



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

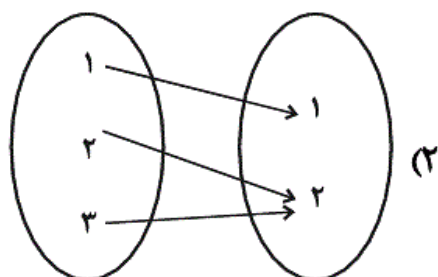
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

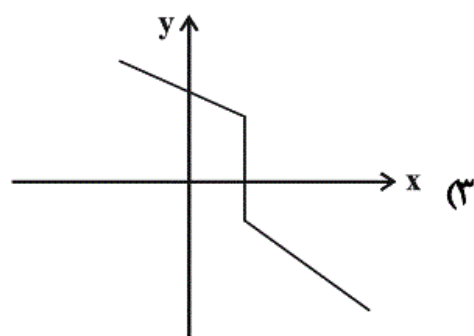
۵۱- کدام یک از گزینه‌های زیر تابع است؟



(۱)  $\{(1, 2), (2, 1), (3, 1), (1, 3)\}$

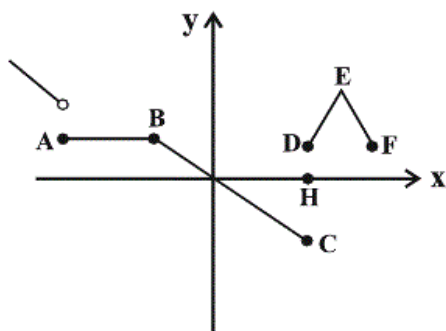
x	y
۳	۱۸
۴	۲۴
۸	۱۹
۴	۲۵

(۴)



شما پاسخ نداده اید

۵۲- با حذف کدام نقطه یا نقاط نمودار زیر، نمودار یک تابع می‌شود؟



(۱) B, A

(۲) D, C

(۳) E, D

(۴) F, H

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر رابطه‌ی  $f = \{(1, -3), (b, a - 1), (1, 2b + 1), (-2, 2)\}$  تابع باشد، در این صورت حاصل

$a + b$  کدام است؟

(۱) -۵

(۲) ۱

(۳) ۵

(۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۵۴- کوچک‌ترین عضو برد تابع  $f : A \rightarrow B$  با توجه به  $A = \{-2, -1, 0, 1\}$  کدام گزینه است؟  
 $f(x) = 2x^2 + 1$

(۱) ۳

(۲) -۳

(۳) ۱

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵۵- تابع  $f$  به هر عدد طبیعی، دو برابر جذر همان عدد، به اضافه‌ی ۳ را نسبت می‌دهد. تابع  $f$  کدام است؟

$$\begin{cases} f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x+3} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = 2\sqrt{x+3} \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x} + 3 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = 2\sqrt{x} + 3 \end{cases} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- رابطه‌ی بین دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  است. دمای یک جسم

۱۰۰ درجه‌ی سانتی‌گراد بالا رفته است. دمای آن برحسب فارنهایت چقدر افزایش می‌یابد؟

۱۸۰ (۲)

۱۷۰ (۱)

۲۱۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۷- اگر  $f(x) = 2ax - b$  و  $f(0) = 3$  ،  $f(-2) = 6$  باشد، حاصل  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- به ازای چه مقدار  $m$  نقطه‌ی  $S(m, m - 2)$  رأس سهمی به معادله‌ی  $y = x^2 - 2x$  است؟

۱ (۲)

۲ (۱)

-۱ (۴)

-۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- نمودار دو تابع  $y = -x^2 + 10x + 10$  و  $y = x^2 + 4x + 2$  در دو نقطه‌ی  $A(x_0, y_0)$  و

$B(x_1, y_1)$  همدیگر را قطع می‌کنند. حاصل  $\frac{y_1 + y_0}{x_1 + x_0}$  کدام است؟

(۱) ۷ (۲) -۷

(۳) ۱۱ (۴) -۳۳

شما پاسخ نداده اید

۶۰- در کارخانه‌ی نوعی لامپ تولید می‌شود، هر یک از لامپ‌ها به قیمت ۳۰۰ تومان به فروش می‌رسد. اگر در هر

روز  $x$  واحد لامپ تولید و به فروش برسد و معادله‌ی هزینه‌ی کارخانه  $C(x) = x^2 + 50x + 200$

باشد، بیش‌ترین سود روزانه‌ی این کارخانه چقدر است؟

(۱) ۱۵۴۲۵ (۲) ۱۰۵۲۰۰

(۳) ۳۷۵۰۰ (۴) ۲۲۰۷۵

شما پاسخ نداده اید

(۱) گزاره، جمله‌ای پرسشی است که دقیقاً درست یا نادرست باشد.

