



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

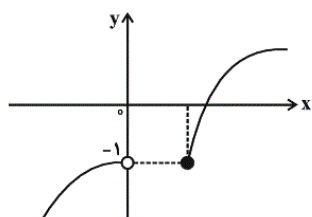
ریاضی ، حسابان ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۹۱- اگر $f(x) = \begin{cases} -3x+2a & ; x \geq 1 \\ 2x-3a & ; x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x_0 = 1$ حد داشته باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید



۹۲- اگر نمودار f به صورت شکل مقابل باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(\sqrt[3]{x^2+x})$ کدام است؟

(۱) ۰ (۲) -۱ (۳) موجود نیست. (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اختلاف حد راست و چپ عبارت $[\tan^2(\frac{x}{4})] \cdot \sin 2x + 2 \tan(x - \frac{\pi}{4}) \cdot [\cos^2(x - \frac{\pi}{4})]$ وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر توابع f و g در $x = a$ حد داشته باشند و داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow a} (f - 2g)(x) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow a} (2f + g)(x) = 2$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow a} (\frac{f}{g})(x)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $-\frac{4}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر داشته باشیم $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{ax^2 + 3x + b} = 3$ ، آنگاه مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{16}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{32}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۶- مقدار حد $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1-\sqrt{2x-2}}{x-3}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- مقدار حد $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^4 x - \cos^4 x + 1}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر حد تابع $f(x) = \frac{a \sin x}{\sqrt{1 + \cos x}}$ وقتی که $x \rightarrow \pi^+$ برابر ۲ باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 1} & ; x \neq 1 \\ 1 & ; x = 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد، $a - b$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} x - [x] & ; x \notin \mathbb{Z} \\ 1 - \sin \frac{\pi}{2}x & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ تعریف شده است. کدام گزینه صحیح است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) f در تمام نقاط صحیح زوج، از راست پیوسته است. (۲) f در تمام نقاط صحیح فرد، از راست پیوسته است. (۳) f در تمام نقاط صحیح زوج، از چپ پیوسته است. (۴) f در تمام نقاط صحیح فرد، از چپ پیوسته است.

شما پاسخ نداده اید

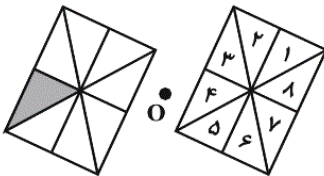
ریاضی ، هندسه ۲ ، تبدیل ها - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۲۱- کدام یک از تناظرهای زیر، یک تبدیل ایزومتري است؟

(۱) $T_1(x, y) = (|x|, y - 1)$ (۲) $T_2(x, y) = (2x - 1, 3y + 2)$ (۳) $T_3(x, y) = (-y + 4, x + 2)$ (۴) $T_4(x, y) = x + y$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در شکل زیر کدام یک از بخش های شماره گذاری شده، تصویر شکل سایه دار تحت بازتاب نسبت به مرکز O است؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- نقاط متمایز A' و A'' مجانس های نقطه A هستند که مرکز هر دو تجانس مبدأ مختصات و نسبت تجانس آنها به ترتیب $k_1 = 2$ و $k_2 = 4$ است. اگر A'' مجانس نقطه A' به مرکز مبدأ مختصات باشد، آنگاه نسبت این تجانس کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- نیم دایره ای به مرکز مبدأ و شعاع ۱ (بالای محور x ها) مفروض است. هر نقطه (x, y) ، واقع بر نیم دایره را به وسیله تبدیل T به نقطه ای روی محور x ها، بین ۱ و -۱، تصویر قائم می کنیم. تبدیل T چگونه است؟

(۱) یک به یک است، ایزومتري است. (۲) یک به یک است، ایزومتري نیست. (۳) یک به یک نیست، ایزومتري است. (۴) یک به یک نیست، ایزومتري نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- به ازاء کدام مقدار a بازتاب خط به معادله $y = ax + 2a - 1$ نسبت به خط به معادله $2y - x = 3$ بر خودش نگاشته می شود؟

(۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- خط $x + 2y = 3$ را حول مبدأ به اندازه 90° در جهت مثلثاتی دوران می دهیم. خط حاصل، محور x ها را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- نقاط $A(3, -1)$ و $B(2, 4)$ تحت دوران 180° به مرکز $O'(\alpha, \beta)$ ، به ترتیب به نقاط $A'(3, b)$ و $B'(a, 0)$ تصویر می شوند. $2a - b$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- انتقال یافته دو خط $y + 2x = 1$ و $3x + y = 2$ تحت انتقال $T(x, y) = (x + 2, y - 1)$ ، یکدیگر را در کدام نقطه قطع می کنند؟

- (۱) $(2, -3)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $(3, 1)$ (۴) $(3, -2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- نقاط $A(-2, 3)$ و $B(2, b)$ به ترتیب تحت بازتاب نسبت به خطهای $x = a$ و $y = 4$ ، بر نقطه $M(2, 3)$ تصویر می شوند. $2a - b$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۳ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- تبدیل های انتقال با ضابطه های $T_1(x, y) = (ax + b, cy + d)$ و $T_2(x, y) = (cx + d, ay + b)$ ، نقطه (b, d) را به نقطه ای یکسان تصویر می کنند. رابطه بین b و d کدام است؟

- (۱) $b + d = 0$ (۲) $b - d = 0$ (۳) $b = 2d$ (۴) $d = 2b$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۳۱- در پرتاب ۳ تاس سالم، پیشامد اینکه حداقل یکبار عدد ۱ ظاهر شود، چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۶۳ (۳) ۸۷ (۴) ۹۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- تاس سالمی را دوبار پرتاب می کنیم. اگر A پیشامد آن باشد که تاس، بار اول عددی مضرب ۳ بیاید و B پیشامد آن که عدد تاس، بار دوم عددی مضرب ۳ بیاید، پیشامد $A \cup B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۰ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- از مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی، یک زیر مجموعه سه عضوی به تصادف انتخاب می کنیم؛ پیشامدی که این مجموعه شامل عدد ۵ و فاقد عدد ۹ باشد؛ دارای چند عضو است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- کدام گزینه بیانگر آن است که دقیقاً یکی از پیشامدهای A ، B و C رخ داده باشد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در جعبه ای روی هم ۶ مهره سفید و سیاه داریم. چه تعداد از مهره ها باید سفید باشند تا اگر ۳ مهره از این جعبه برداریم، احتمال سفید بودن هر سه مهره، ۵۰ درصد باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) امکان پذیر نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- یک تاس را هشت بار پرتاب می کنیم. در چند حالت در پرتاب ششم، برای سومین بار عدد ۴ رو می شود؟

- (۱) $\binom{5}{2}$ (۲) $\binom{5}{2} \times 5^3 \times 6^2$ (۳) $\binom{6}{3}$ (۴) $\binom{6}{3} \times 5^4 \times 6^2$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- از ۱۰ جفت کفش متمایز، سه لنگه بر می داریم. احتمال آن که هیچ دو لنگه ای متعلق به یک جفت نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{19}$ (۲) $\frac{16}{19}$ (۳) $\frac{3}{17}$ (۴) $\frac{17}{19}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم، احتمال آن‌که هر سه بار مضرب ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) $\frac{1}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- دو عدد حقیقی x و y از فاصله $[0, 2]$ انتخاب می‌شوند. مساحت پیشامد $|x - y| < 1 < y$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- از ظرفی که در آن ۴ مهره سفید، ۵ مهره سیاه و ۳ مهره سبز وجود دارد، سه مهره به تصادف و یک‌جا خارج می‌کنیم.

احتمال اینکه دو مهره از سه مهره هم‌رنگ باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{29}{44}$ (۲) $\frac{19}{220}$ (۳) $\frac{15}{44}$ (۴) $\frac{7}{22}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۰۱- بسط اعشاری عدد a بی‌پایان و غیرمتناوب است و بسط اعشاری عدد b پایان‌پذیر است. در این صورت کدام یک از اعداد زیر همواره گنگ‌اند؟

- (۱) $a^4 + b^4$ (۲) $4ab - b$ (۳) $\frac{b^2 - 1}{a}$ (۴) $\frac{\sqrt[3]{a} - 1}{b^2 + b}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- بیش‌ترین شعاع یک همسایگی متقارن که فقط ۳ عدد صحیح را شامل شود، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- به ازای کدام مقادیر x ، نابرابری $|2x^2 - 10x + 11| > |x^2 - 6x + 8| + |x^2 - 4x + 3|$ برقرار است؟

- (۱) $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ (۲) $(1, 4)$ (۳) $(1, 2) \cup (3, 4)$ (۴) $\{2\} - (1, 4)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، دنباله - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۰۴- دنباله $\{a_n\}$ به صورت $\begin{cases} a_1 = 1, a_2 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$ تعریف شده است. میانگین ۱۰۲ جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۰۲ (۲) ۵۱ (۳) ۵۱/۵ (۴) ۲۰۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- بزرگترین کران پایین دنباله $\{3n^2 - 7n + 1\}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{37}{12}$ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) این دنباله فاقد کران پایین است.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر a_n دنباله‌ای مثبت و صعودی و b_n دنباله‌ای مثبت و نزولی باشد. کدام دنباله قطعاً نزولی است؟

- (۱) $a_n + b_n$ (۲) $b_n - a_n$ (۳) $\frac{a_n}{b_n}$ (۴) $-\frac{b_n}{a_n}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در دنباله $\{2^n\}$ کوچک‌ترین جمله‌ای که از آن جمله به بعد فاصله جملات دنباله از حد آن کمتر از $\frac{1}{4}$ باشد، کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- به ازای $n > 31$ تمام جملات دنباله $\left\{ \frac{2n^2 - 38}{n^2 - 24} \right\}$ در بازه $(a, b]$ قرار می‌گیرند، کم‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟
 (۱) ۰/۰۰۲ (۲) ۰/۰۲ (۳) ۰/۰۰۱ (۴) ۰/۰۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای همگرا و $\{b_n\}$ دنباله‌ای واگرا باشد، کدام گزاره زیر همواره درست است؟
 (۱) دنباله $|a_n + b_n|$ واگراست.
 (۲) دنباله $|a_n - b_n|$ واگراست.
 (۳) دنباله $|a_n| + b_n$ واگراست.
 (۴) دنباله $a_n + |b_n|$ واگراست.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- دنباله $a_n = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \dots + \frac{2}{3^n}\right)^{3^n}$ به کدام عدد همگراست؟
 (۱) e (۲) $\sqrt{e}$ (۳) $\frac{1}{e}$ (۴) e^2

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، بردار - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۴۱- اگر تصویر قائم نقطه A بر محور x ها، بر قرینه آن نسبت به این محور، منطبق باشد، آنگاه فاصله نقطه A از مبدأ مختصات لزوماً با فاصله آن از کدام یک از موارد زیر برابر نیست؟
 (۱) محور y ها (۲) محور z ها (۳) صفحه xy (۴) صفحه yz

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- نقطه $A = (2m, -3m, 6m)$ طوری مفروض است که بردار $\overrightarrow{OA}$ برداری یکّه است. طول تصویر قائم این بردار روی صفحه yz کدام است؟ (نقطه O مبدأ مختصات است).
 (۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{7}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{2\sqrt{10}}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- اگر $\overrightarrow{AC} = (1, 3, -1)$ و $\overrightarrow{BC} = (-1, -1, 3)$ باشند، آنگاه طول $\overrightarrow{AB}$ کدام است؟
 (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- بردارهای $a = (3, -4, m)$ و $b = (4, 3, m)$ با هم زاویه 60° می‌سازند. مقدار مثبت m کدام است؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- اگر $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 24$ باشد، حداکثر مقدار $2x + 2y - 3z$ کدام است؟
 (۱) ۶ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) ۱۲ (۴) $\sqrt{12}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- $(a, \frac{1}{\sqrt{2}}, b)$ مختصات برداری یکه است که با محورهای x و y به ترتیب زوایای $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{4}$ می‌سازد. $a + b$ کدام است؟

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- زاویه بین دو بردار a و b برابر با ۱۲° بوده و $|a|=۲$ و $|b|=۳$ است. مساحت مثلثی که روی دو بردار $c=۲a+b$ و $d=a-۲b$ ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) $۱۵\sqrt{۳}$ (۲) $\frac{۱۵\sqrt{۳}}{۲}$ (۳) $۹\sqrt{۳}$ (۴) $\frac{۹\sqrt{۳}}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- بردار a به صورت مجموع دو بردار در راستاهای دو بردار b و c نوشته شده است، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) $a \cdot (b \times c) = 0$ (۲) $b \perp (a \times c)$ (۳) $(a \times b) \times (b \times c) = 0$ (۴) $c \parallel a \times b$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، خط و صفحه - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۴۹- خط گذرا از دو نقطه $A=(-۱, 0, m)$ و $B=(۳, ۴, ۱)$ ، بر خط $\frac{x-۱}{m}=۱-y=\frac{z}{۲m}$ عمود است، مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- دو خط $\frac{x-۲}{۲}=y+c=z-(b+۳)$ و $\frac{x}{a}=\frac{y-۱}{c}=\frac{z}{b}$ بر هم منطبق هستند، $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۰ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضیات گسسته، گراف‌ها و کاربردهای آن، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۶۱- با شش رأس $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ چند گراف ساده با اندازه ۲ می‌توان رسم کرد که در آن‌ها این دو یال، رأس مشترک نداشته باشند؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۱۰۵ (۳) ۹۰ (۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- گرافی ۱۵ رأس و ۲۴ یال دارد. این گراف حداکثر از چند بخش مجزا تشکیل شده است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- با شش بازه‌ی $(۰, ۴)$ ، $(۲, ۸)$ ، $(۶, ۹)$ ، $(۴, ۷)$ ، $(-۳, ۵)$ و $(-۲, ۱)$ از اعداد حقیقی، یک گراف بازه‌ها می‌سازیم. در گراف حاصل چند دور وجود دارد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- در گرافی ساده، $\frac{۲q}{p} = \Delta$ (Δ ماکزیمم درجه) است. کدام گزینه لزوماً صحیح نمی‌باشد؟ ($p \geq ۲$)

- (۱) گراف منتظم است. (۲) $\frac{۲q}{p} = \delta$

(۳) حداقل ۲ رأس هم درجه داریم. (۴) گراف همبند است.

