \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{تجانس}} O_2 \begin{vmatrix} k \\ k \end{vmatrix} \\ R_1 = 1 \xrightarrow{\text{تجانس}} R_2 = k \end{array} \right.$$

با توجه به نکات بالا، داریم:

$$R_1 = 1 \xrightarrow{\text{تجانس}} R_2 = k$$

شرط متخارج بودن دو دایره آن است که:

$$|O_1 O_2| = \sqrt{(k-1)^2 + (k-1)^2} = \sqrt{2}(k-1)$$

حال داریم:

$$R_1 + R_2 = k + 1$$

$$\sqrt{2}(k-1) > k + 1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2k^2 - 4k + 2 > k^2 + 2k + 1$$

$$\Rightarrow k^2 - 6k + 1 > 0 \Rightarrow \begin{cases} k > 3 + 2\sqrt{2} \approx 5.8 \\ \text{یا} \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \approx 0.2 \end{cases}$$

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه ۵۴ و تبدیل‌ها؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۳۰-

(شروین سیاح‌نیا)

می‌دانیم محور تقارن دو خط موازی $L: ax + by + c = 0$ و

$L': ax + by + c' = 0$ ، خط $d: ax + by + \frac{c+c'}{2} = 0$ است. بنابراین محور تقارن در این سؤال به صورت زیر است:

$$\begin{cases} L: 4y - 3x + 8 = 0 \\ L': 4y - 3x + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow d: 4y - 3x + 5 = 0$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

۱۳۱-

(رضا پورعسینی)

	$n! > 2^n$	$2^n > n^2$
$n = 3$:	$6 > 8 \times$	$8 > 9 \times$
$n = 4$:	$24 > 16 \checkmark$	$16 > 16 \times$
$n = 5$:	$120 > 32 \checkmark$	$32 > 25$

یعنی شروع استقرا باید از $m = 5$ باشد.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b \xrightarrow{\times ab} a^2 + b^2 \geq a^2b + b^2a$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) \geq ab(a+b) \Rightarrow a^2 - ab + b^2 \geq ab$$

$$\Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Rightarrow (a-b)^2 \geq 0$$

(چمبر و احتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱✓

۱۳۳-

(سروش موثینی)

بدترین حالت ممکن آن است که ۴ مهره سفید، ۵ مهره قرمز و فقط یک مهره سیاه یعنی ۱۰ مهره خارج شود. در این صورت با خارج کردن مهره یازدهم، هدف مسأله برآورده می‌شود.

(چمبر و احتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴✓

۳

۲

۱

۱۳۴-

(عزیزاله علی‌اصغری)

گزینه «۳» همواره برقرار نیست. برای مثال می‌توان ۳ مجموعه زیر را مثال زد.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$C = \{1, 2, 4, 5\}$$

در این صورت $A - B = \{1, 2\} \subseteq C$ ولی $A \not\subseteq C$ و $B \not\subseteq C$.

(چمبر و احتمال - مجموعه‌ها؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۷)

۴

۳✓

۲

۱

۱۳۵-

(سیدعادل رضا مرتضوی)

با توجه به آن که $B \cap C \subseteq B$ ، پس $A - B \subseteq B$ ولی در حالت کلی $A - B$ و B دو مجموعه جدا از هم هستند، بنابراین برای برقراری رابطه اخیر لازم است که $A - B$ تهی باشد. یعنی $A \subseteq B$ بنابراین داریم:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow (A \cup B)' = B' \Rightarrow A' \cap B' = B'$$

(چمبر و احتمال - مجموعه‌ها؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۴

۳

۲

۱✓

با توجه به تعریف مجموعه‌های A و B داریم:

$$A = \{2, 4, 8, 16, 32\}$$

$$B = \{1, 8, 16, 81\}$$

$$A - B = \{2, 4, 32\} \Rightarrow |A - B| = 3$$

$$A \Delta B = \{1, 2, 4, 32, 81\} \Rightarrow |A \Delta B| = 5$$

$$|(A - B) \times (A \Delta B)| = |A - B| \times |A \Delta B| = 3 \times 5 = 15$$

(فیبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱✓

(امیرحسین ابومصوب)

$$A = \{-2, -1, 1, 2\}$$

$$R = \{(-2, -2), (-2, 2), (-1, -2), (-1, -1), (-1, 1),$$

$$(-1, 2), (1, -2), (1, -1), (1, 1), (1, 2), (2, -2), (2, 2)\}$$

پس R دارای ۱۲ عضو است.

(فیبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

۴

۳✓

۲

۱

(سروش موثینی)

$$n(S) = \binom{12}{3} = 220$$

تعداد کل حالات:

حالت‌های مورد نظر $\{3, 1, 1\}, \{2, 2, 1\}$ هستند.

$$\text{برای حالت } \{2, 2, 1\}, \text{ انتخاب رنگ مهره‌ها } 9 = \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} \text{ حالت دارد. (۲ مهره از}$$

۳ مهره شماره ۲ و یک مهره از ۳ مهره شماره ۱)

برای حالت $\{3, 1, 1\}$ نیز همین طور است. پس $n(A) = 18$.

$$P(A) = \frac{18}{220} = \frac{9}{110}$$

(فیبر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

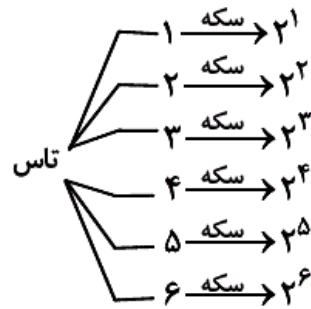
۴

۳

۲✓

۱

از نمودار درختی استفاده می‌کنیم:



$$\Rightarrow n(S) = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^6 \Rightarrow S_6 = \frac{2(1-2^6)}{1-2} = 126$$

توجه کنید که $n(S) = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^6$ مجموع ۶ جمله اول یک دنباله هندسی است.

