سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://t.me/riazisara (@riazisara)

کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي ، ریاضي دهم ، تابع - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۴۱- اگر $f(x)=|x|+|x-1|$ باشد، حاصل $f(\sqrt{6}-2)+f(\sqrt{2}-1)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{6}-\sqrt{2}+2$ ۲) ۲

۳) $\sqrt{6}+\sqrt{2}-1$ ۴) -2

شما پاسخ نداده اید

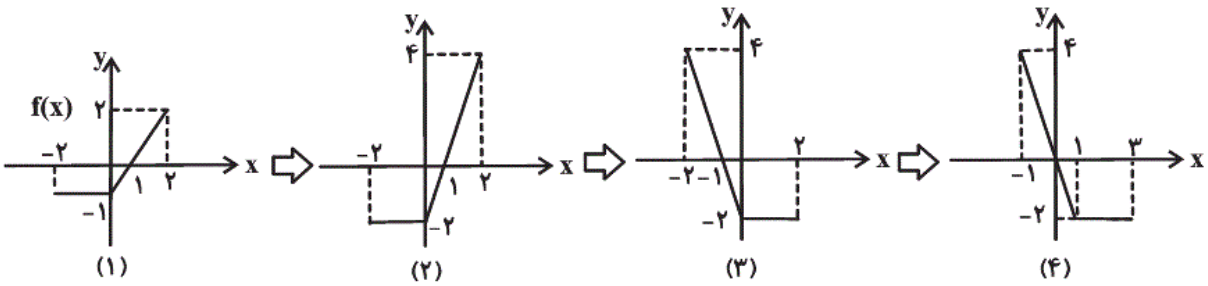
۴۲- اگر $f(x)=\begin{cases}2ax+5b & ; \quad x\geq 2\\ -2x^2+1 & ; \quad -1\leq x\leq 2\\ -ax+b & ; \quad x\leq -1\end{cases}$ یک تابع باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳

۳) -3 ۴) -1

شما پاسخ نداده اید

۴۳- با توجه به نمودار $f(x)$ و ترکیب شکل‌ها، ضابطه‌ی نمودار (۴) کدام است؟



۱) $-2f(x)+1$ ۲) $2f(1-x)$

۳) $2f(x-1)$ ۴) $2f(x)-1$

شما پاسخ نداده اید

۴۴- چند تابع ثابت $f: A \to B$ داریم که $A = \{۳,۴,۵\}$ ، $B = \{۱,۲,۳,...,۱۰\}$ و به‌ازای هر x در A ، شرط $x \le f(x) \le ۲x$ برقرار باشد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

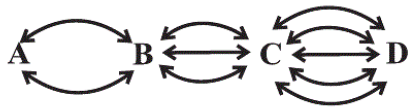
شما پاسخ نداده اید

۴۵- برد تابع $f(x) = |x|(x + \frac{۱}{x})$ کدام است؟

۱) $R - (-۱,۱)$
۲) $R - \{۰\}$
۳) $[-۱,۱] - \{۰\}$
۴) $R - [-۱,۱]$

شما پاسخ نداده اید

۴۶- در شکل زیر، به چند طریق می‌توان از A به D رفت و برگشت، به‌طوری که مسیر کلی رفت و برگشت، با هم متفاوت باشند؟ (بین دو نقطه‌ی دلخواه مثل B و C مسیر رفت و برگشت می‌تواند یکی باشد ولی در کل مسیر بین A و D نباید رفت و برگشت یکی باشد.)



۱) ۹۰۰
۲) ۸۱۹
۳) ۸۵۰
۴) ۸۷۰

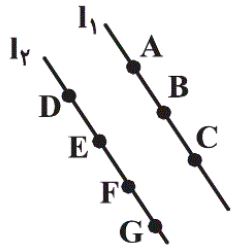
شما پاسخ نداده اید

۴۷- با ارقام ۰ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد ۴ رقمی فرد و کم‌تر از ۴۰۰۰ بدون تکرار ارقام نوشته می‌شود؟

۱) ۴۸
۲) ۳۶
۳) ۲۴
۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

۴۸- مطابق شکل زیر، هفت نقطه‌ی A, B, C, D, E, F, G بر روی دو خط $l_۱$ و $l_۲$ قرار دارند. چند مثلث می‌توان رسم نمود به‌طوری که رئوس آن‌ها بر روی این هفت نقطه باشد؟



۱) ۳۰
۲) ۳۵
۳) ۱۲
۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۹- چند عدد ۴ رقمی با ارقام ۳ و ۳ و ۳ و ۲ و ۲ و ۲ می‌توان نوشت؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۰

۳) ۴۰ ۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۵۰- در چند کلمه‌ی ۸ حرفی متشکل از حروف a، b و c، سومین حرف a در مکان ششم (از سمت چپ) کلمه آمده است؟

۱) ۳۲۰ ۲) ۷۲۰

۳) ۱۰۸۰ ۴) ۲۴۳۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۵۳- منحنی $y=(m+1)x^2-4x+m-2$ زیر محور x ها و بر آن مماس است. طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) -2

۳) 3 ۴) -4

شما پاسخ نداده اید

۵۴- مجموع جواب‌های معادله‌ی $x^2-3x=\sqrt{6+x^2-3x}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۵۵- مساحت محدود بین نمودار تابع $f(x)=|x-۲|+|x-۱|$ و نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم کدام است؟

۱) ۲
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۳
۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر دو کارگر ساختمانی با هم دیواری را بچینند، ۸ ساعت نسبت به حالتی که کارگر دوم به‌تنهایی کار کند، زودتر چیده می‌شود و اگر کارگر اول به‌تنهایی کار کند، ۱۰ ساعت نسبت به حالتی که کارگر دوم به‌تنهایی کار کند، دیرتر دیوار را می‌چیند. زمان چیدن دیوار توسط کارگر اول چند ساعت است؟

۱) ۲۸
۲) ۱۲
۳) ۲۰
۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۵۷- اگر نقطه‌ی $(۱,a)$ مرکز دایره‌ای باشد که بر دو خط $y=۲x$ و $x=۲y$ مماس است، شعاع این دایره کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$
۲) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$
۳) $\sqrt{۵}$
۴) $\frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- توابع کدام یک از گزینه‌های زیر با یک‌دیگر مساوی نیستند؟

۱) $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x^۲} \\ g(x)=|x| \end{cases}$
۲) $\begin{cases} f(x)=\frac{۱}{\sqrt{x}} \\ g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x} \end{cases}$
۳) $\begin{cases} f(x)=\sqrt[۳]{x^۳-۳x^۲+۳x-۱} \\ g(x)=x-۱ \end{cases}$
۴) $\begin{cases} f(x)=x+۱ \\ g(x)=\frac{x^۲-۱}{x-۱} \end{cases}$