(۲) نقیض یک گزاره، گزاره‌ای است که ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش گزاره‌ی اولیه باشد.

(۳) ترکیب عطفی دو گزاره با لفظ «یا» با یکدیگر ربط پیدا می‌کنند.

(۴) ترکیب فصلی دو گزاره «p» و «q» با نماد  $p \wedge q$  نشان داده می‌شود.

شما پاسخ نداده اید

۶۲- ارزش گزاره‌ی کدام گزینه با بقیه متفاوت است؟

(۱) ۲۹ عددی اول یا مرکب است. (۲) ۱۲۰ عددی زوج و بر ۵ بخش پذیر است.

(۳) ۷ عددی اول نیست و بر ۳ بخش پذیر نیست. (۴)  $(-3)^2 = 9$  یا  $2^{-3} = \frac{1}{8}$  است.

شما پاسخ نداده اید

۶۳- اگر p گزاره‌ای درست و q و r گزاره‌های دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره‌ی

$(p \wedge \sim q) \vee r$  کدام است؟

(۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است.

(۳) سه حالت درست و یک حالت نادرست دارد. (۴) یک حالت درست و سه حالت نادرست دارد.

شما پاسخ نداده اید

۶۴- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر صحیح است؟ ( T گزاره‌ای درست است.)

الف)  $p \wedge q \equiv q \wedge p$       ب)  $p \vee \sim p \equiv T$       پ)  $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۵- گزاره‌ی شرطی  $(p \Rightarrow q)$  فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که ...

۱) مقدم نادرست و تالی درست باشد.      ۲) مقدم درست و تالی نادرست باشد.

۳) مقدم نادرست و تالی نادرست باشد.      ۴) مقدم درست و تالی درست باشد.

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر ارزش گزاره‌های P، Q و R به ترتیب T، T و F باشد، ارزش گزاره‌های

$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$  و  $((Q \Rightarrow R) \Rightarrow P) \Rightarrow (R \Rightarrow P)$  به ترتیب از راست به

چپ کدام است؟

۱) T و F      ۲) F و T

۳) T و T      ۴) F و F

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر q گزاره‌ای نادرست و  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q$  گزاره‌ای درست باشد، ارزش گزاره

$(p \vee r) \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$  کدام است؟

۱) همواره ارزش درست دارد.      ۲) همواره ارزش نادرست دارد.

۳) گاهی درست و گاهی نادرست است.      ۴) قابل ارزش‌گذاری نیست.

شما پاسخ نداده اید

۶۸- عبارت «مربع ثلث عددی بعلاوه آن عدد برابر نصف مربع آن عدد است.» به صورت نماد ریاضی

کدام است؟

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + x = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad (2) \qquad \frac{x^2}{3} + x = \frac{x^2}{2} \quad (1)$$

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + x = \frac{x^2}{2} \quad (4) \qquad \frac{x^2}{3} + x = \left(\frac{x}{4}\right)^2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- کدام گزینه در مورد استدلال زیر صحیح نیست؟

مقدمه‌ی (۱): اگر مثلثی متساوی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه متساوی‌الساقین هم می‌باشد.

مقدمه‌ی (۲): مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

∴ مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است.

(۱) نام این استدلال، قیاس استثنایی است.

(۲) نام این استدلال، مغالطه است.

(۳) نتیجه به‌دست آمده، ممکن است نادرست باشد.

(۴) این روش استدلال کردن، نادرست است.

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در اثبات حکم «اگر  $n^2$  فرد باشد، آنگاه  $n$  فرد است. ( $n \in \mathbb{Z}$ )» به کمک عکس نقیض گزاره،

کدام گزاره‌ی شرطی را ثابت می‌کنیم؟

(۲) اگر  $n$  زوج باشد، آنگاه  $n^2$  زوج است.

(۱) اگر  $n^2$  زوج باشد، آنگاه  $n$  زوج است.