(پیرو و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(مهری زاهدی)

۱۴۰-

کافی است ۲ گوی آبی و یک گوی قرمز یا ۳ گوی آبی انتخاب کنیم. داریم:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10 \times 4 + 10}{84} = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}$$

(پیرو و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

$$3x+y^4 : \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{3} \\ y = \sqrt[4]{2} \end{cases} \Rightarrow 3x+y^4 = 0 \in \mathbb{Q}$$

$$x^y : \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \log_{\sqrt{2}} 3 \end{cases} \Rightarrow x^y = \sqrt{2}^{\log_{\sqrt{2}} 3} = 3 \in \mathbb{Q}$$

$$xy + \sqrt{3} : \begin{cases} x = \sqrt{3} + 1 \\ y = \sqrt{3} - 2 \end{cases} \Rightarrow xy + \sqrt{3} = 1 \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{5x+1}{3y+2} : \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}-1}{5} \\ y = \frac{\sqrt{2}-2}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{5x+1}{3y+2} = 1 \in \mathbb{Q}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

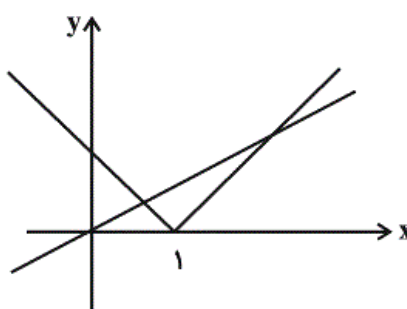
۳

۲

۱ ✓

(ممد رضا شوکتی بیرق)

-۱۰۲



کافی است خط $y = \frac{k}{3}x$ نمودار تابع $y = |x - 1|$ را در دو نقطه قطع کند و برای این کار لازم است شیب خط فوق بین صفر و یک باشد. یعنی باید داشته باشیم، $0 < \frac{k}{3} < 1$ و از آنجا $0 < k < 3$ ، پس k اعداد صحیح ۱ و ۲ را می‌تواند اختیار کند.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، دنباله - ۱۳۹۶۰۶۲۴

توجه کنید که به ازای n های بزرگتر از ۵ داریم:

$$n > 5 \Rightarrow 0 < \frac{5}{n} < 1 \Rightarrow \left[\frac{5}{n}\right] = 0 \Rightarrow a_n = 0$$

پس کافی است پنج جمله اول دنباله را بنویسیم و سپس بزرگترین و کوچکترین جمله

$$a_1 = \frac{-1}{1} \left[\frac{5}{1} \right] = -5 \quad a_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{5}{2} \right] = 1 \quad \text{دنباله را معین کنیم.}$$

$$a_3 = -\frac{1}{3} \left[\frac{5}{3} \right] = -\frac{1}{3} \quad a_4 = \frac{1}{4} \left[\frac{5}{4} \right] = \frac{1}{4}$$

$$a_5 = \frac{-1}{5} \left[\frac{5}{5} \right] = -\frac{1}{5}$$

بنابراین کوچکترین جمله دنباله -5 و بزرگترین جمله دنباله 1 است و حاصل ضرب این دو جمله -5 است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۴

۳✓

۲

۱

(جهانبش نیکنام)

$$4a_n^2 + 9b_n^2 - 12a_n - 12b_n + 13 = 0 \Rightarrow (2a_n - 3)^2 + (3b_n - 2)^2 = 0$$

در نتیجه a_n و b_n دنباله‌های ثابت $a_n = \frac{3}{2}$ و $b_n = \frac{2}{3}$ هستند.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + \frac{2}{3}}{6n^2 + \frac{3}{2}} = 1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

(جهانبش نیکنام)

$$t_{n+1}^2 < t_n t_{n+2} \Rightarrow \frac{t_{n+1}}{t_n} < \frac{t_{n+2}}{t_{n+1}} \Rightarrow U_n < U_{n+1}$$

دنباله U_n صعودی است.

$$t_n \Rightarrow t_{n+1} \leq t_n \Rightarrow \frac{t_{n+1}}{t_n} \leq 1 \Rightarrow U_n \leq 1$$

U_n صعودی و از بالا کران‌دار است، پس همگراست.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۱ تا ۵۰)

۴

۳

۲

۱✓

(فریدون ساعتی)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9n+2}{n+3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9n+27-25}{n+3}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{9 + \frac{-25}{n+3}} = \sqrt{9^-} = 3^-$$

$$|a_n - L| < \varepsilon \Rightarrow \left| \sqrt{\frac{9n+2}{n+3}} - 3 \right| < \frac{3}{4} \Rightarrow 3 - \sqrt{\frac{9n+2}{n+3}} < \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{9n+2}{n+3}} > \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{9n+2}{n+3} > \frac{81}{16} \Rightarrow 63n > 211$$

$$n > \frac{211}{63} \Rightarrow n_* = \left[\frac{211}{63} \right] + 1 = 4$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