شما پاسخ نداده اید

۵۹- دامنه‌ی تابع $y=\sqrt{\frac{۱-|x|}{۱+|x|}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) هیچ
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۶۰- حاصل عبارت $[(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^{۱۲}]+[(۱-\sqrt{۲})^{۱۱}]+[(\sqrt{۳}-۲)^{۱۰}]$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۱-　　۲) ۲-

۳) صفر　　۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، حسابان ۱ ، اتحادهای مثلثاتي ، مثلثات - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۵۱- تعدادی هویج به فاصله‌ی ۷ متر از هم، روی یک خط مستقیم چیده شده‌اند که این خط به خانه‌ی خرگوش می‌رسد. فاصله‌ی هویج اول تا لانه‌ی خرگوش ۷ متر است. خرگوشی می‌خواهد از کنار لانه‌اش شروع کرده، هر بار یک هویج را برداشته و بلافاصله به لانه‌اش ببرد. اگر خرگوش مجموعاً ۹۲۴ متر دویده باشد، چند هویج را به لانه‌ی خود برده است؟

۱) ۱۰　　۲) ۱۱

۳) ۱۲　　۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۵۲- اگر α یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x^{۲}-۴x+۲=۰$ باشد، حاصل $\alpha^{۳}+۸\alpha^{-۳}$ کدام است؟

۱) ۳۲　　۲) ۳۶

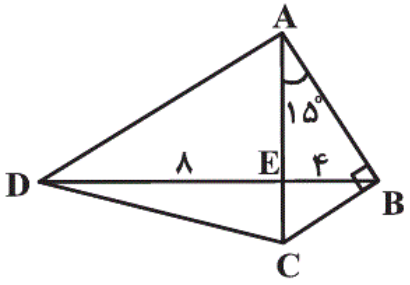
۳) ۴۰　　۴) ۴۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۱۷

دانلود از سایت ریاضی سرا　　www.riazisara.ir

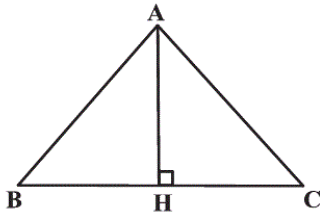
۷۱- اگر قطرهای چهارضلعی $ABCD$ بر هم عمود باشند، مساحت آن کدام است؟ $(\hat{B} = ۹۰^\circ)$



۱) ۴۸
۲) $۳۶\sqrt{۳}$
۳) $۳۶\sqrt{۲}$
۴) ۹۶

شما پاسخ نداده اید

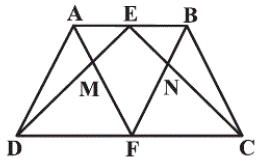
۷۲- در شکل زیر، $AB = AC$، $AH = ۴$ و $BC = ۶$ است. اگر M نقطه‌ی دلخواهی روی قاعده‌ی مثلث باشد، مجموع فاصله‌های M از دو ضلع AB و AC کدام است؟



۱) ۴/۸
۲) ۳/۶
۳) ۵/۴
۴) ۵/۲

شما پاسخ نداده اید

۷۳- در شکل زیر $AB \parallel DC$، $S_{\Delta AMD} = ۴$ و $S_{EMFN} = ۱۰$ می‌باشد. مساحت مثلث NBC کدام است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۸
۴) ۶

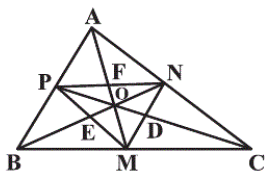
شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر مجموع فواصل هر نقطه درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن $۴\sqrt{۳}$ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

۱) $۸\sqrt{۳}$
۲) $۱۶\sqrt{۳}$
۳) $۳۲\sqrt{۳}$
۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۷۵- در شکل زیر، AM، BN و CP میانه‌های مثلث ABC هستند. مساحت چهارضلعی $OEMD$ چند برابر مساحت مثلث APF است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) ۱
۴) $\frac{۳}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

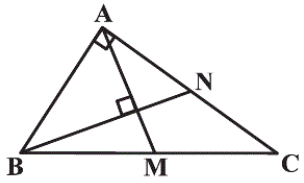
۷۶- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای ۳ واحد است. حداکثر تعداد نقاط مرزی این چندضلعی کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶

۳) ۸ ۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۷۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC $(\hat{A} = 90^\circ)$، میانه‌ی AM بر میانه‌ی BN عمود است. نسبت BN به AB کدام است؟

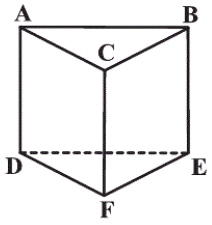


۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در منشور سه پهلوی زیر، تعداد جفت یال‌های متمایز دو به دو متنافر کدام است؟



۱) ۸ ۲) ۶

۳) ۱۲ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۷۹- خط d به تمامی در صفحه‌ی P قرار دارد. اگر خط Δ خارج از صفحه‌ی P، با این صفحه موازی باشد، آن‌گاه دو خط d و Δ نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۱) فقط متنافر ۲) فقط متقاطع

۳) موازی یا متنافر ۴) متقاطع یا متنافر

شما پاسخ نداده اید

۸۰- کدام مورد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

الف) اگر خط L با صفحه‌ی P موازی و A نقطه‌ای از صفحه‌ی P باشد، آن‌گاه هر خطی که از A به موازات L رسم شود، به تمامی در صفحه‌ی P واقع می‌شود.

ب) فصل مشترک سه صفحه‌ی دو به دو متقاطع، یک خط راست و یا یک نقطه است.

ج) صفحه‌ای که دو صفحه‌ی متقاطع را قطع کند، با فصل مشترک آن دو صفحه نیز متقاطع است.