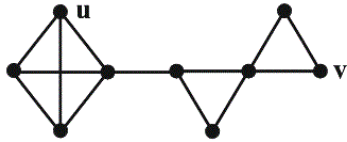
شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- به ازای چند مقدار متمایز برای $a + b + c$ ، گرافی با درجه رئوس $a, b, c, 1, 2, 5, 6, 7$ وجود دارد؟
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- گرافی ساده از مرتبه ۸ و اندازه ۱۱، فقط دارای رئوس از درجه‌های ۲، ۳ و ۴ است و تعداد رأس‌های درجه ۲، دو واحد از تعداد رأس‌های درجه ۴ بیشتر است. این گراف چند رأس از درجه ۳ دارد؟
 ۴ (۱) ۲ (۲) ۳ یا ۴ (۳) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید



۱۶۷- بین دو رأس u و v در گراف روبه‌رو چند مسیر هست؟

۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- بازه‌های $(2,5)$ ، $(1,3)$ ، $(5,7)$ ، $(4,6)$ و (a,b) یک گراف تشکیل می‌دهند. حداقل مقدار $b - a$ چه قدر باشد تا این گراف همیلتونی گردد؟ $(a,b \in \mathbb{Z})$
 ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) غیرممکن است.

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- اگر یک درخت، ۱۰ رأس درجه یک داشته باشد، آن‌گاه چند مقدار متمایز برای ماکزیمم درجه این درخت وجود دارد؟
 ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- درختی از مرتبه ۶، حداکثر و حداقل چند رأس درجه ۲ دارد؟

۱، ۴ (۱) ۱، ۳ (۲) ۴، ۳ (۳) ۳، ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۸۱- در جدول مقابل اگر فراوانی نسبی دسته دوم ۳/۰ باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟
 ۲/۵ (۱) ۲ (۲) ۳/۵ (۳) ۳ (۴)

x_i	۱	۲	۳	۴
f_i	۲	۳	a	۲

شما پاسخ نداده اید

۱۸۲- در داده‌های آماری ۳، ۵، ۱، ۶، ۵، ۹، ۵، ۲، ۸، ۶، میانگین، میانه و مد را به ترتیب با x ، y و z نشان می‌دهیم. کدام گزینه صحیح است؟
 $x = y = z$ (۱) $x \neq y \neq z$ (۲) $x \neq y = z$ (۳) $x = y \neq z$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۸۳- میانگین و میانه نمرات امتحانی ۶ درس دانش آموزی با هم مساوی و برابر ۱۴ است. اگر بالاترین نمرات این دانش آموز، ۱۶ و ۱۵ باشد، مجموع نمرات دو درس که در آن‌ها کمترین نمره را گرفته است، کدام است؟
 ۲۵ (۱) ۲۶ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۸۴- اگر میانگین داده‌های x ، y ، 7 ، 5 و $3x + y$ برابر ۵ باشد، میانگین داده‌های زیر چند است؟

۷ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۵ (۴)

$$x^2, 5x - 6, y^2 - 3x, 8, 2x(y - 1), x + y - 2$$

شما پاسخ نداده اید

۱۸۵- داده‌های آماری با یک رقم اعشار، با نمودار ساقه و برگ زیر داده شده‌اند. قدرمطلق اختلاف میانه و مد کدام است؟

ساقه	برگ
۸	۰ ۰ ۱ ۲ ۲ ۵ ۶ ۷
۹	۰ ۱ ۳ ۳ ۳ ۴ ۵ ۵
۱۰	۱ ۱ ۲ ۲

(۱) صفر

(۲) ۰/۱

(۳) ۰/۲

(۴) ۰/۳

شما پاسخ نداده اید

۱۸۶- در داده‌های آماری ۱۵، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۸، ۶، ۳، ۵، ۲۳، ۹، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم، کدام

است؟

(۱) ۱۰/۵

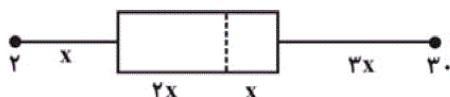
(۲) ۹

(۳) ۱۱/۲

(۴) ۹/۴

شما پاسخ نداده اید

۱۸۷- در نمودار جعبه‌ای زیر چارک سوم کدام است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۸

(۳) ۲۰

(۴) ۲۲

شما پاسخ نداده اید

۱۸۸- داده‌های مثبت ۳، ۶، ۷، b، ۶، ۷، ۳، ۵، ۳، ۵، ۳ را در عدد a ضرب و سپس با عدد ۱- جمع نموده‌ایم. اگر $a + b = ۱۰$ و میانگین

داده‌های جدید برابر ۹/۸ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $a = ۵۴$

(۲) $b = ۸$

(۳) $a = -۴۴$

(۴) $b = ۳$

شما پاسخ نداده اید

۱۸۹- میانگین اولین بیست عدد زوج طبیعی، چند واحد بیش‌تر از میانگین اولین بیست عدد فرد طبیعی است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۵

(۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۹۰- اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_8$ برابر $\bar{x}$ و میانگین داده‌های $x_1 + ۱, x_2 + ۲, \dots, x_8 + ۸$ برابر $۱۰\bar{x}$ باشد، آنگاه $\bar{x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۵}$

(۲) $\frac{۱}{۴}$

(۳) $\frac{۱}{۳}$

(۴) $\frac{۱}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۱) ، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۵۵- ابعاد مکعب مستطیلی با اعداد ۳، ۵ و ۷ متناسب هستند. اگر مساحت کل این مکعب مستطیل ۵۶۸ واحد مربع باشد، حجم

آن کدام است؟

(۱) ۶۳۰

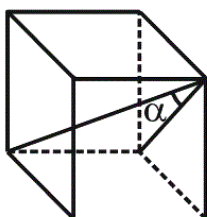
(۲) ۷۳۵

(۳) ۸۴۰

(۴) ۹۴۵

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- در مکعب شکل زیر، زاویه α کدام است؟



(۱) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{۵}}{۳}$

(۲) $\sin^{-1} \frac{\sqrt{۶}}{۳}$

(۳) $\cos^{-1} \frac{\sqrt{۶}}{۳}$

(۴) $\cos^{-1} \frac{\sqrt{۵}}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- دو منشور قائم را که قاعده آنها مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به ضلع قائم ۳ است، در وجه بزرگتر که یک مربع است به

هم می‌چسبانیم. حجم منشور حاصل کدام است؟

(۱) ۲۷ (۲) $27\sqrt{2}$

(۳) $\frac{27}{2}\sqrt{2}$ (۴) $54\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- با یک ورق فلزی مستطیل شکل به اضلاع ۱۲ و a ($0 < a < 12$)، یک استوانه قائم می‌سازیم. به طوری که ضلع بزرگ مستطیل،

محیط قاعده استوانه باشد. نسبت عدد حجم استوانه به عدد مساحت جانبی آن کدام است؟

(۱) $\frac{3}{\pi}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{6}{\pi}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- در یک مکعب مستطیل به اضلاع a ، a و $2a$ ، نقطه O از هر رأس به فاصله $\sqrt{6}$ است. نسبت عدد حجم به عدد مساحت کل

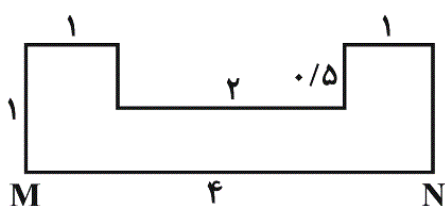
این مکعب مستطیل چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- اگر شکل زیر را حول ضلع MN دوران دهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟



(۱) $3/5\pi$ (۲) 4π

(۳) 7π (۴) $2/5\pi$

شما پاسخ نداده اید

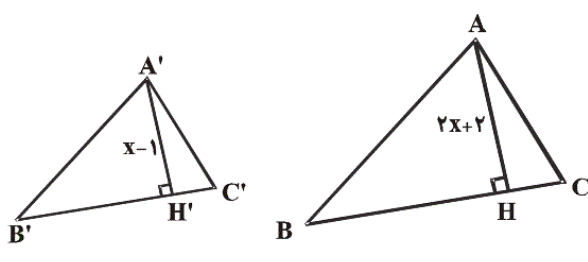
ریاضی، هندسه ۱، تشابه - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۵۱- مطابق شکل، پاره‌خط‌های AH و $A'H'$ دو ارتفاع متناظر از دو مثلث متشابه ABC و $A'B'C'$ هستند. اگر

$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{4}{25}$ باشد، آنگاه مقدار x کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۹

(۳) ۲ (۴) $\frac{33}{17}$



شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- مثلثی با اضلاع ۵، ۵ و ۸ با مثلثی به محیط ۳۶ متشابه است. مساحت مثلث دوم کدام است؟

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- در دو مثلث قائم‌الزاویه $(\hat{B} = 90^\circ)ABC$ و $(\hat{B}' = 90^\circ)A'B'C'$ ، به ترتیب نقاط D و D' روی BC و $B'C'$ طوری انتخاب

شده‌اند که $\hat{ADC} = \hat{A'D'C'}$. اگر $AB = 3$ ، $BC = 2\sqrt{3}$ ، $B'C' = 4\sqrt{3}$ و $A'B' = 6$ ، نسبت مساحت ΔADC به

مساحت $\Delta A'D'C'$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- از نقطه F واقع بر امتداد ضلع AD از متوازی‌الاضلاع $ABCD$ به C وصل می‌کنیم تا AB را در E قطع کند. اگر

$S_{AEF} = 9$ و $S_{BEC} = 16$ ، مساحت ذوزنقه $ADCE$ کدام است؟

۴۹ (۴)

۴۰ (۳)

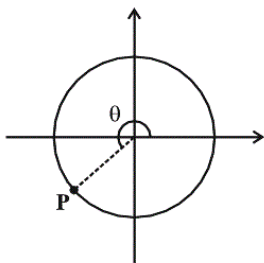
۳۶ (۲)

۲۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۲، مثلثات - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۱۱- در شکل زیر دایره‌ای به شعاع ۱ رسم شده است، مختصات نقطه P کدام است؟



$(-\cos \theta, -\sin \theta)$ (۲)

$(-\sin \theta, -\cos \theta)$ (۱)

$(\cos \theta, \sin \theta)$ (۴)

$(\sin \theta, \cos \theta)$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

$\tan \theta > \sin \theta$ (۲)

$\cos \theta < \sin \theta$ (۱)

$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$ (۴)

$\cot \theta < \sin \theta$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- در کدام یک از فاصله‌های زیر، رابطه $|\sin x - \cos x| = \cos x - \sin x$ برقرار است؟

$\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ (۱)

$\pi \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}$ (۴)

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- حاصل عبارت $3\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + 2\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) - 4\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$ چند برابر $\cos \alpha$ است؟

(۱) ۴ (۲) -۴

(۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

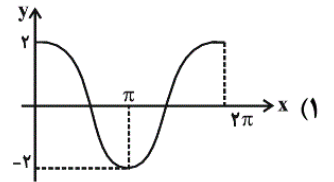
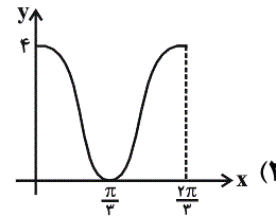
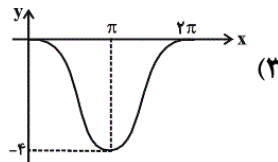
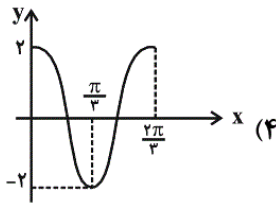
۱۱۵- حاصل $A = \sin(x - \frac{\pi}{10}) + \cos(\frac{2\pi}{5} + x)$ کدام است؟

