سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

# درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

# سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

# نمونه سوالات امتحانات ریاضی

# نرم افزارهای ریاضیات

# و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://t.me/riazisara (@riazisara)

کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي ، حسابان ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

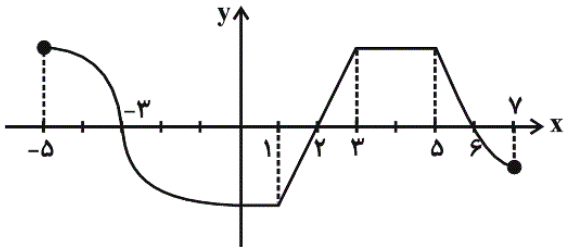
۹۱- اگر خروجی از ماشین شکل زیر $\frac{۴}{۵}$ باشد، مقدار ورودی کدام است؟

ورودی $\longrightarrow$ $\boxed{۴x+۱}$ $\longrightarrow$ $\boxed{\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}}$ $\longrightarrow$ خروجی

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۱۲}$ ۳) $-\frac{۷}{۱۲}$ ۴) $\frac{۷}{۱۲}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- شکل زیر نمودار تابع $y=g(x)$ است. دامنهٔ تابع $y=\sqrt{xg(x)}$ کدام است؟

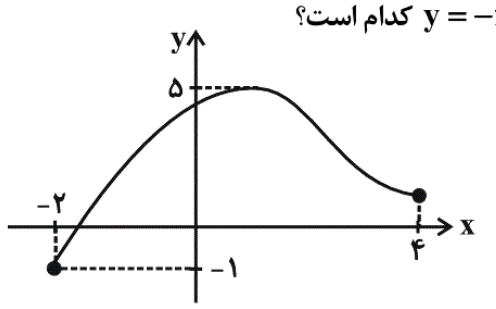



۱) $[-۵,۰]\cup[۶,۷]$ ۲) $[-۳,۰]\cup[۲,۶]$

۳) $[-۳,۶]$ ۴) $[-۵,۲]$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر تمام نمودار تابع $y=\frac{۱}{۳}f(۴x+۲)-۲$ به‌صورت زیر باشد، دامنهٔ تابع $y=-f(\frac{x}{۳})+۱$ کدام است؟




۱) $[-۶,۱۸]$ ۲) $[-\frac{۲}{۳},\frac{۴}{۳}]$

۳) $[-۶,۵۴]$ ۴) $[-۱۸,۵۴]$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- دو تابع $g=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۴),(۴,۶)\}$ و $f=\{(۲,۱),(۳,۲),(۶,۴)\}$ مفروض‌اند. تابع $f^{-۱}og^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\{(۴,۴),(۱,۱),(۳,۴)\}$ ۲) $\{(۳,۳),(۶,۶),(۴,۳)\}$

۳) $\{(۲,۲),(۱,۱),(۴,۴)\}$ ۴) $\{(۲,۲),(۳,۳),(۶,۶)\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $f(x)=\frac{۴x+۵}{۲x+۱}$ بوده و $a$ عضوی از دامنهٔ $f^{-۱}$ نباشد، مقدار $a$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر قرینهٔ تابع $f(x)=\log_{2}(\sqrt{ax^{2}+1}-2x)$ نسبت به محور $x$ها بر قرینهٔ این تابع (یعنی تابع $f(x)$) نسبت به محور $y$ها منطبق شود، مقدار $f^{-1}(1)$ کدام است؟

۱) $\frac{-1}{8}$ ۲) $\frac{-3}{8}$

۳) $\frac{-5}{8}$ ۴) $\frac{-7}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- توابع $f(x)=2$، $g=\{(0,1),(1,2),(2,3)\}$ و $h(x)=x^{2}-2x+3$ مفروض می‌باشند. تابع $(f+g)oh$ کدام است؟

۱) $\{(0,2)\}$ ۲) $\{(1,5)\}$

۳) $\{(0,2),(1,5)\}$ ۴) $\{(0,2),(1,4),(2,5)\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- نمودار تابع $f(x)=1-|2x|$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم تا تابع $g(x)$ به‌دست آید. فاصلهٔ نقطهٔ تلاقی این دو تابع از محور $x$ها چقدر است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۹- تابع $f(x)=(x+2)|x-1|$ در کدام بازه نزولی است؟

۱) $[-1,1]$ ۲) $[1,2]$

۳) $[-2,\frac{1}{2}]$ ۴) $[-\frac{1}{2},1]$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- $f$ تابعی فرد و بُرد آن، زیر مجموعهٔ اعداد گنگ است. اگر معادلهٔ $[f(x)]+[f(-x)]=k+1$ جواب داشته باشد، مجموعه مقادیر $k$ کدام است؟ ( [ ]، نماد جز صحیح است.)