(۴) اگر  $n$  زوج باشد، آنگاه  $n^2$  فرد است.

(۳) اگر  $n$  فرد باشد، آنگاه  $n^2$  فرد است.

شما پاسخ نداده اید



۷۱- چه تعداد از روابط زیر تابع است؟

(الف) رابطه‌ای که به هر شهر، سوغاتی آن شهر را نسبت می‌دهد.

(ب) رابطه‌ای که به فرد روز تولد او را نسبت می‌دهد.

(ج) رابطه‌ای که به هر مسلمان قبله‌ی او را نشان می‌دهد.

(۱) ۲

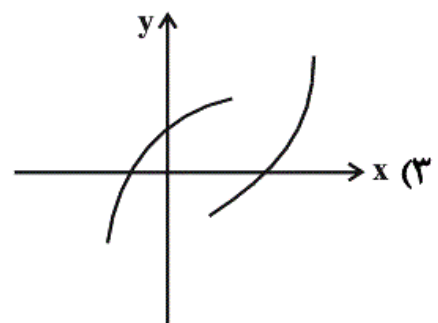
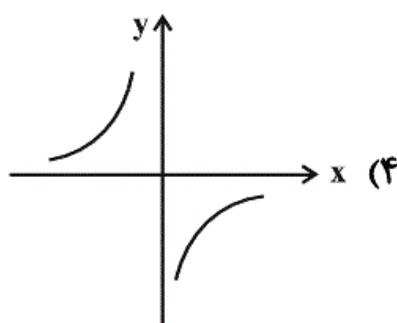
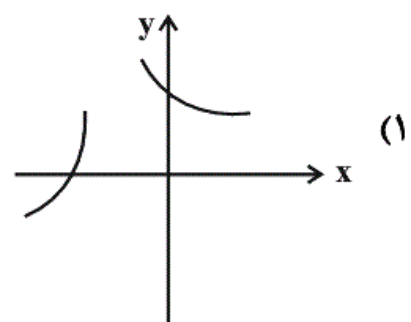
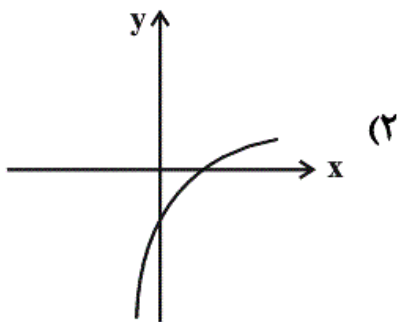
(۲) ۱

(۳) ۳

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۷۲- کدام گزینه نشان‌دهنده‌ی نمودار یک تابع نیست؟



شما پاسخ نداده اید

۷۳- به جای  $a, x$  چه اعدادی می‌توان قرار داد تا رابطه‌ی زیر تابع نباشد؟

$$f = \{(-1, a), (x, x + 3), (2, 5)\}$$

(۱)  $a = 5, x = 5$

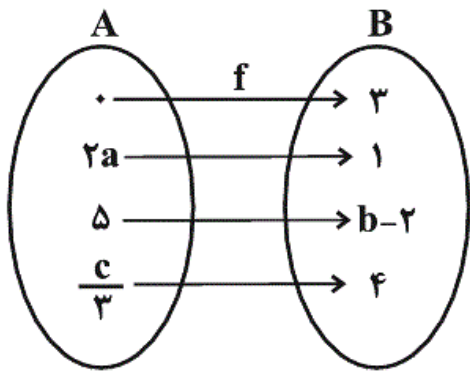
(۲)  $a = 2, x = -1$

(۳)  $a = 5, x = -1$

(۴)  $a = 5, x = 2$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر ضابطه‌ی تابع مقابل  $f(x) = x + 3$  باشد، حاصل  $(a \times b \times c)$  کدام است؟



(۱) ۵

(۲) -۱۰

(۳) ۲۵

(۴) -۳۰

شما پاسخ نداده اید

۷۵- مجموعه اعضای برد تابع  $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 2 \end{cases}$  به‌ازای  $A = \{-\frac{5}{3}, 4, \sqrt{3}, 7, -17\}$  کدام است؟