(۱) $2\sin(x - \frac{\pi}{10})$ (۲) $2\cos(\frac{2\pi}{5} + x)$

(۳) هر دو گزینه ۱ و ۲ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- نمودار تابع $y = 2\cos 3x$ در یک دوره تناوب کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- تابع $y = 2\sin(b\pi x)$ در نقاطی به طول های $x = a$ و $x = \frac{3}{4}$ به ترتیب از راست به چپ حداکثر مقدار ۲ و حداقل مقدار -۲ را دارد،

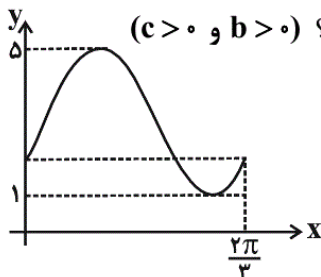
دوتایی مرتب (a, b) کدام می تواند باشد؟

(۱) $(-\frac{1}{4}, 1)$ (۲) $(\frac{1}{4}, 1)$

(۳) $(\frac{1}{4}, -1)$ (۴) $(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - b\cos(cx + \frac{\pi}{6})$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟ ($c > 0$ و $b > 0$)

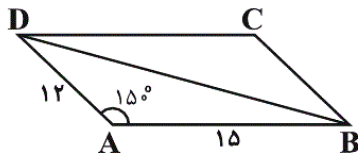


(۱) ۸ (۲) ۶

(۳) ۴ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اضلاع مجاور یک متوازی الاضلاع دارای اندازه‌های ۱۲ و ۱۵ است، اندازه یک زاویه آن 15° است. مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟



(۲) $90\sqrt{3}$

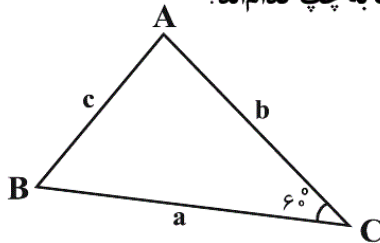
(۱) $45\sqrt{2}$

(۴) ۹۰

(۳) ۴۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر در مثلث ABC ، $\hat{C} = 60^\circ$ ، $b = 2$ و $a = \sqrt{3} + 1$ در این صورت c و $\hat{B}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



(۲) 75° ، $\sqrt{3}$

(۱) 45° ، $\sqrt{6}$

(۴) 45° ، $\sqrt{3}$

(۳) 75° ، $\sqrt{6}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته - گواه ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۷۱- گراف ساده $G = (V, E)$ که در آن $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7\}$ و

$E = \{V_1V_2, V_1V_4, V_2V_3, V_2V_4, V_3V_4, V_5V_6\}$ می‌باشند، چند بخش جدا از هم دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- گرافی که $p = 10$ ، دارای دو رأس درجه ۵ است. این گراف حداکثر چند یال دارد؟

(۴) ۳۷

(۳) ۴۵

(۲) ۳۸

(۱) ۴۱

شما پاسخ نداده اید

۱۷۳- در گراف ساده از مرتبه ۶، دنباله درجه رأس‌های آن، به کدام صورت می‌تواند باشد؟

(۲) ۱ و ۲ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

(۱) ۰ و ۲ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

(۴) ۱ و ۲ و ۳ و ۳ و ۴ و ۵

(۳) ۱ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- با رئوس $\{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده با اندازه ۲ می‌توان رسم کرد، به طوری که در گراف‌ها $\Delta - \delta = 1$ باشد؟

(۴) ۳۶

(۳) ۴۵

(۲) ۱۵

(۱) ۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۷۵- چند گراف ساده از مرتبه ۶ و اندازه ۳ وجود دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- از گراف کامل K_7 ، حداکثر چند یال می‌توان حذف نمود تا در گراف حاصل، $\Delta = 6$ باشد؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۷

(۱) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۷۷- در یک گراف کامل، حاصل ضرب اندازه و مرتبه آن ۵۰ می‌باشد. در این گراف چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

۱۶ (۴)

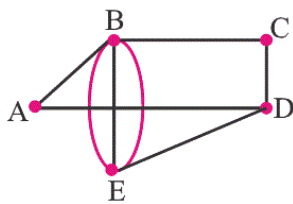
۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- شکل زیر، ۵ منطقه A، B، C، D و E را با ۸ پل به هم راه داده است. اگر مجاز باشیم از هر پل دقیقاً یکبار عبور کنیم، با شروع



از منطقه B، منطقه پایانی کدام است؟

B (۲)

(۱) نشدنی

E (۴)

D (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۷۹- اگر در یک درخت، $p^2 = q + 21$ باشد، $p + q$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۱ (۳)

۹ (۲)

۷ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- بین هر دو رأس از گراف G دقیقاً یک مسیر وجود دارد. اگر این گراف شامل ۷ رأس درجه یک و ۵ رأس درجه ۲ و k رأس

درجه ۳ باشد. k کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۱۹۱- اگر مد منحصر به فرد داده‌های a، b، c و d برابر ۴ باشد، مد داده‌های $a-1$ ، $b-1$ ، $c-1$ و $d-1$ کدام است؟

۴ (۲)

۳ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۹۲- در ۸۰ داده آماری دسته‌بندی شده، فراوانی نسبی دسته اول ۱۱۲۵/۰ می‌باشد. اگر ۱۰ داده دیگر بزرگ‌تر از میانه به آنها

افزوده شود، فراوانی نسبی جدید در دسته اول کدام است؟

۰/۱۰۲ (۲)

۰/۱ (۱)

۰/۱۱ (۴)

۰/۱۰۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۹۳- داده‌های دسته‌بندی شده از یک بررسی آماری، یک دنباله حسابی تشکیل می‌دهند. اگر تعداد این داده‌ها ۱۵ عدد،

کوچک‌ترین داده برابر ۲ و بزرگ‌ترین داده برابر ۴۴ باشد، میانه‌ی این داده‌ها کدام است؟

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

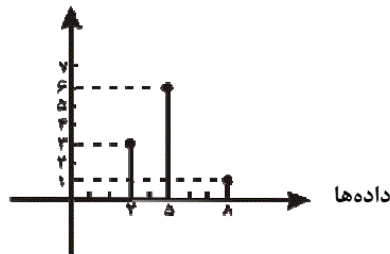
۲۵ (۴)

۲۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۹۴- با توجه به نمودار میله‌ای زیر، مجموع چارک دوم و سوم داده‌ها کدام است؟

فراوانی مطلق



(۱) ۱۱

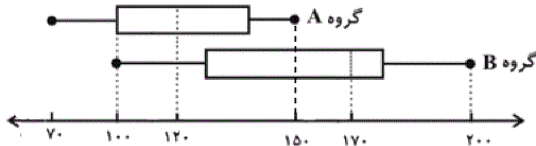
(۲) ۱۰

(۳) ۱۲

(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۹۵- با توجه به دو نمودار جعبه‌ای زیر، کدام گزینه درست نمی‌باشد؟



(۱) دامنه‌ی تغییرات داده‌های گروه B برابر ۱۰۰ است.

(۲) اختلاف میانه‌های دو گروه A و B برابر ۵۰ است.

(۳) حداقل نیمی از داده‌های گروه B مقدارشان بیش‌تر از مقدار داده‌های گروه A می‌باشد.

(۴) همواره نصف داده‌های گروه A مقدارشان کم‌تر از کم‌ترین داده‌ی گروه B می‌باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۹۶- در داده‌های ۲۵ و ۲۰ و ۲۱ و ۲۶ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۵ و ۲۴ و ۲۰ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۸، میانگین «داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر

از چارک سوم» تقریباً کدام است؟

(۲) ۱۸/۳۳

(۱) ۱۸/۲۵

(۴) ۱۸/۷۵

(۳) ۱۸/۶۶

شما پاسخ نداده اید

۱۹۷- میانگین داده‌های دسته بندی به صورت $22 + 2a$ محاسبه شده است. a کدام است؟

مرکز دسته	۱۶	۱۹	۲۲	۲۵	۲۸
فراوانی مطلق	۲	۴	۶	۳	۵

(۲) ۰/۲۰

(۱) ۰/۱۵

(۴) ۰/۴۵

(۳) ۰/۲۵

شما پاسخ نداده اید

۱۹۸- میانگین ۴ درس یک دانش‌آموز هر کدام با ضریب ۱ برابر ۱۵/۵ است. نمره‌ی درس پنجم وی که با ضریب ۲ منظور می‌گردد چه

عددی باشد تا میانگین ۵ درس او ۱۶/۵ گردد؟

(۲) ۱۸/۵

(۱) ۱۸/۲۵

(۴) ۱۹

(۳) ۱۸/۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۹۹- جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته بندی شده را مشخص می‌کند. فراوانی مطلق در دسته ششم چه

قدر است؟

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۲۰۰- میانگین ۵۰ داده دسته‌بندی شده زیر با روش سریع کدام است؟

x	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴
f	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

۱۲۳/۶۸ (۲)

۱۲۳/۶۲ (۱)

۱۲۴/۰۶ (۴)

۱۲۴/۰۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۶۱۷

(سعید جعفری)

-۹۱

برای این که تابع f در نقطه $x_0 = 1$ حد داشته باشد، باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Rightarrow 2 - 3a = -3 + 2a \Rightarrow a = \frac{5}{5} = 1$$

(حسابان - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۹)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(فریدون ساعتی)

-۹۲

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(\sqrt[3]{x^2 + x}) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(\sqrt[3]{x(x+1)}) = f(\sqrt[3]{0^-(1)})$$

$$= f(0^-) = -1$$

(حسابان - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۹)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

$$x \rightarrow \frac{\pi^+}{2} : [\cos 2(\frac{\pi^+}{4})] \cdot \sin 2(\frac{\pi^+}{2}) + 2 \tan(\frac{\pi^+}{4}) \cdot [\tan^2(\frac{\pi^+}{4})]$$

$$= [0^-] \cdot (0) + 2(1) \cdot [1^+] = 2$$

$$x \rightarrow \frac{\pi^-}{2} : [\cos 2(\frac{\pi^-}{4})] \cdot \sin 2(\frac{\pi^-}{2}) + 2 \tan(\frac{\pi^-}{4}) \cdot [\tan^2(\frac{\pi^-}{4})]$$

$$= [0^+] \times (0) + 2(1) \times [1^-] = 0 \Rightarrow |0 - (+2)| = 2$$

(مسابقان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

از حل دستگاه
$$\begin{cases} L_1 - 2L_2 = 3 \\ 2L_1 + L_2 = 2 \end{cases}$$
 نتیجه می‌شود $L_1 = \frac{7}{5}$ و $L_2 = -\frac{4}{5}$ ، پس:

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{\frac{7}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{7}{4}$$

(مسابقان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون صورت کسر وقتی $x \rightarrow 2$ صفر می‌شود، باید $x = 2$ ریشهٔ مخرج هم باشد.