۱) الف و ب ۲) ب و ج

۳) الف ۴) الف و ج

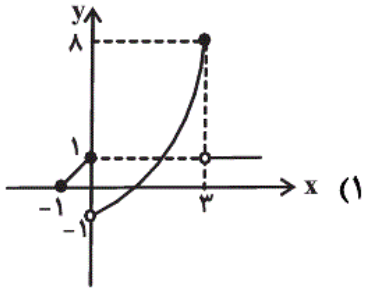
شما پاسخ نداده اید

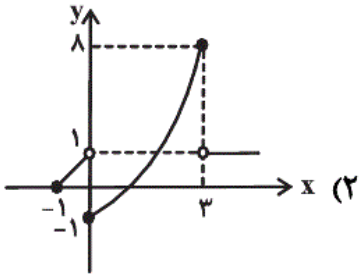
۶۱- اگر f تابعی همانی و g تابعی ثابت باشد و داشته باشیم $\frac{g(2)f(2)+g(4)f(4)}{g(-1)+f(-2)}=3$، آن‌گاه $f(\frac{5}{2})\times g(\frac{2}{5})$ کدام است؟

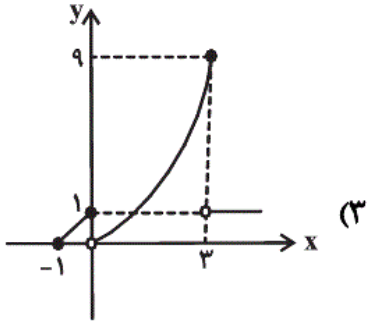
۱) ۵ ۲) ۱ ۳) ۵- ۴) صفر

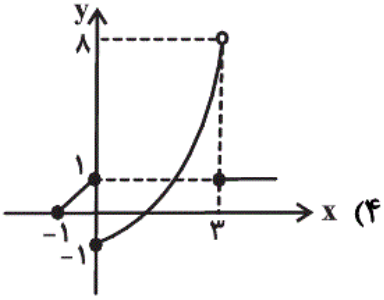
شما پاسخ نداده اید

۶۲- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} x+1 & ; -1\le x\le 0 \\ x^2-1 & ; 0<x\le 3 \\ 1 & ; x>3 \end{cases}$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


شما پاسخ نداده اید

۶۳- مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار دو تابع $y=2-|x|$ و $y=|x-1|$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۴- در تابع $f(x)=\begin{cases} 1/5 & ; x\in Z \\ 2/5 & ; x\notin Z \end{cases}$ مقدار $f(\sqrt{2})+f(\sqrt{3})+...+f(\sqrt{98})+f(\sqrt{99})$ کدام است؟

۱) ۲۴۵ ۲) ۱۴۷ ۳) ۲۳۷ ۴) ۲۲۵

شما پاسخ نداده اید

۶۵- در تابع $f(x)=x^3-x^2+x-1$ حاصل $f(\sqrt{2}-\sqrt{5})+f(\sqrt{5}-\sqrt{2})$ کدام است؟

۱) $-16-4\sqrt{10}$ ۲) $16+4\sqrt{10}$

۳) $16-4\sqrt{10}$ ۴) $-16+4\sqrt{10}$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- حروف کلمه‌ی «لیالی» را به دو صورت مرتب می‌کنیم: در حالات اول، حروف یکسان را یکی در میان و در حالات دوم، حروف یکسان را در کنار هم می‌چینیم. تعداد حالات اول چند برابر تعداد حالات دوم است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۷- اگر تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی یک مجموعه با تعداد زیرمجموعه‌های ۵ عضوی آن برابر باشد، تعداد زیرمجموعه‌های ۴عضوی آن کدام است؟

۱) ۷۰ ۲) ۸۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

شما پاسخ نداده اید

۶۸- دو دانش‌آموز سال دهم و دو دانش‌آموز سال یازدهم به چند طریق می‌توانند در کنار هم در یک ردیف بنشینند، به‌طوری‌که دو دانش‌آموز سال یازدهم کنار هم نباشند؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۴ ۳) ۱۲ ۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۶۹- افراد A، B، C، D و E به چند طریق می‌توانند سخنرانی کنند، به‌طوری‌که بین A و B دقیقاً یک نفر سخنرانی کند؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۷۰- به چند حالت می‌توانیم با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ عددهای ۵ رقمی بسازیم (بدون تکرار ارقام)، به‌طوری‌که رقم ۳ حتماً یکی از ارقام موجود بین ۱ و ۲ باشد؟

۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۴۰ ۴) ۴۸

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۴۱ (علی‌اصغر شریفی)

می‌دانیم $۲ < \sqrt{۶} < ۲/۵$، بنابراین:

$$(I)\begin{cases} ۰ < \sqrt{۶}-۲ < ۰/۵ \\ -۱ < \sqrt{۶}-۲-۱ < -۰/۵ \end{cases}$$

می‌دانیم $۱ < \sqrt{۲} < ۱/۵$، بنابراین:

$$(II)\begin{cases} ۰ < \sqrt{۲}-۱ < ۰/۵ \\ -۱ < \sqrt{۲}-۱-۱ < -۰/۵ \end{cases}$$

با توجه به نامساوی‌های به‌دست آمده در (I) و (II):

$$\left.\begin{array}{l} f(\sqrt{۶}-۲) = |\sqrt{۶}-۲| + |\sqrt{۶}-۲-۱| \\ = \sqrt{۶}-۲+۳-\sqrt{۶} = ۱ \\ f(\sqrt{۲}-۱) = |\sqrt{۲}-۱| + |\sqrt{۲}-۱-۱| \\ = \sqrt{۲}-۱-\sqrt{۲}+۲ = ۱ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{۶}-۲)+f(\sqrt{۲}-۱) = ۱+۱ = ۲$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۴۲ (محمدرضا کشاورزی)

$$x=۲\Rightarrow\begin{cases}۲a(۲)+۵b=۴a+۵b\\ -۲(۲)^{۲}+۱=-۷\end{cases}\Rightarrow ۴a+۵b=-۷\quad(۱)$$

$$x=-۱\Rightarrow\begin{cases}-۲(-۱)^{۲}+۱=-۱\\ -a(-۱)+b=a+b\end{cases}\Rightarrow a+b=-۱\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)}\begin{cases}۴a+۵b=-۷\\ a+b=-۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}۴a+۵b=-۷\\ -۴a-۴b=۴\end{cases}$$

$$b=-۳$$

$$\xrightarrow{(۲)}a-۳=-۱\Rightarrow a=۲$$

$$f(۳)=۲a(۳)+۵b=۲(۲)(۳)+۵(-۳)=۱۲-۱۵=-۳$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f(x) \to 2f(x)$$

مرحله‌ی (۲) به (۳): نمودار نسبت به محور y ها قرینه شده است:

$$2f(x) \to 2f(-x)$$

مرحله‌ی (۳) به (۴): نمودار یک واحد به طرف راست منتقل شده است:

$$x \to (x-1) \Rightarrow 2f(-x) \to 2f(-(x-1)) = 2f(1-x)$$

روش تستی: مقدار $x = 0$ را در گزینه‌ها به دست آورید و با نمودار (۴) مقایسه کنید:

۱) $x = 0 \Rightarrow -2f(0) + 1 = -2 \times (-1) + 1 = 3$: نادرست

۲) $x = 0 \Rightarrow 2f(1-0) = 2f(1) = 2 \times 0 = 0$: درست

۳) $x = 0 \Rightarrow 2f(0-1) = 2f(-1) = 2(-1) = -2$: نادرست

۴) $x = 0 \Rightarrow 2f(0) - 1 = 2(-1) - 1 = -3$: نادرست

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۴- (علی ساوجی)

می‌دانیم که تابع ثابت تابعی است که همه‌ی نقـاط A را بـه یـک عضـو ثابت از B می‌برد.