(۲) ۱۰

(۱)  $-\frac{23}{3} + \sqrt{3}$

(۴)  $8 + \sqrt{3}$

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر در یک تابع خطی  $f(-1) = 5$  و  $f(2) = -1$  باشد، در این صورت  $f(a) = 1$  است، مقدار

$a$  کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۲

(۳) -۲

شما پاسخ نداده اید

۷۷- اگر هزینه‌ی تولید ۵۰ عدد از یک نوع دفتر ۷۵۰۰ تومان و هزینه‌ی تولید ۱۰۰ عدد از آن دفتر

۱۲۵۰۰ تومان و تابع هزینه یک تابع خطی باشد، هزینه‌ی تولید ۲۰۰ عدد از این دفتر برابر چند

تومان است؟

۲۷۵۰۰ (۲)

۲۲۵۰۰ (۱)

۳۵۰۰۰ (۴)

۳۰۰۰۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۸- طول رأس سهمی  $y = ax^2 + \frac{a}{2}x$  کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

$\frac{1}{2}$  (۲)

$-\frac{1}{4}$  (۱)

-۴ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- نمودار سهمی  $y = x^2 - 4x + 1$  از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

دوم (۲)

اول (۱)

چهارم (۴)

سوم (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- محیط مستطیلی ۲۰ سانتی متر است. بیشترین مقدار مساحت مستطیل چقدر است؟

۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

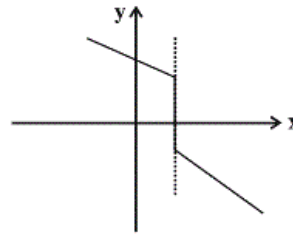
شما پاسخ نداده اید

۵۱-

(سیرمهمر طبیب زاده، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۸ تا ۶۳)

در گزینه‌ی «۱» دو زوج مرتب  $(۱, ۲)$ ،  $(۱, ۳)$  دارای مؤلفه‌های اول برابر و مؤلفه‌های دوم متفاوت هستند، پس رابطه تابع نیست.

در گزینه‌ی «۳» خطی به موازات محور  $y$  ها وجود دارد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند.



در گزینه‌ی «۴» اگر به صورت زوج مرتب نمایش داده شود، دو زوج مرتب  $(۴, ۲۴)$ ،  $(۴, ۲۵)$  دارای مؤلفه‌ی اول برابر و مؤلفه‌ی دوم متفاوت هستند، پس رابطه تابع نیست.

۴

۳

۲

۱

۵۲-

(امیر زراندوز، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۸ تا ۶۳)

می‌دانیم در یک نمودار، اگر هر خط عمودی دلخواه (هر خط موازی محور  $y$  ها) نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، آن نمودار تابع است. لذا اگر نقاط  $D, C$  حذف شوند نمودار داده شده، به یک تابع تبدیل خواهد شد.

۴

۳

۲

۱

۵۳-

(عمید زرین‌کفش، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۸ تا ۶۳)

برای این که رابطه‌ی  $f$  تابع باشد، زوج مرتب‌هایی که دارای مؤلفه‌ی اول یکسان اند می‌بایست مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد.

$$f = \{(1, -3), (b, a-1), (1, 2b+1), (-2, 2)\}$$

$$(1, -3) = (1, 2b+1) \Rightarrow 2b+1 = -3 \Rightarrow 2b = -1-3 = -4$$

$$\Rightarrow 2b = -4 \Rightarrow b = -2$$

با جایگذاری  $b$  در رابطه‌ی  $f$  داریم:

$$f = \{(1, -3), (-2, a-1), (1, -3), (-2, 2)\}$$

$$(-2, a-1) = (-2, 2) \Rightarrow a-1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

$$a+b = 3-2 = 1$$

۴

۳

۲

۱

با توجه به جدول روبه‌رو برد تابع را می‌یابیم:

x	f(x)
۰	$f(0) = 2 \times (0)^2 + 1 = 1$
-۱	$f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 1 = 2 + 1 = 3$
۱	$f(1) = 2 \times (1)^2 + 1 = 3$
-۲	$f(-2) = 2 \times (-2)^2 + 1 = 9$

$R_f = \{1, 3, 9\}$

پس کوچک‌ترین عضو برد تابع f برابر ۱ می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تابع f به هر عدد طبیعی، دو برابر جذر همان عدد، به اضافه‌ی ۳ را نسبت می‌دهد. که این عبارت بیان می‌کند دامنه‌ی تابع مجموعه‌ی اعداد طبیعی N و ضابطه‌ی جبری تابع  $f(x) = 2\sqrt{x} + 3$  می‌باشد، داریم:

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2\sqrt{x} + 3 \end{cases}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا با توجه به رابطه‌ی  $F = \frac{9}{5}C + 32$  رابطه‌ای برای افزایش دما برحسب فارنهایت

به‌ازای افزایش دما برحسب سانتی‌گراد می‌یابیم:

$$\begin{cases} F_1 = \frac{9}{5}C_1 + 32 \\ F_2 = \frac{9}{5}C_2 + 32 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_2 - F_1 = \frac{9}{5}C_2 + 32 - (\frac{9}{5}C_1 + 32) = \frac{9}{5}C_2 + 32 - \frac{9}{5}C_1 - 32$$

$$F_2 - F_1 = \frac{9}{5}(C_2 - C_1)$$

بنابراین به‌ازای افزایش دمای ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد  $C_2 - C_1 = 100$  داریم:

$$F_2 - F_1 = \frac{9}{5} \times 100 = 180$$

پس دمای جسم برحسب فارنهایت ۱۸۰ درجه افزایش می‌یابد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طبق ضابطه‌ی جبری تابع داریم:

$$f(x) = 2ax - b \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 3 \Rightarrow f(0) = 2a \times (0) - b = 3 \Rightarrow -b = 3 \Rightarrow b = -3 \quad (1) \\ f(-2) = 6 \Rightarrow f(-2) = 2a \times (-2) - b = 6 \Rightarrow -4a - b = 6 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} -4a - (-3) = 6 \Rightarrow -4a + 3 = 6$$

$$\Rightarrow -4a = 3 \Rightarrow a = \frac{-3}{4}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{-3}{-\frac{3}{4}} = 4$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای به دست آوردن رأس سهمی داریم:

$$y = x^2 - 2x \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\text{طول رأس سهمی: } x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \times (1)} = 1$$

که با مقایسه با صورت سوال  $m = 1$  به دست می‌آید.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرداد روشنی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۷ تا ۸۴)

برای به دست آوردن طول نقاط برخورد، ضابطه‌ی دو سهمی را برابر یکدیگر قرار می‌دهیم، داریم:

$$x^2 + 4x + 2 = -x^2 + 10x + 10 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 + 4 \times (-1) + 2 = -1 \Rightarrow A(-1, -1) \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = (4)^2 + 4 \times 4 + 2 = 34 \Rightarrow B(4, 34) \end{cases}$$

$$\frac{y_1 + y_0}{x_1 + x_0} = \frac{34 - 1}{4 - 1} = \frac{33}{3} = 11$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



هزینه - درآمد = سود

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = 300x - (x^2 + 50x + 200) = 300x - x^2 - 50x - 200$$

$$\Rightarrow P(x) = -x^2 + 250x - 200$$

برای به دست آوردن ماکزیمم سود، مختصات رأس سهمی تابع درجه‌ی دوم سود را

می‌یابیم:

$$P(x) = -x^2 + 250x - 200 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } y = ax^2 + bx + c} \begin{cases} a = -1 \\ b = 250 \\ c = -200 \end{cases}$$

$$x_S = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_S = \frac{-250}{2 \times (-1)} = 125$$

$$\text{عرض رأس سهمی (ماکزیمم سود): } P(125) = -(125)^2 + 250 \times (125) - 200$$

$$= -(125)^2 + 2 \times (125)^2 - 200 = (125)^2 - 200 = 15425$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی «۱»: گزاره، جمله‌ای خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد.

گزینه‌ی «۲»: نقیض یک گزاره، گزاره‌ای است که ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش گزاره‌ی اولیه باشد که آن را با نماد  $\sim$  نشان می‌دهیم.

گزینه‌ی «۳»: ترکیب عطفی دو گزاره را با حرف ربط «و» نشان می‌دهیم.

گزینه‌ی «۴»: ترکیب فصلی دو گزاره «p» و «q» با نماد  $p \vee q$  نشان داده می‌شود.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی «۱»: ۲۹ عددی اول است پس گزاره‌ای درست است در نتیجه ترکیبی فصلی گزاره گزینه‌ی «۱» به دلیل درستی گزاره اول درست است.

گزینه‌ی «۲»: ۱۲۰ عددی زوج است و گزاره‌ای درست است و ۱۲۰ بر ۵ بخش پذیر است نیز گزاره‌ای درست است، پس ترکیب عطفی آن‌ها نیز دارای ارزش درست است.

گزینه‌ی «۳»: ۷ عددی اول نیست گزاره‌ای نادرست است و ۷ نیز بر ۳ بخش پذیر نیست گزاره‌ای درست است در نتیجه ترکیب عطفی دو گزاره‌ی درست و نادرست همواره نادرست است، پس ارزش این گزاره نادرست است.

گزینه‌ی «۴»:  $9 = (-3)^2$  گزاره‌ای درست و  $\frac{1}{8} = 2^{-3}$  نیز گزاره‌ای درست است

پس در نتیجه ترکیب فصلی آن‌ها نیز درست است.

پس ارزش گزاره‌ی گزینه‌ی «۳» با دیگر گزینه‌ها متفاوت است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	r	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \vee r$
د	د	د	ن	ن	د
د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	د

با توجه به جدول بالا ارزش گزاره‌ی  $(p \wedge \sim q) \vee r$  در سه حالت دارای ارزش درست

و در یک حالت دارای ارزش نادرست است. در نتیجه گزینه‌ی «۳» صحیح است.

۴

۳ ✓

۲

۱

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم که با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز ثابت می‌شوند. اگر  $T$  گزاره‌ای درست و  $F$  گزاره‌ای نادرست باشد، داریم:

الف) ترکیب عطفی دو گزاره خاصیت جابه‌جایی دارد، یعنی:

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

از طرفی ترکیب فصلی دو گزاره نیز خاصیت جابه‌جایی دارد.

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

ب) برای هر گزاره‌ی دلخواه ترکیب فصلی خود گزاره و نقیض آن همواره دارای ارزش درست است.

$$p \vee \sim p \equiv T$$

با همین استدلال برای هر گزاره‌ی دلخواه ترکیب عطفی خود گزاره و نقیض آن همواره دارای ارزش نادرست است.

$$p \wedge \sim p \equiv F$$

پ) ترکیب فصلی گزاره‌ها دارای خاصیت شرکت‌پذیری است.

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \equiv (p \vee r) \vee q$$

با همین استدلال ترکیب عطفی گزاره‌ها نیز دارای خاصیت شرکت‌پذیری است.

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \wedge q$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$(p \Rightarrow q)$  فقط زمانی نادرست است که مقدم یعنی  $p$  درست و تالی یعنی  $q$  نادرست باشد.

۴

۳

۲ ✓

۱

P	Q	R	$(Q \Rightarrow R)$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$	$P \Rightarrow R$
T	T	F	F	F	F

$(p \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$	$(Q \Rightarrow R) \Rightarrow P$
T	T

$R \Rightarrow P$	$((Q \Rightarrow R) \Rightarrow P) \Rightarrow (R \Rightarrow P)$
T	T

در نتیجه ارزش هر دو گزاره صحیح می‌باشد.

۴

۳ ✓

۲

۱

گفته شده  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q$  درست است پس  $q$  و  $(p \Rightarrow q)$  هم‌ارزش‌اند. از طرفی طبق فرض، ارزش  $q$  نادرست است پس ارزش  $(p \Rightarrow q)$  هم نادرست است. برای نادرست بودن  $(p \Rightarrow q)$  لازم است که ارزش  $p$  درست و ارزش  $q$  نادرست باشد، پس در کل نتیجه می‌گیریم که ارزش  $p$  درست و ارزش  $q$  نادرست است. لذا:

$$(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \vee r) \equiv (\sim T \wedge \sim F) \Rightarrow (T \vee r)$$

$$\equiv \underbrace{(F \wedge T)}_F \Rightarrow \underbrace{(T \vee r)}_T \equiv T$$

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر عدد مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم، ثلث عدد برابر  $\frac{x}{3}$  و مربع ثلث عدد برابر

$(\frac{x}{3})^2$  است و نصف مربع عدد برابر  $\frac{x^2}{6}$  است. بنابراین عبارت به صورت

$$\frac{x^2}{6} + x = \frac{x^2}{3} \text{ نوشته می‌شود.}$$

این استدلال، مغالطه است چون به شکل مقابل است:

مقدمه‌ی (۱): اگر  $P$  آن‌گاه  $q$

مقدمه‌ی (۲):  $q$

$P$  .:

می‌دانیم نتیجه مغالطه، ممکن است درست یا نادرست باشد ولی روش آن، نادرست

است.