۱) $\{-1\}$ ۲) $\{-2\}$

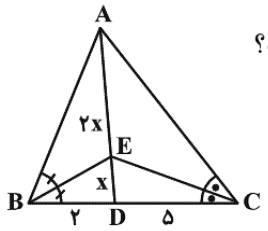
۳) $\{-2,-1\}$ ۴) $\varnothing$

شما پاسخ نداده اید



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۱- در شکل مقابل، E نقطه تلاقی نیمسازهای زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ است. محیط مثلث ABC چند واحد است؟




۱) ۲۱ ۲) ۲۳
۳) ۲۵ ۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$ اندازهٔ ضلع AB برابر $\sqrt{۶}$ واحد است. اگر میانه‌های AM و BN بر هم عمود باشند، آن‌گاه طول میانهٔ BN کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ABC $(\hat{B}=۹۰^\circ)$، در فاصله ۵ سانتی‌متری از وتر مثلث قرار دارد. مساحت مثلث کدام است؟

۱) $\frac{۲۵}{۲}$ ۲) ۲۵ ۳) $\frac{۳۵}{۲}$ ۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از دو صفحهٔ موازی و متمایز M و R به یک فاصله و از نقطهٔ ثابت P به فاصلهٔ d باشند، کدام می‌تواند باشد؟

۱) محیط یک دایره ۲) سطح یک کره ۳) سطح یک استوانه ۴) دو خط موازی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به‌طول ضلع ۶ مفروض است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از رأس B و ضلع AC به فاصله $۳\sqrt{۳}$ باشد، کدام است؟

۱) یک نقطه ۲) دو نقطه با فاصله ۶ ۳) دو نقطه با فاصله $۶\sqrt{۳}$ ۴) دایره‌ای به قطر ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- چند مثلث ABC با معلومات ضلع $BC=۶$ و میانه $AM=۶$ و ارتفاع $BH=۵$ می‌توان رسم کرد؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

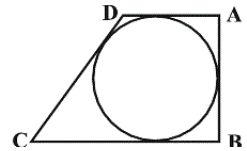
شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- نقطهٔ ثابت M در دایره به مرکز O و شعاع ۳، به فاصلهٔ $۲\sqrt{۲}$ از مرکز دایره است. وتر دلخواه AB از M می‌گذرد، کم‌ترین محیط مثلث AOB کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه ABCD دایره‌ای به شعاع ۳ واحد محاط شده است. اگر $CD=۹$، آن‌گاه مساحت ذوزنقه چند واحد مربع است؟




۱) ۴۰ ۲) ۴۲
۳) ۴۴ ۴) ۴۵

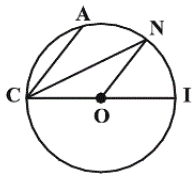
شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر مرکز هر یک از دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ بر محیط دایرهٔ دیگر واقع بوده و نقاط برخورد دو دایره را A و B بنامیم چهارضلعی $AOBO'$ چگونه است؟

۱) متوازی الاضلاع که لوزی نیست. ۲) لوزی که گاهی مربع نیز می‌باشد.
۳) لوزی که یک زاویه $۱۲۰^\circ$ دارد. ۴) یک چهار ضلعی محاطی است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در شکل زیر، CI قطر دایره و $CA \parallel ON$ است. اگر زاویهٔ $A\hat{C}O=۷۰^\circ$، آن‌گاه اندازه زاویهٔ CNO کدام است؟




۱) $۲۷/۵^\circ$ ۲) $۳۰^\circ$
۳) $۳۵^\circ$ ۴) $۳۲/۵^\circ$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- اگر $A=\{\emptyset\}$ و $B=\{\emptyset,\{\emptyset\}\}$ آن‌گاه کدام گزاره نادرست است؟

۱) $A\in B$ ۲) $A\subseteq B$ ۳) $\{A\}\in B$ ۴) $\{A\}\subseteq B$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر دو مجموعهٔ $A=\{\{۴\},\{x-y\}\}$ و $B=\{\{x+۱\},\{۲\}\}$ با هم برابر باشند، آن‌گاه حاصل $x+y$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) $-۲$