(کیا مقس‌نیاک)

$$\Delta a_n + \Delta n a_n = n a_{n-1} + a_{n-1} \Rightarrow a_n (\Delta + \Delta n) = a_{n-1} (n+1)$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{\Delta} a_{n-1} \xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} a_n = \frac{1}{\Delta^{n-1}} \times \frac{2}{1\Delta} = \frac{1}{\Delta^n} \times \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴✓

۳

۲

۱

(جهانبفش نیکنام)

$$\{C^n\} \text{ واگرا } \Leftrightarrow |C| > 1 \text{ یا } C = -1$$

$$|\sin \frac{\pi}{4} x| > 1 \Rightarrow x \text{ ای وجود ندارد.}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} x = -1 \Rightarrow \frac{\pi}{4} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 8k - 2 \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$0 < 8k - 2 < 100 \Rightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{51}{4} \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 12$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۴۱)

۴

۳

۲✓

۱

(جهانبفش نیکنام)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k+1}{n^\Delta + 1}\right)^{k(n^\Delta + 1)} = e^{k(k+1)}$$

$$\Rightarrow k(k+1) = 12 \Rightarrow k^2 + k - 12 = 0 \Rightarrow (k+4)(k-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = -4 \\ k = 3 \end{cases} \Rightarrow \max(k) = 3$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۴

۳✓

۲

۱

سه دنباله $\frac{1}{n}$ ، $\frac{2}{4n+1}$ و $\frac{2}{4n-1}$ را در نظر می‌گیریم. حد هر سه این دنباله‌ها برابر صفر می‌باشد و

از سمت راست به آن میل می‌کند.

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{n} \Rightarrow f(a_n) = \sin n\pi \cos 2n\pi = 0 \\ a_n = \frac{2}{4n+1} \Rightarrow f(a_n) = \sin \frac{(4n+1)\pi}{2} \cos(4n+1)\pi = 1 \times -1 = -1 \\ a_n = \frac{2}{4n-1} \Rightarrow f(a_n) = \sin \frac{(4n-1)\pi}{2} \cos(4n-1)\pi = -1 \times -1 = 1 \end{cases}$$

بنابراین تابع $f(x) = \sin \frac{\pi}{x} \cos \frac{2\pi}{x}$ به ازای مقادیر مختلف x که از راست به

سمت صفر میل می‌کنند، می‌تواند مقادیر مختلفی داشته باشد. بنابراین این حد وجود ندارد.

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۵۱ تا ۶۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

-۱۴۱

(مهمرب ابراهیم کیتی زاده)

قرینه بردار (a_1, a_2, a_3) نسبت به محور y ها، بردار $(-a_1, a_2, -a_3)$ است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۴

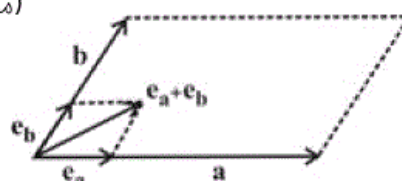
۳ ✓

۲

۱

(مجیر مهمرب نویسی)

-۱۴۲



با توجه به شکل مقابل داریم:

$e_a + e_b$ نیمساز a و b

$$a = (1, 2, -2) \Rightarrow e_a = \frac{a}{|a|} = \frac{(1, 2, -2)}{3} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$b = (3, 0, 4) \Rightarrow e_b = \frac{b}{|b|} = \frac{(3, 0, 4)}{5} = \left(\frac{3}{5}, 0, \frac{4}{5}\right)$$

$$b \text{ و } a \text{ نیمساز} \parallel \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{5}, \frac{2}{3} + 0, -\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) = \left(\frac{14}{15}, \frac{2}{3}, \frac{2}{15}\right)$$

از آنجا که $(14, 2, 2) = 15 \left(\frac{14}{15}, \frac{2}{15}, \frac{2}{15}\right)$ ، پس بردار $e_a + e_b$ با بردار $(14, 2, 2)$ موازی است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\overrightarrow{OA} = (2m, -3m, 6m), |\overrightarrow{OA}| = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{4m^2 + 9m^2 + 36m^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{49m^2} = 1 \Rightarrow 7|m| = 1$$

$$m = \pm \frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{OA} = \left(\pm \frac{2}{7}, \mp \frac{3}{7}, \pm \frac{6}{7}\right)$$

$$yz \text{ صفحه } a' = (0, \mp \frac{3}{7}, \pm \frac{6}{7}) \text{ تصویر قائم بردار } a \text{ روی صفحه}$$

$$\Rightarrow |a'| = \sqrt{\frac{9}{49} + \frac{36}{49}} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۴

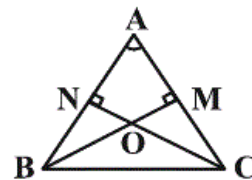
۳

۲✓

۱

(علی ساوچی)

می‌دانیم که میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع‌های آن نیز هستند. در نتیجه اگر طول ضلع مثلث $a = 2$ باشد، آن گاه:



$$|\overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{CN}| = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

