



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی، حسابان، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۹۱- حاصل  $\tan 105^\circ$  کدام است؟

$$(1) \frac{-(\sqrt{3}-1)^2}{2} \quad (2) \frac{-(1+\sqrt{3})^2}{4} \quad (3) \frac{-(\sqrt{3}+1)^2}{2} \quad (4) \frac{-\sqrt{3}+1}{4}$$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- حاصل  $\sin 40^\circ (\tan 20^\circ + \tan 50^\circ)$  کدام است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) 1 \quad (3) \frac{3}{2} \quad (4) \frac{\sqrt{3}}{4}$$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر  $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$  باشد،  $\sin x$  کدام است؟

$$(1) -\frac{3}{4} \quad (2) \frac{1}{2} \quad (3) \frac{3}{4} \quad (4) -\frac{1}{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر  $\tan 2x = 2$  باشد، حاصل  $\tan^2 x + \cot^2 x$  کدام است؟

$$(1) \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2) \frac{9}{4} \quad (3) \frac{7}{2} \quad (4) 3$$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- تعداد جواب‌های معادله  $\frac{3+3\tan x}{1-\tan x} = \sqrt{3}$  در بازه  $(-\pi, \pi)$  کدام است؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 3$$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- تعداد جواب‌های معادله  $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = \sqrt{3}$  در بازه  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$  کدام است؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 3$$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- جواب کلی معادله  $\frac{\sin 3x}{\sin x} = 2 \cos^2 x$  کدام است؟

$$(1) x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad (2) x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (3) x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (4) x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- معادله  $\sin \alpha + \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha) = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 1 \quad (3) 2 \quad (4) 3$$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- حاصل عبارت  $\sin^{-1}(\cos 6x \cos 5x - \sin 5x \sin 6x)$  به ازای  $x = \frac{\pi}{8}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{-3\pi}{8}$

(۳)  $\frac{-\pi}{8}$

(۲)  $\frac{3\pi}{8}$

(۱)  $\frac{\pi}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- حاصل  $\sin(\frac{1}{3} \cos^{-1} 2)$  کدام است؟

(۴)  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

(۳)  $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

(۲)  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

(۱)  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۱۴۱- شعاع دایره‌ای که کمان درخور زاویه  $45^\circ$  رو به رو به پاره خط  $BC = 2\sqrt{2}$ ، بخشی از آن می‌باشد، کدام است؟

(۴) ۲

(۳)  $2\sqrt{2}$

(۲) ۴

(۱)  $4\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- دایره محاطی مثلث  $ABC$  به ترتیب در نقاط  $D$ ،  $E$  و  $F$ ، بر اضلاع  $BC$ ،  $AB$  و  $AC$  مماس است. اگر  $\widehat{EDF} = 55^\circ$ ، اندازه زاویه  $A$  کدام است؟

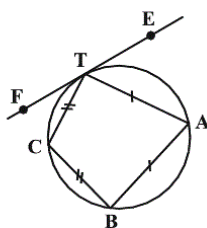
(۴)  $70^\circ$

(۳)  $65^\circ$

(۲)  $60^\circ$

(۱)  $55^\circ$

شما پاسخ نداده اید



۱۴۳- در شکل مقابل،  $T$  نقطه تماس و  $\widehat{ETA} = 2\widehat{FTC}$  است اندازه کمان  $\widehat{BC}$  کدام است؟

(۲)  $65^\circ$

(۱)  $60^\circ$

(۴)  $75^\circ$

(۳)  $70^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- نقاط  $A$  و  $B$  در یک صفحه مفروض اند و  $AB = d$  است. در این صفحه چند خط می‌توان رسم کرد که از  $A$  به فاصله ثابت  $a$  و از  $B$  به فاصله ثابت  $b$  باشند و  $d = a + b$  باشد؟

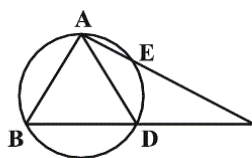
(۴) هیچ

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید



۱۴۵- در مثلث  $ABC$ ،  $AB = 6$ ،  $BC = 7$  و  $AC = 8$  است. نیم‌ساز  $AD$  را رسم می‌کنیم دایره‌ای که

از نقاط  $A$ ،  $B$  و  $D$  می‌گذرد، ضلع  $AC$  را در  $E$  قطع می‌کند. حاصل  $\frac{CE}{AE}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{7}{10}$

(۳) ۱

(۲)  $\frac{7}{9}$

(۱)  $\frac{7}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- اگر فرض شود «در مثلثی مجذور طول نیم‌ساز یک زاویه داخلی از حاصلضرب طول اضلاع این زاویه کمتر است»، آن‌گاه این فرض:

(۱) همواره درست است.

(۲) تنها زمانی درست است که این زاویه حاده باشد.

(۳) تنها زمانی درست است که این زاویه منفرجه باشد.

(۴) همواره نادرست است.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- نقاط  $A$  و  $B$ ، به ترتیب روی دو دایره برون هم  $C(O, 4)$  و  $C'(O', 9)$  در حرکت‌اند. اگر کوتاه‌ترین طول پاره خط  $AB$  برابر

یک واحد باشد، اندازه مماس مشترک بیرونی این دایره‌ها کدام است؟

(۴)  $5\sqrt{21}$

(۳)  $3\sqrt{19}$

(۲)  $3\sqrt{33}$

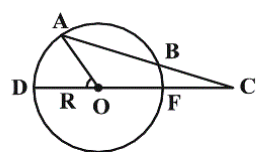
(۱)  $3\sqrt{21}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- دو دایره  $C(O, R)$  و  $C'(O', R')$  با فرض  $R > R'$  مفروض‌اند. اگر طول مماس رسم شده از مرکز دایره بزرگتر بر دایره کوچکتر، برابر طول مماس مشترک خارجی دو دایره باشد، آن گاه نسبت  $\frac{R}{R'}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{۳}{۲}$  (۳)  $\frac{۵}{۲}$  (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

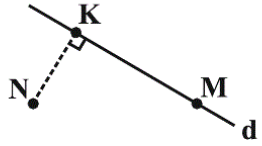


۱۴۹- در شکل مقابل  $BC = R$  است. اگر  $\widehat{AOD} = 45^\circ$  باشد، کمان  $BF$  چند درجه است؟

- (۱)  $7/5$  (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴)  $22/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- دو نقطه متمایز  $M$  و  $N$  در صفحه مفروضند. اگر خط  $d$  از  $M$  بگذرد و عمود  $NK$  از  $N$  بر  $d$  رسم شود، مکان هندسی نقطه  $K$  وقتی خط  $d$  (گذرنده از  $M$ ) تغییر کند، کدام است؟



- (۱) دایره‌ای به شعاع  $MN$   
 (۲) دایره‌ای به قطر  $MN$   
 (۳) خطی عمود بر  $MN$   
 (۴) دو خط موازی با  $MN$

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۱۵۱- اگر  $A = \{x - y, 7\}$ ،  $B = \{x + y, 3\}$  و  $A \times B = B \times A$ ، آنگاه حاصل  $x - 2y$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۸ (۳) -۱ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- رابطه  $R = \{(x, y) \mid x(y + 1) \leq 5\}$  روی مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  تعریف شده است. رابطه  $R$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- رابطه  $S$  روی مجموعه اعداد حقیقی به صورت  $x < y - 2 \Leftrightarrow xSy$ ، تعریف شده است. کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $S$  دارای خاصیت بازتابی است.  
 (۲)  $S$  دارای خاصیت تقارنی است.  
 (۳)  $S$  دارای خاصیت تراگذری است.  
 (۴)  $S$  فاقد هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و تراگذری است.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- تعداد افزای‌های مجموعه  $A = \{a, b, c, d, e\}$  که شامل مجموعه‌هایی با ۲ یا ۳ عضو نباشد، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- اگر  $A = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -1 \leq k \leq 1\}$  و  $B = \{y \mid y \in \mathbb{N}, y^2 \leq 9\}$  باشند، آن گاه مجموعه  $(A \times B) \cap (B \times A)$  دارای چند زیر مجموعه است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- اشتراک دو رابطه  $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq |x|\}$  و  $F = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid 3 - x^2 > y\}$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  و  $P(A)$  مجموعه توانی  $A$  است. رابطه هم‌ارزی  $R$  روی  $P(A)$  به صورت  $CRD \Leftrightarrow C \cap B = D \cap B$  تعریف شده است. اگر  $C = \{2, 4, 5\}$  و  $B = \{1, 2, 5\}$ ، آن گاه کدام مجموعه، عضو  $[C]$  است؟

- (۱)  $\{1, 3, 5\}$  (۲)  $\{2, 3\}$  (۳)  $\{2, 3, 4, 5\}$  (۴)  $\{1, 2, 3, 5\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- اگر  $A = \{a, b, c, d\}$  و  $B = \{P(A)\}$ ، آن گاه تعداد افرازهای مجموعه توانی B کدام است؟

۲۱۶ (۴)

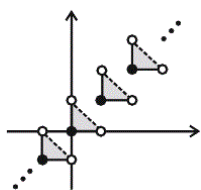
۲۸ (۳)

۱۵ (۲)

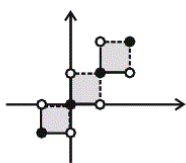
۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

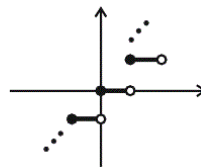
۱۵۹- رابطه R روی مجموعه اعداد حقیقی R به صورت روبه رو تعریف شده است:  $xRy \Leftrightarrow [x] = [y]$ . نمودار این رابطه به کدام صورت است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است)



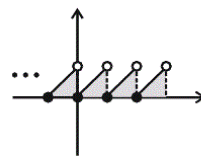
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- روی مجموعه  $A = \{1, 2, \dots, 1000\}$ ، رابطه R را به صورت روبه رو تعریف می کنیم: مجموع ارقام x و y برابر باشند  $xRy \Leftrightarrow$  کدام گزینه درست است؟

(۲) R هم‌ارزی است و ۲۷ کلاس هم‌ارزی دارد.

(۱) R هم‌ارزی است و ۱۰ کلاس هم‌ارزی دارد.

(۴) R هم‌ارزی نیست.

(۳) R هم‌ارزی است و ۱۸ کلاس هم‌ارزی دارد.

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۱۰۱- کمترین مقدار تابع  $y = 3|x^2 - 2| + |1 - 3x^2|$  کدام است؟

۳ (۲)

صفر (۱)

۴ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر  $x > 1$  و  $y < 0$  باشد و داشته باشیم  $x + 2y > y^2$ ، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۲)  $|y| - x > 0$

(۱)  $x - |y| > 0$

(۴)  $x + 3y < 0$

(۳)  $x + 3y > 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مجموعه جواب نامعادله  $|x - 1| - a < b$  با شرط  $a < b$ ، یک بازه شامل بازه  $(-1, 4)$  است. مقدار  $a + b$  در کدام بازه قرار دارد؟

(۲)  $[1, 4]$

(۱)  $[0, 2]$

(۴)  $(-\infty, 2]$

(۳)  $[3, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر  $\frac{1}{0.1} = \frac{1}{0.2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{0.7}$  باشد، آنگاه  $x + y$  کدام است؟

۲ (۲)

۱۰ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- چند تعداد از دنباله‌های زیر ثابت هستند؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)

$$\left\{ \left[ \cos^2 \frac{2\pi}{3} \right]^n \right\} \text{ (الف)} \quad \left\{ (4^n + (-4)^n) \sin \frac{n\pi}{2} \right\} \text{ (ب)} \quad \left\{ (-1)^n \sin \left( n\pi + \frac{\pi}{2} \right) \right\} \text{ (پ)}$$

۱ (۱) صفر

۲ (۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- کدام دنباله صعودی است؟

$$a_n = \frac{n+4}{2n-3} \text{ (۱)} \quad b_n = \sin \frac{n\pi}{2} \text{ (۲)}$$

$$c_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} \text{ (۳)} \quad d_n = n^2 \cos n\pi \text{ (۴)}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- دنباله  $a_n = 3^{2n+4} - 3^{2n+5}$  از کدام جمله به بعد همواره صعودی است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

۱ (۱) ۱

۳ (۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر به ازای  $n \geq n_0$ ، جملات دنباله  $\{a_n\} = \left\{ \frac{2^{n-1} + (-1)^n}{2^n} \right\}$  در بازه  $(\frac{0}{51}, \frac{0}{49})$  واقع شوند، کمترین مقدار  $n_0$  کدام است؟

۶ (۱) ۶

۸ (۳) ۸

شما پاسخ نداده اید

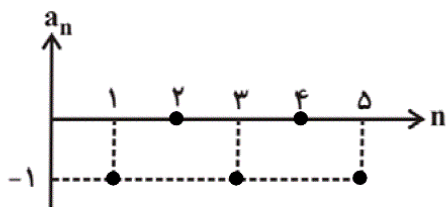
۱۰۹- دنباله  $a_n = n^2 + 2n - n\sqrt{n^2 + 4n}$  به کدام عدد همگرا است؟

۲ (۲) صفر

۱ (۳) -۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نمودار شکل زیر مربوط به کدام دنباله می‌تواند باشد؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)



(۲)  $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

(۱)  $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

(۴)  $\left[\frac{\sin(n\pi)}{n}\right]$

(۳)  $\left[\frac{\cos(n\pi)}{n}\right]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۱۶۱- نقطه  $A = (1, -1, 1)$  را نسبت به صفحات  $xOy$  و  $xOz$  و محور  $z$ ها قرینه می‌کنیم و به ترتیب  $M$  و  $N$  و  $P$  می‌نامیم. مثلث  $MNP$  چه نوع مثلثی است؟

- (۱) متساوی الساقین (۲) قائم الزاویه (۳) متساوی الاضلاع (۴) قائم الزاویه متساوی الساقین

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- اگر  $\alpha$  زاویه بین بردارهای  $a$  و  $b$  و  $e_{a+b}$  بر  $e_{a-b}$  عمود باشد، آن‌گاه کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

- (۱)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  (۲)  $|a+b| = |a-b|$  (۳)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (۴)  $|a| = |b|$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- تصویر نقطه  $A$  روی محور  $Oy$ ، نقطه  $B$  و قرینه نقطه  $A$  نسبت به صفحه  $yOz$ ، نقطه  $C$  است. مساحت مربعی که قطر آن  $BC$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- اگر دو بردار  $a = (m, 1, -6)$  و  $b = (3, m+1, 5)$  اندازه‌های برابر داشته باشند، کدام بردار نیمساز زاویه بین دو بردار  $a$  و  $b$  است؟

- (۱)  $(3, 4, -1)$  (۲)  $(-3, 4, -1)$  (۳)  $(4, 3, 1)$  (۴)  $(4, 3, -1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  زوایای بردار  $a$  با محورهای مختصات باشند، حاصل  $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- چهار ضلعی  $ABCD$  مربعی به ضلع ۴ واحد و نقطه  $M$  وسط ضلع  $AB$  است. حاصل  $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DB}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- بردارهای  $a = (1, -1, 3)$  و  $b = (-3, n, 1)$  نسبت به بردار  $c$  قرینه‌اند. بردار  $c$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $n < 0$ )

- (۱)  $(-4, -3, -2)$  (۲)  $(1, 1, -2)$  (۳)  $(4, -2, -8)$  (۴)  $(1, 2, 4)$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- اگر  $|a| = 2$  و  $|b| = 3$  و زاویه بین بردارهای  $a$  و  $b$  برابر  $60^\circ$  باشد، اندازه بردار  $(a+b) \times (a \times b)$  کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{19}$  (۲)  $3\sqrt{57}$  (۳)  $\sqrt{57}$  (۴)  $\sqrt{19}$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- اگر  $a = (1, 2, 0)$ ،  $b = (2, 0, m)$  و  $c = (0, 2, 1)$ ، به ازای کدام مقدار  $m$ ، مساحت مثلث بناشده روی بردارهای  $a$  و  $b$  با

مساحت متوازی‌الاضلاع بناشده روی بردارهای  $a$  و  $c$  مساوی است؟

- (۱) صفر (۲)  $\pm 1$  (۳)  $\pm 2$  (۴)  $\pm 3$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی سه بردار  $a$  و  $b$  و  $c$  برابر ۶ واحد مکعب است. حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی

سه بردار  $a+b$  و  $b+c$  و  $c+a$  برابر کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۱۸۱- چند گراف ساده با مجموعه رئوس  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_6\}$  و اندازه ۱۳ وجود دارد، به گونه‌ای که در آن‌ها دو رأس  $v_1$  و  $v_2$

مجاور یکدیگر باشند؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۹۱ (۳) ۱۰۵ (۴) ۱۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۸۲- گراف  $G$  از مرتبه  $p$  و اندازه  $q$  گرافی ۳-منتظم است. اگر  $q = 2p - 4$  باشد. این گراف چند یال دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۸۳- دنباله درجات رئوس گراف ساده‌ای به صورت ۱ و ۳ و ۳ و ۳ و ۳ و ۴ و  $x$  است. حداکثر مقدار برای  $x - y$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۸۴- گراف ساده  $G$  از مرتبه ۴۹ دارای ۱۷ یال است. این گراف حداقل چند رأس درجه صفر دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

شما پاسخ نداده اید

۱۸۵- فرض کنید رأس‌های گراف  $G$  زیر مجموعه‌های  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  باشند و دو رأس  $A$  و  $B$  وقتی مجاور هستند که

$A \cap B = \emptyset$ . درجه رأس  $A = \{1, 2\}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

شما پاسخ نداده اید

۱۸۶- در گراف متناظر با بازه‌های  $(6, 7)$ ،  $(3, 7)$ ،  $(2, 5)$  و  $(1, 4)$ ، چند مسیر بین دو رأس  $(6, 7)$  و  $(1, 4)$  وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

شما پاسخ نداده اید

۱۸۷- گراف ساده  $G$  از مرتبه ۱۰ که دو رأس منفرد دارد و تعداد یال‌های آن حداقل مقدار ممکن است، از سه بخش جدا از هم

تشکیل شده است. حداکثر چند یال می‌توان به آن اضافه کرد تا همچنان به صورت سه بخش جدا از هم قابل رسم باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

۱۸۸- گراف ۱-منتظم از مرتبه  $k$  همبند است. گراف  $k$ -منتظم از کدام مرتبه همواره همبند است؟

- (۱)  $2k$  (۲)  $k$  (۳)  $2k+1$  (۴)  $2k+3$

شما پاسخ نداده اید



۱۸۹- گراف ساده‌ای از مرتبه ۶، دارای ۱۲ یال است. مقدار ماکسیمم و مینیمم  $\delta$  به ترتیب کدام است؟

- (۱) ۱ و ۳ (۲) ۱ و ۴ (۳) ۲ و ۴ (۴) ۲ و ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۹۰- دنباله درجه‌های گراف  $G$  به صورت ۱، ۲، ۲، ۲، ۲، ۵ و ۶ می‌باشد. اگر دو رأس با ماکزیمم درجه با هم مجاور نباشند، این گراف

چند دور دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۱۲۱- اگر  $\log_2 a = b$  و  $\log_7 b = a$  باشد، حاصل  $\log_{28} 5$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1-a}{2a+b}$  (۲)  $\frac{1+a}{2a+b}$  (۳)  $\frac{1-a}{a+2b}$  (۴)  $\frac{1+a}{a+2b}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- اگر  $f(x) = \log \frac{x-1}{x-2}$ ، آن‌گاه حاصل  $f(3) + f(4) + f(5) + \dots + f(12)$  کدام است؟

- (۱)  $\log 11$  (۲)  $\log 12$  (۳)  $\log \frac{11}{2}$  (۴)  $\log 5$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر  $2^{x-1} - 2^{5-x} = 31/5$  باشد، لگاریتم  $(x+2)$  در پایه ۴ کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲) ۲ (۳)  $2/5$  (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

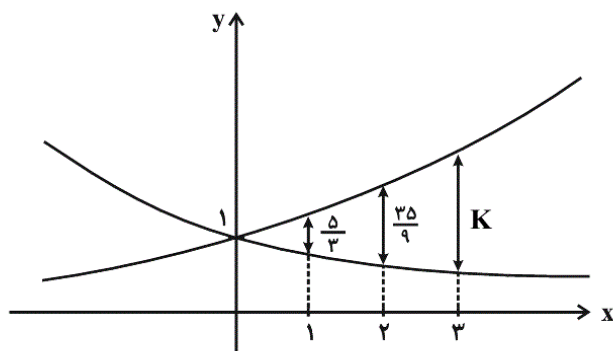
۱۲۴- تابع  $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(ax+b)$  مفروض است، اگر نمودار  $f$  محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول  $-\frac{1}{4}$  و نیمساز ناحیه چهارم را در نقطه‌ای به

عرض  $(-2)$  قطع کند، آن‌گاه  $f(10)$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $-1$  (۳)  $-4$  (۴)  $-8$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- نمودار دو تابع نمایی، مطابق شکل زیر می‌باشد. با توجه به شکل، مقدار  $K$  کدام است؟



(۱)  $\frac{165}{27}$

(۲)  $\frac{215}{27}$

(۳)  $\frac{165}{81}$

(۴)  $\frac{215}{81}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در کدام یک از بازه‌های زیر، نمودار معکوس تابع  $y = \frac{2^x}{1+2^x}$ ، بالای محور طول‌هاست؟

(۴)  $(\frac{3}{2}, 2)$

(۳)  $(1, \frac{3}{2})$

(۲)  $(\frac{1}{2}, 1)$

(۱)  $(0, \frac{1}{2})$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- جواب‌های معادله  $\log_2 2x \times \log_2 \frac{x}{2} = 1$ ، به کدام یک از مجموعه‌های زیر تعلق دارند؟

(۴)  $Q^c$  (گنگ)

(۳)  $Q - N$

(۲)  $Z - W$

(۱)  $N$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در دستگاه  $\begin{cases} 4^{y-2} \times 2^{2x} = 64 \\ \log x + \log y = \log 6 \end{cases}$ ، حاصل  $|x - y|$  چقدر است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر  $\log_x(3x-2) + \log_x(x+2) = 2$  باشد، آنگاه حاصل  $\log_9(x+1)$  کدام است؟

(۲)  $\frac{3}{2}$

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر  $x_1$  و  $x_2$  جوابهای معادله  $\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} 9 = \frac{25}{6}$  باشند، در این صورت  $x_2 > x_1$  باشد، کدام است؟

(۱)  $3\sqrt[3]{3}$

(۲)  $6\sqrt{3}$

(۳)  $3\sqrt[3]{3}$

(۴)  $6\sqrt[3]{3}$

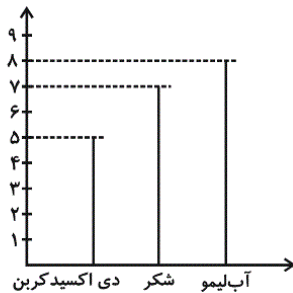
شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل سازی، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۱۹۱- داده های آماری با یک رقم اعشار در جدول روبهرو آمده اند. فراوانی نسبی داده  $7/3$  کدام است؟

ساقه	برگ		
۵	۱ ۲ ۲ ۵ ۷	۰/۲ (۲)	۰/۳ (۱)
۶	۰ ۳ ۴ ۶ ۹	۰/۱ (۴)	۰/۱۵ (۳)
۷	۲ ۳ ۳ ۳ ۸		

شما پاسخ نداده اید



۱۹۲- نمودار میله ای زیر مربوط به ترکیبات یک نوشیدنی است. درصد فراوانی نسبی شکر چقدر است؟

(۱) ۸

(۲) ۳۵

(۳) ۴۰

(۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۱۹۳- درصد فراوانی تجمعی نسبی در طبقات چهارم و پنجم یک جدول فراوانی، ۲۶ و ۴۰ است. در نمودار دایره ای زاویه متناظر با دسته پنجم کدام است؟

(۴)  $64/8^\circ$

(۳)  $72^\circ$

(۲)  $50/4^\circ$

(۱)  $144^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۹۴- مساحت نمودار مستطیلی جدول توزیع فراوانی زیر ۷۵ است. فراوانی نسبی دسته سوم کدام است؟

مرکز دسته	۳	۶	۹	۱۲
فراوانی	۵	۴	a	۹

(۲)  $\frac{6}{25}$

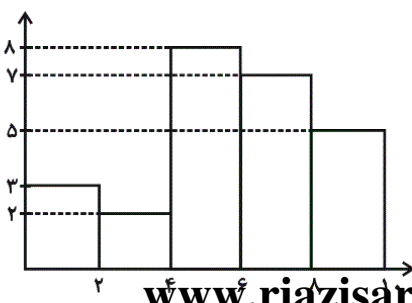
(۱)  $\frac{5}{25}$

(۴)  $\frac{8}{25}$

(۳)  $\frac{7}{25}$

شما پاسخ نداده اید

۱۹۵- نمودار مستطیلی نمرات آزمون عملی دانشجویان در شکل زیر داده شده است؛ اگر سه دانشجو با نمرات  $7/5$ ، ۱ و ۳ از کلاس خارج شوند و ۲ دانشجو با نمرات  $2/5$  و ۹ وارد کلاس شوند، زاویه مربوط به دسته  $10-8$  در نمودار دایره ای چند درجه تغییر می کند؟



(۱) صفر

(۲) ۱۸

(۳)  $10/8$

(۴) ۹

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹۶- اگر در نمودار دایره‌ای مربوط به تعدادی داده آماری، مجموع زاویه‌های مرکزی سه دسته اول برابر  $150^\circ$  و فراوانی تجمعی دسته

آخر برابر ۲۴ باشد، فراوانی تجمعی دسته سوم کدام است؟

- (۱) ۱۰  
(۲) ۱۵  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

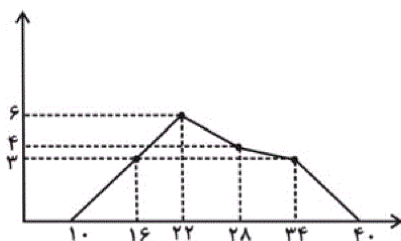
۱۹۷- در نمودار ساقه و برگ زیر، دامنه تغییرات داده‌ها، کدام است؟ (کلید نمودار:  $126/0 = 6/12$ )

ساقه	برگ			
۱۲	۶	۶	۷	۸
۱۳	۲	۳	۵	۸
۱۴	۱	۱	۲	۳

- (۱) ۱۷  
(۲) ۰/۰۱۱۷  
(۳) ۰/۰۰۱۷  
(۴) ۰/۰۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۹۸- در شکل زیر، مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی چه قدر است؟



- (۱) ۷۲  
(۲) ۸۴  
(۳) ۹۶  
(۴) ۱۰۸

شما پاسخ نداده اید

۱۹۹- اگر مجموع مساحت‌های مستطیل‌ها در نمودار مستطیلی تعدادی داده، ۱۸۰ و فراوانی نسبی دسته دوم  $0/2$  و فراوانی مطلق

همین دسته ۶ باشد، طول هر دسته کدام است؟

- (۱) ۶  
(۲) ۱۲  
(۳) ۳  
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

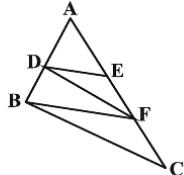
۲۰۰- در یک دسته‌بندی آماری طبقه چهارم به صورت  $(5/5, 5/4]$  است. اگر فراوانی تجمعی دسته سوم و چهارم به ترتیب ۷ و ۱۲

باشد، نقطه متناظر طبقه چهارم در نمودار چند بر فراوانی کدام است؟

- (۱) (۵, ۷)  
(۲) (۶, ۵)  
(۳) (۵, ۵)  
(۴) (۱۲, ۵)

شما پاسخ نداده اید

۱۷۱- در شکل مقابل  $DF \parallel BC$  و  $DE \parallel BF$  کدام یک از رابطه‌های زیر درست است؟



$$AF^2 = AE \times AC \quad (2)$$

$$AE^2 = AD \times AB \quad (1)$$

$$\frac{AE}{EF} = \frac{EF}{FC} \quad (4)$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- مثلثی با اضلاع ۳ و ۴ و ۶ با مثلثی با اضلاع ۹ و  $a$  و  $b$  مشابه است. اگر  $9 < a < b$  باشد و میانه وارد بر ضلع بزرگتر از مثلث

دوم برابر  $\frac{3\sqrt{14}}{2}$  باشد، میانه نظیر آن در مثلث اول کدام است؟

$$\frac{1}{2}\sqrt{14} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{14} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{14} \quad (2)$$

$$\sqrt{14} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۳- نسبت ارتفاع‌های متناظر دو مثلث متشابه، ۳ به ۷ است. اگر مجموع دو میانه متناظر از این دو مثلث برابر ۵۰ سانتی‌متر باشد،

قدرمطلق تفاضل این دو میانه کدام است؟

$$32 \quad (4)$$

$$28 \quad (3)$$

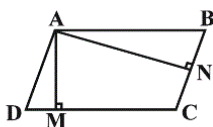
$$24 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، دو عمود  $AM$  و  $AN$  را به ترتیب بر اضلاع  $CD$  و  $BC$  وارد

می‌کنیم. اگر  $AB = 2BC$  باشد، نسبت  $\frac{AM}{AN}$  کدام است؟



$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

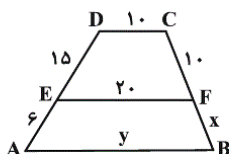
$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۵- در دوزنقه  $ABCD$ ،  $EF$  با قاعده‌ها موازی است، حاصل  $x + y$  کدام است؟



$$24 \quad (2)$$

$$28 \quad (3)$$

$$32 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- در مثلث  $ABC$ ، نقاط  $M$  و  $N$  را روی ضلع  $BC$  به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که  $\widehat{BAM} = \widehat{C}$  و  $\widehat{CAN} = \widehat{B}$  باشد. اگر

$BM = 3$  و  $NC = 4$ ، آن‌گاه طول  $AM$  کدام است؟

$$3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

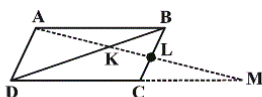
$$\sqrt{3} \quad (2)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۷- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ،  $K$  نقطه‌ای روی قطر  $BD$  است و امتداد  $AK$  ضلع  $BC$  را در  $L$  و

امتداد  $DC$  را در  $M$  قطع می‌کند. اگر  $KL = 4$  و  $LM = 5$  باشد، طول  $AK$  کدام است؟



$$4 \quad (4)$$

$$3\sqrt{5} \quad (3)$$

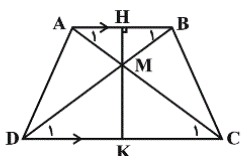
$$6 \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- چهارضلعی  $ABCD$  دوزنقه و  $DC = 3AB$  است. اگر  $MH = 4$  و  $AB + CD = 20$  باشد،

مساحت دوزنقه کدام است؟



$$100 \quad (2)$$

$$80 \quad (1)$$

$$200 \quad (4)$$

$$160 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۹- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ،  $(AB = AC)$  نیمساز زاویه  $B$  ضلع  $AC$  را در  $D$  قطع می‌کند. اگر  $\overline{BC} = \overline{BD}$ ، آن‌گاه

نسبت  $\frac{AB}{BC}$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- در مستطیل  $ABCD$  قطر  $BD$  را از رأس  $B$  به اندازه خودش تا نقطه  $M$  امتداد می‌دهیم. نسبت مساحت مثلث  $MDC$  به

مساحت مثلث  $ADC$  کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

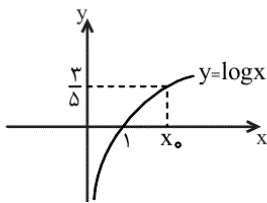
$$2 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- اگر  $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$  باشد، دامنه تابع  $y = \sqrt{xf(x)}$  ، کدام بازه است؟

- (۱)  $[-1, 1]$  (۲)  $(-\infty, 0)$  (۳)  $(-\infty, +\infty)$  (۴)  $(0, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید



۱۳۲- در شکل زیر،  $x_0$  در کدام یک از بازه های زیر قرار دارد؟

- (۱)  $(2, 3)$   
(۲)  $(3, 4)$   
(۳)  $(4, 5)$   
(۴)  $(5, 6)$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- تابع  $f(x) = \log_2(ax + b)$  فقط برای مقادیر  $x \in \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$  با معنی است. اگر  $f(4) = 2$  باشد، آنگاه  $f\left(-\frac{4}{9}\right)$  کدام

است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-1$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $1$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- حاصل  $\log_5(\sqrt{125})^3$  کدام است؟

- (۱)  $4$  (۲)  $4/5$  (۳)  $5$  (۴)  $5/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- اگر لگاریتم عدد  $2\sqrt[3]{0/25}$  در مبنای  $8$  برابر  $A$  باشد، آنگاه لگاریتم عدد  $\left(\frac{1}{A} - 1\right)$  در پایه  $4$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر  $\log_x \sqrt{7} = -\frac{1}{2}$ ، آنگاه  $\log_2\left(1 + \frac{1}{x}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  (۲)  $-2$  (۳)  $2$  (۴)  $3$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اگر  $2 \log(x-2) = \log(x+10)$  باشد، آنگاه  $\log_4(x+2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- از دو معادله  $4^x + 2^x = 72$  و  $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$ ، مقدار  $y$  کدام است؟

- (۱)  $6$  (۲)  $7$  (۳)  $8$  (۴)  $9$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- مجموعه جواب نامعادله  $5^x - x^2 - 8 < 625$  کدام است؟

- (۱)  $1 < x < 4$  (۲)  $2 < x < 3$  (۳)  $3 < x < 4$  (۴)  $1 < x < 5$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- از تساوی  $\log^3 = \log x^2 + \frac{1}{2} \log(2x-1)$ ، مقدار لگاریتم  $\frac{x}{3}$  در مبنای  $4$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{-1}{2}$  (۲)  $\frac{-1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر، درست است؟

- (۱) مجموعه اعداد اول نسبت به جمع بسته است.  
 (۲) مجموعه اعداد گنگ نسبت به جمع بسته است.  
 (۳) مجموعه اعداد گویا نسبت به جمع بسته است.  
 (۴) گزینه‌های ۲ و ۳ صحیح هستند.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- چند بسط اعشاری متناوب به صورت  $\frac{a}{\overline{ab}}$  با شرط  $1 \leq b \leq 8$  و  $\frac{2a}{15} = \frac{a}{\overline{ab}}$  وجود دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- یک همسایگی متقارن به مرکز  $a$  و شعاع بیشترین مقدار ممکن زیرمجموعه  $\left\{x : \left| \frac{x-3}{2x-1} \right| > 1\right\}$  است،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{11}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر برای هر  $x \in \mathbb{R}^+$  داشته باشیم  $x < 6 - 4b + b^2 - 2a^2 + a$ ، آنگاه  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- مجموع ۴۸ جمله اول دنباله با جمله عمومی  $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) -۶ (۴) -۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- به ازای مقادیر  $n \geq n_0$ ، اگر فاصله نقاط نظیر دنباله  $\left\{ \frac{4n+1}{3n-2} \right\}$  از نقطه همگرایی خود، کمتر از  $0.2$  باشد، کوچکترین مقدار  $n_0$  کدام است؟

- (۱) ۶۱ (۲) ۶۲ (۳) ۶۳ (۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- دنباله  $\left\{ \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \right\}$  چگونه است؟

- (۱) بیکران - یکنوا (۲) کراندار - غیر یکنوا (۳) کراندار - نزولی (۴) کراندار - صعودی

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- کوچکترین کران بالای دنباله با جمله عمومی  $U_n = \frac{3n^2 - 2n}{4n^2 + 5}$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر  $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ،  $(n$  عدد طبیعی است) آنگاه دنباله جزء صحیح  $a_n$  چگونه است؟

- (۱) صعودی - کراندار از بالا (۲) نزولی - کراندار از پایین (۳) فاقد کران بالا و پایین (۴) نه صعودی نه نزولی - کراندار

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- کدام دنباله همگرا است؟ ( $[ ]$ ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $\{n^{(-1)^{2n-1}}\}$  (۲)  $\left\{ \cos \frac{n\pi}{2} \right\}$  (۳)  $\left[ \left[ 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right] \right]$  (۴)  $\left[ \left[ 1 - \frac{(-1)^n}{n} \right] \right]$

شما پاسخ نداده اید

(گوروش شاهمنصوریان)

$$\tan(105^\circ) = \tan(45^\circ + 60^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 60^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 60^\circ} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - 1 \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \times \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = -\frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{2}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهدی ملایمضانی)

$$\sin 4^\circ (\tan 2^\circ + \tan 5^\circ) = \sin 4^\circ \left( \frac{\sin 2^\circ}{\cos 2^\circ} + \frac{\sin 5^\circ}{\cos 5^\circ} \right)$$

$$= \sin 4^\circ \left( \frac{\sin 2^\circ \cos 5^\circ + \cos 2^\circ \sin 5^\circ}{\cos 2^\circ \cos 5^\circ} \right)$$

$$= \sin 4^\circ \left( \frac{\sin 7^\circ}{\cos 2^\circ \cos 5^\circ} \right) = \cos 5^\circ \left( \frac{\cos 2^\circ}{\cos 2^\circ \cos 5^\circ} \right) = 1$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسن تفویلداری)

$$\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 = \left( \frac{1}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} - 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \frac{3}{4}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمدمصطفی ابراهیمی)

$$\tan 2x = 2 \Rightarrow \cot 2x = \frac{1}{2}$$

$$\cot x - \tan x = 2 \cot 2x = 2 \left( \frac{1}{2} \right) = 1$$

طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\cot x - \tan x)^2 = \cot^2 x + \tan^2 x - 2 = (1)^2$$

$$\Rightarrow \cot^2 x + \tan^2 x = 3$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱



(مهوری ملا، مضانی)

$$\frac{3 + 3 \tan x}{1 - \tan x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{3(1 + \tan x)}{1 - \tan x} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} + x = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

در بازه  $(-\pi, \pi)$ ، معادله فوق دارای جواب‌های  $-\frac{\pi}{12}$  و  $\frac{11\pi}{12}$  است.

(مسئله‌ها - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش رفیعی)

-۹۶

$$\sin 2x - \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos 2x = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sin 2x \cos \frac{\pi}{3} - \cos 2x \sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]}{\rightarrow} x = \frac{4\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

(مسئله‌ها - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر قربانی)

-۹۷

$$\frac{3 \sin x - 4 \sin^3 x}{\sin x} = 2 \cos^2 x \Rightarrow \frac{\sin x (3 - 4 \sin^2 x)}{\sin x} = 2 \cos^2 x$$

$$\xrightarrow{\sin x \neq 0} 3 - 4 \sin^2 x = 2 \cos^2 x \Rightarrow 3 - 4 \sin^2 x = 2(1 - \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow 3 - 4 \sin^2 x = 2 - 2 \sin^2 x \Rightarrow 2 \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

(مسئله‌ها - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی ساویجی)

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$$

نکته:

$$(\sin \alpha + \sin(\frac{\pi}{3} + \alpha)) + \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \quad \text{با توجه به نکته بالا، می نویسیم:}$$

$$\Rightarrow 2 \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) \cos \frac{\pi}{6} + \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha)$$

$$= \sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = (\sqrt{3} + 1) \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3} + 1) \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$\xrightarrow{\div(\sqrt{3}+1)} \sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} + \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} \alpha = \frac{\pi}{6} \\ \frac{\pi}{6} + \alpha = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{k=0} \alpha = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

پس معادله در بازه  $[0, 2\pi]$  تنها ۲ جواب دارد.

(مسئله - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید علیزاده)

$$\sin^{-1}(\cos(\epsilon x + \Delta x)) = \sin^{-1}(\cos \lambda x) \xrightarrow{x=\frac{\pi}{\lambda}} \sin^{-1}(\cos \frac{\lambda \pi}{\lambda})$$

$$= \sin^{-1}(\cos(\frac{\lambda \pi + 3\pi}{\lambda})) = \sin^{-1}(\cos(\pi + \frac{3\pi}{\lambda}))$$

$$= \sin^{-1}(-\cos \frac{3\pi}{\lambda}) = -\sin^{-1}(\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{\lambda})) = -\sin^{-1}(\sin \frac{\pi}{\lambda}) = -\frac{\pi}{\lambda}$$

(مسئله - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(میثم حمزه‌لوئی)

$$\cos^{-1}(\frac{1}{3}) = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - (\frac{1}{3})^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin(2 \cos^{-1} \frac{1}{3}) = \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2(\frac{1}{3})(\frac{2\sqrt{2}}{3}) = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

(مسئله - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

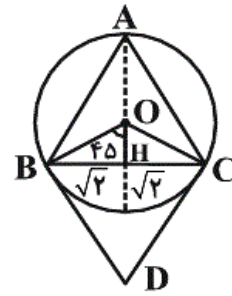
۱ ✓

(علی ایمانی)

$$BO = R$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R = 2$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶)



۴ ✓

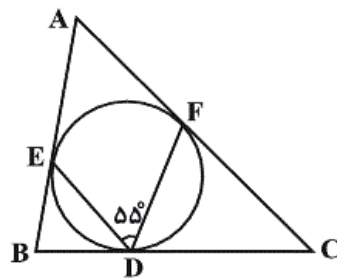
۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۴۲



با توجه به شکل روبه‌رو داریم:  $\widehat{EF} = 2 \times 55^\circ = 110^\circ$

حال:  $\widehat{EF} + \widehat{EDF} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{EDF} = 250^\circ$

$$A = \frac{\widehat{EDF} - \widehat{EF}}{2} = \frac{250^\circ - 110^\circ}{2} = 70^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۴)

۴ ✓

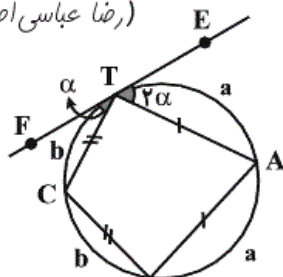
۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۴۳



$$TA = AB \Rightarrow \widehat{TA} = \widehat{AB} = a$$

$$TC = BC \Rightarrow \widehat{TC} = \widehat{BC} = b$$

$$\widehat{F\hat{T}C} = \alpha \Rightarrow \widehat{E\hat{T}A} = 2\alpha$$

$$2a + 2b = 360^\circ \Rightarrow a + b = 180^\circ \text{ داریم}$$

$$\left. \begin{aligned} \widehat{F\hat{T}C} = \frac{\widehat{TC}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{b}{2} \\ \widehat{E\hat{T}A} = \frac{\widehat{TA}}{2} \Rightarrow 2\alpha = \frac{a}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 3\alpha = \frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow 3\alpha = \frac{180^\circ}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ \xrightarrow{\alpha = \frac{b}{2}} b = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 60^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۴

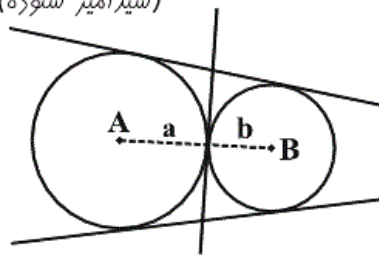
۳

۲

۱ ✓

۱۴۴-

(سیرامیر ستوده)



دو دایره به مرکز  $A$  و شعاع  $a$  و دیگری به مرکز  $B$  و شعاع  $b$  رسم می‌کنیم. یک خط مماس مشترک داخلی این دو دایره و دو خط مماس مشترک خارجی این دو دایره جواب‌های مسأله‌اند.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴

۳ ✓

۲

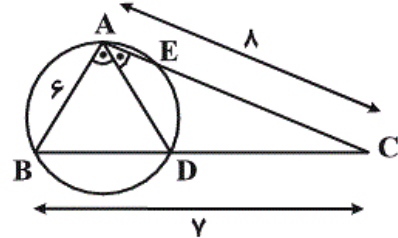
۱

۱۴۵-

(ممدظاهر شعاعی)

$$\widehat{A} \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{6} = \frac{CD}{8} = \frac{BD+CD}{14} = \frac{7}{14}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BD = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \\ CD = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \end{cases}$$



با استفاده از رابطه طولی امتداد وترهای دایره داریم:

$$CE \times AC = CD \times BC \Rightarrow CE \times 8 = 4 \times 7 \Rightarrow CE = \frac{7}{2}$$

$$\frac{CE}{AE} = \frac{\frac{7}{2}}{8 - \frac{7}{2}} = \frac{7}{16 - 7} = \frac{7}{9}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

۴

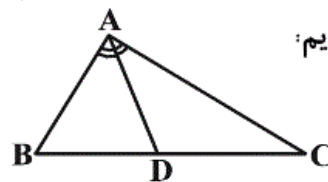
۳

۲ ✓

۱

۱۴۶-

(مسین فایلو)



طبق تمرین ۳ صفحه ۷۸ کتاب درسی در شکل مقابل داریم:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$$

از آن‌جا که همواره  $BD \cdot CD > 0$ ، پس:

$$AD^2 < AB \cdot AC$$

یعنی فرض مطرح شده همواره درست است و به حاده یا منفرجه بودن زلویه بستگی ندارد.

(هندسه ۲ - دایره: مشابه تمرین ۳، صفحه ۷۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(نویس میبری)

کوتاه‌ترین طول پاره خط AB هنگامی پدید می‌آید که روی خط مرکزین قرار گیرند، که در این حالت اندازه خط مرکزین آن‌ها برابر می‌شود با:

$$d = OA + AB + BO' = 9 + 1 + 4 = 14$$

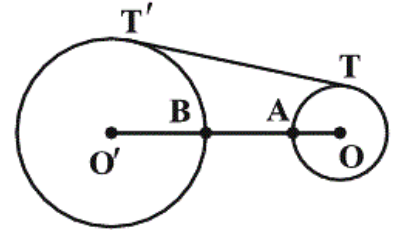
حال بنا بر فرمول مماس مشترک بیرونی خواهیم داشت:

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R' - R)^2}$$

$$\Rightarrow TT' = \sqrt{14^2 - (9 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{9 \times 19} = 3\sqrt{19}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)



۴

۳ ✓

۲

۱

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

$$\ell = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$OT = \sqrt{d^2 - R'^2}$$

$$OT = \ell \Rightarrow \sqrt{d^2 - R'^2} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$d^2 - R'^2 = d^2 - R^2 + 2RR' - R'^2$$

$$\Rightarrow R^2 = 2RR' \Rightarrow R = 2R'$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

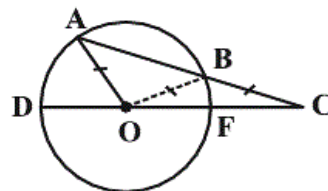
۴

۳

۲

۱ ✓

(ممد فخران)



از O به B وصل می‌کنیم.

OA = OB = BC = R پس داریم:

$$\widehat{AOD} = \widehat{OAC} + \widehat{OCA} = \widehat{OBA} + \widehat{ACD}$$

$$= 2\widehat{ACD} + \widehat{ACD} = 3\widehat{ACD}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACD} = 15^\circ \xrightarrow{\widehat{BOF} = \widehat{ACD}} \widehat{BOF} = 15^\circ \Rightarrow \widehat{BF} = 15^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۴)

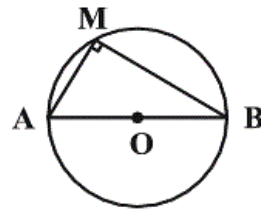
۴

۳

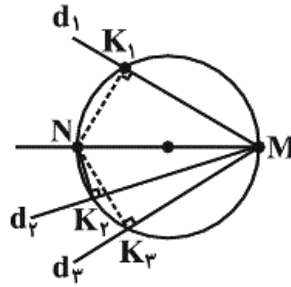
۲ ✓

۱

(علی ساوپی)



مکان هندسی نقطه‌ای از صفحه مانند  $M$  که برای پاره‌خط ثابت  $AB$ ، همواره زاویه  $AMB$  قائمه باشد، دایره‌ای است به قطر  $AB$ .



با توجه به نکته بالا، چون زاویه  $\widehat{NKM}$  همواره  $90^\circ$  است، لذا  $K$  روی دایره‌ای به قطر  $MN$  حرکت می‌کند.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱

(مهرداد ملونری)

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند و داشته باشیم  $A \times B = B \times A$ ، آنگاه  $A = B$  خواهد بود.

پس با توجه به فرض سؤال داریم:

$$A = B \Rightarrow \{x - y, 7\} = \{x + y, 3\} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow x = 5, y = 2 \Rightarrow x - 2y = 5 - 2(2) = 1$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱

(مهرداد ملونری)

با توجه به رابطه  $R$  ( $xRy \Leftrightarrow x(y + 1) \leq 5$ )، این رابطه روی مجموعه  $A$  شامل

اعضای روبه‌روست:  $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1)\}$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱

(محمدصادق نیک‌کار)

 $\forall a \in \mathbb{R} : a \not\leq a - 2 \Rightarrow a \not\leq a \Rightarrow$  خاصیت بازتابی ندارد. $\begin{cases} 3 < 100 - 2 \\ 100 \not\leq 3 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 S 100 \\ 100 \not\leq 3 \end{cases} \Rightarrow$  خاصیت تقارنی ندارد. $\begin{cases} x S y \\ y S z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < y - 2 \\ y < z - 2 \end{cases} \Rightarrow x < y - 2 < z - 4$  $\Rightarrow x < z - 4 \Rightarrow x < z - 2 \Rightarrow x S z \Rightarrow$  خاصیت تراگذری دارد.

(بیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

(علی‌اکبر علیزاده)

می‌توان مجموعه را به یک مجموعه ۴ عضوی و یک مجموعه ۱ عضوی افزایش کرد. این عمل به ۵ حالت مختلف ممکن است، که یکی از اینها مثلاً  $\{b, c, d, e\}$  و  $\{a\}$  است. همچنین می‌توان مجموعه را به زیر مجموعه‌های ۱ عضوی افزایش کرد که این کار به ۱ حالت ممکن است.

یعنی:  $\{e\}$ ،  $\{d\}$ ،  $\{c\}$ ،  $\{b\}$  و  $\{a\}$ 

یک‌افزای هم خود مجموعه A است، بنابراین ۷ افزایش مختلف خواهیم داشت.

(بیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۴

۳✓

۲

۱

(امیرحسین ابومصوب)

طبق تعریف دو مجموعه A و B داریم:  $A = \{-1, 1, 3\}$   
 $B = \{1, 2, 3\}$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 4$$

بنابراین تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه  $(A \times B) \cap (B \times A)$  برابر  $2^4 = 16$  است.

(بیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳✓

۲

۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

رابطه E، ناحیه بالا و روی  $y = |x|$  و رابطه F نقاط با مختصات صحیح داخلنمودار  $y = 3 - x^2$  است. ۵ نقطه  $(0, 0)$ ،  $(1, 1)$ ،  $(-1, 1)$ ،  $(0, 1)$  و  $(0, 2)$ که روی شکل مشخص شده‌اند، پاسخ سؤال هستند. توجه کنید که  $(0, 3)$  روی نمودار $y = 3 - x^2$  قرار دارد که در F تعریف نشده است.