شما پاسخ نداده اید

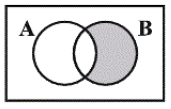
۱۳۳- اگر $A=\{x\in Z\mid x^۳-x=۰\}$ و $B=\{x\in N\mid x^۳-۳x^۲+۲x=۰\}$ باشند، آن‌گاه مجموعهٔ $A\cap B$ چند زیر مجموعه دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- کدام شکل نمایش دهنده مجموعهٔ $(A\Delta B)-B$ است؟

۱)

۲) 

۳)

۴)


شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- اگر $A=\{m,n\}\ (m\neq n)$، تعداد زیر مجموعه‌های کدام مجموعه برابر با $۲۵۶^۲$ است؟

۱) $A$ ۲) $P(A)$ ۳) $P(P(A))$ ۴) $P(P(P(A)))$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر $A=\{۱,۲,\{۱,۲\},\{\{۲,۱,۱\},۳\}$، آن گاه مجموعهٔ $A$، چند زیر مجموعه سره ناتهی دارد؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۱۴ ۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- حاصل عبارت $A\cap[(B\cup A)\cap(A\cup C)]$ همواره کدام است؟

۱) $A$ ۲) $B$ ۳) $A\cap B$ ۴) $B\cap C$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- برای سه مجموعهٔ $A$، $B$ و $C$، اگر $(A'-B)'=B-C'$ باشد، آن گاه کدام رابطهٔ زیر همواره برقرار است؟

۱) $A\subseteq B\subseteq C$ ۲) $A\subseteq C\subseteq B$ ۳) $B\subseteq C\subseteq A$ ۴) $B\subseteq A\subset C$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- اگر $A=\{۱,۲,۳,۴\}$، $B=\{۱,۴,۵,۶,۷\}$ و $C=\{۱,۲,۵,۶\}$ باشند و مجموعهٔ اعداد طبیعی یک رقمی مجموعهٔ مرجع باشد، مجموعهٔ $C\cap[A'\cup(B'-A)]'$ چند عضو دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- مجموعهٔ $\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\}$ دارای چند زیر مجموعهٔ حداقل سه عضوی شامل $i$ و $b$ و فاقد $e$ است؟

۱) ۲۴۸ ۲) ۱۲۷ ۳) ۶۴ ۴) ۶۳

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- اگر $x < \frac{۱}{x}$ باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

۱) $x^۲ < ۱$
۲) $x < ۰$
۳) $x^۵ < x^۳$
۴) $x^۲ < x$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $\overline{ab} = \frac{۱۳}{۶} / ۲$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

۱) ۶
۲) ۵
۳) ۷
۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- کدام گزینه یک بازهٔ متقارن به مرکز $۲x$ و شعاع $۳x$ را نشان می‌دهد؟

۱) $(۲,۱۰)$
۲) $(-۵,-۱)$
۳) $(-\sqrt{۲},\sqrt{۵۰})$
۴) $(-۵,۱)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $g(x) = Max\{|۳x|,|x+۱|\}$ باشد، آن‌گاه مینیمم تابع $g(x)$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$
۲) $-\frac{۳}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر به ازای هر عدد حقیقی $y$ $(k \in Z \ ، \ y \neq \frac{k\pi}{۲})$، داشته باشیم: $|۳\sin x - ۴\cos x| < |\tan y|$، مقدار $\sin ۲x$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۲}{۱۳}$
۲) $\frac{۱۲}{۲۵}$
۳) $\frac{۲۴}{۲۵}$
۴) $\frac{۵}{۱۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $\alpha$ عددی گنگ باشد، کدام عدد الزاماً گنگ است؟ ( [ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $(|\alpha|+۳)^۲$
۲) $\frac{\alpha+۱}{۲\alpha-۱}$
۳) $[-\alpha]+[\alpha]$
۴) $[\alpha](\alpha^۲+۱)$

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۷- جملات دنبالهٔ $\left\{\frac{۳n-۱}{۴n+۲}\right\}_{n=۱}$ برای مقادیر $n \geq n_۰$، در بازهٔ $(۰/۶, \frac{۳}{۴})$ قرار می‌گیرد. کوچکترین مقدار طبیعی $n_۰$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- کدام دنباله کراندار و نزولی است؟

۱) $\{۱-n\}$ ۲) $\{۱+(\frac{۱}{۲})^n\}$

۳) $\{(۱+\frac{۱}{n})^n\}$ ۴) $\{\frac{n}{n+۱}\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $a_۱ + a_۲ + ... + a_n = \frac{۱}{n+۱}$ $(n \geq ۱)$ باشد، آن‌گاه دنبالهٔ $a_n$ چگونه است؟

۱) صعودی ۲) نزولی

۳) غیریکنوا ۴) بی‌کران

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- مجموع تمام جملات دنبالهٔ $a_n = \left[\frac{۲۱}{۲n+۴}\right]\cos n\pi$ کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $-۲$ ۲) $-۳$

۳) $-۴$ ۴) $-۵$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۴۱- نقاط $A = (۱,-۳,-۱)$ و $B = (۱,۰,۲)$ مفروضند. اگر $\overrightarrow{AM} = ۲\overrightarrow{MB}$، آنگاه مختصات نقطه‌ی $M$ کدام است؟

۱) $(-۱,۱,۱)$ ۲) $(-۱,-۱,۱)$ ۳) $(۱,-۱,۱)$ ۴) $(۱,-۱,-۱)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- فاصلهٔ قرینهٔ نقطهٔ $A = (۳,۱,۲)$ نسبت به محور $z$ ها تا تصویر آن روی صفحهٔ $xoy$ چه‌قدر است؟

۱) $\sqrt{۲۶}$ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) $۲\sqrt{۱۱}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۳- اگر قرینه و تصویر نقطهٔ $A=(۱,-\alpha,\alpha-۱)$ نسبت به صفحهٔ $xz$ و روی محور $oz$ را به‌ترتیب $A_۱$ و $A_۲$ بنامیم و نقطهٔ $B=(\alpha+۱,\beta,\frac{-۳}{۲})$ نقطهٔ وسط پاره‌خط $A_۱A_۲$ باشد، حاصل $\alpha+۲\beta$ کدام است؟

۱) $-۱$ ۲) $-۲$ ۳) ۰ ۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- قرینهٔ نقطه‌ی $A=(۳,۲,۱)$ نسبت به محورهای $Ox$ و $Oy$ به ترتیب نقاط $B$ و $C$ می‌باشند. اگر نقاط $A,B,C,D$ چهار رأس یک متوازی‌الاضلاع به قطر $AD$ باشند، مختصات رأس $D$ کدام است؟

۱) $(-۳,-۲,-۳)$ ۲) $(-۳,-۲,۱)$ ۳) $(۰,۰,-۱)$ ۴) $(-۶,-۴,-۱)$

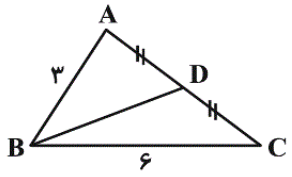
شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- اگر $a=\sqrt{۲}i-j+k$ و $|b|=۱$، حداکثر $|a+b|$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در شکل مقابل $A\hat{B}C=۶۰^\circ$ است. حاصل $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD}$ کدام است؟




۱) ۹
۲) $۶\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۳}$
۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- سه نقطهٔ $A=(۳,۱,-۲)$، $B=(۲,۵,۱)$ و $C=(-۱,۴,-۱)$ رأس‌های مثلثی هستند. $\cos A$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۵}{۲۶}$ ۲) $\frac{۱۷}{۲۶}$ ۳) $\frac{۱۹}{۲۶}$ ۴) $\frac{۲۱}{۲۶}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر $a=(x,y,z)$ برداری یکه و $b=(۳,-۴,۵)$ باشد، حداکثر مقدار $|a.b|$ چقدر است؟

۱) ۵ ۲) $۵\sqrt{۲}$ ۳) ۱۰ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- بردار $a$ به‌ترتیب با محورهای $x$ها، $y$ها و $z$ها، زوایای $\frac{\pi}{۳}$ و $\cos^{-۱}(\frac{۱}{\sqrt{۱۲}})$ و $\gamma$ می‌سازد. اگر طول تصویر $a$ روی محور $z$ها برابر $\sqrt{۶}$ باشد، آن گاه $|a|$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- اگر $a$ و $b$ دو بردار باشند به‌طوری که $|a|=۲۰$، $|b|=۱۵$ و $|a-b|=۷$، آن‌گاه اندازهٔ تصویر قائم بردار $a$ بر امتداد بردار $a-b$ کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۸۱- نمودارگراف $G=(V,E)$ که در آن $V=\{a,b,c,d,e\}$ و $E=\{ab,ad,ae,bc,bd,de\}$، کدام است؟