اکنون در چهار ضلعی OMAN داریم:

$$\widehat{O} + \widehat{M} + \widehat{A} + \widehat{N} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{O} + 90^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \widehat{O} = 120^\circ$$

$$\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CN} = |\overrightarrow{BM}| \cdot |\overrightarrow{CN}| \cos 120^\circ = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \frac{-1}{2} = \frac{-3}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$\cos^2 \gamma = \frac{9}{16} \Rightarrow \cos \gamma = \pm \frac{3}{4} \xrightarrow{\gamma \text{ حاده است.}} \cos \gamma = \frac{3}{4}$$

$$a_3 = |a| \cos \gamma = 4\sqrt{3} \times \frac{3}{4} = 3\sqrt{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴

۳✓

۲

۱

(معمداً علی نادرپور)

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} |a \times b| \Rightarrow |a \times b| = 2\sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \frac{|a \times b|}{a \cdot b} = \frac{2\sqrt{3}}{-2} = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۵، ۲۸ و ۳۰)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۴۷

(سامان اسپهرم)

بردار $(a - b)$ که انتهای دو بردار a و b را بهم وصل می‌کند، با توجه به شکل روی خط D قرار دارد، پس $(a - b) \parallel u$ است و داریم:

$$a - b \parallel u \Rightarrow (a - b) \times u = 0 \Rightarrow a \times u - b \times u = 0$$

$$\Rightarrow a \times u = b \times u$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۴۸

(سامان اسپهرم)

نقطه M را به صورت معادله پارامتری خط در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t + 2 \\ z = 3t + 3 \end{cases}$$

$$|OM| = 3\sqrt{14} \Rightarrow \sqrt{(t+1)^2 + (2t+2)^2 + (3t+3)^2} = 3\sqrt{14}$$

$$\Rightarrow (t+1)^2 + 4(t+1)^2 + 9(t+1)^2 = 9 \times 14$$

$$\Rightarrow 14(t+1)^2 = 9 \times 14 \Rightarrow (t+1)^2 = 9$$

$$\Rightarrow t+1 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow M(3, 6, 9) \\ t = -4 \Rightarrow M(-3, -6, -9) \end{cases}$$

در بین گزینه‌ها، تنها مقدار (-3) برای a موجود است.

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۴۹

(رضا عباسی اصل)

معادلات پارامتری d را در d' جاگذاری می‌کنیم، داریم:

$$1 = \frac{2t - 1 + a}{2} = 3 - (-t) \Rightarrow 1 = 3 - (-t) \Rightarrow 1 = 3 + t \Rightarrow t = -2$$

$$1 = \frac{2t - 1 + a}{2} \Rightarrow 1 = \frac{-4 - 1 + a}{2} \Rightarrow 1 = \frac{-5 + a}{2} \Rightarrow a = 7$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

فرض کنیم $M(2t, -1, -2t)$ نقطه‌ای از خط d باشد که از دو صفحه موازی $P_1: x + 2y + 2z + 3 = 0$ و $P_2: x + 2y + 2z + 7 = 0$ به یک فاصله است، در نتیجه:

$$\frac{|2t - 2 - 4t + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|2t - 2 - 4t + 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} \Rightarrow |1 - 2t| = |5 - 2t|$$

$$\Rightarrow 1 - 2t = -5 + 2t \Rightarrow 4t = 6 \Rightarrow t = \frac{3}{2} \Rightarrow M(3, -1, -3)$$

$$OM = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{19}$$

(هندسه تحلیلی - فاصله و صفحه: صفحه‌های 3^4 و 1^4)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

-۱۶۱

(فرزاد جوادی)

تعداد گراف‌های ساده با رأس نام‌گذاری شده برابر است با $2^{\binom{p}{2}}$.

تعداد گراف‌های ساده‌ای که با این پنج رأس می‌توان ساخت برابر است با: $2^{\binom{5}{2}} = 2^{10} = 1024$.
برای به دست آوردن تعداد گراف‌هایی که در آن‌ها رأس a ایزوله باشد، رأس a را کنار می‌گذاریم. در این صورت تعداد گراف‌های ساده‌ی ساخته شده با چهار

رأس b, c, d, e برابر خواهد بود با:
 $2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$
پس تعداد گراف‌های مورد نظر سؤال برابر است با: $1024 - 64 = 960$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۶۲

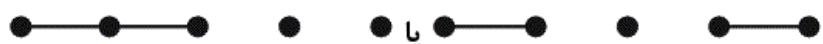
(حمید کروس)

گراف‌های موجود با مشخصات مورد نظر عبارتند از:

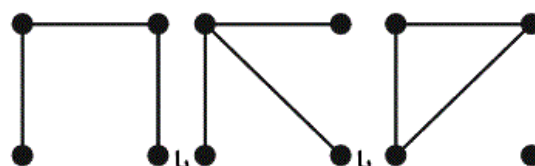
(الف) یک گراف تهی از مرتبه 7 ($p = 7, q = 0$)

(ب) یک گراف با یک یال از مرتبه 6 ($p = 6, q = 1$)

(پ) دو گراف با دو یال از مرتبه 5 ($p = 5, q = 2$)



(ت) سه گراف با سه یال از مرتبه 4 ($p = 4, q = 3$)



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۰)