۴✓

۳

۲

۱

(کیوان دارابی)

$$[C] = \{X : X \subseteq P(A), XRC\}$$

$$\Rightarrow C \cap B = X \cap B \Rightarrow \{2, 5\} = X \cap \{1, 2, 5\}$$

بنابراین مجموعه  $X$  باید شامل ۵ و ۲ و فاقد ۱ باشد. مجموعه داده شده در گزینه

$$\{2, 3, 4, 5\} \cap \{1, 2, 5\} = \{2, 5\}$$

«۳» دارای این شرایط است:

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی اکبر علیزاده)

-۱۵۸

مجموعه  $B$  دارای یک عضو است. بنابراین  $P(B)$  دارای ۲ عضو می‌باشد و تعداد افرازه‌های یک مجموعه ۲ عضوی برابر با ۲ است.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۴

۳

۲

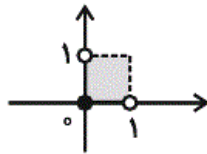
۱ ✓

(علی ساوجبی)

-۱۵۹

می‌دانیم که:  $[x] = n \Leftrightarrow n \leq x < n+1$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ). بنابراین:

$$[x] = [y] \Leftrightarrow n \leq x, y < n+1$$



برای مثال، اگر  $[x] = [y] = 0$  آن‌گاه  $0 \leq x, y < 1$  و شکل نمودار در این حالت مربعی  $1 \times 1$  است که تقاطع درون و روی دو ضلع آن قابل قبول هستند.

به ازای مقادیر دیگر  $n$  نیز، مربع‌هایی  $1 \times 1$  به وجود می‌آیند که درون و روی دو ضلع آن‌ها قابل قبول هستند.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

۲

۱



رابطه R هم‌ارزی است زیرا:

۱) بازتابی:  $xRx \rightarrow$  مجموع ارقام X = مجموع ارقام X

۲) تقارنی: مجموع ارقام X = مجموع ارقام Y  $\rightarrow$  مجموع ارقام Y = مجموع ارقام X

$$xRy \rightarrow yRx$$

مجموع ارقام Z = مجموع ارقام Y و مجموع ارقام Y = مجموع ارقام X

$\rightarrow$  مجموع ارقام Z = مجموع ارقام X

$$xRy, yRz \rightarrow xRz$$

تراگذری:

تعداد کلاس‌های هم‌ارزی در R برابر ۲۷ است. زیرا:

$$[1] = \{1, 10, 100, 1000\} \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 1$$

$$[2] = \{2, 11, 101, 110\} \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 2$$

⋮

$$[999] = \{999\} \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 27$$

بدیهی است که کوچکترین مجموع ارقام ۱ و بزرگترین آن‌ها ۲۷ است. پس ۲۷ کلاس هم‌ارزی وجود دارد.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

-۱۰۱

(معدی ملارمضانی)

با توجه به نامساوی مثلثی  $|a| + |b| \geq |a + b|$  داریم:

$$y = 3|x^2 - 2| + |1 - 3x^2| \geq |3x^2 - 6 + 1 - 3x^2|$$

$$\Rightarrow y \geq |-5| \Rightarrow y \geq 5$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۲

(کیا مقدس‌نیاک)

$$x > y^2 - 2y \xrightarrow{y < 0 \Rightarrow \begin{cases} y^2 > 0 \\ -2y > 0 \end{cases}} x > y^2 \Rightarrow \sqrt{x} > |y| \quad (1)$$

$$x > 1 \Rightarrow \sqrt{x} < x \xrightarrow{(1)} |y| < x \Rightarrow x - |y| > 0$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا مجموعه جواب نامعادله را می‌یابیم:

$$\|x-1|-a < b \Rightarrow -b < |x-1|-a < b$$

$$\xrightarrow{+a} \underbrace{a-b}_{\text{منفی}} < |x-1| < a+b$$

با توجه به اینکه طرف چپ نامعادله بدیهی است، خواهیم داشت:  $\Rightarrow |x-1| < a+b$

$$\Rightarrow -a-b < x-1 < a+b \Rightarrow 1-a-b < x < a+b+1$$

$$\frac{1-a-b}{-1} \quad \frac{a+b+1}{4}$$

با توجه به شکل، داریم:

$$\begin{cases} a+b+1 \geq 4 \Rightarrow a+b \geq 3 \\ 1-a-b \leq -1 \Rightarrow a+b \geq 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} a+b \geq 3$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(کیا مقدس‌نیاک)

$$\bullet / \bar{xy} = 1/01 - 0/27 = 1 + \frac{1}{90} - \frac{27-2}{90} = 1 + \frac{1}{90} - \frac{25}{90} = \frac{66}{90}$$

$$\bullet / \bar{xy} = \frac{10x+y-x}{90} = \frac{66}{90} \Rightarrow 9x+y=66 \xrightarrow{0 \leq x, y \leq 9} \begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x+y=10$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳

۲

۱✓

(امید کشاورز)

الف)  $\cos \frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos^2 \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \left[ \cos^2 \frac{2\pi}{3} \right]^n = \left[ \frac{1}{4} \right]^n$$

$$\Rightarrow \left[ \cos^2 \frac{2\pi}{3} \right]^n = (0)^n = 0 \Rightarrow \left\{ \left[ \cos^2 \frac{2\pi}{3} \right]^n \right\} = 0, 0, 0, \dots$$

ب)  $4^n + (-4)^n = \begin{cases} 2 \times 4^n; & \text{زوج } n \\ 0 & \text{فرد } n \end{cases}, \sin \frac{n\pi}{2} = 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, \dots$

$$\sin \frac{n\pi}{2} = \begin{cases} 0 & \text{زوج } n \\ \pm 1 & \text{فرد } n \end{cases} \Rightarrow \left\{ (4^n + (-4)^n) \sin \frac{n\pi}{2} \right\} = 0, 0, 0, \dots$$

پ)  $\sin(n\pi + \frac{\pi}{2}) = \sin \frac{3\pi}{2}, \sin \frac{5\pi}{2}, \sin \frac{7\pi}{2}, \dots$

$$= -1, 1, -1, \dots = (-1)^n$$

$$\Rightarrow \left\{ (-1)^n \sin(n\pi + \frac{\pi}{2}) \right\} = \left\{ (-1)^n \times (-1)^n \right\} = \left\{ (-1)^{2n} \right\}$$

$$= 1, 1, 1, \dots$$

بنابراین هر سه دنباله ثابت هستند.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۴✓

۳

۲

۱

نکته: در بررسی یکنوایی دنباله  $a_n = \frac{an+b}{cn+d}$ ، اگر ریشهٔ مخرج بزرگتر از یک

باشد، دنباله غیریکنواست. با توجه به این نکته داریم:

$$a_n = \frac{n+4}{2n-3} \Rightarrow \text{ریشهٔ مخرج} = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{دنباله غیریکنواست.}$$

$$b_n = \sin \frac{n\pi}{2} \Rightarrow b_1 = 1, b_2 = 0, b_3 = -1, b_4 = 0 \dots \Rightarrow \text{دنباله غیریکنواست.}$$

$$c_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} = \sqrt{\frac{n^2}{n^2+1}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{n^2}}}$$

دنباله  $1 + \frac{1}{n^2}$  مثبت و نزولی است، بنابراین دنباله  $\frac{1}{1+\frac{1}{n^2}}$  مثبت و صعودی و در

$$\text{نتیجه دنباله } C_n = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{1}{n^2}}} \text{ صعودی است.}$$

$$d_n = n^2 \cos n\pi$$

$$\Rightarrow d_1 = -1, d_2 = 4, d_3 = -9, \dots \Rightarrow \text{دنباله غیریکنواست.}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریدون ساعتی)

- ۱۰۷

دنباله  $a_n$  صعودی است، هرگاه  $a_{n+1} - a_n \geq 0$  بنابراین:

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= (3^{2n+7} - 3^{2n+7}) - (3^{2n+4} - 3^{2n+5}) \\ &= (3^{2n+7} - 3^{2n+4}) - (3^{2n+7} - 3^{2n+5}) \\ &= 3^{2n+4}(3^3 - 1) - 3^{2n+5}(9 - 1) \\ &= 26(3)^{2n+4} - 8(3)^{2n+5} = \underbrace{2(3)^{2n+5}}_{\text{همواره مثبت}} (13(3)^{n-1} - 4) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3^{n-1} \geq \frac{4}{13} \quad \text{به ازای هر } n \in \mathbb{N} \text{ برقرار است.}$$

در نتیجه این دنباله همواره به ازای هر  $n$  طبیعی صعودی است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امید کشاورز)

$$0/49 < a_n < 0/51 \Rightarrow -0/01 < a_n - \frac{1}{2} < 0/01$$

$$\Rightarrow |a_n - \frac{1}{2}| < 0/01 \Rightarrow \left| \frac{2^{n-1} + (-1)^n}{2^n} - \frac{1}{2} \right| < 0/01$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2^{n-1} + (-1)^n - 2^{n-1}}{2^n} \right| < 0/01 \Rightarrow \left| \frac{(-1)^n}{2^n} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{1}{100}$$

$$2^n > 100 \Rightarrow n > 6 \Rightarrow n \geq 7 \Rightarrow n. \text{ کمترین مقدار} = 7$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

-۱۰۹

از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a_n &= n(n+2 - \sqrt{n^2 + 4n}) \times \frac{(n+2) + \sqrt{n^2 + 4n}}{(n+2) + \sqrt{n^2 + 4n}} \\ &= \frac{n((n+2)^2 - (n^2 + 4n))}{(n+2) + \sqrt{n^2 + 4n}} = \frac{n(n^2 + 4n + 4 - n^2 - 4n)}{n+2 + \sqrt{n^2 + 4n}} \\ &= \frac{4n}{n+2 + \sqrt{n^2 + 4n}} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n}{n+n} = 2 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

دنباله نمودار عبارت است از:

$$-۱, ۰, -۱, ۰, \dots$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۱»:  $\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) : ۱, ۰, -۱, ۰, \dots$

گزینه «۲»:  $\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) : ۰, -۱, ۰, ۱, \dots$

گزینه «۳»:  $\left[\frac{\cos(n\pi)}{n}\right] = \left[\frac{(-1)^n}{n}\right] = -۱, ۰, -۱, ۰, \dots$

گزینه «۴»:  $\left[\frac{\sin(n\pi)}{n}\right] = \left[\frac{0}{n}\right] = ۰, ۰, ۰, ۰, \dots$

بنابراین گزینه «۳» با دنباله نمودار مطابقت دارد.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

- ۱۶۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

$$\mathbf{M} = (۱, -۱, -۱)$$

$$\mathbf{N} = (۱, ۱, ۱)$$

$$\mathbf{P} = (-۱, ۱, ۱)$$

$$MN = \sqrt{۰^۲ + ۴ + ۴} = ۲\sqrt{۲}$$

$$NP = \sqrt{۴ + ۰ + ۰} = ۲$$

$$MP = \sqrt{۴ + ۴ + ۴} = ۲\sqrt{۳}$$

$$MN^۲ + NP^۲ = (۲\sqrt{۲})^۲ + ۲^۲ = ۸ + ۴ = ۱۲ = (۲\sqrt{۳})^۲ = MP^۲$$

بنابراین مثلث  $MNP$  قائم‌الزاویه است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$e_{a+b} \perp e_{a-b} \Rightarrow (a+b) \perp (a-b) \Rightarrow (a+b) \cdot (a-b) = 0$$

$$\Rightarrow |a|^2 - |b|^2 = 0 \Rightarrow |a| = |b|$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممدصادق ثابتی)

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow B \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

تصویر روی محور عرض‌ها:

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow C \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

قرینه نسبت به صفحه  $yOz$ :

$$BC = \sqrt{(0+1)^2 + (2-2)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{2} \quad \text{اندازه قطر مربع:}$$

$$S = \frac{BC^2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

مساحت مربع با داشتن اندازه قطر:

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممدابراهیم کیتی زاره)

$$|a|^2 = |b|^2 \Rightarrow m^2 + 1 + 36 = 9 + (m+1)^2 + 25 \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow a = (1, 1, -6), b = (3, 2, 5)$$

اگر اندازه‌های دو بردار مساوی باشند، مجموع دو بردار، زاویه بین دو بردار را نصف

$$a + b = (4, 3, -1)$$

می‌کند:

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سروش موثینی)

$$\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma$$

$$= 2\cos^2 \alpha - 1 + 2\cos^2 \beta - 1 + 2\cos^2 \gamma - 1$$

$$= 2(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) - 3 = 2 - 3 = -1$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

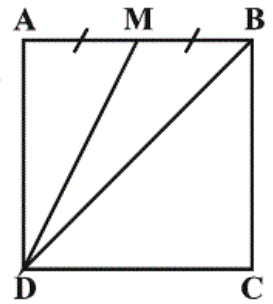
(مسئله مهم‌گیریمی)

$$\overline{DM} \cdot \overline{DB} = (\overline{DA} + \overline{AM}) \cdot (\overline{DA} + \overline{AB})$$

$$= \overline{DA} \cdot \overline{DA} + \underbrace{\overline{DA} \cdot \overline{AB}}_0 + \underbrace{\overline{AM} \cdot \overline{DA}}_0 + \overline{AM} \cdot \overline{AB}$$

$$= (4)^2 + 0 + 0 + 2 \times 4 = 16 + 8 = 24$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)