۱)
۲)
۳)
۴)

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۸۲- با شش بازهٔ باز $(۶,۹),(۴,۸),(۳,۴),(۲,۷),(۱,۵),(۰,۳)$ از اعداد حقیقی، یک گراف بازه‌ها می‌سازیم. این گراف، چند یال دارد؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۹ ۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۸۳- چند گراف ساده با مجموعهٔ رئوس $V = \{a,b,c,d,e,f\}$ می‌توان رسم کرد که در آن رأس‌های $a$ و $b$ منفرد (ایزوله) باشند؟

۱) ۳۲ ۲) ۶۴ ۳) ۱۲۸ ۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۸۴- یک گراف از مرتبهٔ ۷، دارای اندازهٔ ۲۰ است، این گراف چند رأس از درجهٔ ۵ دارد؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۲ ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۸۵- گراف سادهٔ $G$ با اندازهٔ ۱۳، دقیقا دو رأس ایزوله دارد. مرتبهٔ گراف $G$ چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

۱۸۶- درجه‌های رئوس گراف $G$ به‌صورت $a,b,۱,۲,۳,۴,۵$ می‌باشد. حداکثر $a+b$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۸۷- در گرافی از مرتبهٔ ۸ که فقط سه رأس درجهٔ $\Delta = ۶$ دارد، حداکثر اندازه کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۸۸- در گرافی ساده با اندازهٔ ۱۲، مجموع درجات رئوس فرد برابر ۱۶ است. مرتبهٔ این گراف کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد، در صورتی که بدانیم درجهٔ تمامی رئوس فرد برابر یکدیگر و درجهٔ تمامی رئوس زوج نیز یکسان هستند؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۹ ۳) ۱۸ ۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۸۹- گراف $r-$ منتظم از مرتبهٔ $r+۵$ مفروض است. با اضافه کردن ۸ یال به این گراف، گرافی ۵- منتظم پدید می‌آید. $r$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۹۰- با مجموعهٔ رئوس $V = \{a,b,c,d,e\}$، چند گراف ساده می‌توان تشکیل داد به طوری‌که درجهٔ رئوس $a$ و $b$ در آنها برابر باشد؟

۱) ۳۲۰ ۲) ۴۸۰ ۳) ۶۴۰ ۴) ۶۴۱

شما پاسخ نداده اید

## ریاضي ، آمار و مدل‌سازی ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۹۱- کدام‌یک از متغیرهای تصادفی زیر کیفی ترتیبی است؟

۱) سال تولد ۲) ماه تولد ۳) جنسیت فرد ۴) چندمین فرزند خانواده بودن

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۹۲- «تعداد اعداد حقیقی که در یک شرط خاص صدق کنند» و «نوع تلفن مورد استفاده شهروندان» به ترتیب از انواع کدام متغیر هستند؟**

۱) کمی گسسته ـ کیفی اسمی
۲) کمی پیوسته ـ کیفی ترتیبی
۳) کمی گسسته ـ کیفی ترتیبی
۴) کمی پیوسته ـ کیفی اسمی

شما پاسخ نداده اید

**۱۹۳- داده‌های آماری در ۹ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. کران بالای دستهٔ آخر برابر ۷۰ و تفاضل دو کران پایین متوالی آنها ۳ است، کران پایین دستهٔ اول کدام است؟**

۱) ۴۰ ۲) ۴۱ ۳) ۴۲ ۴) ۴۳

شما پاسخ نداده اید

**۱۹۴- در یک جدول توزیع فراوانی، ۸۰ داده‌ی آماری وجود دارد. اگر فراوانی تجمعی دستهٔ پنجم ۳۰ و فراوانی تجمعی دستهٔ ششم ۴۰ باشد، فراوانی نسبی دستهٔ ششم برابر است با:**

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۸ ۳) ۰/۲۵ ۴) ۰/۱۲۵

شما پاسخ نداده اید

**۱۹۵- نوع کدام متغیر با بقیه تفاوت دارد؟**

۱) سرعت شناگران
۲) درجهٔ حرارت بدن انسان
۳) تعداد تابلوهای راهنمایی و رانندگی در یک خیابان
۴) محیط مستطیل‌هایی که طول آن‌ها $a$ و عرض آن‌ها $b$ بوده و $a,b \in R$ باشند.