بنابراین:

$$f(۳) = f(۴) = f(۵) = K$$

با توجه به شرط مسئله داریم:

$$\begin{cases} ۳ \le f(۳) \le ۶ \\ ۴ \le f(۴) \le ۸ \\ ۵ \le f(۵) \le ۱۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۳ \le K \le ۶ \\ ۴ \le K \le ۸ \\ ۵ \le K \le ۱۰ \end{cases} \Rightarrow K = ۵ \text{ یا } ۶$$

پس تنها دو تابع ثابت $f(x) = ۵$ و $f(x) = ۶$ با ایـن ویژگـی وجـود دارد.

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

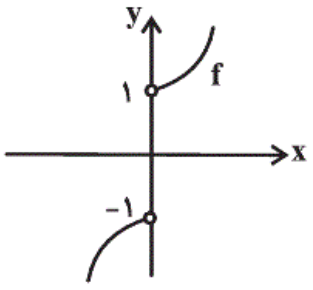
۴۵- (کاظم اجلالی)

ابتدا توجه کنید که

$$x > ۰ \Rightarrow f(x) = x(x + \frac{۱}{x}) = x^۲ + ۱$$

$$x < ۰ \Rightarrow f(x) = -x(x + \frac{۱}{x}) = -x^۲ - ۱$$

بنابراین نمودار تابع به شکل زیر است و برد تابع $R - [-۱,۱]$ است.



(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۴۶ *(علی‌اصغر شریفی)*

طبق اصل ضرب برای رفتن از A به D: $۲\times۳\times۵=۳۰$ مسیر وجود دارد.

برای برگشت هم در هر حالت، ۲۹ مسیر خواهیم داشت (چون که مسیری که از آن رفتیم، دیگر قابل برگشت نیست.)

بنابراین داریم:

$$۳۰\times۲۹=۸۷۰$$

به ۸۷۰ طریق می‌توان رفت و برگشت را انجام داد.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

اگر رقم هزارگان ۲ باشد، رقم یکان می‌تواند ۵ یا ۳ باشد تا عدد فرد باشد.

حالت $۱\times۴\times۳\times۲=۲۴$

۲	–	–	۳یا ۵

طبق اصل جمع، در نهایت $۱۲+۲۴=۳۶$ عدد خواهیم داشت.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۸- *(علی‌اصغر شریفی)*

باید سه نقطه از ۷ نقطه‌ی داده شده انتخاب کنیم، با توجه به این‌که اگر سه نقطه را تنها از یک خط انتخاب کنیم، مثلث نخواهیم داشت، بنابراین یا باید ۲ نقطه از l_1 و ۱ نقطه از l_2 برداریم، یا باید ۲ نقطه از l_2 و یک نقطه از l_1 برداریم:

$$\binom{۳}{۲}\times\binom{۴}{۱}+\binom{۴}{۲}\times\binom{۳}{۱}=۱۲+۱۸=۳۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۴۹- *(محمدرضا کشاورزی)*

کل اعداد ۴ رقمی که با ارقام ۳ و ۲ می‌توان ساخت برابر $۲\times۲\times۲\times۲=۱۶$ است ولی ما از هر رقم حداکثر ۳ بار می‌توانیم استفاده کنیم. یعنی اعداد ۳۳۳۳ و ۲۲۲۲ قابل‌قبول نیستند، پس جواب $۱۶-۲=۱۴$ است.

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۰- *(فریدون ساعتی)*

۸ مکـــان بـــه‌صـــورت

در نظـــر می‌گیریم. در مکان ششم و دو مکان از ۵ مکان اول باید حـرف **a** قـرار گیرد و در ۳ مکان باقیمانده از ۵ مکان اول باید یکی از حروف **c** یا **b** قرار گیرد و در هر یک از مکان‌های هفتم و هشتم نیـز مـی‌توانـد یکـی از حروف **a**، **b** و **c** قرار گیرد. بنابراین تعداد کل حالات:

$$\binom{۵}{۲} \times ۲^۳ \times ۳^۲ = ۱۰ \times ۸ \times ۹ = ۷۲۰$$

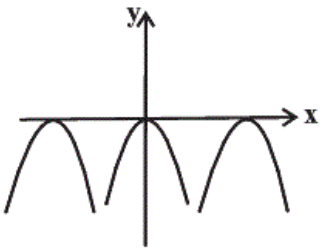
(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ و ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۱۷

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۳ (امیرهوشنگ خمسه)



اگر منحنی تابع درجه دوم، زیر محور xها و بر آن مماس باشد، باید به یکی از شکل‌های روبه‌رو باشد، یعنی دارای ماکزیمم (max) باشد، از طرفی $\Delta = ۰$ بوده و طول نقطه‌ی تماس $x = -\frac{b}{۲a}$ خواهد بود.

$$\Delta = ۰ \Rightarrow (-۴)^۲ - ۴(m+۱)(m-۲) = ۰$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۴(m+۱)(m-۲) = ۰$$

$$۴ - (m^۲ - m - ۲) = ۰ \Rightarrow m^۲ - m - ۶ = ۰ \Rightarrow m = ۳, -۲$$

$$m = ۳ \Rightarrow y = ۴x^۲ - ۴x + ۱$$

در این حالت ضریب $x^۲$ مثبت می‌شود و تابع دارای مینیمم خواهد شد که قابل قبول نیست.

$$m = -۲ \Rightarrow y = -x^۲ - ۴x - ۴$$

$$\Rightarrow x = -\frac{b}{۲a} = \frac{۴}{۲(-۱)} = -۲$$

(جبر و معادله)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۴ (امیرهوشنگ خمسه)

فرض می‌کنیم: $x^۲ - ۳x = a \xrightarrow[\text{صورت سؤال}]{\text{جایگذاری در معادله‌ی}} a = \sqrt{۶ + a}$

$$\xrightarrow{a \geq ۰} a^۲ = ۶ + a$$

$$\Rightarrow a^۲ - a - ۶ = ۰ \Rightarrow (a-۳)(a+۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۳ & \text{ق ق} \\ a = -۲ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۳x = ۳ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۳ = ۰$$

$$\Rightarrow x_۱ + x_۲ = -\frac{b}{a} = ۳$$

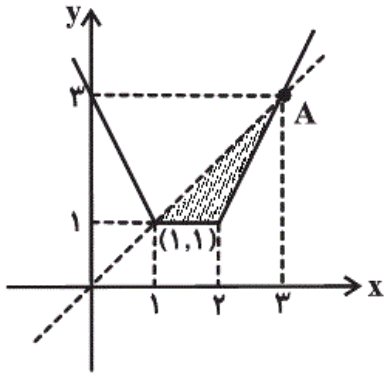
(جبر و معادله)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$۲x_A - ۳ = x_A$$
$$\Rightarrow x_A = ۳ \ , \ y_A = ۳$$