[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

(رضا عباسی اصل)

$$|b| = |a| \Rightarrow 9 + n^2 + 1 = 1 + 1 + 9 \Rightarrow n^2 = 1 \Rightarrow n = -1$$

مجموع بردار  $a$  و قرینه‌اش نسبت به بردار  $c$  مضربی از  $c$  است. یعنی:  $a + b = kc$ 

$$kc = (1, -1, 3) + (-3, -1, 1) = (-2, -2, 4)$$

به ازای  $k = -2$ ، بردار گزینه (۲) حاصل می‌شود.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

(علی ساوینی)

ابتدا اندازه  $a + b$  را می‌یابیم:  $|a + b|^2 = |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b|\cos\theta$ 

$$= 4 + 9 + 2 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = 19$$

$$|a \times b| = |a||b|\sin\theta = 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

از طرف دیگر:

بردار  $a \times b$  بر دو بردار  $a$  و  $b$  و در نتیجه بر بردار  $a + b$  عمود است، پس

$$|(a + b) \times (a \times b)| = |a + b||a \times b|\sin 90^\circ$$

داریم:

$$= \sqrt{19} \times 3\sqrt{3} \times 1 = 3\sqrt{57}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

(رضا عباسی اصل)

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (2m, -m, -4) \Rightarrow |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \sqrt{5m^2 + 16}$$

داریم:

$$\mathbf{a} \times \mathbf{c} = (2, -1, 2) \Rightarrow |\mathbf{a} \times \mathbf{c}| = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{1}{2} |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a} \times \mathbf{c}| \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{5m^2 + 16} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{5m^2 + 16} = 6 \Rightarrow 5m^2 + 16 = 36$$

$$\Rightarrow 5m^2 = 20 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمد علی نادرپور)

$$\mathbf{c} \text{ و } \mathbf{b} \text{ و } \mathbf{a} \text{ سه بردار } |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| = 6$$

حجم متوازی السطوح روی سه بردار  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  و  $\mathbf{b} + \mathbf{c}$  و  $\mathbf{c} + \mathbf{a}$ 

$$= |(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot [(\mathbf{b} + \mathbf{c}) \times (\mathbf{c} + \mathbf{a})]|$$

$$= |(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{a} + \mathbf{c} \times \mathbf{c} + \mathbf{c} \times \mathbf{a})|$$

$$= |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) + \mathbf{a} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) + \mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) + \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a})|$$

$$= 2 |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| = 12$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

(علیرضا سیف)

دو رأس  $V_1$  و  $V_7$  مجاورند یعنی گراف همواره شامل یال  $V_1 V_7$  خواهد بود. در کل

$$\binom{6}{2} = 15 \text{ یال داریم که از } 14 \text{ یال باقی‌مانده، باید } 12 \text{ یال انتخاب شود.}$$

$$\binom{14}{12} = 91$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳

۲ ✓

۱



(رضا پورحسینی)

$$q = 2p - 4 \Rightarrow 3p = 4p - 8 \Rightarrow p = 8$$

$$2q = 3p$$

$$\Rightarrow q = \frac{3 \times 8}{2} = 12$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه ۱۲)

۴

۳

۲✓

۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

تعداد رئوس فرد باید زوج باشد، پس  $x$  و  $y$  یکی فرد و دیگری زوج است و چون اعضای دنباله به صورت نزولی مرتب است. پس:

$$4 \leq x \leq 7, 3 \leq y \leq 4$$

$$x = 7, y = 4 \Rightarrow 7, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 1 \Rightarrow \max(x - y) = 7 - 4 = 3$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

(علی ساوپی)

چون هر یال، دو رأس را به هم وصل می‌کند، لذا با داشتن  $q = 17$  یال، می‌توانیم حداکثر  $2 \times 17 = 34$  رأس غیرصفر داشته باشیم و در نتیجه، حداقل تعداد رأس‌های درجه‌ی صفر برابر  $49 - 34 = 15$  می‌شود.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۰)

۴

۳

۲

۱✓

(علی ساوپی)

رأس‌هایی با  $A = \{1, 2\}$  مجاورند که  $A \cap B = \emptyset$ ، در نتیجه:

$$B \subseteq \{3, 4, 5, 6\}$$

$$2^4 = 16$$

تعداد زیر مجموعه‌های  $\{3, 4, 5, 6\}$  برابر است با:

$$\text{deg}(A) = 16 \text{ بنابراین}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

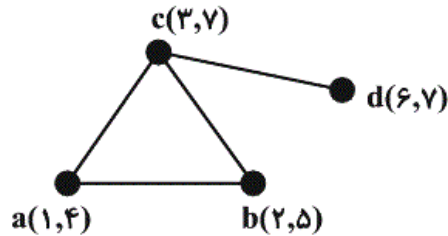
۴

۳

۲✓

۱

ابتدا گراف را رسم می‌کنیم:



همانطور که در نمودار گراف مشاهده می‌کنیم ۲ مسیر (dcba, dca) از رأس (۶,۷) به (۱,۴) داریم.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۸ و ۱۳)

۴

۳

۲

۱

(علی‌اکبر علیزاده)

۱۸۷-

یک گراف ساده سه بخشی از مرتبه ۱۰ لااقل دارای ۷ یال است و می‌تواند به صورت زیر رسم شود:



برای این که گراف ۳ بخشی بماند، به دو رأس ایزوله هیچ یالی متصل نمی‌کنیم. اما یال‌های بخش وسط را که شامل ۸ رأس و ۷ یال است را تا حد ممکن افزایش می‌دهیم:

$$q_{\max} = \binom{8}{2} = 28 \Rightarrow 28 - 7 = 21$$

۲۱ یال می‌توان اضافه کرد.

در نهایت گراف به صورت یک گراف  $K_8$  به همراه ۲ رأس ایزوله قابل رسم خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳

۲

۱

(سروش موثینی)

۱۸۸-

گراف ۱-منتظم فقط از مرتبه ۲ همبند است: ●—●

پس  $k = 2$  است و سؤال به صورت روبه‌رو در می‌آید: «گراف ۲-منتظم از کدام مرتبه همواره همبند است؟»

می‌دانیم از مرتبه ۶ به بعد، گراف‌های ۲ منتظم می‌توانند همبند یا ناهمبند باشند، پس باید جواب، عدد ۳، ۴ یا ۵ باشد (گراف ۲-منتظم با این مرتبه‌ها، لزوماً همبند است) بین گزینه‌ها به ازای  $k = 2$ ، گزینه «۳» مناسب است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱

(عزیزاله علی اصغری)

گراف فوق ۱۲ یال دارد که از گراف کامل هم مرتبه‌اش ۳ یال کمتر دارد.  $\delta_{\min}$  هنگامی به دست می‌آید که این ۳ یال همگی از یک رأس مشخص برداشته شوند. یعنی  $\delta = 2$  مینیمم مقدار  $\delta$  است.

همچنین با توجه به نامساوی  $\delta \leq \frac{2q}{p}$  نتیجه می‌شود که:

$$\delta \leq \frac{2 \times 12}{6} \Rightarrow \delta_{\max} = 4$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

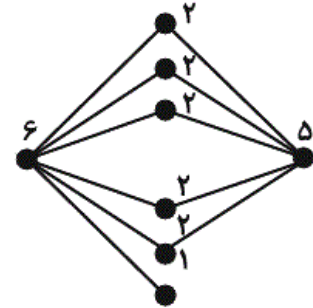
 ۴ ۳ ۲ ۱

(میدر مموری نویسی)

با توجه به شکل در این گراف همه دورها به طول ۴ هستند که همگی از رئوس درجه ۵ و ۶ می‌گذرند. پس اگر دو رأس دیگر نیز از بین رئوس درجه ۲ انتخاب شود و به همراه این دو رأس دورهایی به طول ۴ ایجاد می‌شود. بنابراین:

۵ رئوس درجه ۲

$$4 \text{ تعداد دورها به طول } 4 : \binom{5}{2} = 10$$



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهری ملا، مضانی)

$$\log_{28} 5 = \frac{\log 5}{\log 28} = \frac{1 - \log 2}{\log 4 \times 7} = \frac{1 - \log 2}{\log 4 + \log 7} = \frac{1 - \log 2}{2 \log 2 + \log 7}$$

$$= \frac{1 - a}{2a + b}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$f(۳) + f(۴) + f(۵) + \dots + f(۱۲) = \log \frac{۲}{۱} + \log \frac{۳}{۲} + \log \frac{۴}{۳} + \dots + \log \frac{۱۱}{۱۰}$$

$$= (\log ۲ - \log ۱) + (\log ۳ - \log ۲) + (\log ۴ - \log ۳) + \dots + (\log ۱۱ - \log ۱۰)$$

$$= \log ۱۱ - \log ۱ = \log ۱۱$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(اسان صیبی)

$$\frac{1}{2}(2^x) - 32\left(\frac{1}{2^x}\right) = \frac{63}{2} \Rightarrow (2^x)^2 - 64 = 63(2^x)$$

$$\xrightarrow{A=2^x} A^2 - 63(A) - 64 = 0 \Rightarrow (A - 64)(A + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = -1 & \text{غ ق ق} \\ A = 64 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2^x = 64 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \log_4(x+2) = \log_4 8 = \frac{3}{2} = 1.5$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۷ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(فریدون ساعتی)

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \in f \Rightarrow 0 = \log_{\frac{1}{4}}\left(-\frac{a}{2} + b\right) \Rightarrow -\frac{a}{2} + b = \left(\frac{1}{4}\right)^0 = 1$$

$$\Rightarrow 2b - a = 2$$

$$y = -x \xrightarrow{y=-2} -2 = -x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, -2) \in f$$

$$-2 = \log_{\frac{1}{4}}(2a + b) \Rightarrow 2a + b = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16$$

$$\begin{cases} 2b - a = 2 \\ 2a + b = 16 \end{cases} \Rightarrow 5b = 20 \Rightarrow b = 4$$

$$\Rightarrow a = 6 \Rightarrow f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(6x + 4)$$

$$f(10) = \log_{\frac{1}{4}}(64) = \log_{2^{-2}}(2^6) = \frac{6}{-2} \log_2 2 = -3$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(همید زربین کفش)

چون هر دو تابع‌نمایی از نقطه (۰, ۱) عبور می‌کنند، می‌توانیم آنها را به صورت

$$f(x) = a^x \text{ و } g(x) = b^x \text{ در نظر بگیریم:}$$

$$f(1) - g(1) = a^1 - b^1 = a - b = \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$f(2) - g(2) = a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = \frac{35}{9}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{5}{3}(a + b) = \frac{35}{9} \Rightarrow a + b = \frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} a - b = \frac{5}{3} \\ a + b = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{12}{3} \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{(1)} b = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow k = f(3) - g(3) = 2^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 8 - \frac{1}{27} = \frac{215}{27}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

ابتدا ضابطه معکوس تابع  $f(x) = \frac{2^x}{1+2^x}$  را پیدا می‌کنیم.

$$y = \frac{2^x}{1+2^x} \Rightarrow \frac{1+2^x}{2^x} = \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{1}{2^x} + 1 = \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{1}{2^x} = \frac{1-y}{y}$$

$$\Rightarrow 2^x = \frac{y}{1-y} \Rightarrow x = \log_2 \frac{y}{1-y}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2 \frac{x}{1-x} > 0 \Rightarrow \frac{x}{1-x} > 1 \Rightarrow \frac{x}{1-x} - 1 > 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{1-x} > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \frac{1}{2} < x < 1$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۷ و ۱۰۲ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\log_2 2x \times \log_2 \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow (\log_2 2 + \log_2 x)(\log_2 x - \log_2 2) = 1$$

$$\Rightarrow (\log_2 x + 1)(\log_2 x - 1) = 1 \Rightarrow (\log_2 x)^2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow (\log_2 x)^2 = 2 \Rightarrow \log_2 x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = 2^{\sqrt{2}}, x = 2^{-\sqrt{2}}$$

جوابهای معادله، اعدادی گنگ هستند.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید علیزاده)

- ۱۲۸

$$\begin{cases} 4^{y-2} \times 4^x = 4^3 \Rightarrow 4^{y-2+x} = 4^3 \Rightarrow y-2+x=3 \Rightarrow y+x=5 \\ \log x + \log y = \log 6 \Rightarrow \log xy = \log 6 \Rightarrow xy = 6 \end{cases}$$

بنابراین  $x=2$  و  $y=3$  یا  $x=3$  و  $y=2$  است. در هر دو صورت داریم:

$$|x - y| = 1$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

$$\log_x(3x-2) + \log_x(x+2) = \log_x((3x-2)(x+2)) = 2$$

$$\Rightarrow (3x-2)(x+2) = x^2 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 2x - 4 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x = 4 \Rightarrow x^2 + 2x = 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 3$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 = 3 \Rightarrow x+1 = \sqrt{3} \Rightarrow \log_9(x+1) = \log_9 \sqrt{3} = \frac{1}{4}$$