در غیراین صورت جواب حد صفر خواهد بود.

$$a(2^2) + 3 \times 2 + b = 0 \Rightarrow 4a + 6 + b = 0 \Rightarrow b = -4a - 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{a(x^2-4) + 3(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)}{a(x+2) + 3} = \frac{-1}{4a+3} = 3$$

$$-1 = 12a + 9 \Rightarrow a = \frac{-10}{12} \Rightarrow b = -4a - 6 = \frac{10}{3} - 6 = -\frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\frac{-10}{12}}{\frac{-8}{3}} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(مسئله‌بان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱✓

(سعید جعفری)

-۹۶

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x-1-\sqrt{2x-2}}{x-3} \times \frac{(x-1)+\sqrt{2x-2}}{(x-1)+\sqrt{2x-2}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)^2 - (2x-2)}{(x-3)((3-1)+\sqrt{2(3)-2})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-3) \times 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{4(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{4} = \frac{1}{2}$$

(مسئله‌بان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳✓

۲

۱

توجه کنید که:

$$\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$= \sin^2 x - \cos^2 x = 2 \sin^2 x - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^4 x - \cos^4 x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x - 1}{2 \sin^2 x - 1 + 1} \quad \text{بنابراین:}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-2 \sin^2 x \cos^2 x}{2 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi} -\cos^2 x = -1$$

(مسابان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{a \sin x}{\sqrt{1 + \cos x}} = \frac{a \times 0}{\sqrt{1 - 1}} = \frac{0}{0}$$

ابتدا توجه کنید که:

برای رفع ابهام به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{a \sin x}{\sqrt{1 + \cos x}} \times \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{a \sin x \sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{1 - \cos^2 x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{a \sin x \sqrt{1 - \cos x}}{\sqrt{\sin^2 x}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{a \sin x \sqrt{1 - \cos x}}{|\sin x|}$$

چون π^+ در ناحیه سوم دایره مثلثاتی است، علامت سینوس در این ناحیه منفی است:

$$= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{a \sin x \sqrt{1 - \cos x}}{-\sin x} = -a \sqrt{1 - (-1)} = -a \sqrt{2} = 2$$

$$\Rightarrow a = -\sqrt{2} \Rightarrow [a] = [-\sqrt{2}] = -2$$

(مسئله بان - ۵ و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 1$$

برای این که حد $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 1}$ موجود باشد، باید $x = 1$ ریشهٔ

صورت نیز باشد. زیرا در غیر این صورت حاصل حد فوق، بی‌نهایت خواهد بود. با توجه به

این موضوع و این که حاصل این حد باید برابر با ۱ باشد، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(ax + b)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x+1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b}{x-1}$$

$$= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b}{x-1} = 1 \Rightarrow ax + b = 2(x-1) = 2x - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow a - b = 4$$

(مسئله‌بان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

پیوستگی تابع f را در نقطه $x = a$ بررسی می‌کنیم. یک بار a را زوج و بار دیگر آن را فرد در نظر می‌گیریم:

$$a = 2k : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^+} (x - [x]) = a - [a^+] = a - a = 0 \\ \lim_{x \rightarrow a^-} (x - [x]) = a - [a^-] = a - (a - 1) = 1 \Rightarrow \text{تنها پیوستگی چپ} \\ f(a) = 1 - \sin \frac{\pi}{2} a = 1 - \sin k\pi = 1 - 0 = 1 \end{cases}$$

$$a = 2k + 1 : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow a^+} (x - [x]) = a - [a^+] = a - a = 0 \\ \lim_{x \rightarrow a^-} (x - [x]) = a - [a^-] = a - (a - 1) = 1 \\ f(a) = 1 - \sin \frac{\pi}{2} a = 1 - \sin((2k + 1) \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2k' + 1 : f(a) = 1 - 1 = 0 \Rightarrow \text{تنها پیوستگی راست} \\ a = 2k' + 3 : f(a) = 1 - (-1) = 2 \Rightarrow \text{نه از راست پیوسته و نه از چپ} \end{cases}$$

(مسابان - هر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، هندسه ۲، تبدیل‌ها - ۱۳۹۶۰۶۱۷

(رضا عباسی اصل)

۱۲۱-

تناظر T_1 تبدیل نیست زیرا یک به یک نیست، به عنوان مثال:

$$T_1(1, 2) = (1, 1), \quad T_1(-1, 2) = (1, 1)$$

تبدیل‌هایی به صورت $T(x, y) = (ax + b, cy + d)$ یا

$$T(x, y) = (ay + b, cx + d)$$

۱ و ۱- باشند پس T_1 ایزومتري نیست و T_3 ایزومتري است.

T_4 تبدیل نیست زیرا نگاشتی از صفحه بر روی صفحه نیست، T_4 هر نقطه از صفحه را به یک نقطه از محور اعداد حقیقی نظیر می‌کند.

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۴

۳✓

۲

۱

ویژگی‌های بازتاب مرکزی عبارتند از:

اولاً: پاره خط واصل دو نقطه متناظر، در مرکز تقارن نصف می‌شود.

ثانیاً: یک تبدیل ایزومتري است. طول هر پاره خط با تصویر خود موازی و مساوی، اما غیرهم جهت است.

بنابراین مثلث شماره ۸ می‌تواند بازتاب یافته مثلث سایه زده نسبت به نقطه O باشد.

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمداً علی نادرپور)

فرض کنیم $A = (x, y)$ باشد، در این صورت داریم:

$$T_1(A) = T_1(x, y) = (2x, 2y) = A'$$

$$T_2(A) = T_2(x, y) = (4x, 4y) = A''$$

$$T_2(A') = A'' \Rightarrow T_2(2x, 2y) = (4x, 4y)$$

$$T_2(\alpha, \beta) = (2\alpha, 2\beta) \Rightarrow T_2 \text{ تجانس با نسبت } k = 2 \text{ است.}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۴ ✓

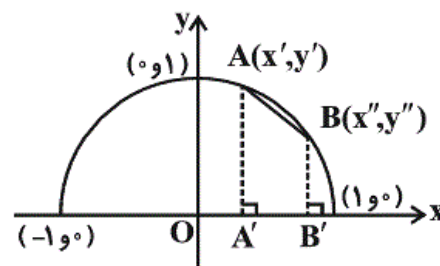
۳

۲

۱

(نوید ممیری)

تصویر قائم T ، هر نقطه (x, y) روی نیم‌دایره را به نقطه $(x, 0)$ روی محور x ها می‌نگارد. معلوم است که T نگاشتی یک به یک است و هر نقطه به موازات محور y ها، نمودار T را تنها در یک نقطه (پای عمود) قطع می‌کند. اما T ایزومتري نیست، برای مثال T نقاط $A(x', y')$ و $B(x'', y'')$ را به نقاط $A'(x', 0)$ و $B'(x'', 0)$ می‌نگارد و ساق‌های دوزنقه قائم‌الزاویه $ABB'A'$ طولشان با هم برابر نمی‌شود (می‌توان مثلاً نقاط $A(0, 1)$ و $B(1, 0)$ را امتحان کرد).



(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: مشابه تمرین ۷، صفحه ۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(نصیر مصبی‌نژاد)

دو خط نمی‌توانند بر هم منطبق باشند، پس دو خط مذکور باید بر هم عمود باشند و

$$mm' = -1 \Rightarrow a \times \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = -2$$

در نتیجه داریم:

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

ضابطه دوران 90° حول مبدأ مختصات به صورت $R(x, y) = (-y, x)$ است.

$$(x', y') = (-y, x) \Rightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$$

$$x + 2y = 3 \Rightarrow y' - 2x' = 3 \xrightarrow{y'=0} x' = -\frac{3}{2}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(رضا عباسی اصل)

دوران 180° به مرکز O ، بازتاب مرکزی نسبت به O نیز می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} AA' \text{ وسط } O \left(\frac{3+3}{2}, \frac{-1+b}{2} \right) &= \left(3, \frac{-1+b}{2} \right) \\ BB' \text{ وسط } O \left(\frac{2+a}{2}, \frac{4+0}{2} \right) &= \left(\frac{2+a}{2}, 2 \right) \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 = \frac{2+a}{2} \Rightarrow 2+a = 6 \Rightarrow a = 4 \\ \frac{-1+b}{2} = 2 \Rightarrow -1+b = 4 \Rightarrow b = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a - b = 8 - 5 = 3$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

(شروین سیاح‌نیا)

کافی است مختصات نقطه تلاقی خطوط $y = -2x + 1$ و $y = -3x + 2$ را به دست آوریم. تبدیل یافته این نقطه تحت تبدیل T همان نقطه تلاقی تبدیل یافته دو خط مورد نظر است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = -3x + 2 \end{cases} \Rightarrow -2x + 1 = -3x + 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$$\Rightarrow \text{نقطه تلاقی } M = (1, -1)$$

$$M' = T(1, -1) = (1+2, -1-1) = (3, -2)$$

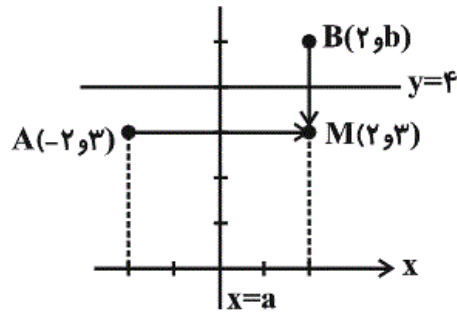
(هندسه ۲ - تبدیل‌ها؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]



با توجه به شکل رویه‌رو داریم:

$$4 = \frac{b+3}{2} \Rightarrow b = 5$$

$$a = \frac{-2+2}{2} \Rightarrow a = 0$$

$$2a - b = 2(0) - 5 = -5$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به این که ضابطه انتقال به صورت $T(x, y) = (x + h, y + k)$ است، پس داریم: $a = c = 1$ حال:

$$\left. \begin{aligned} T_1(b, d) &= (2b, 2d) \\ T_2(b, d) &= (b + d, d + b) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 2b = b + d \\ 2d = d + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = d \\ d = b \end{cases} \Rightarrow b - d = 0$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌ها: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶)

۴

۳

۲✓

۱

طبق اصل متمم، تعداد حالتی که حداقل یکبار عدد ۱ ظاهر شود برابر با تفاضل کل حالات و تعداد حالتی است که رقم ۱ ظاهر نشود. بنابراین داریم:

$$91 = 6^3 - 5^3 = \text{حالت‌های نامطلوب} - \text{کل حالات} = \text{حالات مطلوب}$$

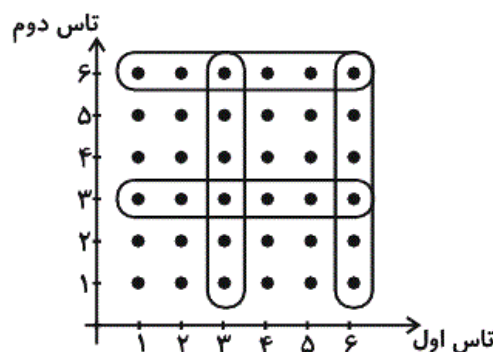
(جبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

۴✓

۳

۲

۱



گزینه «۲» سوال را با کمک نمودار دکارتی پاسخ می‌دهیم. اگر محورهای افقی و عمودی، به ترتیب نشانگر عدد رو شده تاس اول و دوم باشند، آن‌گاه ۲۰ نقطه موجود درون بسته‌ها، پاسخ مسئله‌اند. توجه کنید که نقاط اشتراک بسته‌های عمودی و افقی را از شمار کل حالات‌ها کم کرده‌ایم. $(24 - 4 = 20)$

(جبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۸۱)

۴

۳

۲✓

۱

۱۳۳-

(عمید کرویسی)

باید از مجموعه $\{x \in \mathbb{N}; x \leq 9\}$ تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی شامل ۵ و فاقد ۹ را جدا کنیم؛ پس ۹ را حذف می‌کنیم و ۵ را انتخاب می‌کنیم؛ (کنار می‌گذاریم) یعنی: بایستی تعداد زیر مجموعه‌های دو عضوی $\{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$ را

$$\binom{7}{2} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!2!} = 21$$

به دست آوریم؛ که خواهیم داشت:

(چپ و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱✓

۱۳۴-

(رضا پورحسینی)

اگر بخواهیم از بین پیشامدهای A، B و C دقیقاً یکی رخ داده باشند، یعنی باید فقط A یا فقط B یا فقط C رخ دهد. که گزینه «۱» دقیقاً بیانگر این واقعیت است.

(چپ و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱✓

۱۳۵-

(سعید زوارقی)

فرض کنید X مهره سفید باشد. در این صورت داریم:

$$\text{احتمال سفید بودن سه مهره} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = \frac{\binom{X}{3}}{\binom{6}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{X(X-1)(X-2)}{6 \times 5 \times 4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow X(X-1)(X-2) = 60 \Rightarrow X = 5$$

(چپ و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳✓

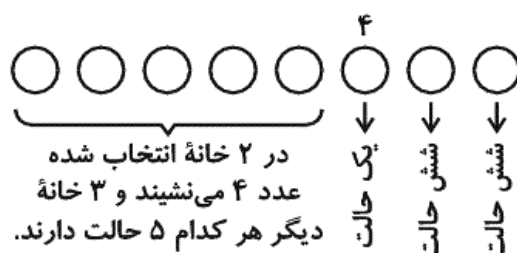
۲

۱

۱۳۶-

(سیرامیر ستوده)

برای آن که سومین ۴ در پرتاب ششم اتفاق بیفتد، لازم است که در پنج پرتاب اول دوبار ۴ بیاید.



۴

۳

۲✓

۱

فضای نمونه‌ای برای حالت‌های انتخاب ۳ لنگه از بین ۲۰ لنگه می‌باشد.

$$n(S) = \binom{20}{3} = \frac{20!}{3! \times 17!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{3 \times 2 \times 1 \times 17!} = 60 \times 19$$

ابتدا باید از بین ۱۰ جفت، ۳ جفت برداریم و سپس از هر جفت، یک لنگه انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم هیچ دو لنگه متعلق به یک جفت نیستند.

$$n(A) = \binom{10}{3} \times \binom{2}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1} = 120 \times 8$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120 \times 8}{60 \times 19} = \frac{16}{19}$$

(بیر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

تعداد حالت‌های فضای نمونه برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6$$

حالت‌هایی که تاس مضرب ۳ می‌آید، برابر مجموعه $\{3, 6\}$ است، پس در ۳ بار پرتاب تاس، تعداد حالت‌هایی که هر سه تاس مضرب ۳ باشد، برابر است با:

$$n(A) = 2 \times 2 \times 2$$

$$P(A) = \frac{2 \times 2 \times 2}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{27}$$

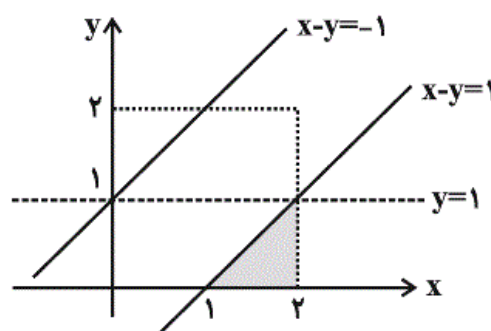
(بیر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳✓

۲

۱



$|x - y| > 1$ خارج نوار بین دو خط

$x - y = \pm 1$ را نشان می‌دهد.

$y < 1$ هم زیر خط $y = 1$ است.

پس پیشامد مورد نظر مثلث سایه زده

است، که مساحت آن برابر $\frac{1}{2}$ است.

(بیر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱✓

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{6} = 220$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{7}{1} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{3}{2} \binom{9}{1} = 70 + 48 + 27 = 145$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$$

(بهر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۶۰۶۱۷

-۱۰۱

(فریدون ساعتی)

(a گنگ است) $\Rightarrow$ (بسط اعشاری a بی‌پایان و غیر متناوب است.)

(b عدد گویاست) $\Rightarrow$ (b عدد اعشاری با تعداد ارقام اعشاری پایان‌پذیر است)

$$\text{گویا} \Rightarrow a^4 + b^4 = 3 + \left(\frac{1}{5}\right)^4 \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt[4]{3} \\ b = \frac{1}{5} \end{cases} \text{گزینه «۱»}$$

می‌تواند گویا باشد $\Rightarrow$ (گویا) (گنگ - ۱) (b) = (4a - 1) : گزینه «۲»

اگر $b^2 = 1$ باشد، گویاست. $\Rightarrow$ گزینه «۳»

حتماً گنگ است $\frac{\sqrt[4]{a} - 1}{b^2 + b} = \frac{(\text{گنگ}) - (\text{گویا})}{\text{گویا} + \text{گویا}} = \frac{\text{گنگ}}{\text{گویا}}$: گزینه «۴»

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۲

(علی ساوپی)

سه عدد صحیحی که در همسایگی هستند، لزوماً متوالی‌اند:

$$k \in \mathbb{Z} \quad \begin{array}{c} k-2 \qquad \qquad \qquad k+2 \\ \text{---} (\text{---} \text{---} \text{---}) \text{---} \\ \qquad k-1 \qquad k \qquad k+1 \end{array}$$

اگر مرکز همسایگی را k بگیریم، آن‌گاه حداکثر شعاع آن می‌تواند $r = (k+2) - k = 2$ باشد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱✓

نامساوی ذکر شده، همان نامساوی مثلث است.

$$|\underbrace{x^2 - 4x + 3}_a| + |\underbrace{x^2 - 6x + 8}_b| \geq |\underbrace{2x^2 - 10x + 11}_{a+b}|$$

اگر $a.b < 0 \Rightarrow |a| + |b| \geq |a+b|$

$$(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 6x + 8) < 0$$

$$P = (x-3)(x-1)(x-2)(x-4) < 0$$

	۱	۲	۳	۴	
P	+	۰	-	۰	+
			ب		ب

جدول تعیین علامت $\Leftarrow$

$$\text{مجموعه جواب} = (1, 2) \cup (3, 4)$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، دنباله - ۱۳۹۶۰۶۱۷

(علی ساوپی)

چند جمله اولیه دنباله را می‌نویسیم:

$$a_1 = 1, a_2 = 2 \Rightarrow a_3 = 2a_2 - a_1 = 4 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow a_4 = 2a_3 - a_2 = 6 - 2 = 4$$

⋮

$$\{a_n\} = 1, 2, 3, 4, \dots$$

بنابراین:

در نتیجه، میانگین ۱۰۲ جمله اول آن عبارت است از:

$$S_n = \frac{1+2+\dots+102}{n} = \frac{102(102+1)}{102} = \frac{102+1}{2} = 51.5$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۴

۳✓

۲

۱

(کیا مقدس‌نیاک)

نکته: در هر دنباله درجه ۲ به صورت $an^2 + bn + c$ اگر $a > 0$ ، $a < 0$ باشد، بزرگ‌ترین (کوچک‌ترین) کران پایین (بالا) دنباله به ازای نزدیک‌ترین عدد طبیعی

به $\frac{-b}{2a}$ رخ می‌دهد.

$$a = 3, b = -7, c = 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{7}{6}$$

نزدیک‌ترین عدد طبیعی این عدد یک است.

$$\Rightarrow \text{بزرگ‌ترین کران پایین} = a_1 = 3(1)^2 - 7(1) + 1 = -3$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۴

۳✓

۲

۱

(هادی پلور)

$$a_{n+1} \geq a_n$$

طبق فرض سوال a_n صعودی است. یعنی:

$$b_n \geq b_{n+1}$$

همچنین b_n نزولی است. یعنی:

$$\begin{cases} a_{n+1} \geq a_n \\ -b_{n+1} \geq -b_n \end{cases} \Rightarrow a_{n+1} - b_{n+1} \geq a_n - b_n$$

برقراری شرط فوق به این معناست که دنباله تفاضل جملات دنباله b_n از جملات دنباله a_n دنباله‌ای صعودی است.

همچنین قرینه عبارت فوق به معنی این است که $b_n - a_n$ دنباله‌ای نزولی است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۴

۳

۲✓

۱

(علی ساوپی)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 2^{\left(\frac{1}{n}\right)} = 2^0 = 1$$

حد دنباله برابر است با:

$$n \geq m \Rightarrow \left| 2^{\left(\frac{1}{n}\right)} - 1 \right| < \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4} < 2^{\left(\frac{1}{n}\right)} - 1 < \frac{1}{4} \Rightarrow 2^{\left(\frac{1}{n}\right)} < \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n} < \log_2 \frac{5}{4} \Rightarrow n > \log_2 2 \Rightarrow n \geq \left[\log_2 2 \right] + 1$$

$$\frac{125}{64} = \left(\frac{5}{4}\right)^3 < 2 < \left(\frac{5}{4}\right)^4 = \frac{625}{256}$$

اکنون داریم:

$$3 < \log_2 2 < 4 \Rightarrow \left[\log_2 2 \right] = 3$$

در نتیجه:

$$m = 3 + 1 = 4$$

بنابراین:

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱✓

(حبیب شفیعی)

$$a_n = \frac{2n^2 - 38}{n^2 - 24} = \frac{2n^2 - 48 + 10}{n^2 - 24} = 2 + \frac{10}{n^2 - 24}$$

به ازای $n > 31$ ، $a_n > 2$ است، از طرفی داریم:

$$n > 31 \Rightarrow n \geq 32 \Rightarrow n^2 \geq 1024 \Rightarrow n^2 - 24 \geq 1000$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n^2 - 24} \leq \frac{1}{1000} \Rightarrow \frac{10}{n^2 - 24} \leq \frac{1}{100} \Rightarrow 2 + \frac{10}{n^2 - 24} \leq 2/01$$

$$2 < a_n \leq 2/01 \Rightarrow \min(b - a) = 2/01 - 2 = \frac{1}{100}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۶)

۴✓

۳

۲

۱

(علی ساوچی)

اگر $\{a_n\}$ همگرا باشد، آن گاه $\{|a_n|\}$ نیز همگراست. همچنین مجموع یک دنباله همگرا و یک دنباله واگرا، حتماً واگراست. پس گزینه «۳» درست است.

اکنون برای سه گزاره دیگر مثال نقض می آوریم:

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{n} \Rightarrow \text{همگرا به صفر} \\ b_n = (-1)^n \Rightarrow \text{واگرا} \end{cases}$$

$$۱) \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n + b_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n} + (-1)^n \right| = |\infty \pm 1| = 1 \text{ همگرا}$$

$$۲) \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n - b_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n} - (-1)^n \right| = |\infty \pm 1| = 1 \text{ همگرا}$$

$$۳) \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + |b_n|) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + |(-1)^n| \right) = \infty + 1 = 1 \text{ همگرا}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه های ۴۷ تا ۵۰)

۴

۳✓

۲

۱

(فریدون ساعتی)

ابتدا دنباله را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} \right) \right)^{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}} \right) \right)^{3^n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 \left(\frac{1 - \frac{1}{3^{n+1}}}{2} \right) \right)^{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3^{n+1}} \right)^{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{(-1)}{3^{n+1}} \right)^{3^n} \\ &= e^{\frac{(-1)3^n}{3^{n+1}}} = e^{-1} = \frac{1}{e} \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه های ۴۵ تا ۴۸)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه ی تحلیلی ، بردار - ۱۳۹۶۰۶۱۷

(امیرمسین ابومحبوب)

با توجه به فرض سؤال، نقطه A باید روی محور xها باشد، یعنی مختصات آن به صورت

$(a, 0, 0)$ است. پس فاصله آن از صفحه xy برابر صفر و از محور yها، محور zها و

صفحه yz برابر $|a|$ است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه های ۴ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

(معمداً ابراهیم کیتی زاده)

$$\overrightarrow{OA} = (2m, -3m, 6m), |\overrightarrow{OA}| = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{4m^2 + 9m^2 + 36m^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{49m^2} = 1 \Rightarrow 7|m| = 1$$

$$m = \pm \frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (\pm \frac{2}{7}, \mp \frac{3}{7}, \pm \frac{6}{7})$$

$$yz : a' = (0, \mp \frac{3}{7}, \pm \frac{6}{7}) \text{ تصویر قائم بردار } a \text{ روی صفحه } yz$$

$$\Rightarrow |a'| = \sqrt{\frac{9}{49} + \frac{36}{49}} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(امیرحسین ابومصوب)

می‌دانیم $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ، پس $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ داریم:

$$\overrightarrow{AB} = (1, 3, -1) - (-1, -1, 3) = (2, 4, -4)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4 + 16 + 16} = \sqrt{36} = 6$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱✓

(رضا عباسی اصل)

$$\cos \alpha = \frac{a \cdot b}{|a| |b|} \xrightarrow{\alpha = 60^\circ} \frac{1}{2} = \frac{12 - 12 + m^2}{\sqrt{25 + m^2} \times \sqrt{25 + m^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{m^2}{m^2 + 25} \Rightarrow m^2 = 25 \Rightarrow m = \pm 5$$

$$\xrightarrow{m > 0} m = 5$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

(محسن محمدکریمی)

دو بردار a و b را به صورت زیر در نظر می‌گیریم و سپس از نامساوی کشی شوارتز استفاده می‌کنیم.

$$a = (x, 2y, 3z), b = (2, 1, -1)$$

$$a \cdot b \leq |a| |b| \Rightarrow 2x + 2y - 3z \leq \sqrt{x^2 + 4y^2 + 9z^2} \times \sqrt{4 + 1 + 1}$$

$$\Rightarrow 2x + 2y - 3z \leq \sqrt{24} \sqrt{6} \Rightarrow 2x + 2y - 3z \leq 12$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = (a, \frac{1}{\sqrt{2}}, b)$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}, b = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow a + b = 0 \text{ یا } a + b = 1$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱✓

(سیرمفسن فاطمی)

-۱۴۷

$$\mathbf{c} \times \mathbf{d} = (\sqrt{2}\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} - \sqrt{2}\mathbf{b})$$

$$= \underbrace{\sqrt{2}\mathbf{a} \times \mathbf{a}}_0 - \sqrt{2}(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) + (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) - \sqrt{2}\underbrace{\mathbf{b} \times \mathbf{b}}_0$$

$$= \sqrt{2}(\mathbf{b} \times \mathbf{a}) + (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) = \Delta(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$$

$$S = \frac{1}{2} |\mathbf{c} \times \mathbf{d}| = \frac{\Delta}{2} |\mathbf{b} \times \mathbf{a}| = \frac{\Delta}{2} |\mathbf{b}| |\mathbf{a}| \sin 120^\circ$$

$$= \frac{\Delta}{2} \times 3 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

-۱۴۸

چون بردار $\mathbf{a}$ به صورت ترکیب خطی از دو بردار $\mathbf{b}$ و $\mathbf{c}$ نوشته شده است. پس هر سه بردار در یک صفحه قرار دارند. لذا گزینه «۱» درست است.

$\mathbf{a} \times \mathbf{c}$ بر صفحه مورد نظر عمود است. پس بر $\mathbf{b}$ نیز عمود است. لذا گزینه «۲» درست است.