مساحت مثلث: $S = \frac{۱ \times ۲}{۲} = ۱$



(جبر و معادله)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۶- (سعید مدیرفراسانی)

اگر مدت زمان انجام کار فقط به‌وسیله‌ی کارگر دوم را برابر با x فرض کنیم، طبق صورت سؤال، معادله‌ی زیر برقرار است:

$$\frac{۱}{x} + \frac{۱}{x+۱۰} = \frac{۱}{x-۸}$$

کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها یعنی $x(x+۱۰)(x-۸)$ را در دو طرف معادله‌ی بالا ضرب می‌کنیم، داریم:

$$(x+۱۰)(x-۸) + x(x-۸) = x(x+۱۰)$$
$$\Rightarrow x^۲ - ۸x + ۱۰x - ۸۰ + x^۲ - ۸x = x^۲ + ۱۰x$$
$$\Rightarrow x^۲ - ۱۶x - ۸۰ = ۰ \Rightarrow x = ۲۰ \text{ و ساعت } x = -۴ \text{ غ ق ق}$$
$$\Rightarrow \text{زمان لازم برای کارگر اول} = x + ۱۰ = ۳۰ \text{ ساعت}$$

(جبر و معادله)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۷- (محمدرضا توجه)

چون دایره بر دو خط مماس می‌باشد فاصله‌ی مرکز دایره تا دو خط برابر بوده و برابر با شعاع دایره می‌باشد، یعنی:

$$r = \left.\frac{|y - ۲x|}{\sqrt{۵}}\right|_{(۱,a)} = \left.\frac{|۲y - x|}{\sqrt{۵}}\right|_{(۱,a)}$$
$$\Rightarrow \frac{|a-۲|}{\sqrt{۵}} = \frac{|۲a-۱|}{\sqrt{۵}}$$
$$\Rightarrow |۲a-۱| = |a-۲| \Rightarrow \begin{cases} ۲a-۱ = a-۲ \Rightarrow a = -۱ \\ ۲a-۱ = ۲-a \Rightarrow a = ۱ \end{cases}$$
$$\Rightarrow r = \frac{۱}{\sqrt{۵}} \text{ یا } \frac{۳}{\sqrt{۵}} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{۵}}{۵} \text{ یا } \frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$$

(جبر و معادله)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

هر دو شرط برقرار است، بنابراین $f(x)$ و $g(x)$ با هم برابرند.

گزینه‌ی «۲»:
$$\begin{cases} D_f = (0,+\infty) = D_g \\ g(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{x}} = f(x) \end{cases}$$

هر دو شرط برقرار است، بنابراین $f(x)$ و $g(x)$ با هم برابرند.

گزینه‌ی «۳»:
$$\begin{cases} D_f = R = D_g \\ f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} \\ = \sqrt[3]{(x-1)^3} = (x-1) = g(x) \end{cases}$$

گزینه‌ی «۴»:
$$\begin{cases} D_f = R \quad , D_g = R - \{1\} \\ g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} = \dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = x + 1 \end{cases}$$

در گزینه‌ی «۴»، با این‌که ضابطه‌های توابع f و g با هم برابرند، اما این دو تابع با هم برابر نیستند، زیرا دامنه‌های آن‌ها با هم برابر نیست (شرط اول برقرار نیست.)

(تابع)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۹- (ابراهیم نجفی)

باید عبارت زیر رادیکال بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد، یعنی:

$$\frac{1 - |x|}{1 + |x|} \geq 0$$

و با توجه به کسری بودن عبارت زیر رادیکال باید مخرج آن مخالف صفر باشد، یعنی: $1 + |x| \neq 0$

که امری بدیهی است.

همچنین $1 + |x| > 0$ می‌باشد، یعنی همواره مثبت است، پس فقط کافی است $1 - |x| \geq 0$ باشد:

$$1 - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_y = [-1,1]$$

که شامل سه عدد صحیح ۱ و ۰ و ۱- می‌باشد.

(تابع)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۰- (حمید علیزاده)

به‌جای $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ به‌ترتیب مقادیر تقریبی ۱/۷ و ۱/۴ را جایگذاری می‌کنیم:

$$[(1/7-2)^{10}]+[(1-1/4)^{11}]+[(1/4-1/7)^{12}]$$
$$=[0^+]+[0^-]+[0^+]=-1$$

توجه کنید که منظور ما از 0^+ عددی نزدیک به صفر در بازه‌ی $(0,1)$ و منظور از 0^- عددی نزدیک به صفر در بازه‌ی $(-1,0)$ است.

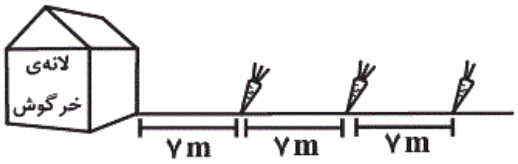
(تابع)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۱- (علی‌اصغر شریفی)

با توجه به شکل روبه‌رو، خرگوش برای برداشتن هویج اول و بردن آن به لانه‌اش باید $۷+۷=۱۴$ متر را طی کند.



برای برداشتن هویج دوم و بردن آن به لانه‌اش باید $۱۴+۱۴=۲۸$ متر را طی کند. در نتیجه مطابق الگوی زیر، مسافت طی شده توسط خرگوش در هر مرحله، تشکیل دنباله‌ی حسابی با $a_۱=۱۴$ و $d=۱۴$ می‌دهد. بنابراین داریم:

$$۱۴,۲۸,۴۲,\dots$$

$$S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)$$

$$\Rightarrow ۹۲۴=\frac{n}{۲}(۲\times ۱۴+(n-۱)\times ۱۴)$$

$$\Rightarrow ۹۲۴=n(۱۴+۷n-۷)\Rightarrow ۹۲۴=۱۴n+۷n^۲-۷n$$

$$\Rightarrow ۷n^۲+۷n-۹۲۴=۰\Rightarrow n^۲+n-۱۳۲=۰$$

$$\Rightarrow (n-۱۱)(n+۱۲)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=۱۱ & \text{ق ق} \\ n=-۱۲ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(جبر و معادله)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۲ *(علی شهرابی)*

فرض کنید α و β ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم صورت سؤال باشند.