 ۴
 ۳
 ۲
 ۱

-۷۰

(مهم‌ترین، استدلال ریاضی)

برای اثبات حکم  $p \Rightarrow q$  به کمک عکس نقیض گزاره باید گزاره‌ی شرطی

$\sim q \Rightarrow \sim p$  را ثابت کنیم. پس باید گزاره‌ی شرطی «اگر  $n$  زوج باشد، آنگاه  $n^2$

زوج است.» را ثابت کنیم.

 ۴
 ۳
 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی و آمار-۱-سوالات موازی، - ۱۳۹۶۰۶۰۳

-۷۱

(سیر مهم‌ترین، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۸ تا ۶۳)

مورد الف: یک شهر می‌تواند چند سوغاتی داشته باشد، پس رابطه تابع نیست.

مورد ب: هر فرد تنها یک روز تولد دارد، پس رابطه تابع است.

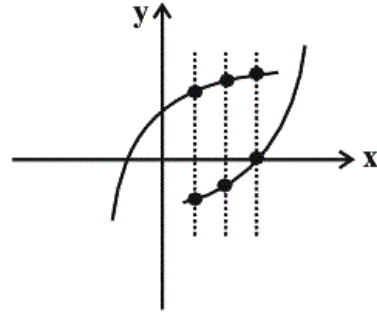
مورد ج: همه‌ی مسلمانان تنها یک قبله دارند، پس رابطه تابع است.

 ۴
 ۳

 ۲

 ۱

نموداری مربوط به تابع می‌باشد که هر خط موازی محور  $y$  ها حداکثر نمودار را در یک نقطه قطع کند با توجه به این مفهوم نمودار گزینه‌ی «۳» تابع نمی‌باشد، زیرا خطوطی موازی محور  $y$  ها وجود دارد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.



۴

۳ ✓

۲

۱

برای این که رابطه تابع نباشد، می‌بایست حداقل دو زوج مرتب با مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متفاوت در آن وجود داشته باشد، که با توجه به رابطه‌ی  $f$  تابع تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی «۱»:

$$\begin{cases} x = -1 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow f = \{(-1, 2), (-1, -1 + 3), (2, 5)\} = \{(-1, 2), (-1, 2), (2, 5)\}$$

تابع است.

گزینه‌ی «۲»:

$$\begin{cases} x = 5 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow f = \{(-1, 5), (5, 5 + 3), (2, 5)\} = \{(-1, 5), (5, 8), (2, 5)\}$$

تابع است.

گزینه‌ی «۳»:

$$\begin{cases} x = 2 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow f = \{(-1, 5), (2, 2 + 3), (2, 5)\} = \{(-1, 5), (2, 5), (2, 5)\}$$

تابع است.

گزینه‌ی «۴»:

$$\begin{cases} x = -1 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow f = \{(-1, 5), (-1, -1 + 3), (2, 5)\} = \{(-1, 5), (-1, 2), (2, 5)\}$$

چون دو زوج مرتب  $(-1, 2)$ ،  $(-1, 5)$  دارای مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم

متفاوت هستند، پس رابطه تابع نیست.

۴ ✓

۳

۲

۱

$$y = x + 3 \xrightarrow[\substack{x=2a \\ y=1}]{} 2a + 3 = 1 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$y = x + 3 \xrightarrow[\substack{x=5 \\ y=b-2}]{} b - 2 = 5 + 3 \Rightarrow b = 10$$

$$y = x + 3 \xrightarrow[\substack{x=c \\ y=4}]{} \frac{c}{3} + 3 = 4 \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow a \times b \times c = -1 \times 10 \times 3 = -30$$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به ضابطه‌ی تابع به‌ازای هر مقدار از دامنه‌ی تابع مقدار تابع برابر عدد ثابت (۲)

است، داریم:

x	f(x)
$-\frac{5}{3}$	۲
۴	۲
$\sqrt{3}$	۲
۷	۲
-۱۷	۲

$$\Rightarrow \text{مجموع اعضای برد تابع} = \{2\} \Rightarrow \text{اعضای برد تابع} = 2$$