توجه کنید نیازی به حل معادله  $x^2 + 2x = 2$  نیست. شما باید حاصل  $x+1$  را

به دست آورید.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(عمید زرین‌کفش)

-۱۳۰

$$\log_3 x + \log_{\sqrt{x}} 9 = \frac{25}{6} \Rightarrow \log_3 x + 4 \log_x 3 = \frac{25}{6}$$

$$\xrightarrow{\log_3 x = t} t + \frac{4}{t} = \frac{25}{6} \xrightarrow{\times 6t} 6t^2 + 24 = 25t$$

$$\Rightarrow 6t^2 - 25t + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{32}{12} \\ t = \frac{18}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_3 x = \frac{32}{12} \Rightarrow x = 3^{12} \\ \log_3 x = \frac{18}{12} \Rightarrow x = 3^{12} \end{cases}$$

$$x_2 > x_1 \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 3^{12} \\ x_1 = 3^{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{3^{12}}{3^{12}} = 1 = 3^0 = 3^{\sqrt{3}}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱

سه داده ۷/۳ و در مجموع ۱۵ داده داریم، پس:

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{۳}{۱۵} = \frac{۱}{۵} = ۰/۲$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(رضا پورحسینی)

-۱۹۲

$$n = \sum f_i = ۵ + ۷ + ۸ = ۲۰$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی شکر} = \frac{۷}{۲۰} \times ۱۰۰ = ۳۵$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سروش موئینی)

-۱۹۳

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته پنجم} = ۴۰ - ۲۶ = ۱۴$$

$$\theta_5 = \frac{۱۴}{۱۰۰} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۱۴ \times ۳۶}{۱۰} = ۵۰/۴$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱



تفاضل هر دو مرکز دسته‌ی متوالی برابر طول دسته است.  $c = 6 - 3 = 3$

مساحت نمودار مستطیلی برابر  $S = n \times c$  است که در آن  $n$  تعداد کل داده‌ها

می‌باشد. ( $S$  مساحت) و ( $c$  طول دسته)

$$75 = 3n \Rightarrow n = 25$$

تعداد کل داده‌ها  $n = 25$

$$5 + 4 + a + 9 = 25 \Rightarrow a = 25 - 18 = 7$$

$$\text{فراوانی نسبی} = \frac{a}{n} = \frac{7}{25}$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمربوار مفسری)

-۱۹۵

پس از ایجاد تغییرات، تعداد اعضای دسته‌ها به این شکل خواهد بود:

دسته	$[0, 2)$	$[2, 4)$	$[4, 6)$	$[6, 8)$	$[8, 10]$
تعداد	۲	۲	۸	۶	۶

اگر  $X'$  زاویه جدید و  $X$  زاویه قدیم دسته  $8-10$  در نمودار دایره‌ای باشند، آن‌گاه:

$$\frac{6}{24} = \frac{X'}{360} \Rightarrow X' = 90^\circ$$

$$\frac{5}{25} = \frac{X}{360} \Rightarrow X = 72^\circ$$

$$|X' - X| = 18^\circ$$

بنابراین داریم:

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\frac{f_1 + f_2 + f_3}{n} \times 360^\circ = 150^\circ$$

$$\xrightarrow{n=24} \frac{f_1 + f_2 + f_3}{24} \times 360^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow f_1 + f_2 + f_3 = 10$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سین ابراهیم نژاد)

-۱۹۷

 $\Rightarrow$  کوچک‌ترین داده - بزرگ‌ترین داده = دامنه‌ی تغییرات

$$\text{تغییرات دامنه‌ی} = 0/0143 - 0/0126 = 0/0017$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر حسین ابومصوب)

-۱۹۸

مساحت زیر نمودار چند بر فراوانی با مساحت زیر نمودار مستطیلی برابر است. با توجه به شکل، تعداد دسته‌ها برابر ۴ و طول دسته‌ها برابر ۶ است. بنابراین داریم:

$$S = 6(3 + 6 + 4 + 3) = 96$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۹۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش رحیمی)

-۱۹۹

$$f_i = \frac{F_i}{n} \Rightarrow 0/2 = \frac{6}{n} \Rightarrow n = 30$$

$$\text{مساحت کل} = n \times c \Rightarrow 180 = 30 \times c \Rightarrow c = 6$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۱۲ تا ۸۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا پورحسینی)

-۲۰۰

$$x_f = \frac{4/5 + 5/5}{2} = 5$$

مرکز دسته چهارم برابر است با:

$$12 - 7 = 5$$

فراوانی مطلق دسته چهارم برابر است با:

نقطه متناظر با طبقه چهارم در نمودار چند بر فراوانی، نقطه (۵, ۵) است.

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۹۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BF \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AF} \\ DF \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AF^2 = AE \times AC$$

(هندسه ۱ - تشابه: مشابه تمرین ۴، صفحه ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

(عباس اسری امیرآبادی)

چون ضلع به طول ۹، کوچک ترین ضلع در مثلث دوم است، پس نسبت تشابه دو

$$k = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{مثلث برابر است با:}$$

می دانیم اگر دو مثلث متشابه باشند نسبت میانه های نظیر برابر است با نسبت

$$\frac{x}{3\sqrt{14}} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}\sqrt{14} \quad \text{تشابه، پس داریم:}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه های ۹۳ تا ۹۷)

۴✓

۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

اگر میانه های متناظر را با  $m$  و  $m'$  و ارتفاع های متناظر را با  $h$  و  $h'$  نمایش دهیم، داریم:

$$\frac{h}{h'} = \frac{m}{m'} = k \Rightarrow \frac{3}{7} = \frac{m}{m'} \Rightarrow 7m = 3m' \quad (1)$$

از طرفی بنا به فرض مسأله داریم:

$$m + m' = 50 \quad (2)$$

$$m = 15, m' = 35$$

$$|m - m'| = 20$$

از معادلات (۱) و (۲) داریم:

و در نتیجه:

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه های ۹۳ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱✓

(علی ساویبی)

می دانیم که  $\hat{B} = \hat{D}$ . در دو مثلث  $\triangle ABN$  و  $\triangle ADM$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \\ \hat{D} = \hat{B} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ADM \sim \triangle ABN \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه های ۸۳ تا ۹۲)

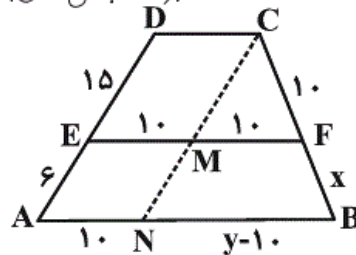
۴

۳✓

۲

۱

(رضا عباسی اصل)



بنابه قضیه تالس داریم:

$$\frac{15}{6} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 4$$

از C به موازات AD رسم می‌کنیم. حال با توجه به شکل داریم:

$$\Delta BNC : MF \parallel NB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CF}{CB} = \frac{MF}{NB}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{14} = \frac{10}{y-10} \Rightarrow 14 = y - 10 \Rightarrow y = 24$$

$$x + y = 4 + 24 = 28$$

حال:

(هنر سه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

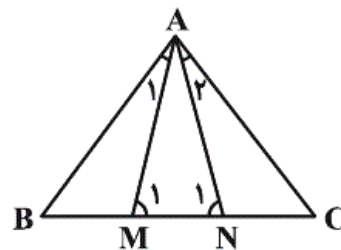
۴

۳ ✓

۲

۱

(رسول ممسنی منش)



$\widehat{M}_1$  و  $\widehat{N}_1$  زاویه خارجی‌اند پس:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{M}_1 &= \widehat{A}_1 + \widehat{B} \\ \widehat{N}_1 &= \widehat{A}_2 + \widehat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{N}_1 \Rightarrow AM = AN$$

از طرفی داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \widehat{A}_1 &= \widehat{C} \\ \widehat{B} &= \widehat{A}_2 \end{aligned} \right. \xrightarrow{\text{ز ز}} \Delta ABM \sim \Delta ANC \Rightarrow \frac{AM}{NC} = \frac{BM}{AN}$$

$$\Rightarrow AM^2 = BM \cdot NC \Rightarrow AM^2 = 3 \times 4 \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$$

(هنر سه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی ساوچی)

$$\frac{AK}{KM} = \frac{BK}{KD} \quad (1)$$

دو مثلث AKB و KDM متشابه‌اند، لذا:

$$\frac{BK}{KD} = \frac{LK}{AK} \quad (2)$$

از طرف دیگر، دو مثلث KAD و KBL متشابه‌اند، لذا:

$$\frac{AK}{KM} = \frac{LK}{AK} \Rightarrow AK^2 = LK \times KM$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$AK^2 = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AK = 6$$

با توجه فرض سؤال:

(هنر سه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عباس اسدی امیر آباری)

$$AB \parallel CD \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \overset{\text{مورب}}{AC} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{A}_1 \\ \overset{\text{مورب}}{BD} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MDC$$

$$MH = 4$$

$$\frac{MH}{MK} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{MH}{MK} = \frac{AB}{3AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{4}{MK} = \frac{1}{3} \Rightarrow MK = 12$$

$$\Rightarrow KH = 16$$

$$S = \text{دوزنقه} = \frac{1}{2}(16)(20) = 160$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

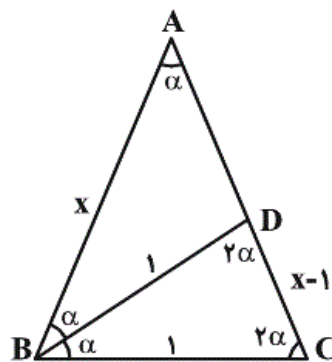
۴

۳ ✓

۲

۱

(سیرامیر ستوده)



(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۴ تا ۹۲)

فرض کنیم  $BC = 1$  با توجه به شکل از تشابه دو مثلث  $ABC$  و  $BCD$  داریم:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(سامان اسپهرم)

شکل را رسم کرده و ارتفاع  $MH$  نظیر ضلع  $CD$  از مثلث  $MDC$  را می‌کشیم.

$$\triangle DMH : BC \parallel MH \Rightarrow \frac{BC}{MH} = \frac{BD}{DM} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MH}{BC} = 2 \quad \text{داریم:}$$

$$\frac{S_{MDC}}{S_{ADC}} = \frac{\frac{1}{2} DC \times MH}{\frac{1}{2} DC \times AD} = \frac{MH}{AD} \xrightarrow{AD=BC} \frac{S_{MDC}}{S_{ADC}} = 2$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

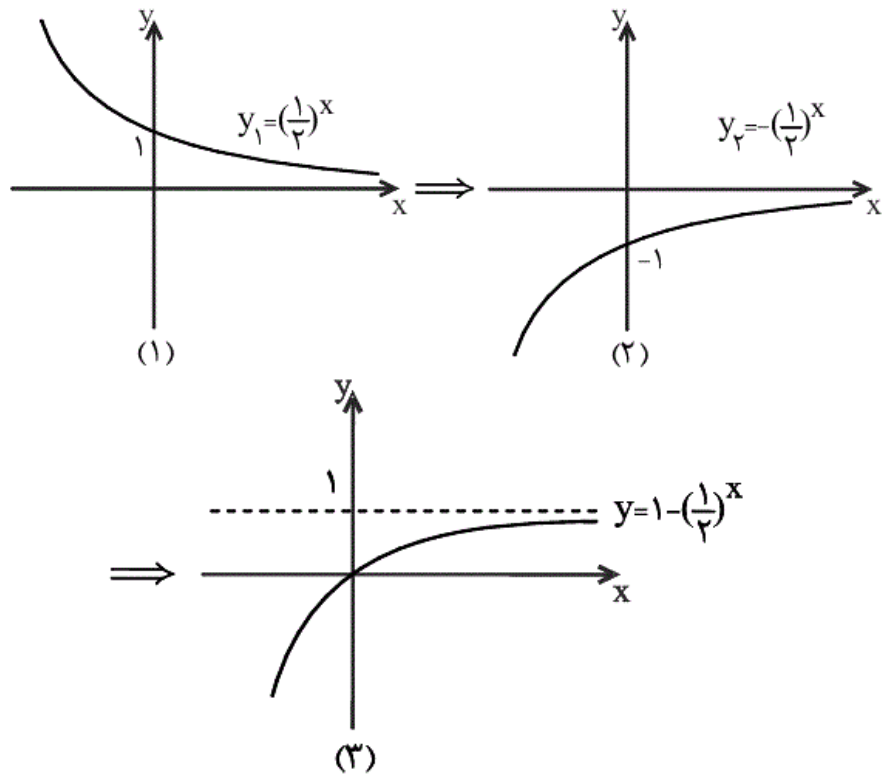
۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$  را رسم می‌کنیم.