با توجه به معادله، حاصل‌ضرب و حاصل‌جمع ریشه‌ها برابر است با:

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = ۲$$

$$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = ۴$$

و در نتیجه داریم:

$$\beta = \frac{۲}{\alpha}$$

حالا حاصل عبارت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\alpha^۳ + ۸\alpha^{-۳} = \alpha^۳ + (\frac{۲}{\alpha})^۳ = \alpha^۳ + \beta^۳ = S^۳ - ۳SP$$

$$= ۴^۳ - ۳(۴)(۲) = ۶۴ - ۲۴ = ۴۰$$

(جبر و معادله)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، هندسه‌ی ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۱۷

-۷۱ *(رضا عباسی‌اصل)*

مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC یک زاویه‌ی ۱۵° دارد. بنابراین:

$$EB = \frac{۱}{۴}AC \Rightarrow AC = ۱۶$$

حال: $$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}AC.BD = \frac{۱}{۲} \times ۱۶ \times ۱۲ = ۹۶$$

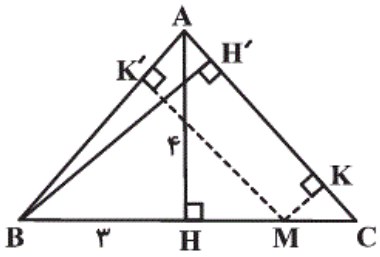
(هندسه ۱- صفحه‌ی ۶۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۲ (علی ساوجی)

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABH :



$$AB^{۲} = AH^{۲} + BH^{۲}$$

$$= ۴^{۲} + ۳^{۲} = ۲۵ \Rightarrow AB = ۵$$

در نتیجه $AC = ۵$. اکنون داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BH' \times AC}{۲} = \frac{AH \times BC}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{BH' \times ۵}{۲} = \frac{۴ \times ۶}{۲} \Rightarrow BH' = \frac{۲۴}{۵} = ۴/۸$$

می‌دانیم که مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن با ارتفاع وارد بر ساق برابر است. در نتیجه:

$$MK + MK' = BH' = ۴/۸$$

(هندسه ۱- صفحه‌ی ۶۸)

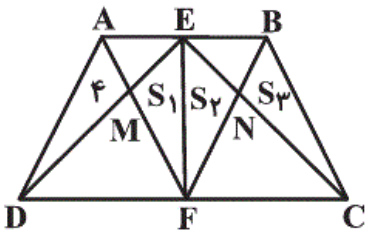
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۳ (علی فتح‌آبادی)

$AEFD$ ذوزنقه است $\Rightarrow S_{\Delta AMD} = S_{\Delta EMF} \Rightarrow S_۱ = ۴$

$EBCF$ ذوزنقه است $\Rightarrow S_{\Delta ENF} = S_{\Delta NBC} \Rightarrow S_۲ = S_۳$

$$S_۱ + S_۲ = ۱۰ \Rightarrow S_۲ = ۶ \Rightarrow S_۳ = ۶$$



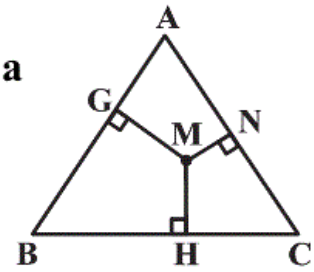
(هندسه ۱- صفحه‌ی ۶۷)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۴- (حسن نصرتی ناهوک)

در مثلث متساوی‌الاضلاع مذکور اگر طول یکی از اضلاع را a بگیریم، داریم:



$$MN+MG+MH=\text{ارتفاع مثلث}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$

$$\Rightarrow ۴\sqrt{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a\Rightarrow a=۸$$

$$S_{\underset{ABC}{\Delta}}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۸)^{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۶۴)=۱۶\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱- صفحه‌ی ۶۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۵- (علی ساوجی)

می‌دانیم که $S_{\Delta APN} = \frac{۱}{۴} S_{\Delta ABC}$ و چون AF میانه‌ی ΔAPN است، لذا:

$$S_{\Delta APF} = \frac{۱}{۲} S_{\Delta APN} = \frac{۱}{۸} S_{\Delta ABC}$$

از طرف دیگر، $S_{\Delta PMN} = \frac{۱}{۴} S_{\Delta ABC}$ و چون MF، PD و NE میانه‌های ΔPMN هستند، لذا:

$$S_{\Delta OEM} = S_{\Delta OMD} = \frac{۱}{۶} S_{\Delta PMN} = \frac{۱}{۲۴} S_{\Delta ABC}$$

در نتیجه:

$$S_{OEMD} = S_{\Delta OEM} + S_{\Delta OMD} = \frac{۲}{۲۴} S_{\Delta ABC} = \frac{۱}{۱۲} S_{\Delta ABC}$$

بنابراین:

$$\frac{S_{OEMD}}{S_{\Delta APF}} = \frac{\frac{۱}{۱۲} S_{\Delta ABC}}{\frac{۱}{۸} S_{\Delta ABC}} = \frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۱- صفحه‌ی ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۶- *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر تعداد نقاط مرزی برابر b و تعداد نقاط درونی برابر i فرض شود،

آن‌گاه مساحت چندضلعی شبکه‌ای برابر $S=\frac{b}{۲}+i-۱$ است.

با توجه به آن‌که حداقل تعداد نقاط درونی برابر صفر است، داریم:

$$۳=\frac{b}{۲}+۰-۱\Rightarrow \frac{b}{۲}=۴\Rightarrow b_{max}=۸$$

(هندسه ۱- صفحه‌ی ۷۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۷- *(سینا محمدپور)*

می‌دانیم که میانه‌ها یک‌دیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند.

به‌عبارتی داریم:

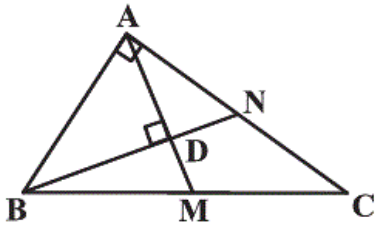
$$BD=\frac{۲}{۳}BN \qquad (*)$$

از طرفی دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABN و DBA با یک‌دیگر متشابه‌اند. لذا:

$$\overset{\Delta}{ABN}\sim\overset{\Delta}{DBA}\Rightarrow\frac{AB}{BN}=\frac{BD}{AB}\Rightarrow AB^{۲}=BD.BN$$

$$\xrightarrow{(*)} AB^{۲}=\frac{۲}{۳}BN^{۲}\Rightarrow\left(\frac{BN}{AB}\right)^{۲}=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{BN}{AB}=\sqrt{\frac{۳}{۲}}$$



(هندسه ۱- صفحه‌ی ۶۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

اکنون با توجه به این‌که یال DF از قاعده‌ی پایین منشور با دو یال AB و BC در قاعده‌ی بالای آن متنافر است، پس $۳\times۲=۶$ جفت یال متنافر در دو قاعده‌ی بالا و پایین وجود دارد.