۴✓

۳

۲

۱

بازه‌های $(-1, 2)$ و $(2, 3)$ قطعاً با بازه $(1, 4)$ اشتراک دارند و همین‌طور دو بازه $(-1, 2)$ و $(0, b)$ قطعاً دارای اشتراک هستند. اگر $0 < b \leq 1$ ، آنگاه بازه $(0, b)$ با هیچ کدام از بازه‌های $(2, 3)$ و $(1, 4)$ اشتراک ندارد. همین‌طور اگر $b > 2$ ، بازه $(0, b)$ با هر دو بازه $(2, 3)$ و $(1, 4)$ دارای اشتراک است. پس برای داشتن ۴ یال، لزوماً $1 < b \leq 2$ ، زیرا در این صورت بازه $(0, b)$ با بازه $(1, 4)$ دارای اشتراک و با بازه $(2, 3)$ فاقد اشتراک است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه ۸)

۴

۳✓

۲

۱

چون G دو رأس از درجه ۵ (یعنی درجه $p-1$) دارد، پس $\delta \geq 2$ است. از طرفی چون رأسی از درجه زوج ندارد پس درجه بقیه رأس‌ها که تعداد آنها ۴ تا است همگی برابر ۳ است، لذا داریم:

$$\sum \deg v_i = 2 \times 5 + 4 \times 3 = 2q \Rightarrow q = 11$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

گزینه «۱» نادرست است، زیرا با توجه به نامساوی $\frac{2q}{p} \leq \delta$ ، داریم:

$$\frac{2q}{11} \geq 6 \Rightarrow q \geq 33$$

گزینه «۲» نادرست است، زیرا با توجه به نامساوی $\frac{2q}{p} \leq \Delta$ ، داریم:

$$\frac{2q}{11} \leq 4 \Rightarrow q \leq 22$$

۴✓

۳

۲

۱

با توجه به شکل مشاهده می‌شود که گراف مورد نظر از گراف‌های k_4 و k_5 تشکیل شده است.

تعداد دورهای به طول m در گراف کامل k_p برابر است با:

$$\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2}$$

$$\binom{4}{4} \frac{3!}{2} + \binom{5}{4} \frac{3!}{2} = 3 + 15 = 18$$

در نتیجه داریم:

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳

۲

۱✓

تنها گرافی که هم منتظم و هم بازه‌ای است و حداقل تعداد یال را دارد، گراف ۲-منتظم مرتبه ۳ می‌باشد و چون از ۴ بخش جدا از هم تشکیل شده است، پس $\min(q) = 12$ گراف به صورت زیر است و داریم:



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

گراف همبندی که با حذف هر یال ناهمبند شود، قطعاً یک درخت است. در درخت می‌دانیم $q = p - 1$. در نتیجه داریم: $p \times q = p(p - 1)$ پس حاصل ضرب مرتبه در اندازه این گراف، حاصل ضرب دو عدد متوالی است. تنها گزینه «۴» می‌تواند پاسخ تست باشد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر تعداد رئوس درجه ۱ برابر x باشد، آنگاه با توجه به فرض داریم:

$$\begin{cases} p = x + x + 2 \\ \text{درخت: } q = p - 1 \end{cases}$$

$$\sum \deg v_i = (x \times 1) + (x \times 2) + (2 \times 3) = 2q$$

$$\Rightarrow 3x + 6 = 2p - 2 = 2(2x + 2) - 2$$

$$\Rightarrow 3x + 6 = 4x + 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow p = 10$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

دنباله درجه‌های رأس‌های هر گراف ساده، دنباله‌ای نزولی است، پس $x = 4$ یا $x = 5$ باید باشد. از آنجا که تعداد رأس‌های فرد، عددی زوج است، پس $x = 5$ ممکن نیست. از این‌رو دنباله مورد نظر به صورت ۵, ۴, ۴, ۳, ۳, ۲, ۱ است. در ادامه خواهیم داشت:

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 5 + 4 + 4 + 3 + 3 + 2 + 1 = 2q \Rightarrow 2q = 22$$

$$p^2 - 2q = \text{تعداد صفرهای ماتریس مجاورت}$$

$$\xrightarrow{p=7, 2q=22} \text{تعداد صفرها} = 49 - 22 = 27$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۱۱ و ۲۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$S = \frac{d^2}{2} = \frac{(\sqrt{8} + \sqrt{2}E)^2}{2} = \frac{8 + 2E^2 + 8E}{2} = 4 + 4E + E^2 \approx 4 + 4E$$

می‌توان از جملاتی که شامل توان دوم یا بالاتر از خطاست، صرف نظر کرد.
(آمار و مدل سازی - اندازه‌گیری و مدل سازی؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱✓

به متغیر کمی که پیوسته نباشد، گسسته گوئیم. معمولاً متغیرهای گسسته از نوع تعداد هستند.

متغیرهای گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ همگی کمی پیوسته هستند.