$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ و $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$ هر دو بر صفحه مورد نظر عمود و بنابراین با یکدیگر موازیند پس ضرب خارجی آنها برابر صفر است لذا گزینه «۳» درست است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، خط و صفحه - ۱۳۹۶۰۶۱۷

$$\overline{AB} = (4, 4, 1 - m)$$

$$u = (m, -1, 2m)$$

ضرب داخلی این دو بردار باید صفر باشد.

$$\overline{AB} \cdot u = 0 \Rightarrow (4, 4, 1 - m) \cdot (m, -1, 2m) = 0$$

$$\Rightarrow 4m - 4 + 2m - 2m^2 = 0 \Rightarrow -2m^2 + 6m - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\div(-2)} m^2 - 3m + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)(m - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 1 \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۲)

۴

۳

۲

۱✓

$$\frac{a}{2} = \frac{c}{1} = \frac{b}{1} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = b \end{cases}$$

دو خط منطبق هستند، پس داریم:

$$A = (0, 1, 0)$$

از طرفی یک نقطه از یکی در دیگری صدق می‌کند.

$$\frac{0 - 2}{2} = 1 + c = 0 - (b + 3) \Rightarrow \begin{cases} 1 + c = -1 \Rightarrow c = -2 \\ b + 3 = 1 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$a = 2b \Rightarrow a = 2(-2) = -4$$

$$.a + b + c = -4 - 2 - 2 = -8$$

(هندسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۶۰۶۱۷

چون رئوس نام‌گذاری شده‌اند، باید برای یال‌ها، رأس انتخاب کرد. ابتدا دو رأس از بین ۶ رأس انتخاب می‌کنیم و چون می‌خواهیم یال بعدی، رأس مشترک با یال قبلی نداشته باشد، دو رأس دیگر را از بین ۴ رأس باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم. در آخر جواب را بر عدد ۲ تقسیم می‌کنیم، چون جابه‌جایی دو یال بین رئوس انتخاب شده، تفاوتی ایجاد نمی‌کند.

$$\frac{\binom{6}{2} \times \binom{4}{2}}{2} = \frac{15 \times 6}{2} = 45$$

(ریاضیات گسسته - نظریه‌ی گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳

۲

۱✓

برای این که حداکثر تعداد بخش را داشته باشیم، باید رأس‌های منفرد بیشتری داشته باشیم. بنابراین ۲۴ یال را در کمترین تعداد رئوس ممکن گنجانده و تعداد

$$\binom{7}{2} < 24 < \binom{8}{2} \Rightarrow P' = 8$$

بخش‌ها را حساب می‌کنیم.

۲۴ یال در ۸ رأس جا گرفته و $15 - 8 = 7$ رأس ایزوله خواهیم داشت.

$$1 + 7 = 8$$

تعداد بخش‌ها برابر است با:

رئوس ایزوله

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳ ✓

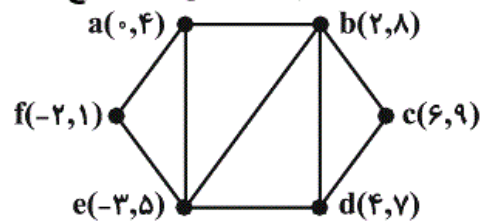
۲

۱

(هومن نورائی)

۱۶۳-

اگر بازه‌های داده شده را به ترتیب a, b, c, d, e و f نامگذاری کنیم، در این صورت در گراف متناظر با بازه‌های داده شده، ۴ دور به طول ۳، ۳ دور به طول ۴، ۲ دور به طول ۵ و ۱ دور به طول ۶ یعنی در مجموع ۱۰ دور داریم.



$\left. \begin{array}{l} abcdea \\ bdefab \end{array} \right\}$: دور به طول ۵

$abcdefa$: دور به طول ۶

$\left. \begin{array}{l} bcdb \\ bdeb \\ beab \\ aeaf \end{array} \right\}$: دور به طول ۳

$\left. \begin{array}{l} bcdeb \\ abefa \\ abdea \end{array} \right\}$: دور به طول ۴

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۸ و ۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سیدوید زوالفقاری)

۱۶۴-

اگر $\frac{2q}{p} = \Delta$ باشد، یعنی گراف منتظم است. پس درجه تمامی رئوس برابرند و

برابر با Δ می‌باشند، یعنی $\frac{2q}{p} = \Delta = \delta$ است. ولی نمی‌توان در مورد همبند بودن یا نبودن اظهار نظر نمود.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

گراف را رسم می‌کنیم:

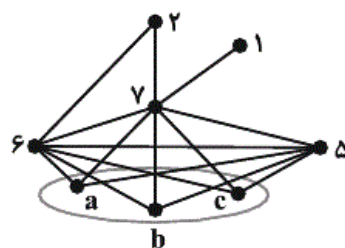
با توجه به شکل مقدار اولیه $a + b + c = 3 + 3 + 3 = 9$ است.بین سه رأس a ، b و c می‌تواند ۱، ۲

یا ۳ یال رسم شود. که مقادیر ۱۱، ۱۳

و ۱۵ برای مجموع $a + b + c$ به دست

می‌آید. بنابراین ۴ مقدار ۱۱، ۱۳، ۱۵

و ۹ به دست می‌آید.



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی ایمانی)

درجه	۲	۳	۴
تعداد	$x + 2$	y	x

$$\Rightarrow \begin{cases} p = 8 = 2x + y + 2 \\ 2q = 22 = 2 \times (x + 2) + 3y + 4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 6x + 3y = 18 \end{cases} \Rightarrow 2x + y = 6$$

y	۲	۴
x	۲	۱

 y باید زوج باشد، پس جواب‌ها به صورت مقابل است:

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

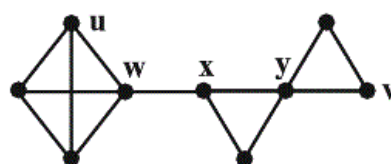
۱

(سروش موثینی)

می‌دانیم در گراف K_4 بین دو رأس u و w ، پنج مسیر هست. سپس از w به x یک مسیر و از x به y و از y به v هر

کدام دو مسیر داریم. پس طبق اصل ضرب

$$20 = 2 \times 2 \times 1 \times 5 \text{ مسیر وجود دارد.}$$



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(۱,۳) (۲,۵) (۴,۶) (۵,۷)



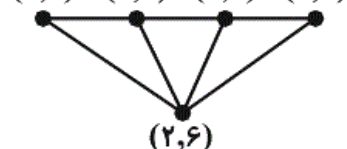
گراف را رسم می کنیم:

مشخص است که باید رأس (a,b) به $(۱,۳)$ و $(۵,۷)$ متصل گردد تا گراف همیتونی شود.

می خواهیم مقدار حداقل $b - a$ را به دست آوریم و چون $a, b \in \mathbb{Z}$ پس

$$\min(b - a) = 6 - 2 = 4 \quad \text{یعنی داریم: } a = 2 \text{ و } b = 6$$

در این صورت گراف به صورت زیر خواهد بود:



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه های ۸ و ۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

وقتی در یک گراف $\Delta = 2$ باشد، فقط دو رأس درجه یک خواهیم داشت و قطعاً

نمی توانیم 10 رأس از درجه یک داشته باشیم، بنابراین $\Delta \geq 3$ است.

همچنین وقتی k رأس درجه یک داریم آن گاه $\Delta \leq k$ است.

پس در این سؤال $3 \leq \Delta \leq 10$ و در نتیجه ۸ مقدار مختلف برای Δ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

۶ شکل درخت مرتبه ۶ و تعداد رئوس درجه ۲ در آنها را ببینید:



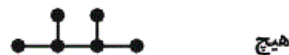
چهار تا



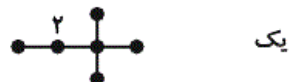
دو تا



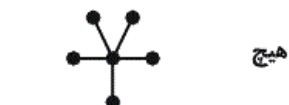
دو تا



هیچ



یک



هیچ

پس حداقل ۰ و حداکثر ۴ رأس درجه ۲ داریم.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\bar{f}_2 = 0/3 \Rightarrow \frac{3}{2+3+a+2} = 0/3 \Rightarrow 7+a=10 \Rightarrow a=3$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 3 + 4 \times 2}{2+3+3+2} = \frac{25}{10} = 2.5$$

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی؛ صفحه های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱✓

(سیرامیر ستوده)

۱, ۲, ۳, ۵, ۵, ۵, ۶, ۶, ۸, ۹

مرتب شده داده ها به صورت زیر است:

$$x = y = z = 5$$

بنابراین داریم:

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی؛ صفحه های ۱۱۳ تا ۱۲۹)

۴✓

۳

۲

۱

(عباس اسری امیرآبادی)

چون شش داده داریم، پس میانه برابر است با: $\frac{\text{داده چهارم} + \text{داده سوم}}{2} = 14$

بنابراین مجموع داده های سوم و چهارم برابر ۲۸ است. از طرفی میانگین نیز برابر ۱۴ خواهد بود و در نتیجه داریم:

$$\text{مجموع داده ها} = 14 \times 6 = 84$$

$$a + b + 28 + 15 + 16 = 84 \Rightarrow a + b = 84 - 59 = 25$$

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی؛ صفحه های ۱۱۶ تا ۱۱۸ و ۱۲۵)

۴

۳

۲

۱✓

(عزیزاله علی اصغری)

$$5 = \frac{3x + y + 5 + y + 7 + x + y - x}{6} = \frac{3x + 3y + 12}{6}$$

$$= \frac{x + y + 4}{2} = 5 \Rightarrow x + y = 6 \quad (1)$$

$$\text{میانگین داده ها} = \frac{x^2 + 5x - 6 + y^2 - 3x + 8 + 2x(y - 1) + x + y - 2}{6}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + 2xy + x + y}{6} = \frac{(x + y)^2 + (x + y)}{6}$$

$$\stackrel{(1)}{=} \frac{6^2 + 6}{6} = 6 + 1 = 7$$

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی؛ صفحه های ۱۲۵ و ۱۲۶)

۴

۳

۲

۱✓

مد داده‌ای است که بیش‌ترین فراوانی را دارد. چون بیش‌ترین تکرار در قسمت برگ مربوط به عدد ۳ با ساقه‌ی ۹ است و داده‌ها اعدادی با یک رقم اعشار هستند، پس ۹/۳ مد داده‌ها است.

از طرفی چون تعداد داده‌ها برابر ۲۰ (عددی زوج) است، پس میانه، برابر میانگین

داده‌های دهم و یازدهم (داده‌های وسط)، یعنی $\frac{9/1 + 9/3}{2} = 9/2$ است،

پس قدرمطلق اختلاف میانه و مد، برابر است با: $|9/3 - 9/2| = 0/1$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

(فرهاد وفایی)

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، چون تعداد کل داده‌ها برابر یازده است، پس میانه پنج داده‌ی اول برابر چارک اول و میانه پنج داده آخر برابر چارک سوم است.

۳, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۲۳

چارک سوم چارک اول

پس داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم، عبارتند از:

۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۴

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{8 + 9 + 12 + 13 + 14}{5} = \frac{56}{5} = 11/2$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۵)

۴

۳✓

۲

۱

(عباس رحیمی)

$$2 + 7x = 30 \Rightarrow x = 4$$

ابتدا طول بازه را حساب می‌کنیم

$$Q_3 = 2 + 4x \xrightarrow{x=4} 18$$

چارک سوم انتهای جعبه است.

توجه کنید که چارک اول و چارک سوم در ابتدا و انتهای جعبه‌اند و درون جعبه نیستند.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

$$\bar{x} = \frac{3 \times 3 + 5 + 3 \times 6 + 2 \times 7 + b}{3 + 1 + 3 + 2 + 1} = \frac{46 + b}{10}$$

$$ax - 1 = a\bar{x} - 1 \Rightarrow a\left(\frac{46 + b}{10}\right) - 1 = 9/8 \Rightarrow a(46 + b) = 108$$

$$\xrightarrow{a+b=10} a(46 + 10 - a) = 108 \Rightarrow a^2 - 56a + 108 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a - 54) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow b = 8 \\ a = 54 \Rightarrow b = -44 \xrightarrow{b > 0} \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی؛ صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲✓

۱

طبق قضیه صفحه ۱۲۸ کتاب درسی می دانیم اگر $\bar{x}$ میانگین داده های $x_1, \dots, x_n$ باشد، آنگاه $a\bar{x} + b$ میانگین داده های $ax_1 + b, \dots, ax_n + b$ است. بنابراین اگر $x_1, \dots, x_7$ ، اولین بیست عدد فرد طبیعی باشند، آنگاه اولین بیست عدد زوج طبیعی به صورت $x_1 + 1, \dots, x_7 + 1$ خواهند بود و در نتیجه میانگین آن ها، یک واحد بیش تر از میانگین اولین بیست عدد فرد طبیعی است.

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی؛ صفحه ی ۱۲۸)

۴

۳

۲

۱✓

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = \bar{x} \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 8\bar{x}$$

$$\frac{(x_1 + 1) + (x_2 + 2) + \dots + (x_8 + 8)}{8} = 10\bar{x}$$

$$\Rightarrow (x_1 + x_2 + \dots + x_8) + (1 + 2 + \dots + 8) = 80\bar{x}$$

$$\Rightarrow 8\bar{x} + \frac{8 \times 9}{2} = 80\bar{x} \Rightarrow 72\bar{x} = \frac{72}{2} \Rightarrow \bar{x} = \frac{1}{2}$$

(آمار و مدل سازی - شافص های مرکزی؛ صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۴✓

۳

۲

۱

اگر ابعاد مکعب مستطیل را با a ، b و c نمایش دهیم، داریم:

$$a = 3k, b = 5k, c = 7k$$

$$S = 2(ab + ac + bc) \Rightarrow 568 = 2(15k^2 + 21k^2 + 35k^2)$$

$$\Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow a = 6, b = 10, c = 14$$

$$V = abc = 6 \times 10 \times 14 = 840$$

و در نتیجه:

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴

۳✓

۲

۱

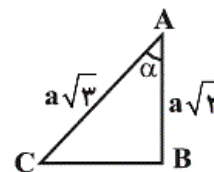
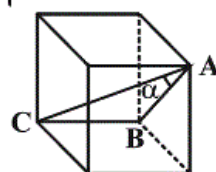
(سامان اسپهرم)

در واقع با توجه به شکل باید زاویه بین قطر و قطر وجه مکعب را به دست آوریم. با توجه به شکل واضح است که مثلث ABC مثلث قائم‌الزاویه‌ای به رأس B و

$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

به ابعاد زیر می‌باشد:

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \frac{\sqrt{6}}{3}$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: مشابه فعالیت صفحه ۱۱۳)

۴

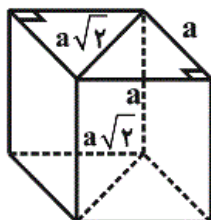
۳✓

۲

۱

(نصیر مصبی نژاد)

مطابق شکل، حجم منشور برابر است با:



$$V = 2\left(\frac{1}{2}a^2 \times a\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}a^3$$

$$\xrightarrow{a=3} V = 27\sqrt{2}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲✓

۱

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

اگر R شعاع قاعده و a ارتفاع استوانه باشد، آن‌گاه:

$$\text{محیط قاعده} = 12 \Rightarrow 2\pi R = 12 \Rightarrow R = \frac{6}{\pi}$$

$$\text{حجم استوانه: } V = \pi R^2 h = \pi R^2 a$$

$$\text{مساحت جانبی استوانه: } S = 2\pi Ra$$

$$\frac{V}{S} = \frac{\pi R^2 a}{2\pi Ra} = \frac{R}{2} = \frac{3}{\pi}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲

۱✓

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

در هر مکعب مستطیل به اضلاع (a, b, c) اقطار در یک نقطه مانند O هم‌رسند که این نقطه به یک فاصله از هشت رأس و این فاصله برابر نصف طول هر قطر

است. اگر A یک رأس و d طول هر قطر باشد، داریم:

$$OA = \frac{1}{2}d$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow d = \sqrt{a^2 + a^2 + 4a^2} = \sqrt{6}a$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2}a = \sqrt{6} \Rightarrow a = 2$$

مساحت کل مکعب مستطیل: $S = 2(ab + bc + ac)$

$$\Rightarrow S = 2(2 \times 2 + 2 \times 4 + 2 \times 4) = 40$$

حجم مکعب مستطیل $V = a \times b \times c \Rightarrow V = 2 \times 2 \times 4 = 16$

$$\frac{V}{S} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۱	۲✓	۳	۴
---	----	---	---

(نصیر ممینی نژاد)

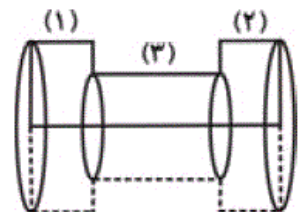
شکل حاصل از سه استوانه تشکیل یافته است که استوانه‌های شماره‌های ۱ و ۲ یکسان می‌باشند.

$$r_1 = 1, h_1 = 1 \Rightarrow V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi = V_2$$

$$r_3 = 0.5, h_3 = 2 \Rightarrow V_3 = \pi r_3^2 h_3 = 0.25\pi$$

$$V = 2V_1 + V_3 = 2\pi + 0.25\pi = 2.25\pi$$

(هندسه ۱ - شکل فضایی: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۸)



۱	۲	۳	۴✓
---	---	---	----

(آریتا صبوری)

در دو مثلث متشابه نسبت مساحت‌ها برابر مجذور نسبت تشابه است.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = \frac{4}{25} \Rightarrow \left(\frac{A'H'}{AH}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{A'H'}{AH} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x-1}{2x+2} \Rightarrow 5x-5 = 4x+4 \Rightarrow x=9$$

داریم:

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱	۲✓	۳	۴
---	----	---	---

$$\text{محیط مثلث اول} = ۸ + ۵ + ۵ = ۱۸$$

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{۱۸}{۳۶} = \frac{۱}{۲} = k \text{ (نسبت تشابه)}$$

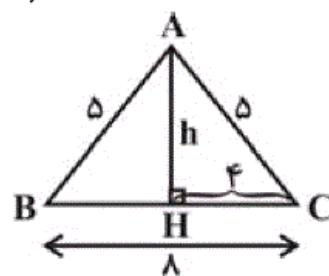
$$\frac{\text{مساحت مثلث اول}}{\text{مساحت مثلث دوم}} = k^2 = \frac{۱}{۴}$$

$$\Delta ACH : h^2 = ۲۵ - ۱۶ = ۹ \Rightarrow h = ۳$$

$$S_{ABC} = \frac{۸ \times ۳}{۲} = ۱۲ \Rightarrow$$

$$\text{مساحت مثلث دوم} = ۴S_{ABC} = ۴ \times ۱۲ = ۴۸$$

(هندسه ۱ - تشابه؛ مشابه تمرین ۸، صفحه ۱۰۵)



۴✓

۳

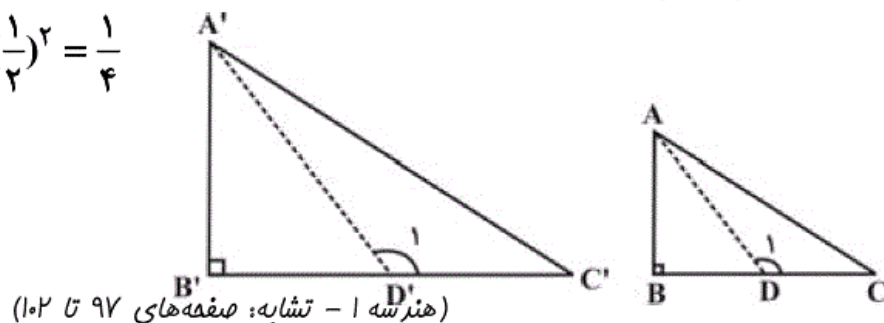
۲

۱

(نویر ممبیری)

با توجه به این که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{2}$ ، پس دو مثلث قائم الزامی ABC و $A'B'C'$ با هم متشابهند. از سوی دیگر چون بنا بر فرض مسئله $\hat{D}' = \hat{D}$ ، پس ΔADC و $\Delta A'D'C'$ هم با یکدیگر متشابهند و چون در این دو مثلث $\frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{2}$ (چرا؟)، پس نسبت مساحت‌هایشان برابر است با:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$



(هندسه ۱ - تشابه؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱✓

(رضا عباسی اصل)

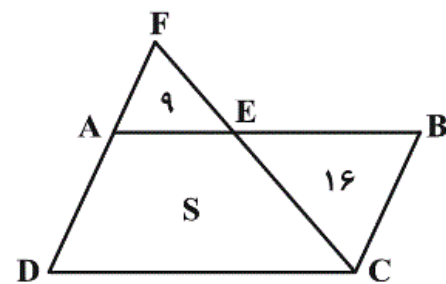
$$\Delta AEF \sim \Delta BEC \Rightarrow \frac{9}{16} = k^2$$

$$\Rightarrow k = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{EF}{EC} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{EF}{FC} = \frac{3}{7}$$

$$\Delta EAF \sim \Delta FDC \Rightarrow \frac{9}{9+S} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \Rightarrow S = ۴۰$$

(هندسه ۱ - تشابه؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)



داریم:

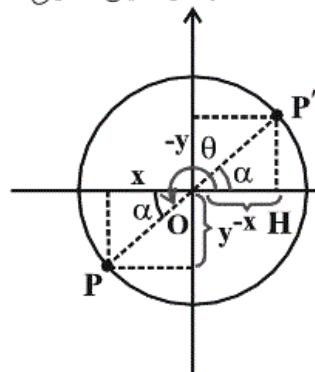
از طرفی:

۴

۳✓

۲

۱



اگر $P(x, y)$ آنگاه با توجه به شکل مقابل
 $P'(-x, -y)$ از طرف دیگر در مثلث $OP'H$
 داریم:

$$\sin \alpha = \frac{P'H}{OP'} = -\frac{y}{1} \Rightarrow y = -\sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{OH}{OP'} = \frac{-x}{1} \Rightarrow x = -\cos \alpha$$

$$\theta = \pi + \alpha$$

از طرف دیگر داریم:

$$\sin \theta = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha = y \Rightarrow y = \sin \theta$$

$$\cos \theta = \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha = x \Rightarrow x = \cos \theta$$

لذا مختصات نقطه P برابر است با $(\cos \theta, \sin \theta)$.

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(جمال الدین حسینی)

- ۱۱۲

در ناحیه دوم دایره مثلثاتی همواره داریم:

$$\sin \theta > 0, \cos \theta < 0, \tan \theta < 0, \cot \theta < 0$$

$$\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$

از طرف دیگر اگر $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ باشد، آنگاه

بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

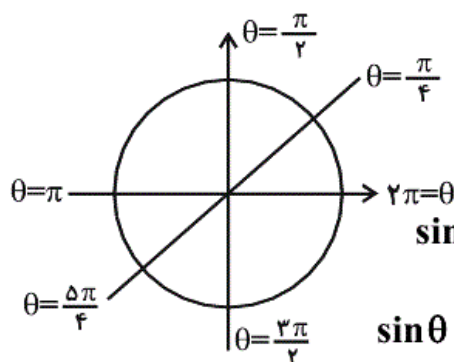
(جمال الدین حسینی)

- ۱۱۳

$$|\sin x - \cos x| = -(\sin x - \cos x) \Rightarrow \sin x - \cos x \leq 0$$

$$\sin x \leq \cos x$$

لذا



$$\sin \theta \leq \cos \theta$$

اگر $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ باشد، آنگاه:

$$\sin \theta \geq \cos \theta$$

اگر $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}$ باشد، آنگاه:

$$\cos \theta \geq \sin \theta$$

اگر $\frac{5\pi}{4} \leq \theta \leq 2\pi$ باشد، آنگاه:

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(حسن خدابخشی)

- ۱۱۴

$$3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$= -3 \cos \alpha + 2 \cos \alpha + \cos \alpha + 4 \cos \alpha = 4 \cos \alpha$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned}
 A &= \sin\left(x - \underbrace{\frac{\pi}{5}}_{1^\circ}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5} + x\right) \\
 &= -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x - \underbrace{\frac{\pi}{5}}_{1^\circ}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5} + x\right) \\
 &= -\cos\left(\frac{5\pi - \pi}{10} + x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5} + x\right) \\
 &= -\cos\left(\frac{2\pi}{5} + x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5} + x\right) = 0
 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۶

(جمال‌الدین مسینی)

می‌دانیم $-1 \leq \cos 3x \leq 1$ بنابراین $-2 \leq 2 \cos 3x \leq 2$ از طرف دیگر دورهتناوب تابع فوق $\frac{2\pi}{3}$ است، لذا گزینه «۴» صحیح است.

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۷

(حسن نصرتی‌ناهوک)

در $x = \frac{3}{2}$ حداقل مقدار -2 را دارد، پس:

$$\begin{aligned}
 -2 &= 2 \sin \frac{2b\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{2b\pi}{2} = -1 = \sin \frac{3\pi}{2} \\
 \Rightarrow \frac{2b\pi}{2} &= \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = 1 \Rightarrow y = 2 \sin \pi x
 \end{aligned}$$

در $x = a$ حداکثر مقدار را دارد، حداکثر مقدار این تابع وقتی است که $x = \frac{1}{2}$ ودر نتیجه حداکثر مقدار ۲ است. $a = \frac{1}{2} \Leftarrow$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲✓

۱

(کیا مقدس نیاک)

$$f(x)_{\max} = 5, -1 \leq \cos\left(cx + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$$

$$f(x)_{\min} = 1$$

$$\xrightarrow{b>0} -b \leq -b \cos\left(cx + \frac{\pi}{6}\right) \leq b$$

$$\Rightarrow \underbrace{a-b}_{\min} \leq a - b \cos\left(cx + \frac{\pi}{6}\right) \leq \underbrace{a+b}_{\max}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=5 \\ a-b=1 \end{cases} \Rightarrow a=3, b=2$$

$$\Rightarrow f(x) = 3 - 2 \cos\left(cx + \frac{\pi}{6}\right)$$

از طرفی با توجه به نمودار تابع می‌دانیم دوره تناوب تابع برابر است با $\frac{2\pi}{3}$.

$$\frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow |c| = 3$$

بنابراین داریم:

اما در صورت سوال ذکر شده که $c > 0$ بنابراین $c = 3$.

$$\Rightarrow a+b+c = 3+2+3 = 8$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

[۴]

[۳]

[۲]

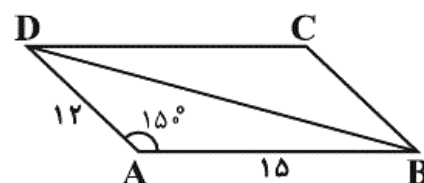
[۱]✓

(حسن فراهینی)

$$\text{مساحت مثلث ABD} = \frac{1}{2} \times AB \times AD \times \sin \hat{A}$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 12 \times \sin 15^\circ$$

$$= 15 \times 6 \times \frac{1}{2} = 45$$



$$\text{مساحت مثلث ABD} \times 2 = \text{مساحت متوازی الاضلاع} = 45 \times 2 = 90$$

یادآوری: قطر متوازی الاضلاع، متوازی الاضلاع را به دو مثلث هم مساحت تبدیل می‌کند.

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

(جمال‌الدین حسینی)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$$\Rightarrow c^2 = (\sqrt{3}+1)^2 + 4 - 2(\sqrt{3}+1)(2) \cos 60^\circ \Rightarrow c^2 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6}$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}+1}{\sin \hat{A}} = \frac{2}{\sin \hat{B}} = \frac{\sqrt{6}}{\sin 60^\circ}$$

$$\Rightarrow \sqrt{6} \sin \hat{B} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

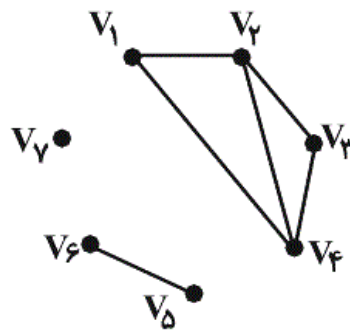
[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

با توجه به مجموعه رأس‌ها و یال‌های داده شده گراف را رسم می‌کنیم.
گراف حاصل، ۳ بخش جدا از هم دارد.



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

(آزاد ریاضی صبح - ۸۷)

دو رأس را کنار می‌گذاریم، ۸ رأس باقی مانده را پر از یال می‌کنیم، ۲۸ یال جا می‌شود. هریک از دو رأس کنار گذاشته شده را با ۵ یال به این مجموعه ۸ رأسی پر از یال وصل می‌کنیم پس:

$$q_{\max} = 28 + 5 + 5 = 38$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری ریاضی - ۸۵)

در گزینه ۱، یک رأس از درجه ۱- p وجود دارد، پس باید $\delta \geq 1$ باشد. در گزینه ۲، سه رأس فرد وجود دارد. در گزینه ۳ چون گراف یک رأس درجه ۵ و یک رأس درجه ۴ دارد پس می‌تواند حداکثر یک رأس درجه ۱ داشته باشد.
(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی - سوال ۲۶۵)

وقتی $\Delta - \delta = 1$ است یعنی ۲ یال، رأس مشترکی ندارند. تعداد گراف‌ها برابر است با

انتخاب ۲ رأس

برای یال اول

انتخاب ۲ رأس
از سه رأس برای
یال دوم

$$\frac{\binom{5}{2} \binom{3}{2}}{2!} = 15$$

ترتیب انتخاب شدن

دو یال مهم نیست

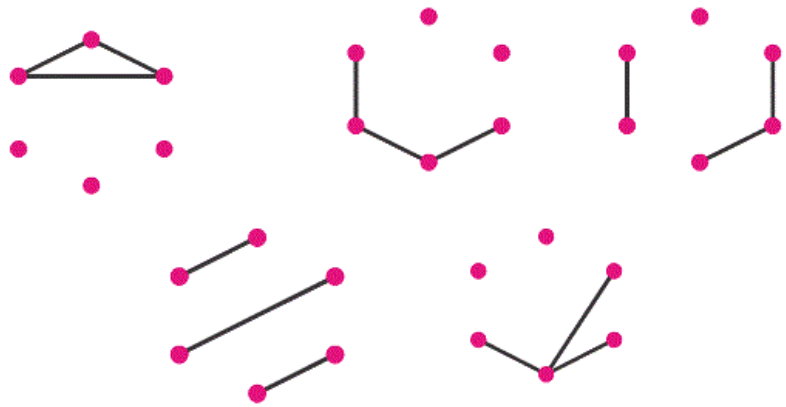
(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳

۲✓

۱



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

گراف کامل K_7 ، دارای $\frac{7 \times 6}{2} = ۲۱$ یال است. برای این که گراف مرتبه ۷، رأسی با درجه ۶ داشته باشد، حداقل نیاز به وجود ۶ یال است که همگی در یک رأس مشترک باشند، پس می‌توان حداکثر $۲۱ - ۶ = ۱۵$ یال از گراف K_7 حذف نمود تا $\Delta = ۶$ باشد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳

۲

۱✓

$$pq = ۵۰ \Rightarrow p \times \frac{p(p-1)}{2} = ۵۰ \Rightarrow p^2(p-1) = ۱۰۰ \Rightarrow p = ۵$$

$$K_۵ \text{ تعداد دورهای به طول ۴ در } = \binom{۵}{۴} \times \frac{(۴-۱)!}{2} = ۱۵$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳✓

۲

۱

گراف داده شده یک گراف نیمه اویلری است و چون از رأس فرد B، شروع کرده‌ایم در رأس فرد D متوقف خواهیم شد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه ۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

$$p^2 = q + 21 \xrightarrow{q=p-1} p^2 = p - 1 + 21$$

$$\Rightarrow p^2 - p - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 5 \\ p = -4 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$\Rightarrow p + q = 5 + 4 = 9$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری ریاضی - ۷۸)

راه حل اول: $2 + k_1 \times (n_1 - 2) + \dots + k_i \times (n_i - 2) = \text{تعداد رئوس درجه } 1$

$$\Rightarrow 7 = 2 + k \times (3 - 2) \Rightarrow k = 5$$

$$q = p - 1 \Rightarrow \frac{7 \times 1 + 5 \times 2 + k \times 3}{2} = 12 + k - 1 \Rightarrow k = 5 \quad \text{راه حل دوم:}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۶۰۶۱۷

(کتاب آبی - سوال ۳۶۳)

اگر x مد منحصر به فرد داده‌های a, b, c و d باشد، $2x - 1$ مد منحصر به فرد داده‌های $a - 1, b - 1, c - 1$ و $d - 1$ است.

$$x = 4 \Rightarrow 2x - 1 = 8 - 1 = 7$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۰)

چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه نصف مجموع دو داده‌ی چهل و چهل و یک است و چون ۱۰ داده‌ی افزوده شده بزرگ‌تر از میانه هستند فراوانی مطلق دسته‌ی اول تغییری نمی‌کند.

$$f_1 = 0 / 1125 \times 80 = 9$$

$$\frac{f_1}{90} = \frac{9}{90} = 0 / 1 \quad \text{پس فراوانی نسبی جدید در دسته‌ی اول برابر است با:}$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱✓

داده‌ی هشتم = میانه $\xrightarrow{\text{فرد}}$ ۱۵ = تعداد داده‌ها

اگر a اولین جمله و d قدر نسبت دنباله حسابی باشد آن گاه:

$$a_{15} = a + 14d \Rightarrow 44 = 2 + 14d \Rightarrow d = \frac{42}{14} = 3$$

$$\text{میانه} = a_8 = a + 7d = 2 + 7 \times 3 = 23$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱✓

$$\text{تعداد داده‌ها} = 3 + 6 + 1 = 10$$

$$\text{میانه} = Q_2 = \frac{\text{داده ششم} + \text{داده پنجم}}{2} = \frac{5 + 5}{2} = 5$$

$$\text{تعداد داده‌ها در نیمه دوم} \xrightarrow{\text{فرد}} 5$$

$$Q_3 = 5 = \text{داده هشتم}$$

$$Q_2 + Q_3 = 5 + 5 = 10$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$R_B = 200 - 100 = 100$$

گزینه ۱:

$$A \text{ میانه‌ی } 170 \text{ و } B \text{ میانه‌ی } 120$$

گزینه ۲:

$$(B \text{ میانه‌ی } 170) - (A \text{ میانه‌ی } 120) = 50$$

$$A \text{ میانه‌ی } 170 \text{ و } B \text{ بزرگ‌ترین داده‌ی } 150$$

گزینه ۳:

بنابراین، بیش از نیمی از داده‌های گروه B مقدارشان بیش‌تر از مقدار داده‌های گروه A است.

$$B \text{ چارک اول } A = 100 = \text{کم‌ترین داده‌ی } B$$

گزینه ۴:

بنابراین، تقریباً ۲۵ درصد داده‌های گروه A مقدارشان کم‌تر از کم‌ترین داده‌ی گروه B است.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

۴✓

۳

۲

۱

داده‌ها را مرتب کنید:

۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۰, ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۶

$$\text{داده‌ی هفتم} + \text{داده‌ی ششم} = \text{میان} \rightarrow ۱۲ = \text{تعداد داده‌ها}$$

$$\text{داده‌ی چهارم} + \text{داده‌ی سوم} = \frac{۱۴ + ۱۵}{۲} = \frac{۱۴}{۲} = ۷$$

$$\text{داده‌ی دهم} + \text{داده‌ی نهم} = \frac{۲۱ + ۲۴}{۲} = \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$

داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم:

۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۰, ۲۱

$$\bar{x} = \frac{۱۵ + ۱۶ + \dots + ۲۱}{۶} = \frac{۱۱۰}{۶} \approx ۱۸ / ۳۳$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

۴

۳

۲✓

۱

$$\bar{x} = \frac{۲ \times ۱۶ + ۴ \times ۱۹ + \dots + ۵ \times ۲۸}{۲ + ۴ + \dots + ۵} = \frac{۴۵۵}{۲۰} = ۲۲ / ۷۵$$

$$\bar{x} = ۲۲ + ۳a \Rightarrow ۲۲ / ۷۵ = ۲۲ + ۳a \Rightarrow$$

$$۳a = ۰ / ۷۵ \Rightarrow a = ۰ / ۲۵$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۴

۳✓

۲

۱

$$\text{مجموع ۴ درس} = \frac{\text{مجموع ۴ درس}}{۴} \Rightarrow ۱۵ / ۵ = \frac{\text{مجموع ۴ درس}}{۴}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ۴ درس} = ۶۲$$

$$\text{نمره‌ی درس پنجم} \times ۲ + \text{مجموع ۴ درس} = \frac{\text{میانگین وزنی ۵ درس}}{۴ + ۲} \Rightarrow$$

$$۱۶ / ۵ = \frac{۶۲ + ۲ \times x}{۶} \Rightarrow ۹۹ = ۶۲ + ۲ \times x \Rightarrow$$

$$۲ \times x = ۳۷ \Rightarrow x = ۱۸ / ۵$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲✓

۱

$$۵ \times (-۴) + ۱۱ \times (-۲) + \dots + x \times ۲ + ۳ \times ۳ = ۰ \Rightarrow$$

$$-۲۰ - ۲۲ - \dots + ۲x + ۹ = ۰ \Rightarrow$$

$$-۳۴ + ۲x = ۰ \Rightarrow x = ۱۷$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۴)

۴✓

۳ دانلود از لایبیت ریاضی سرا

۱

با توجه به گزینه‌ها، فرض کنید میانگین حدسی برابر با ۱۲۳ است.

X	۱۱۰	۱۱۶	۱۲۲	۱۲۸	۱۳۴
تفاضل از میانگین حدسی	-۱۳	-۷	-۱	۵	۱۱
فراوانی	۵	۸	۱۵	۱۲	۱۰

$$A = \frac{(-13) \times 5 + (-7) \times 8 + (-1) \times 15 + 5 \times 12 + 11 \times 10}{50} = \frac{34}{50} = 0.68$$

$$\text{میانگین واقعی} = \text{میانگین حدسی} + 0.68 = 123.68$$

(آمار و مدل سازی - شافص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

www.kanoon.ir