پس در این منشور $۶+۶=۱۲$ جفت یال متنافر وجود دارد.

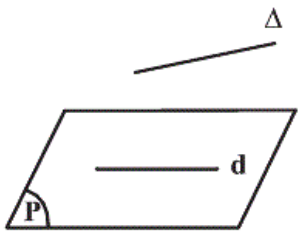
(هندسه ۱- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۹- (کتاب تابستان- صفحه‌ی ۸۳- سؤال ۳۹۵)

خط Δ با خط d نمی‌تواند متقاطع باشد، زیرا اگر Δ خط d را قطع کند، آن‌گاه صفحه‌ی P را نیز قطع می‌کند که این خلاف فرض است.

پس دو خط d و Δ می‌توانند موازی یا متنافر باشند.

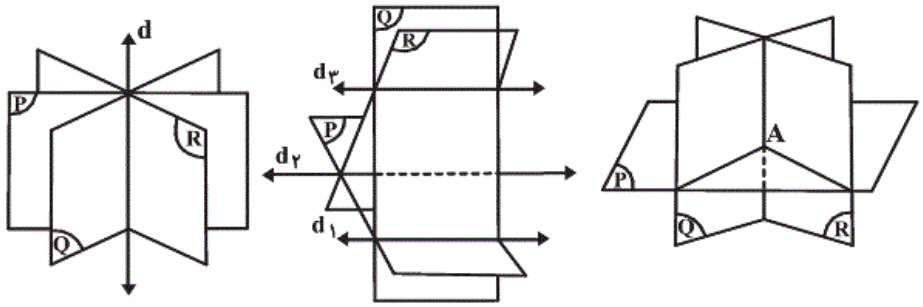


(هندسه ۱- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

گزاره‌ی (ب) نادرست است. فصل مشترک سه صفحه‌ی دو به دو متقاطع در شکل (۱) یک نقطه، در شکل (۲) تهی و در شکل (۳) یک خط راست است.



شکل (۳) شکل (۲) شکل (۱)

گزاره‌ی (ج) نادرست است. در شکل (۲) صفحه‌ی Q دو صفحه‌ی متقاطع P و R را قطع می‌کند، ولی با فصل مشترک آن‌ها موازی است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۱

$f(x)=x$ است و فرض می‌کنیم $g(x)=K$ باشد. پس:

$$\frac{g(۲)f(۲)+g(۴)f(۴)}{g(-۱)+f(-۲)}=۳\Rightarrow\frac{(K\times۲)+(K\times۴)}{K-۲}=۳\Rightarrow\frac{۶K}{K-۲}=۳$$

$$\Rightarrow ۳K-۶=۶K\Rightarrow -۶=۳K\Rightarrow K=-۲\Rightarrow g(x)=-۲$$

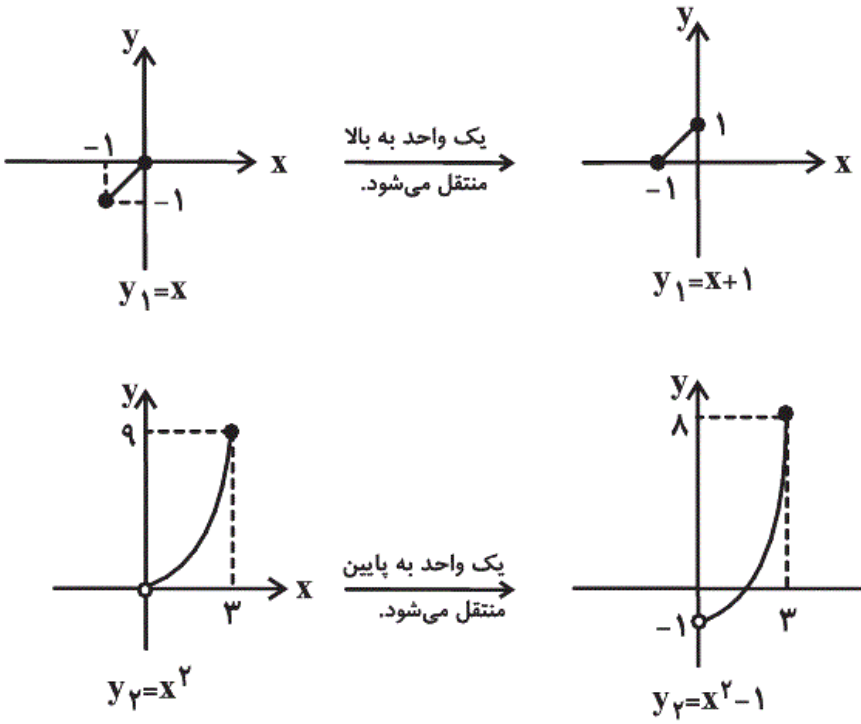
$$f(\frac{۵}{۲})\times g(\frac{۲}{۵})=\frac{۵}{۲}\times(-۲)=-۵$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

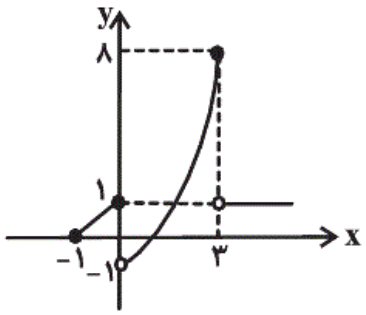
۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۲-

در تابع چندضابطه‌ای f، نمودار هر یک از ضابطه‌ها را در بازه‌ی مربوطه رسم می‌کنیم:



بنابراین نمودار تابع $f(x)$ به‌صورت زیر می‌شود:



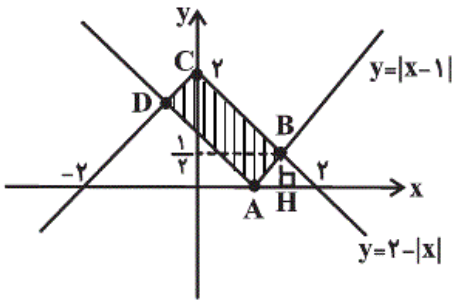
(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۳ (ابراهیم نجفی)

به کمک انتقال نمودار تابع $y=|x|$، نمودار دو تابع داده شده را رسم می‌کنیم:



چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است به طول BC و عرض AB.

$$A\begin{bmatrix}۱\\۰\end{bmatrix}, C\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix},$$

به‌ازای $x>۱$ محل تقاطع دو نمودار را می‌یابیم:

$$x>۱ \Rightarrow ۲-x=x-۱ \Rightarrow ۲x=۳$$

$$\Rightarrow x=\frac{۳}{۲} \xrightarrow[\text{یکی از دو تابع}]{\text{جایگذاری در}} B\begin{bmatrix}\frac{۳}{۲}\\ \frac{۱}{۲}\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} AB^۲=AH^۲+BH^۲=(\frac{۱}{۲})^۲+(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲} \\ \Rightarrow AB=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ BC^۲=(\frac{۳}{۲})^۲+(\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۹}{۲} \Rightarrow BC=\frac{۳}{\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۴- (عزیزالله علی‌اصغری)

در بین اعداد $\sqrt{۲}$ تا $\sqrt{۹۹}$ فقط اعداد $\sqrt{۴}$، $\sqrt{۹}$، $\sqrt{۱۶}$، $\sqrt{۲۵}$، $\sqrt{۳۶}$، $\sqrt{۴۹}$، $\sqrt{۶۴}$، $\sqrt{۸۱}$ که تعداد آن‌ها ۸ تاست صحیح‌اند.