(آمار و مدل سازی - متغیرهای تصادفی؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۴

۳✓

۲

۱

فراوانی تجمعی آخرین دسته، همواره برابر تعداد کل داده‌های آماری است،
بنابراین: $n = 72$

فراوانی مطلق دسته چهارم از تفاضل فراوانی‌های تجمعی دسته‌های سوم و چهارم
به دست می‌آید. داریم: $f_4 = 35 - 28 = 7$

$$\text{فراوانی نسبی دسته چهارم} = \frac{f_4}{n} = \frac{7}{72}$$

(آمار و مدل سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۴

۳

۲

۱✓

با توجه به نمودار، مد برابر ۳۱ است. برای پیدا کردن میانگین، به ترتیب زیر عمل
می‌کنیم:

$$\text{میانگین} = \frac{(3 \times 10) + (5 \times 30) + (4 \times 40) + (0 + 0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 5 + 1 + 2 + 2 + 4)}{12}$$

$$= \frac{360}{12} = 30$$

چون تعداد داده‌ها برابر دوازده است، پس میانه برابر با نصف مجموع داده‌های
ششم و هفتم (در میان داده‌های از کوچک به بزرگ مرتب شده) است:

$$\text{میانه} = \frac{\text{داده‌ی ششم} + \text{داده‌ی هفتم}}{2} = \frac{31 + 32}{2} = 31.5$$

$$\Rightarrow \text{میانه} < \text{مد} < \text{میانگین}$$

(آمار و مدل سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۹ و ۱۲۵)

۴

۳

۲✓

۱

$$\left. \begin{aligned} f_r &= 2f_1 \Rightarrow \alpha_r = 2\alpha_1 \\ f_r &= 3f_r \Rightarrow \alpha_r = 3\alpha_r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \alpha_r = 6\alpha_1$$

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 360^\circ \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_r + \alpha_r = 360^\circ \Rightarrow \alpha_1 + 2\alpha_1 + 6\alpha_1 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 9\alpha_1 = 360^\circ \Rightarrow \alpha_1 = 40^\circ, \alpha_r = 80^\circ, \alpha_r = 240^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\cos 3\alpha_1}{\cos \alpha_r} = \frac{\cos 120^\circ}{\cos 240^\circ} = \frac{\cos(180^\circ - 60^\circ)}{\cos(180^\circ + 60^\circ)} = \frac{-\cos 60^\circ}{-\cos 60^\circ} = 1$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱✓

(رضا عباسی اصل)

-۱۷۶

متوسط مجذورات انحراف از میانگین داده‌های آماری برابر واریانس این داده‌ها است، پس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 3 = \frac{600}{50} - \bar{x}^2$$

$$\Rightarrow \bar{x}^2 = 9 \Rightarrow \bar{x} = 3$$

(آمار و مدل سازی - شافص‌های پراکندگی؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

(میلاد منصوری)

-۱۷۷

$$x + 0/2 + 3x + 0/4 = 1 \Rightarrow x = 0/1$$

$$\bar{x} = 1 \times 0/2 + 2 \times 0/4 + 3 \times 0/1 + 4 \times 0/3 = 2/5$$

$$\sigma^2 = (-1/5)^2 \times 0/2 + (-0/5)^2 \times 0/4 + (0/5)^2 \times 0/1 + (1/5)^2 \times 0/3$$

$$= 0/45 + 0/1 + 0/025 + 0/675 = 1/25$$

(آمار و مدل سازی - شافص‌های پراکندگی؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲✓

۱

اگر انحراف معیار داده‌ها برابر صفر باشد، داده‌ها با هم برابرند، پس داریم:

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = 20$$

پس میانگین داده‌ها نیز با خود داده‌ها برابر خواهد بود. یعنی:

$$\bar{x} = 20$$

اگر همه داده‌ها در عددی ضرب یا جمع و تفریق شوند، میانگین نیز در آن عدد ضرب یا جمع و تفریق می‌شود:

$$\bar{y} = \frac{1}{5}\bar{x} - 4 = \frac{1}{5} \times 20 - 4 = 0$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹،

شافص‌های پراکندگی؛ صفحه ۱۵۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

از داده‌های اول $2\sqrt{3}$ و از داده‌های دوم $\frac{1}{3}$ را فاکتور می‌گیریم:

$$2\sqrt{3}(1, 2, 3, 4)$$

$$\frac{1}{3}(1, 2, 3, 4)$$

واریانس داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴ را x در نظر می‌گیریم. نسبت واریانس‌های

$$\frac{(2\sqrt{3})^2 \times x}{(\frac{1}{3})^2 \times x} = \frac{12 \times x}{\frac{1}{9} \times x} = 12 \times 9 = 108$$

داده‌های فوق برابر می‌شود با:

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۶)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

اگر ضریب تغییرات چند داده آماری صفر باشد، انحراف معیار و واریانس داده‌ها برابر صفر است، ولی در مورد میانگین نمی‌توان نظر داد.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی؛ صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۵۸)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

در گزینه «۱»، همنهشتی دو مثلث به حالت «ض، ض، ض» و در گزینه «۲» به

حالت «ض ز ض» است. در گزینه «۴» زاویه‌های $\hat{B}$ و $\hat{B}'$ در دو مثلث نیز

مساوی می‌شوند و حالت همنهشتی «ز ض ز» پیش می‌آید.

(هنر سه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳ ✓

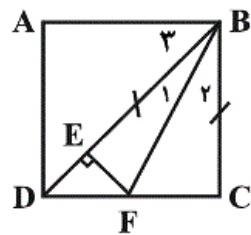
۲

۱

(سامان اسپهرم)

دو مثلث BEF و BCF همنهشتند:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{C} = 90^\circ \\ BE = BC \text{ فرض} \\ BF = BF \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle BEF \cong \triangle BFC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$



قطر مربع نیمساز آن می‌باشد، یعنی:

$$\hat{B}_3 = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 45^\circ$$

پس: $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 22.5^\circ$ و لذا:

$$\hat{ABF} = \hat{ABD} + \hat{B}_1 = 45^\circ + 22.5^\circ = 67.5^\circ$$

(هنر سه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$S_{AFK} = S_{BEK} = S \quad \text{ABEF دوزنقه است، پس:}$$

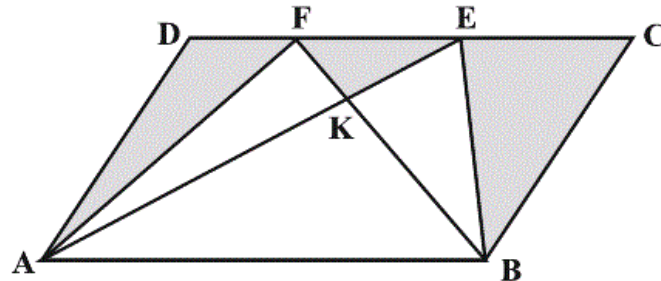
$$BK = 2FK \Rightarrow S_{ABK} = 2S_{AFK} = 2S \quad \text{از طرفی داریم:}$$

اگر h ارتفاع نظیر قاعده AB در متوازی الاضلاع $ABCD$ باشد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} S_{ABCD} = h \cdot AB \\ S_{ABF} = \frac{1}{2} h \cdot AB \end{array} \right\} \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABF} \Rightarrow S_{ABCD} = 4S$$

$$4S = 96 \Rightarrow S = 24$$

$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = 96 - 4S = 96 - 96 = 0$$



(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۴۱ تا ۵۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مفسر محمد کریمی)

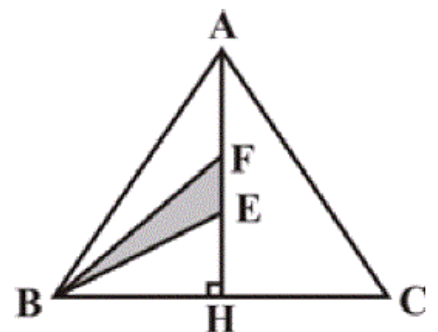
$$S_{BEF} = \frac{1}{3} S_{ABH} = \frac{1}{3} \times \frac{S_{ABC}}{2} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

اگر a طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع ABC باشد، آنگاه:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 36\sqrt{3} \Rightarrow a = 12$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$



(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۵۲، ۶۱ و ۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

با دو بار استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{BD}{BC} = \frac{ED}{6} \\ \frac{CD}{BC} = \frac{ED}{3} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 1 = \frac{ED}{6} + \frac{ED}{3} = \frac{ED}{2} \Rightarrow ED = 2$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳

۲✓

۱

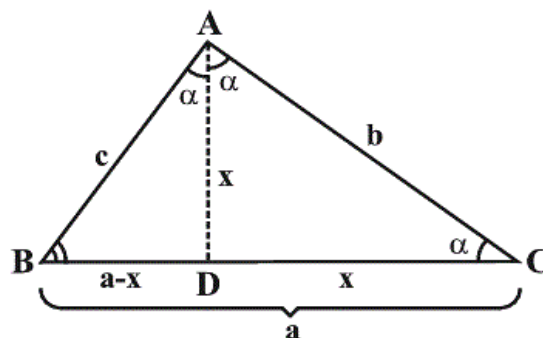
(سروش موئینی)

نیمساز زاویه A را رسم کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{BAD} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta ABC$$

$$\frac{c}{a-x} = \frac{b}{x} = \frac{a}{c}$$

$$\Rightarrow x = \frac{bc}{a}$$



(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴

۳✓

۲

۱

$$K = \frac{4}{1} \Rightarrow K = 4 \quad \text{داریم:}$$

اگر h و h' را ارتفاع‌های متناظر دو مثلث در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{h}{h'} = K \Rightarrow \frac{h}{h'} = 4 \Rightarrow h = 4h'$$

از طرفی بنابر فرض مسأله داریم:

$$h - h' = 9$$

$$\begin{cases} h = 4h' \\ h - h' = 9 \end{cases} \Rightarrow h = 12, h' = 3$$

$$h + h' = 12 + 3 = 15$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

شعاع قاعده و ارتفاع این استوانه را به ترتیب r و h در نظر می‌گیریم. طبق فرض

سؤال داریم:

$$\begin{cases} \text{حجم استوانه: } V = \pi r^2 h = 36\pi \Rightarrow r^2 h = 36 \\ \text{مساحت جانبی استوانه: } S_1 = 2\pi r h = 24\pi \Rightarrow rh = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow r = \frac{r^2 h}{rh} = \frac{36}{12} = 3$$

پس مساحت کل این استوانه برابر خواهد بود با:

$$S' = 2\pi r^2 + \underbrace{2\pi r h}_{S_1} = 2\pi(3)^2 + 24\pi = 18\pi + 24\pi = 42\pi$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