دامنه تابع شامل فواصلی است که زیر رادیکال نامنفی باشد، یعنی  $xf(x) \geq 0$ . با توجه به شکل (۳)، وقتی  $x \geq 0$  آن گاه  $f(x) \geq 0$  و وقتی  $x \leq 0$  آن گاه  $f(x) \leq 0$ ، در نتیجه در هر دو حالت  $xf(x) \geq 0$  خواهد بود و دامنه تابع  $y = \sqrt{xf(x)}$ ، همه اعداد حقیقی یا بازه  $(-\infty, +\infty)$  است.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۹۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آزمون کانون ریاضی - ۱۹)

- ۱۳۲

با توجه به تعریف لگاریتم، خواهیم داشت:

$$\log x = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 10^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{1000}$$

$$3^5 < 1000 < 4^5 \Rightarrow 3 < \sqrt[5]{1000} < 4 \Rightarrow 3 < x < 4$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{غ ق ق} \Rightarrow x < \frac{-b}{a} \Rightarrow x \in \left(-\infty, \frac{-b}{a}\right) \text{ باشد } a < 0 \text{ اگر}$$

با مقایسه دامنه داده شده و دامنه به دست آمده خواهیم داشت:

$$\frac{-b}{a} = \frac{-1}{2} \rightarrow a = 2b \quad (1)$$

همچنین از فرض  $f(4) = 2$  داریم:

$$f(4) = \log_3(4a + b) = 2 \Rightarrow 4a + b = 3^2 \Rightarrow 4a + b = 9 \quad (2)$$

از حل دستگاه دو معادله (1) و (2) داریم:  $a = 2$  و  $b = 1$ . بنابراین:

$$f(x) = \log_3(2x + 1) \Rightarrow f\left(-\frac{4}{9}\right) = \log_3\left(2\left(-\frac{4}{9}\right) + 1\right)$$

$$= \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری ریاضی - ۸۲)

-۱۳۴

$$\log_5(\sqrt{125})^3 = \log_5(5^{\frac{3}{2}})^3 = \log_5(5)^{\frac{9}{2}} = \frac{9}{2} \log_5 5 = 4 \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری ریاضی - ۹۰)

-۱۳۵

ابتدا  $2\sqrt[3]{50/25}$  را ساده می‌کنیم:

$$2\sqrt[3]{50/25} = 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 2\sqrt[3]{2^{-2}} = 2 \times 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$A = \log_8 2\sqrt[3]{50/25} = \log_{2^3} 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_{2^3} 2 = \frac{1}{9}$$

$$\log_4 \left(\frac{1}{A} - 1\right) \stackrel{A = \frac{1}{9}}{=} \log_4 (9 - 1) = \log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\log_x \sqrt{y} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \log_x y^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \log_x y = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_x y = -1 \Rightarrow x^{-1} = y \Rightarrow \frac{1}{x} = y$$

با قراردادن در رابطه، خواهیم داشت:

$$\log_2 (1 + y) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۱۵)

- ۱۳۷

$$2 \log(x - 2) = \log(x + 10) \Rightarrow \log(x - 2)^2 = \log(x + 10)$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 = x + 10 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غقق} \\ x = 6 \end{cases}$$

$x = -1$  غیر قابل قبول است. زیرا لگاریتم برای اعداد مثبت تعریف می‌شود، بنابراین:

$$\log_4(x + 2) \stackrel{x=6}{=} \log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱

(سراسری تهرانی شارح از کشور - ۹۲)

- ۱۳۸

در معادله  $4^x + 2^x = 72$  با فرض  $2^x = t \geq 0$  به معادله زیر می‌رسیم:

$$(2^x)^2 + 2^x = 72 \Rightarrow t^2 + t - 72 = 0$$

$$\Rightarrow (t + 9)(t - 8) = 0 \xrightarrow{t > 0} t = 8$$

پس  $2^x = 8$  و از آنجا  $x = 3$ ، با قرار دادن این مقدار در معادله دوم خواهیم داشت:

$$\log(x + 1) + \log(2y + x^2) = 2 \xrightarrow{x=3} \log 4 + \log(2y + 9) = 2$$

$$\Rightarrow \log 4(2y + 9) = 2 \Rightarrow 4(2y + 9) = 10^2 = 100$$

$$\Rightarrow 2y + 9 = 25 \Rightarrow y = 8$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۹۸ و ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱



با استفاده از خواص توان، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (5/2)^{5x-x^2-8} < 625 &\Rightarrow (5^{-1})^{5x-x^2-8} < 5^4 \\ \Rightarrow x^2 - 5x + 8 < 4 \\ \Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0 &\Rightarrow (x-4)(x-1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 4 \\ &\text{(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۷)} \end{aligned}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۱۸)

$$\log(2x-1) + \frac{1}{2}\log x^2 = \log 3$$

$$\log(2x-1) + \log|x| = \log 3$$

اما  $2x-1 > 0$  پس  $x > \frac{1}{2}$ ، لذا  $|x| = x$  پس

$$\log(2x-1)x = \log 3 \Rightarrow x(2x-1) = 3$$

$$\Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} x = -1, x = \frac{3}{2}$$

اما  $x > \frac{1}{2}$  پس  $x = \frac{3}{2}$  قابل قبول است، لذا حاصل عبارت را به ازای  $x = \frac{3}{2}$  می‌یابیم:

$$\log_4 \frac{x}{3} \stackrel{x=\frac{3}{2}}{=} \log_4 \frac{1}{2} = \log_{2^2} 2^{-1} = \frac{-1}{2} \log_2 2 = \frac{-1}{2}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مجموعه اعداد اول نسبت به عمل جمع بسته نیست، زیرا به عنوان مثال مجموع دو عدد اول ۳ و ۵ عددی اول نیست. همچنین مجموعه اعداد گنگ نیز نسبت به عمل جمع بسته نیست، زیرا به عنوان مثال مجموع دو عدد گنگ  $\sqrt{2}$  و  $-\sqrt{2}$  عددی گویاست. اما مجموعه اعداد گویا نسبت به عمل جمع بسته است، زیرا:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd} \in \mathbb{Q}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱ تا ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آزمون کانون ریاضی - ۹۱)

- ۱۱۲

$$\circ / \overline{ab} = \frac{2a}{15} \xrightarrow{\times 10} a / \overline{b} = \frac{4a}{3}$$

$$\Rightarrow a + \frac{b}{9} = \frac{4a}{3} \xrightarrow{\times 9} 9a + b = 12a$$

$$\Rightarrow b = 3a \xrightarrow{1 \leq b \leq 8} \begin{cases} b = 3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \circ / \overline{ab} = \circ / 13 \\ b = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \circ / \overline{ab} = \circ / 26 \end{cases}$$

پس دو بسط اعشاری متناوب وجود دارد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left| \frac{x-3}{2x-1} \right| > 1 \xrightarrow{x \neq \frac{1}{2}} |x-3| > |2x-1|$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

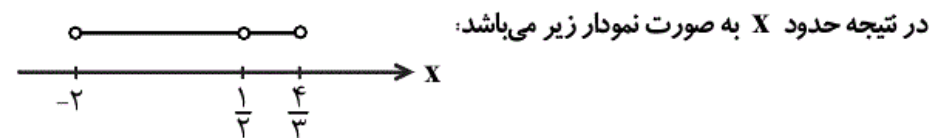
$$x^2 - 6x + 9 > 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 < 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(3)(-8)}}{2(3)} = \frac{-2 \pm 10}{6}$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 \text{ و } x_2 = \frac{4}{3} \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{تعیین}} \begin{array}{c|ccc} x & -2 & & \frac{4}{3} \\ \hline P & + & | & - & | & + \end{array}$$

$$-2 < x < \frac{4}{3} \text{ و } x \neq \frac{1}{2}$$

بنابراین باید داشته باشیم:



پس یک همسایگی به شعاع، بزرگترین مقدار ممکن، بازه  $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$  است.

$$\Rightarrow \text{مرکز همسایگی } a = \frac{-2 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{-3}{4}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی - سوال ۹۹۵)

- ۱۱۴

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ : 0 \leq 2(a-1)^2 + (b-2)^2 < x$$

$$\Rightarrow 2(a-1)^2 + (b-2)^2 = 0$$

هرگاه مجموع چند عبارت نامنفی، برابر صفر باشد، آنگاه تک تک آنها باید برابر صفر باشند.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ (b-2)^2 = 0 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آزمون کانون ریاضی - ۱۹)

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48}$$

$$= (\sqrt{1} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - \sqrt{4}) + \dots + (\sqrt{48} - \sqrt{49})$$

$$= \sqrt{1} - \sqrt{49} = 1 - 7 = -6$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۹۳)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n+1}{3n-2} = \frac{4}{3} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \left| \frac{4n+1}{3n-2} - \frac{4}{3} \right| < \frac{2}{100}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{4n+1}{3n-2} - \frac{4}{3} \right| < \frac{1}{50} \Rightarrow \left| \frac{12n+3-12n+8}{3(3n-2)} \right| < \frac{1}{50}$$

$$\Rightarrow \frac{11}{9n-6} < \frac{1}{50} \Rightarrow 9n-6 > 550 \Rightarrow 9n > 556$$

$$\Rightarrow n > \frac{556}{9} = 61\frac{7}{9} \Rightarrow n \geq 62$$

پس کمترین مقدار  $n$  برابر ۶۲ است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم اگر یک دنباله همگرا باشد، آنگاه کران‌دار است، لذا ابتدا همگرایی دنباله را

بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} + \sqrt{n}} = \frac{1}{2}$$

دنباله همگرا و بنابراین کران‌دار است. برای بررسی یکنوایی دنباله خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} \left( \sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1 \right)} \Rightarrow a_n = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}$$

یکنوایی مخرج کسر را بررسی می‌کنیم. از آنجایی که دنباله‌ی  $\frac{1}{n}$  نزولی است،

پس  $(1 + \frac{1}{n})$  و در نتیجه  $\sqrt{1 + \frac{1}{n}}$  نیز نزولی هستند. بنابراین  $1 + \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$  نزولی

بوده و در نتیجه  $\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}$  صعودی می‌باشد. لذا دنباله داده شده صعودی و

کران‌دار است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تهری - ۸۷)

- ۱۱۸

$$U_n : \frac{1}{9}, \frac{8}{21}, \dots \text{ و } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \frac{3}{4}$$

این دنباله صعودی است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تهری - ۸۵)

- ۱۱۹

اگر دنباله جزء صحیح  $a_n$  را  $u_n$  بنامیم، خواهیم داشت:

$$\text{اگر } n \text{ زوج باشد} \Rightarrow a_n = \frac{1}{n} \xrightarrow{0 < \frac{1}{n} < 1} u_n = \left[ \frac{1}{n} \right] = 0$$

$$\text{اگر } n \text{ فرد باشد} \Rightarrow a_n = -\frac{1}{n} \xrightarrow{-1 \leq -\frac{1}{n} < 0} u_n = \left[ \frac{-1}{n} \right] = -1$$

در نتیجه دنباله  $u_n$  کران‌دار و نوسانی است و بنابراین نه صعودی است و نه نزولی.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به این که  $(2n-1)$  یک عدد فرد است، بنابراین  $(-1)^{2n-1} = -1$ ، در نتیجه:

$$\left\{ n^{(-1)^{2n-1}} \right\} = \left\{ n^{(-1)} \right\} = \left\{ \frac{1}{n} \right\}$$

از آنجا که  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$  می‌باشد، بنابراین این دنباله همگراست.

بررسی گزینه‌های دیگر:

$$a_n = \cos \frac{n\pi}{2} \quad \text{گزینه (۲):}$$

اگر اعضای این دنباله را نمایش دهیم، داریم:

$$a_1 = 0, a_2 = -1, a_3 = 0, a_4 = 1, a_5 = 0, a_6 = -1, \dots$$

مشاهده می‌شود که جملات این دنباله به سمت عدد خاصی نزدیک نمی‌شوند پس، این دنباله واگراست.

گزینه (۳):

$$a_n = \left[ 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right] = \begin{cases} 2 + \left[ \frac{1}{n} \right] & ; \text{ زوج } n \\ 2 + \left[ -\frac{1}{n} \right] & ; \text{ فرد } n \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = \begin{cases} 2 & \text{زوج } n \\ 1 & \text{فرد } n \end{cases}$$

بنابراین این دنباله نیز به سمت عدد خاصی میل نمی‌کند پس این دنباله واگراست.

گزینه (۴):

$$a_n = \left[ 1 - \frac{(-1)^n}{n} \right] = \begin{cases} 1 + \left[ -\frac{1}{n} \right] & ; \text{ زوج } n \\ 1 + \left[ \frac{1}{n} \right] & ; \text{ فرد } n \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_n = \begin{cases} 0 & ; \text{زوج } n \\ 1 + \left[ \frac{1}{n} \right] & ; \text{فرد } n \end{cases}$$

در نتیجه اعضای این دنباله به صورت روبه‌رو می‌باشد:  $a_n : 2, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$  این دنباله نیز به سمت عدد خاصی نزدیک نمی‌شود، پس واگراست.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