برای این اعداد داریم:

$$f(\sqrt{x}) = ۱/۵$$

برای بقیه‌ی اعداد داریم: $f(\sqrt{x}) = ۲/۵$

$$\Rightarrow ۱/۵ \times ۸ + (۹۸ - ۸) \times ۲/۵ = ۱۲ + ۲۲۵ = ۲۳۷$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۵- (کاظم اجلالی)

ابتدا توجه کنید که:

$$f(x) = x^۳ - x^۲ + x - ۱$$

$$f(-x) = (-x)^۳ - (-x)^۲ - x - ۱ = -x^۳ - x^۲ - x - ۱$$

بنابراین:

$$f(x) + f(-x) = -۲x^۲ - ۲$$

و در نتیجه:

$$f(\sqrt{۲} - \sqrt{۵}) + f(\sqrt{۵} - \sqrt{۲}) = -۲(\sqrt{۵} - \sqrt{۲})^۲ - ۲$$

$$= -۲(۵ + ۲ - ۲\sqrt{۱۰}) - ۲ = -۱۶ + ۴\sqrt{۱۰}$$

(ریاضی ۱- تابع- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۶- *(امیرهوشنگ خمسه)*

برای حالت اول حروف یکسان را به‌صورت بسته‌ی (ی ل ی ل) در نظر می‌گیریم. حروف درون بسته یک حالت دیگر به‌صورت (ل ی ل ی) دارند. از طرفی جایگشت ۲ شی $۲!$ است پس کل حالات $۲!\times ۲ = ۴$ است.

در حالت دوم ۳ شی داریم که $۳!$ جابه‌جایی دارند. ضمناً حروف داخل بسته جابه‌جایی ندارند.

حالت اول: (ا) (ل ی ل ی) یا (ا) (ی ل ی ل) $= ۲!$

حالت دوم: (ا) (ی ی) (ل ل) $= ۳!$

$$\frac{\text{حالت اول}}{\text{حالت دوم}} = \frac{۲\times ۲!}{۳!} = \frac{۲}{۳}$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۶۷- *(محمدرضا کشاورزی)*

اگر تعداد اعضای مجموعه را n در نظر بگیریم، تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی آن برابر $\binom{n}{k}$ است، بنابراین داریم:

$$\binom{n}{۳} = \binom{n}{۵} \Rightarrow n = ۵ + ۳ = ۸$$

$$\Rightarrow \binom{۸}{۴} = \frac{۸!}{۴!\times ۴!} = \frac{۸\times ۷\times ۶\times ۵}{۴\times ۳\times ۲\times ۱} = ۷۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

همان‌طور که می‌بینید، سه جای خالی در اطراف $a_۱$ و $a_۲$ وجود خواهد داشت که دانش‌آموزان سال یازدهم $(b_۲, b_۱)$ باید در آن‌ها قرار گیرند تا کنار هم نیفتند. دانش‌آموز $b_۱$، ۳ انتخاب و دانش‌آموز $b_۲$، ۲ انتخاب برای نشستن دارد، پس تعداد کل حالات مطلوب برابر است با:

$$۲!\times ۳\times ۲ = ۱۲$$

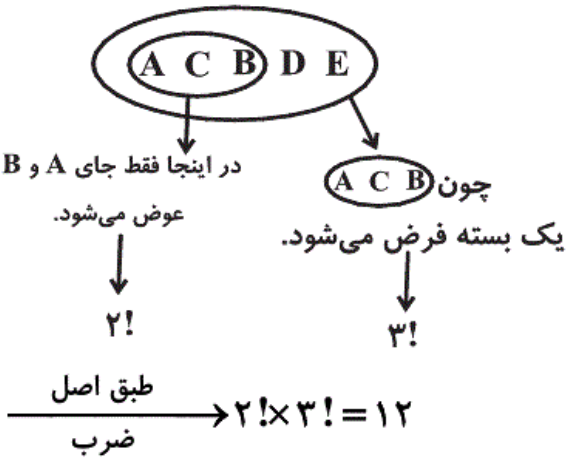
(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۹- *(ابراهیم نجفی)*

برای این‌که بین A و B دقیقاً یک نفر سخنرانی کند، یک جای خالی بین A و B فرض می‌کنیم و سه فرد را در یک بسته نگه می‌داریم، سپس جای خالی را مثلاً با C پُر می‌کنیم:



اما فقط این حالت وجود ندارد چون به جای C، می‌توان D و E را نیز قرار داد که برای هر کدام از آن‌ها نیز ۱۲ حالت وجود خواهد داشت، بنابراین:

$$۱۲\times۳=۳۶$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۰- *(علی ساوجی)*

حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

الف) بین ۱ و ۲ فقط یک رقم باشد $\Rightarrow$ (۱ ۳ ۲) ۴ ,۵

$$\Rightarrow \underbrace{۲!}_{\text{جابه‌جایی ۱ و ۲}} \times \underbrace{۳!}_{\substack{\text{جابه‌جایی}\\ \text{سه بسته}}} = ۱۲$$

ب) بین ۱ و ۲ فقط دو رقم باشد $\Rightarrow$ ○ (۱ ۳ ○ ۲) ○

$$\underbrace{۲!\times\binom{۲}{۱}}_{\text{دو رقم بین ۱ و ۲}} \times \underbrace{۲!}_{\text{جابه‌جایی ۱ و ۲}} \times \underbrace{۲!}_{\text{جابه‌جایی دو بسته}}$$

$$\Rightarrow \binom{۲}{۱}\times(۲!)^{۳} = ۱۶$$

ج) بین ۱ و ۲، سه رقم باشد $\Rightarrow$ ۱ ۳ ۴ ۵ ۲ $= ۳!\times ۲! = ۱۲$ (۳! ، ۲!)

بنابراین تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$۱۲ + ۱۶ + ۱۲ = ۴۰$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا