



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

-۴۱ - اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$ باشند و $x_1 < x_2$ ، مقدار $x_1^2 - x_2^2$ کدام است؟

-۷ (۴)

-۵ (۳)

-۴ (۲)

-۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۴۲ - اگر معادله $2x^2 + 4x = a$ ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، قدر مطلق اختلاف عدد a و ریشه‌ی مضاعف کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۴۳ - معادله $x^2 + mx + m^2 = 0$ چند ریشه دارد؟ ($m \neq 0$)

۲) دو ریشه حقیقی مختلف علامت دارد.

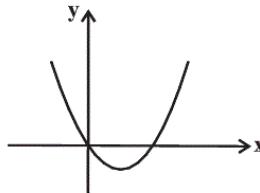
۱) دو ریشه حقیقی هم علامت دارد.

۴) ریشه ندارد.

۳) بستگی به مقدار m دارد.

شما پاسخ نداده اید

-۴۴ - به ازای چند مقدار m ، نمودار سهمی $y = mx^2 + (1-m)x + 2m - 1$ به صورت شکل زیر درمی‌آید؟



۱) هیچ

۲)

۳)

۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

-۴۵ - مجموعه جواب نامعادله $\frac{2-x}{3} + x \leq \frac{5+2x}{2}$ کدام است؟

$\left\{ x \geq \frac{11}{2} \right\}$ (۴)

$\left\{ x \geq -\frac{11}{2} \right\}$ (۳)

$\left\{ x \leq \frac{11}{2} \right\}$ (۲)

$\left\{ x \leq -\frac{11}{2} \right\}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۴۶ - مجموعه مقادیر m کدام باشد تا عبارت $P = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 2$ به ازای جمیع مقادیر x منفی باشد؟

$\{-1 < m < 1\}$ (۴)

$\{-1 < m \leq 1\}$ (۳)

$\{-2 \leq m \leq 2\}$ (۲)

$\{-2 \leq m < 2\}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۴۷ - اگر عبارت $p(x) = x^2 - 3x + 2$ به ازای $x = \frac{m+1}{2}$ منفی باشد، آنگاه حدود تغییرات m کدام است؟

$0 < m < 2$ (۴)

$1 < m < 3$ (۳)

$2 < m < 4$ (۲)

$3 < m < 5$ (۱)

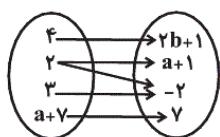
شما پاسخ نداده اید

-۴۸- اگر مجموعه جواب نامعادله $4 \leq -2x + 1 < 4$ برابر A و مجموعه جواب نامعادله $2 \leq -B - A$ باشد، آنگاه حاصل کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $[-\frac{2}{3}, +\infty)$ (۳) $R - [-3, 2]$ (۴) $(-3, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

-۴۹- اگر نمودار پیکانی (نمودار ون) مقابله مربوط به یک تابع باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟



- (۱) -۱
(۲) صفر
(۳) ۱
(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

-۵۰- در تابع خطی $y = ax + b$ با شرط $a \neq 0$ ، دامنه و برد تابع فقط در یک نقطه اشتراک دارند. اگر دامنه تابع $[1, 3]$ باشد، کدام گزینه نمی‌تواند درست باشد؟

- (۱) $a + b = 0$ (۲) $a + b = 1$ (۳) $3a + b = 3$ (۴) $3a + b = 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

-۵۱- در یک دنباله حسابی با جملات k ، $a_1 = 4 + k$ ، $a_3 = 11$ و $a_2 = 2k + 3$ ، مجموع n جمله‌ی اول ۲۴۷ است، n کدام است؟

کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

-۵۲- جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی ۲۷ برابر جمله‌ی چهارم آن است. حاصل $\frac{S_4}{S_8}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{81}$ (۲) $\frac{1}{82}$ (۳) $\frac{81}{82}$ (۴) $\frac{82}{81}$

شما پاسخ نداده اید

-۵۳- اگر ریشه‌های معادله $x^3 - 4x - k = 0$ جملات متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، k کدام است؟

۱) ۲

۱) صفر

۲) ۴

-۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

-۵۴- در معادله $x^3 + mx - 6 = 0$ یکی از ریشه‌ها از دو برابر ریشه‌ی دیگر ۵ واحد کم‌تر است. مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

۳) ۲

$\frac{27}{2}$) ۱

-۳) ۴

$-\frac{27}{2}$) ۳

شما پاسخ نداده اید

-۵۵- معادله $\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x}{x+2} = \frac{3x^2}{x^2+x-2}$ چند ریشه دارد؟

۱) ۲

۱) صفر

۴) سه

۳) دو

شما پاسخ نداده اید

-۵۶- معادله $x + \sqrt{x} = 4$ چند جواب دارد؟

۲) ۲

۱) ۱

۴) صفر

۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

-۵۷- مجموع جواب‌های معادله $| \frac{x^2+1}{2x-1} | = x+1$ کدام است؟

$-\frac{4}{3}) ۲$

$\frac{2}{3}) ۱$

$\frac{4}{3}) ۴$

$-\frac{2}{3}) ۳$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۸- خطوط $y = 2x + 2$ و $x - 2y = 1$ دو ضلع یک مستطیل و نقطه‌ی A(1,3) رأس آن می‌باشد، مساحت این مستطیل چند واحد مربع است؟

۳/۲ (۱)

۳/۵ (۲)

۴ (۴)

۳/۶ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

- ۵۹- چه تعداد از جملات زیر درست هستند؟

الف) اگر دامنه دو تابع با هم برابر و برد آن‌ها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابرند.