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱



ابتدا ضابطه‌ی جبری تابع را می‌یابیم، فرض می‌کنیم ضابطه‌ی جبری  $f(x) = a'x + b'$

باشد، داریم:

$$f(x) = a'x + b' \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = a' \times (-1) + b' = 5 \Rightarrow -a' + b' = 5 & (1) \\ f(2) = 2a' + b' = -1 \Rightarrow 2a' + b' = -1 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} -a' + b' = 5 \\ 2a' + b' = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a' + 2b' = 10 \\ 2a' + b' = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3b' = 9 \Rightarrow b' = 3 \xrightarrow{(1)} -a' + 3 = 5 \Rightarrow a' = -2$$

پس ضابطه‌ی جبری تابع  $f(x) = -2x + 3$  است، داریم:

$$f(a) = -2 \times (a) + 3 = 1 \Rightarrow -2a = 1 - 3 \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون رابطه‌ی تابع، خطی است که از دو نقطه‌ی  $A(50, 7500)$  و  $B(100, 12500)$

می‌گذرد، داریم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{12500 - 7500}{100 - 50} = \frac{5000}{50} = 100$$

$$y - y_B = m_{AB}(x - x_B) \Rightarrow y - 12500 = 100(x - 100)$$

$$\Rightarrow y = 100x + 12500 - 10000 \Rightarrow y = 100x + 2500$$

$$\xrightarrow{x=200} y = 100 \times 200 + 2500 = 22500$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای به دست آوردن طول رأس سهمی داریم:

$$y = ax^2 + \frac{a}{2}x \xrightarrow[\text{مقایسه با فرم استاندارد}]{y = a'x^2 + b'x + c'} \begin{cases} a' = a \\ b' = \frac{a}{2} \\ c' = 0 \end{cases}$$

$$x_S = \frac{-b'}{2a'} \Rightarrow x_S = \frac{-\left(\frac{a}{2}\right)}{2 \times a} = \frac{-1}{4}$$

□ ۴

□ ۳

□ ۲

□ ۱ ✓

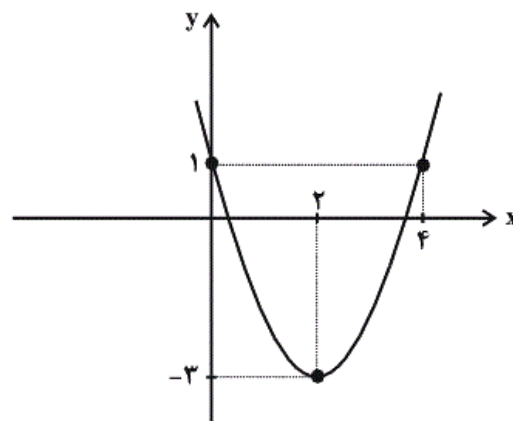
(امیر زرانروز، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۷ تا ۸۴)

ابتدا مختصات رأس سهمی را می‌یابیم:

$$y = x^2 - 4x + 1 \xrightarrow[\text{مقایسه با فرم استاندارد}]{y = ax^2 + bx + c} \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times (1)} = 2 \xrightarrow{x=2} y = 2^2 - 4(2) + 1 = -3$$

x	۰	۲	۴
y	۱	-۳	۱



پس نمودار این سهمی از ناحیه‌ی سوم، نمی‌گذرد.

□ ۴

□ ۳ ✓

□ ۲

□ ۱

طول و عرض مستطیل را  $y, x$  نامیده و چنین می‌نویسیم:

$$\text{محیط مستطیل} = ۲۰ \Rightarrow ۲ \times (x + y) = ۲۰ \Rightarrow x + y = ۱۰ \Rightarrow y = -x + ۱۰$$

$$\text{مساحت مستطیل} = x \cdot y = x(-x + ۱۰) = -x^2 + ۱۰x$$

$$\frac{\text{مقایسه با فرم استاندارد}}{y = ax^2 + bx + c} \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 10 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2(-1)} = 5$$

$$\text{در } y = -x + 10 \text{ قرار می‌دهیم} \rightarrow y = -5 + 10 \Rightarrow y = 5$$

$$\Rightarrow \text{ماکسیمم مساحت} = 5 \times 5 = 25$$

۴

۳ ✓

۲

۱