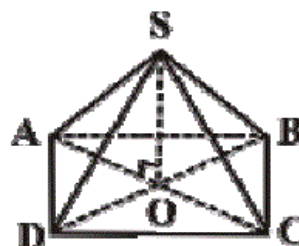
$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \frac{1}{3} \text{ حجم هرم}$$

$$S_{ABCD} = 3\sqrt{3} \times 3 = 9\sqrt{3}, AC = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2} = 6$$

$$\hat{O} = 90^\circ, SA = AC = 6, OA = \frac{AC}{2} = 3$$

$$\Delta OAS : SO^2 = SA^2 - OA^2 = 27 \Rightarrow SO = h = 3\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} (9\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}) = 27$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تابع ریاضی ۲ - ۱۳۹۶۰۶۲۴

-۱۱۴

(امید کشاورز)

تابع نیست. $\Rightarrow 1 \text{ و } -1 \Rightarrow y = -1 \text{ و } 1 \Rightarrow |y^2 - 1| = 0 \Rightarrow x = 1$ (الف)

$$\text{ب) } \begin{cases} x \geq 0 \\ -x \geq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x = 0 \Rightarrow |y| = 0 \Rightarrow y = 0$$

بیانگر یک نقطه و لذا تابع است.

تابع نیست $\Rightarrow y = \pm x \Rightarrow |y| = |x| \Rightarrow |x| - |y| = 0$ (ج)

بیانگر یک نقطه و لذا تابع است $\Rightarrow y = 0 \text{ و } x = 0 \Rightarrow |x| + |y| = 0$ (د)

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴

۳✓

۲

۱

$x = 0 \Rightarrow f(0) = 3 \Rightarrow A(0, 3)$: نقطه برخورد f با محور y ها

$B(3, 0)$: نقطه برخورد f^{-1} با محور x ها

$$\Rightarrow |AB| = 3\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۵۴)

۴

۳✓

۲

۱

فرض می‌کنیم $1 - x = T$ در این صورت $1 - T = x$ بنابراین:

$$f(T) = \sqrt{4^{1-T} - 2^{1-T}} \Rightarrow f(x) = \sqrt{4^{1-x} - 2^{1-x}}$$

$$D_{f(x)} : 4^{1-x} - 2^{1-x} \geq 0 \Rightarrow 4^{1-x} \geq 2^{1-x} \Rightarrow 2^{2-2x} \geq 2^{1-x}$$

$$\Rightarrow 2 - 2x \geq 1 - x \Rightarrow x \leq 1$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، الگو و دنباله - ۱۳۹۶۰۶۲۴

با توجه به فرض مسئله، داریم:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 2(a_4 + a_5 + a_6)$$

$$\Rightarrow a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 2((a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) + (a_1 + 5d))$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = 6a_1 + 24d$$

$$\Rightarrow 3a_1 = -21d \Rightarrow a_1 = -7d$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d = 0 \Rightarrow a_8 = 0$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

$$aq^4 = \text{جمله پنجم}$$

$$aq^8 = \text{جمله نهم}$$

$$aq^4 \cdot aq^8 = 121$$

$$a^2 q^{12} = 121 \xrightarrow[a > 0]{\text{از ۲ طرف جذر می‌گیریم}} aq^6 = 11 = \text{جمله هفتم دنباله}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۲۰

(کالظم ابلالی)

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x, \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$\frac{1 - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} = \frac{1 + \cos x}{1 - 2\sin x} = 1$$

بنابراین:

$$\Rightarrow 1 + \cos x = 1 - 2\sin x \Rightarrow 2\sin x = -\cos x \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cot x = -2$$

$$A = \frac{1 - \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{1 + \tan(\pi - x)} = \frac{1 - \cot x}{1 - \tan x} = \frac{1 + 2}{1 + \frac{1}{2}} = 2$$

بنابراین:

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۰۶۲۴

-۱۱۸

(محمدرحسن فیدری)

$$A = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_{15} 2} = \frac{\log_2 15}{\log_{15} 2} = \frac{\log_2 15}{\frac{1}{\log_2 15}}$$

$$= (\log_2 15)(\log_2 15) = (\log_2 15)^2 = a^2$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

از طرفین معادله لگاریتم در مبنای ۳ می‌گیریم

$$\log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 \sqrt[3]{3} \Rightarrow (\log_3 x)(\log_3 x) = \log_3 3^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow (\log_3 x)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \log_3 x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3^{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt[3]{3} \\ x_2 = 3^{-\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = 1$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی تقدیسی)

- ۱۱۳

با فرض $y^{\sqrt{2}} = a$ داریم:

$$a^2 - 5a + 6 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow a=2 \text{ یا } a=3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=2 \Rightarrow y^{\sqrt{2}} = 2 \Rightarrow y = \sqrt[2]{2}^{\sqrt{2}} \\ a=3 \Rightarrow y^{\sqrt{2}} = 3 \Rightarrow y = \sqrt[2]{3}^{\sqrt{2}} \end{cases}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، ریاضی ۲، توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۶۰۶۲۴

- ۱۱۵

(کاظم ابلالی)

$$\frac{x^2+1}{x-1} - (x+2) > 0 \Rightarrow \frac{x^2+1-x^2-x+2}{x-1} > 0$$

$$\frac{3-x}{x-1} > 0 \Rightarrow 1 < x < 3$$

بنابراین $a=1$ و $b=3$ و در نتیجه $a+b=4$.

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

www.kanoon.ir