ب) برد و هم‌دامنه تابع می‌توانند یکی باشند.

پ) هم‌دامنه تابع زیرمجموعه‌ای از برد آن است.

ت) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنه آن بازه $(-2, 2)$ و برد آن $(0, 4)$ است.

۱) صفر

۲ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

- ۶۰- اگر برد تابع $f(x) = x + \frac{x}{|x|}$ را مجموعه A و برد تابع $g(x) = x^2 - 6x$ را B در نظر بگیریم، در این صورت مجموعه‌ی $B - A$ شامل چند عدد صحیح است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۴ (۳)

۴) بی‌شمار

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

۷۱- در کدام **n** ضلعی محدب، تعداد قطرها سه برابر تعداد اضلاع است؟

(۱) ۷ ضلعی

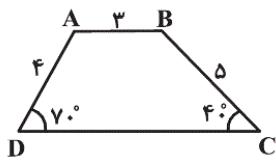
(۲) ۸ ضلعی

(۳) ۹ ضلعی

(۴) ۱۰ ضلعی

شما پاسخ نداده اید

۷۲- طول ضلع CD در ذوزنقه‌ی مقابل چقدر است؟



(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۹

(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۷۳- مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی یک مستطیل، $\frac{2}{3}$ مساحت آن مستطیل است. طول این مستطیل چند برابر عرض آن است؟

(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۴

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۷۴- در یک مثلث قائم‌الزاویه، یکی از زوایای حاده 20° درجه است. زاویه‌ی بین ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر چند درجه است؟

(۱) 50°

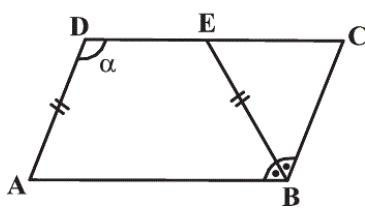
(۲) 60°

(۳) 40°

(۴) 45°

شما پاسخ نداده اید

۷۵- در شکل مقابل **ABCD** متوازی‌الاضلاع، BE نیمساز زاویه‌ی ABC و $AD = BE$ است. اندازه‌ی α کدام است؟



(۱) 135°

(۲) 130°

(۳) 125°

(۴) 120°

شما پاسخ نداده اید

۷۶- در یک مثلث قائم‌الزاویه، یکی از زاویه‌ها 75° است. اگر طول ارتفاع وارد بر وتر برابر ۳ باشد، طول میانه‌ی وارد بر وتر کدام است؟

۷ (۲)

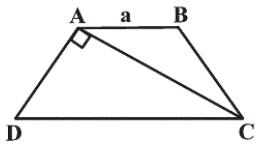
۶ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین $ABCD$ ، اگر $AD = 2BC$ و قطر AC عمود باشد، محیط ذوزنقه چند برابر a است؟



۴ (۲)

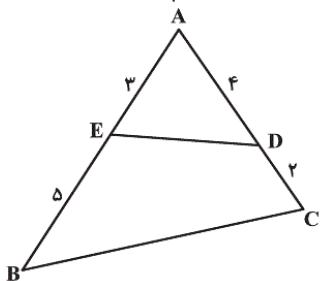
۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی $BCDE$ ، برابر ۱۲ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، مساحت مثلث ABC کدام است؟



۱۶ (۲)

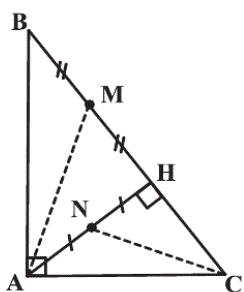
۱۵ (۱)

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- در مثلث قائم‌الزاویه ABC شکل زیر، نقاط M و N به ترتیب وسط‌های پاره‌خط‌های BH و AH هستند. اگر $AM = 3HC$ باشد، نسبت



به CN کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۲)

۳ (۱)

$3\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- دو مثلث قائم‌الزاویه $A'B'C'$ و ABC باشند، آن‌گاه طول

کوتاه‌ترین ارتفاع مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۲)

$3\sqrt{2}$ (۱)

$2\sqrt{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۱- ریشه‌ی کوچک‌تر معادله‌ی $49x^3 - 35x - 14 = 0$ عدد $\frac{2}{a}$ است. مقدار a کدام است؟

۷ (۴)

-۲ (۳)

-۷ (۲)

۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر از مریع عددی طبیعی سه برابر آن عدد را کم کنیم، حاصل برابر با پنج برابر قرینه آن عدد، به علاوه‌ی ۳ است، آن عدد کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۳- بهازای کدام مجموعه مقادیر a ، معادله‌ی $(1-a)x^3 + 2ax - 3 = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز است؟

$(-\infty, 0)$ (۴)

$R - \{1\}$ (۳)

$(1, +\infty)$ (۲)

R (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۴- نمودار سهمی $y = mx^3 + 4x + m - 1$ نسبت به محور x ها و خط $y = k$ در شکل مقابل نشان داده شده است. اگر $\alpha + \beta = 4$ باشد، مقدار m

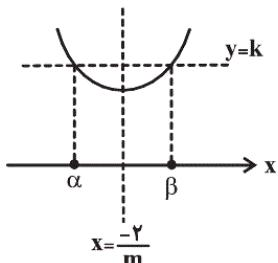
کدام است؟

۱ (۱)

-۱ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴) وجود ندارد.



شما پاسخ نداده اید

۶۵- عبارت $P(x) = \frac{(x-2)(x^2-3x+4)}{-x^2-2x+3}$ در بازه‌ی (a, b) همواره مثبت است. حداقل مقدار $b - a$ کدام است؟

۵ (۴)

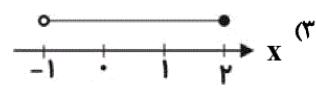
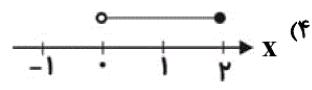
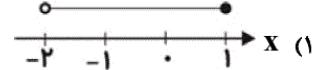
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۶- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{3x+4}{2} \leq 5$ روی محور اعداد حقیقی کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر بازه‌ی $[a, b]$ مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $4x^2 - 4x + 3 \leq 2a + b$ باشد، حاصل $2a + b$ کدام است؟

-۶ (۴)

۴ (۳)

$-\frac{5}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۸- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x-2| + |+1| < 3$ کدام است؟

$(-2, 2)$ (۴)

$(-4, 0)$ (۳)

$(0, 4)$ (۲)

$(-2, 6)$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۴) بی‌شمار

۳ (۲)

۲ (۱)

۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

-۷۰- اگر رابطه‌ی $f = \{(2, \frac{x^2 + 2x}{3}), (5, 7), (2, 1), (t - x, 6), (1, 2), (2, \frac{t^2 + 6}{\Delta t})\}$ یک تابع باشد، $t \cdot x$ چه عددی است؟

۲ (۴)

-۶ (۳)

۳ (۲)

-۹ (۱)

شما پاسخ نداده اید

(کاظم اجلالی)

-۴۱

معادله را به روش تجزیه حل می‌کنیم:

$$x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + (-\sqrt{2})(-\sqrt{3}) = 0$$

$$\Rightarrow (x - \sqrt{2})(x - \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} = x_1 \\ x = \sqrt{3} = x_2 \end{cases}$$

$$x_1^2 - x_2^2 = 2 - 3 = -1$$

(ریاضی، - معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

بنابراین:

(محمد بهیرایی)

-۴۲

$$\text{در معادله‌ی درجه دوم } a'x^2 + b'x + c' = 0 \text{ ریشه‌ی مضاعف از رابطه‌ی}$$

$$2x^2 + 4x - a = 0 \quad \text{به دست می‌آید. داریم: } x = \frac{-b'}{2a'}$$

$$-\frac{b'}{2a'} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$\Rightarrow 2 \times (-1)^2 + 4 \times (-1) - a = 0 \Rightarrow 2 - 4 - a = 0 \Rightarrow a = -2$$

اختلاف a و ریشه‌ی مضاعف

(ریاضی، - معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیرحسین اخشار)

-۴۳

$$-x^2 + mx + m^2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = m^2 - 4(-1)(m^2) = m^2 + 4m^2 = 5m^2 > 0$$

چون $(m \neq 0)$ است، پس $5m^2$ حتماً مثبت است و معادله دقیقاً دو ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد. از طرفی حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$x_1 \times x_2 = \frac{-m + \sqrt{5m^2}}{-2} \times \frac{-m - \sqrt{5m^2}}{-2} = \frac{m^2 - 5m^2}{4} = -m^2 < 0$$

بنابراین حاصل ضرب ریشه‌ها منفی است. پس معادله دو ریشه متمایز مختلف العلامت دارد.

(ریاضی، - معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

چون سهمی از مبدأ مختصات گذشته است، نقطه‌ی $(0,0)$ در ضابطه‌ی آن صدق می‌کند:

$$x = \frac{m}{2} \rightarrow m(0)^2 + (1-m)(0) + 2m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

با جایگذاری $m = \frac{1}{2}$ در سهمی به ضابطه‌ی روبه‌رو می‌رسیم: حال طول نقطه‌ی دیگر برخورد سهمی با محور طول‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$$

با توجه به شکل، ریشه‌ی دوم معادله باید مثبت باشد که با $x_2 = -1$ در تناقض است. پس هیچ مقداری برای m وجود ندارد. (ریاضی - معارله‌ها و نامعارله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب تابستان - سوال ۳۵۵ - صفحه‌ی ۵۵)

$$\left(\frac{2-x}{3} + x \leq \frac{5+2x}{2} \right) \times 6 \Rightarrow 2(2-x) + 6x \leq 3(5+2x)$$

$$\Rightarrow 4 - 2x + 6x \leq 15 + 6x \Rightarrow -2x + 6x - 6x \leq 15 - 4$$

$$\Rightarrow -2x \leq 11 \Rightarrow x \geq -\frac{11}{2}$$

(ریاضی - معارله‌ها و نامuarله‌ها - صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(محمد پور احمدی)

شرط این‌که چندجمله‌ای درجه دوم $ax^2 + bx + c$ به‌ازای جمیع مقادیر x منفی

$$\text{باشد آن است که } \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}.$$

$$a = m-1, b = -2(m-1), c = -2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4(m-1)^2 - 4(m-1)(-2)$$

$$\begin{cases} 4(m-1)^2 + 8(m-1) < 0 \\ m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(m-1)(m-1+2) < 0 \\ m-1 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4(m-1)(m+1) < 0 \\ m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 1 \end{cases} \Rightarrow -1 < m < 1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب تابستان - سوال ۳۵۰ - صفحه‌ی ۵۵)

$$p(x) = x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & & 1 & 2 \\ \hline p(x) & + & - & + \end{array}$$

$$\Rightarrow p\left(\frac{m+1}{2}\right) < 0 \Rightarrow 1 < \frac{m+1}{2} < 2 \Rightarrow 2 < m+1 < 4 \Rightarrow 1 < m < 3$$

(ریاضی - مuarله‌ها و نامuarله‌ها - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹ و ۸۳ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

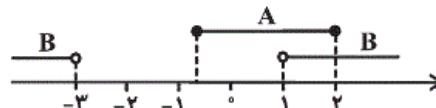
$$|3x - 2| \leq 4 \xrightarrow{a > 0} |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a \rightarrow -4 \leq 3x - 2 \leq 4$$

$$-2 \leq 3x \leq 6 \xrightarrow{\div 3} -\frac{2}{3} \leq x \leq 2 \Rightarrow A = [-\frac{2}{3}, 2] \quad (1)$$

$$|x + 1| > 2 \xrightarrow{a > 0} |x| > a \Leftrightarrow x > a \text{ یا } x < -a \rightarrow x + 1 > 2 \text{ یا } x + 1 < -2$$

$$\Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -3 \Rightarrow B = (-\infty, -3) \cup (1, +\infty) \quad (2)$$

$$B - A = (-\infty, -3) \cup (1, +\infty) = R - [-3, 2]$$



(ریاضی، ا- معادله ها و نامعادله ها- صفحه های ۷۱ و ۹۳)

۴

۳✓

۲

۱

اگر نمودار پیکانی داده شده را به صورت زوج مرتب بنویسیم، خواهیم داشت:

$$f = \{(4, 2b+1), (2, a+1), (2, -2), (3, -2), (a+2, 2)\}$$

زوج های مرتبی که دارای مؤلفه های اول مساوی اند باید مؤلفه های دوم آنها نیز برابر باشد. پس:

$$\begin{cases} (2, a+1) \in f \\ (2, -2) \in f \end{cases} \Rightarrow a+1 = -2 \Rightarrow a = -3$$

$$\Rightarrow f = \{(4, 2b+1), (2, -2), (2, -2), (3, -2), (4, 2)\}$$

$$\begin{cases} (4, 2) \in f \\ (4, 2b+1) \in f \end{cases} \Rightarrow 2b+1 = 2 \Rightarrow 2b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \quad \text{بنابراین دلیل فوق:}$$

$$\Rightarrow a+b = -3 + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

(ریاضی ا- تابع- صفحه های ۹۵ و ۱۰۰)

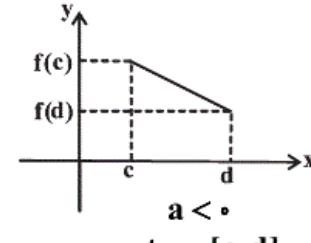
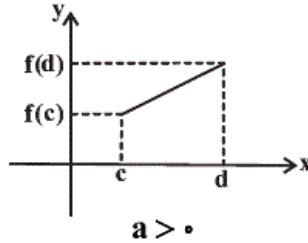
۴

۳

۲✓

۱

به نمودارهای توابع خطی $y = ax + b$ توجه کنید:



بنابراین:

$$y = ax + b : \begin{cases} (1) \quad a > 0 : \text{دامنه} = [1, 3], \text{برد} = [a+b, 3a+b] \\ (2) \quad a < 0 : \text{دامنه} = [1, 3], \text{برد} = [3a+b, a+b] \end{cases}$$

چون دامنه و برد تنها در یک نقطه مشترک هستند، لذا نقطه ابتدایی دامنه با نقطه انتهایی برد برابر است، یعنی:

$$\begin{cases} (1) \quad 1 = 3a + b \\ (2) \quad 3 = a + b \\ (3) \quad 1 = a + b \\ (4) \quad 3 = 3a + b \end{cases}$$

عبارت $a + b = 0$ نمی‌تواند درست باشد.

(ریاضی ا- تابع- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

$$a_1 = 4 + k, a_7 = 2k + 3, a_{11} = 11 \xrightarrow{2a_7 = a_1 + a_{11}}$$

$$2(2k + 3) = (4 + k) + 11 \Rightarrow k = 3$$

$$S_n = 247, a_1 = 7, a_7 = 9, a_{11} = 11 \Rightarrow d = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow 247 = \frac{n}{2}(2(7) + (n-1)(2))$$

$$\Rightarrow 247 = n(n+6) \Rightarrow n^2 + 6n - 247 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{-3 \pm \sqrt{256}}{2} = -3 \pm 16 \Rightarrow \begin{cases} n = -19 & \text{غ ق ق} \\ n = 13 & \text{ق ق ق} \end{cases}$$

۱

۳

۲ ✓

۱

(ابراهیم نجفی)

$$a_1 = ۲۷a_4 \xrightarrow{a_n = a_1 q^{n-1}} a_1 = ۲۷ \times a_1 q^3$$

$$\Rightarrow q^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

$$\frac{S_4}{S_8} = \frac{\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}} = \frac{1-q^4}{1-q^8} = \frac{1-q^4}{(1-q^4)(1+q^4)}$$

$$= \frac{1}{1+q^4} = \frac{1}{1+\frac{1}{81}} = \frac{1}{\frac{82}{81}} = \frac{81}{82}$$

۴✓

۳

۲

۱

(ابراهیم نجفی)

$$-kx^2 = 4x - x^3 \Rightarrow x^3 - kx^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - kx - 4) = 0$$

با توجه به این که یکی از ریشه‌ها برابر صفر است، پس باید معادله‌ی

 $x^2 - kx - 4 = 0$ دارای دو ریشه باشد به‌طوری‌که با عدد صفر تشکیلدبیله‌ی حسابی دهنده و چون ضرب ریشه‌ها برابر $-4 = -\frac{c}{a}$ است، پسدو ریشه مختلف‌العامت بوده و قرینه‌های هم هستند، یعنی $+2$ و -2

ریشه‌های آن هستند و داریم:

$$-\frac{b}{a} = \text{مجموع ریشه‌ها} \Rightarrow +2 - 2 = k \Rightarrow k = 0$$

۴

۳

۲

۱✓

از رابطه‌ی ضرب ریشه‌ها و ضرایب داریم: x_1 و x_2 ریشه‌های معادله

صورت سؤال هستند.)

$$x_1 x_2 = -\frac{c}{a} = -2 \quad (\text{I})$$

$$x_2 = 2x_1 - 5 \quad (\text{II})$$

همچنین طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{(\text{I}), (\text{II})}{(2x_1 - 5)x_1 = -2 \Rightarrow 2x_1^2 - 5x_1 + 2 = 0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5 + \sqrt{25 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} = 2 \\ x'_1 = \frac{5 - \sqrt{25 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{(\text{II})}{\begin{cases} x_2 = -1 \\ x'_2 = -4 \end{cases}}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی جمع ریشه‌ها و ضرایب خواهیم داشت:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{m}{a} \\ x'_1 + x'_2 = -\frac{m}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = \frac{21}{2} \end{cases}$$

✓

۳

۲

۱

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x}{x+2} = \frac{3x^2}{(x+2)(x-1)}$$

$$D = R - \{1, -2\}$$

حال ک.م.م مخرج‌ها را در عبارت ضرب می‌کنیم:

$$(x-1)(x+2) \left[\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x}{x+2} \right] = \frac{3x^2}{(x+2)(x-1)}$$

$$\Rightarrow (x+2)(x+1) + (x-1)2x = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 + 2x^2 - 2x = 3x^2 \Rightarrow 3x^2 + x + 2 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

معادله جواب ندارد.

۱

۲

۳

۴ ✓

برای این که معادله با معنی باشد باید $x \geq 0$.

$$x + \sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 - x$$

سمت چپ عبارت فوق نامنفی است، پس سمت راست آن هم باید نامنفی باشد.

$$4 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$$

بنابراین شرط قابل قبول بودن جواب‌ها $0 \leq x \leq 4$ است.

حالا با توانرسانی معادله را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{x} = 4 - x \Rightarrow x = 16 + x^2 - 8x$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{17}}{2} > 4 \\ x = \frac{9 - \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

پس معادله فقط یک جواب دارد.

۴

۳

۲

۱ ✓

$$|u|=a \Rightarrow \begin{cases} u=a \\ u=-a \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{x^2+1}{2x-1} \right| = x+1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2+1}{2x-1} = x+1 \\ \frac{x^2+1}{2x-1} = -x-1 \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{x^2+1}{2x-1} = x+1 \Rightarrow x^2+1 = 2x^2+x-1$$

$$\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

$$(2) \quad \frac{x^2+1}{2x-1} = -x-1 \Rightarrow x^2+1 = -2x^2-x+1$$

$$\Rightarrow 3x^2+x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

اما $x=-2$ قابل قبول نیست چون اگر در معادله اصلی قرار دهیم

سمت راست تساوی منفی می شود و این امکان پذیر نیست، بنابراین:

$$\{-\frac{1}{3}, 0, 1\} \Rightarrow \text{مجموع} = 1 + 0 + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(فریدون ساعتی)

$$d_1 : x + 2y - 1 = 0 \Rightarrow m_{d_1} = -\frac{1}{2}$$

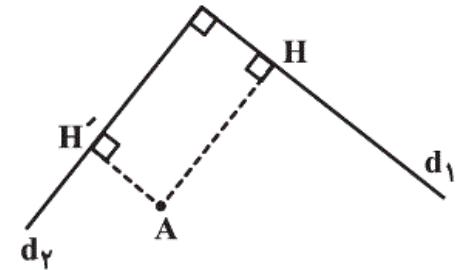
$$d_2 : 2x - y - 2 = 0 \Rightarrow m_{d_2} = 2$$

$$\Rightarrow m_{d_1} \cdot m_{d_2} = -1 \Rightarrow d_1 \perp d_2$$

و مختصات نقطه‌ی A در دو خط d_1 و d_2 صدق نمی‌کند بنابراین فاصله‌ی A تا d_2 ، همان اندازه طول و عرض مستطیل مورد نظر است.

$$AH = \frac{|1+2(3)-1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

$$AH' = \frac{|2(1)-3-2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$



$$= \frac{6}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{18}{5} = 3.6$$

۴

۳✓

۲

۱

(همیر علیزاده)

جمله الف غلط است چون ممکن است دوتابع دامنه‌های یکسان و

بردهای یکسان داشته باشند اما مساوی نباشند مثل $f(x) = x^3$ و

$$f(x) = |x|$$

همچنین جمله پ غلط است چون برد تابع زیرمجموعه همدامنه می‌باشد.

۴

۳✓

۲

۱

(فایروز ساعتی)

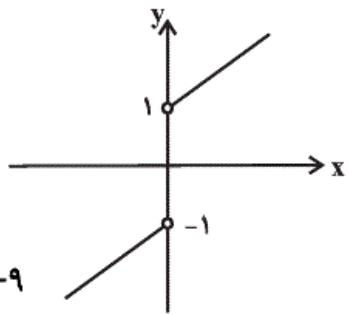
$$f(x) = x + \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x+1 & x > 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = R_f = R - [-1, 1]$$

$$g(x) = x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9 \Rightarrow g(x) \geq -9$$

$$\Rightarrow B = R_g = [-9, +\infty)$$

$B - A = [-1, 1] \Rightarrow$ شامل سه عدد صحیح ۱ و ۰ و -۱ است.



۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه‌ی ۱ ، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

(سینا محمدپور)

-۷۱-

می‌دانیم در هر n ضلعی محدب، تعداد قطرها $\frac{n(n-3)}{2}$ است.

بنابراین با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\frac{n(n-3)}{2} = 3n \Rightarrow \frac{n-3}{2} = 3 \Rightarrow n-3 = 6 \Rightarrow n = 9$$

(هندسه ا-صفحه‌ی ۵۵)

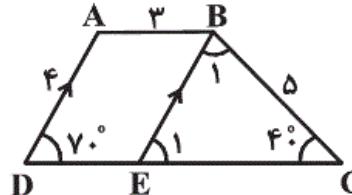
۴

۳ ✓

۲

۱

(علی فتح آبادی)



از رأس B خطی موازی AD رسم می‌کنیم تا DC را در نقطه E قطع کند.

$ABED$ متوازی‌الاضلاع $\Rightarrow DE = AB = 3$

$$\begin{cases} AD \parallel BE \\ DC \text{ مورب} \end{cases} \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D} = 70^\circ \xrightarrow{\hat{C}=40^\circ} \hat{B}_1 = 40^\circ$$

$$\hat{E}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow EC = BC = 5$$

$$\Rightarrow CD = DE + EC = 3 + 5 = 8$$

(هندسه - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۴

۳

۲✓

۱

(امیرحسین ابومهبدوب)

مساحت مربعی که از برخورد نیمسازهای داخلی مستطیلی به طول a و

عرض b ایجاد می‌شود، برابر $\frac{(a-b)^2}{2}$ است، بنابراین طبق فرض

داریم:

$$\frac{(a-b)^2}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(a-b)^2 = 4ab$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 6ab + 3b^2 = 4ab$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 10ab + 3b^2 = 0$$

$$\xrightarrow{\div b^2} 3\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 10\left(\frac{a}{b}\right) + 3 = 0$$

از حل معادله با روش Δ داریم:

$$\frac{a}{b} = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{6} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 3 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

با توجه به آنکه $a > b$ ، پس $\frac{a}{b} = 3$ قابل قبول است.

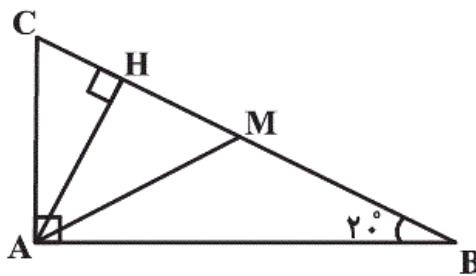
(هندسه - صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۴✓

۳

۲

۱



در مثلث قائم‌الزاویه میانه‌ی وارد
بر وتر نصف وتر است.
 $AM = MB$
پس:
در نتیجه:

$$\hat{MAB} = 20^\circ$$

(ΔAMB زاویه خارجی در $A\hat{M}H$): $\hat{AMH} = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$

$$\Rightarrow \hat{HAM} = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$$

(هنرسه - صفحه‌ی ۶۰)

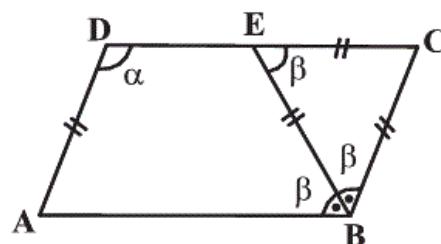
۴

۳

۲ ✓

۱

(رضای عباسی اصل)



فرض کنیم $\hat{ABE} = \hat{EBC} = \beta$ ، بنا به قضیه خطوط موازی
است. داریم $\hat{CEB} = \beta$

$$\Delta EBC : \hat{EBC} = \hat{CEB} = \beta \Rightarrow CE = CB$$

پس مثلث ΔEBC متساوی‌الاضلاع است و $\beta = 60^\circ$ و در نتیجه

$$\alpha = 2\beta = 120^\circ$$

(هنرسه - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

در مثلث قائم الزاویه اگر اندازه‌ی زاویه‌ای 75° باشد، طول ارتفاع وارد

بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است و ضمیماناً می‌دانیم در هر مثلث قائم الزاویه، طول

میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است.

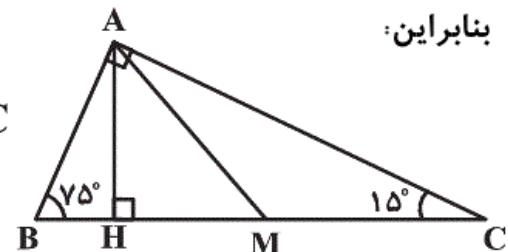
بنابراین:

$$AH = \frac{1}{4} BC \Rightarrow 3 = \frac{1}{4} BC$$

$$\Rightarrow BC = 12$$

$$AM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow AM = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

(هنرسه - صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)



۴

۳

۲

۱ ✓

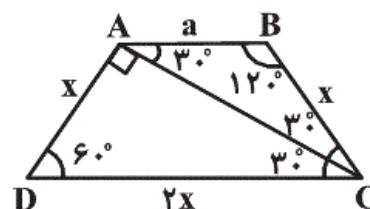
(علیرضا نصراللهی)

-۷۷-

در مثلث قائم الزاویه، ضلع روبروی زاویه 30° ، نصف وتر می‌باشد.

با توجه به این‌که $AD = BC = \frac{CD}{2}$ می‌توان

گفت $\hat{D} = 60^\circ$ و $\hat{ACD} = 30^\circ$



در ذوزنقه‌ی متساوی الساقین ABCD، زوایای \hat{D} و \hat{C} با هم

برابرند. بنابراین $\hat{BAC} = 30^\circ$ و $\hat{BCA} = 30^\circ$ و با توجه به این‌که

پس مثلث ABC متساوی الساقین می‌باشد.

$$AB = BC \Rightarrow x = a$$

$$\text{محیط ذوزنقه} = AB + BC + CD + DA$$

$$= a + a + 2a + a = 5a$$

(هنرسه - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

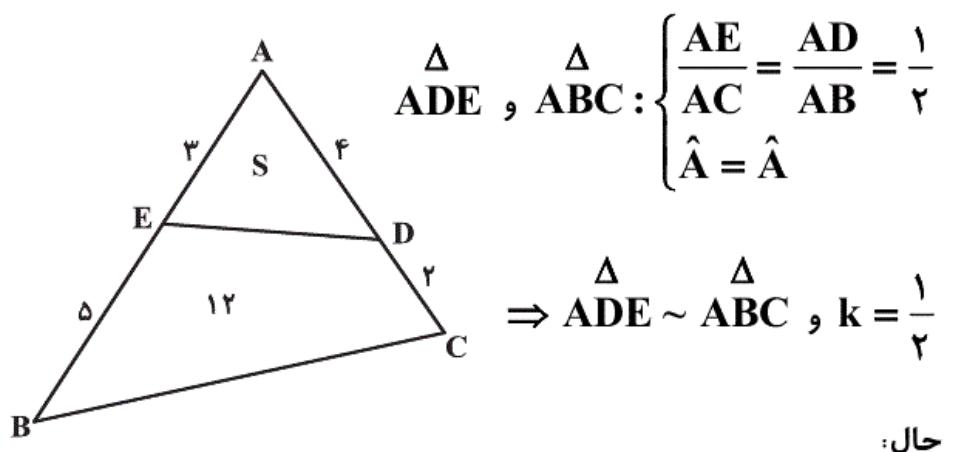
۴

۳ ✓

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱

فرض کنیم: $S_{\Delta ADE} = S_{\Delta ABC}$, داریم:



$$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S}{S+12} = \frac{1}{4} \Rightarrow S = 4$$

و در نتیجه:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ABC}} = S + 12 = 4 + 12 = 16$$

(۱۶ و ۴ هندسه اصفهانی - ۱۷ و ۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

مثلث‌های AHB و AHC متشابه‌اند و اضلاع BH و AH که

ضلع‌های متوسط این دو مثلث‌اند، دو ضلع نظیر هم هستند. پس میانه

های وارد بر این دو ضلع نظیر هم هستند. در نتیجه:

$$\frac{AM}{CN} = K \quad (\text{نسبت تشابه})$$

$$K = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \cdot BC}{CH \cdot BC} = \frac{BH}{CH} = 3 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{CN} = \sqrt{3}$$

(هندسه ا- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱

۲✓

۳

۴

$$\Delta ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3+9 = 12$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{3}$$

$$k = \frac{B'C'}{BC} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} A'B' = 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6} \\ A'C' = 2\sqrt{2} \times 3 = 6\sqrt{2} \end{cases}$$

می‌دانیم ارتفاع وارد بر وتر، کوتاه‌ترین ارتفاع در مثلث قائم‌الزاویه

است، بنابراین طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $A'B'C'$

داریم: $A'H'$ ارتفاع وارد بر وتر است.)

$$A'B' \cdot A'C' = B'C' \cdot A'H'$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{6} \times 6\sqrt{2} = 4\sqrt{6} \times A'H'$$

$$\Rightarrow A'H' = 3\sqrt{2}$$

(هندسه - صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱

۲

۳

۴ ✓

با توجه به این‌که مجموع ضرایب معادله برابر صفر است، پس $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله است. پس به روش تجزیه معادله را حل می‌کنیم.

$$(x - 1)(49x + 14) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-14}{49} = \frac{-2}{7} \end{cases}$$

. a = -7 بنابراین

(ریاضی - معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

عدد طبیعی را x فرض می‌کنیم، داریم:

$$x^2 - 3x = -5x + 3 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

چون عدد طبیعی است، $x = 1$ قابل قبول است.

(ریاضی - معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

برای آن که معادله درجه دومی دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز باشد،

باید Δ ای عبارت درجهٔ دوم بزرگ‌تر از صفر باشد:

$$(1-a)x^2 + 2ax - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a' = (1-a) \\ b' = 2a \\ c' = -3 \end{cases}$$

$$\frac{\Delta > 0 \Rightarrow b'^2 - 4a'c' > 0}{\rightarrow 4a^2 - 4(1-a)(-3) > 0}$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 12 - 12a > 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a + 3 > 0 \Rightarrow \Delta' = 9 - 4(1)(3) = 9 - 12 = -3 < 0$$

۱

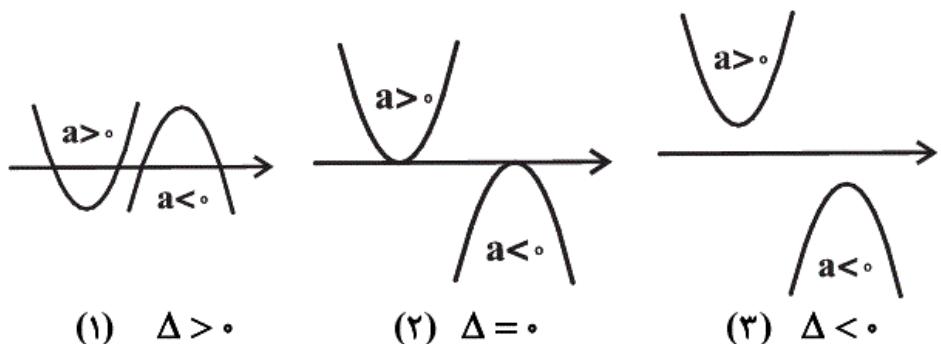
۲

۳

۴

نکته: ۱) وضعیت سهمی $y = ax^2 + bx + c$ نسبت به محور x ها

دارای سه حالت زیر است:



(فاقد ریشه‌ی حقیقی) (دو ریشه‌ی حقیقی) (یک ریشه‌ی حقیقی)

۲) محور تقارن سهمی، خط $x = \frac{-b}{2a}$ است.

اکنون با توجه به شکل صورت سؤال داریم:

$$y = mx^2 + 4x + m - 1 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2m} = \frac{-2}{m}$$

چون $x = \frac{-2}{m}$ وسط α و β است، لذا:

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{-2}{m} = 2$$

و در نتیجه $m = -2$. با جایگذاری در معادله $-x^2 + 4x - 2 = 0$ به

دست می‌آید که Δ آن $= 16 - 8 = 8 > 0$ است. پس سهمی محور x ها

را در ۲ نقطه قطع می‌کند در حالی که نمودار سهمی رسم شده در

صورت سؤال محور x ها را قطع نکرده است. پس چنین m ای وجود

ندارد.

(ریاضی ا- معارفه‌ها و تامعارفه‌ها- صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳)

۴✓

۳

۲

۱

(سیمین محسن فان پور)

$$x^2 - 3x + 4 : \Delta = (-3)^2 - 4 \times (1) \times (4) = 9 - 16 = -7 < 0$$

این عبارت ریشه ندارد و ضریب x^2 مثبت است \Rightarrow

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 4 > 0$$

$$(x-2)^2 : (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 \geq 0$$

$$-x^2 - 2x + 3 : -x^2 - 2x + 3 = -(x^2 + 2x - 3)$$

$$= -(x+3)(x-1) = (x+3)(1-x)$$

با توجه به سه عبارت فوق جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

x	-3	1	2	
$x^2 - 3x + 4$	+	+	+	+
$(x-2)^2$	+	+	+	+
$-x^2 - 2x + 3$	-	o	+	-
P(x)	-	+	-	-

$$\text{Max}(b-a) = 1 - (-3) = 4$$

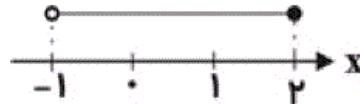
(ریاضی ا- معادله ها و نامعادله ها- صفحه های ۷۷ تا ۸۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(کتاب تابستان- سوال ۲۵۴- صفحه ۵۵)

$$\frac{1}{2} < \frac{3x+4}{2} \leq 5 \xrightarrow{\times 2} 1 < 3x+4 \leq 10.$$

$$\xrightarrow{-4} -3 < 3x \leq 6 \xrightarrow{\div 3} -1 < x \leq 2$$



(ریاضی ا- معادله ها و نامعادله ها- صفحه های ۸۳ تا ۹۳)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

$$4x^2 \leq 4x + 3 \Rightarrow 4x^2 - 4x - 3 \leq 0.$$

$$4x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow (2x - 3)(2x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

x		$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	
$2x + 1$	-	+	+	$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$
$2x - 3$	-	-	+	
$(2x - 3)(2x + 1)$	+	-	-	+

$$\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right] = [a, b] \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱ - معادله ها و نامعادله ها - صفحه های ۷۰ تا ۷۷ و ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سیمین کلانتریون) -۶۸

می دانیم اگر $a > 0$ باشد آنگاه $-a < x < a$ پس:

$$|x - 2| + 1 < 3 \Rightarrow -3 < |x - 2| + 1 < 3$$

$$\xrightarrow{+(-1)} -4 < \underbrace{|x - 2|}_{\text{همواره برقرار است}} < 2$$

$$\Rightarrow |x - 2| < 2 \Rightarrow -2 < x - 2 < 2 \xrightarrow{+2} 0 < x < 4$$

(ریاضی ۱ - معادله ها و نامعادله ها - صفحه های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

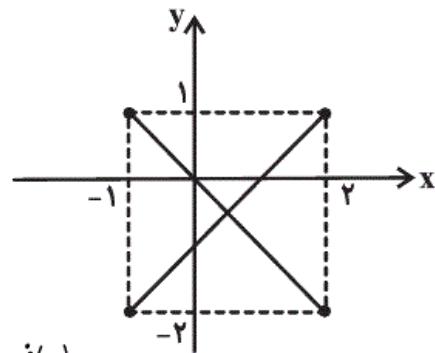
۲ ✓

۱

به طور کلی تنها دو تابع خطی می‌توان رسم کرد که دامنه‌ی آن‌ها

و برد آن‌ها $[c, d] \in R$ باشد. ($a, b, c, d \in R$) به شکل زیر توجه

کنید:



(ریاضی ا- تابع- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{cases} (2, \frac{x^2 + 2x}{3}) \in f & \text{تابع است.} \\ (2, 1) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است.}} \frac{x^2 + 2x}{3} = 1 \Rightarrow x^2 + 2x = 3$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x+3=0 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2, 1) \in f \\ (2, \frac{t^2 + 6}{\Delta t}) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است.}} \frac{t^2 + 6}{\Delta t} = 1 \Rightarrow t^2 + 6 = \Delta t$$

$$\Rightarrow t^2 - \Delta t + 6 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=3 \end{cases}$$

تمام حالات ممکن:

$$t \quad x \quad (t-x, 6)$$

$$2 \quad 1 \quad (1, 6)$$

$$2 \quad (-3) \quad (5, 6)$$

$$3 \quad 1 \quad (2, 6)$$

$$3 \quad (-3) \quad (6, 6) \rightarrow t \cdot x = -9$$

(ریاضی ا- تابع- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