شما پاسخ نداده اید

**۱۹۶- در جدول زیر، فراوانی نسبی مراجعات به یک شرکت در آبان ماه آورده شده است. در چه تعداد از روزها، تعداد مراجعات کم‌تر از ۴ مورد بوده است؟**

| تعداد مراجعات در روز | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| فراوانی نسبی | ۰/۱۰ | ۰/۲ | ۰/۱۰ | x | ۰/۱۰ | ۰/۲ | ۰/۱ |

۱) ۱۷ ۲) ۱۸ ۳) ۱۹ ۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

**۱۹۷- فراوانی نسبی یک داده برابر ۰/۴ می‌باشد. اگر تنها فراوانی این داده ۲۰ واحد افزایش یابد، فراوانی نسبی آن ۲ برابر می‌شود. تعداد کل داده‌ها در ابتدا چقدر بوده است؟**

۱) ۱۰ ۲) ۵۰ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

**۱۹۸- در جدول توزیع فراوانی زیر حاصل $\frac{y}{xz}$ کدام است؟**

| حدود | فراوانی | فراوانی نسبی |
|---|---|---|
| ۱ – ۵ | x | ۰/۱ |
| ۵ – ۹ | ۱۲ | ۰/۶ |
| ۹ – ۱۳ | y | z |

۱) ۴ ۲) ۱۰ ۳) ۰/۱ ۴) ۰/۴

شما پاسخ نداده اید

**۱۹۹- با توجه به جدول زیر، حاصل تفاضل $a-e$ کدام است؟**

| حدود دسته‌ها | a – b | b – c | c – d | d – e |
|---|---|---|---|---|
| مرکز دسته‌ها | ۳ | x | y | ۱۱ |

۱) ۸ ۲) $\frac{۲۸}{۳}$ ۳) $\frac{۳۲}{۳}$ ۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

**۲۰۰- در یک جدول توزیع فراوانی، فراوانی مطلق داده‌ها در دسته‌های اول تا ششم، دارای روند صعودی است. اگر فراوانی تجمعی دسته‌های سوم و چهارم به ترتیب ۱۲ و ۲۱ و درصد فراوانی نسبی دسته‌های سوم و پنجم به ترتیب ۱۰ و ۱۵ باشد، آنگاه فراوانی کل، کدام می‌تواند باشد؟**

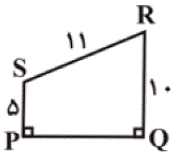
۱) ۵۰ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۷۵

شما پاسخ نداده اید



دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۶۱- در شکل زیر، طول PR چقدر است؟




۱) ۱۲ ۲) ۱۳

۳) ۱۴ ۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- مساحت یک شش ضلعی منتظم با طول ضلع $a$، چند برابر مساحت مربعی است که طول قطرش برابر $a\sqrt{۳}$ است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

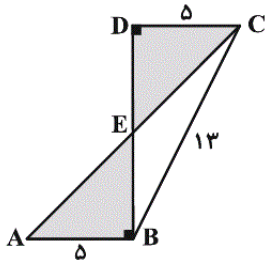
۱۶۳- در مثلث متساوی‌الساقین $ADC(AD=AC)$، از $A$ عمودی بر ضلع $AC$ رسم می کنیم تا قاعدهٔ $DC$ را در $B$ قطع کند.

اگر $BD=۲$ و $AB=۱۲$، طول $BC$ کدام است؟ $(\hat{A}>۹۰^\circ)$

۱) ۱۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- مساحت ناحیهٔ رنگی در شکل زیر، کدام است؟




۱) ۲۵

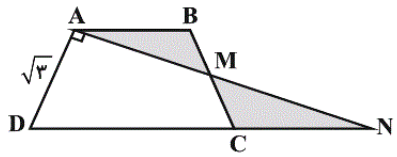
۲) ۲۷/۵

۳) ۳۰

۴) ۳۲/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- در ذوزنقهٔ $ABCD$، رأس $A$ را به وسط ساق $BC$ وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا امتداد $DC$ را در $N$ قطع کند. اگر دو مثلث هاشورخورده هم‌نهشت باشند و بدانیم مساحت ذوزنقه $۲\sqrt{۳}$ است، اندازهٔ پاره‌خط $AM$ کدام است؟

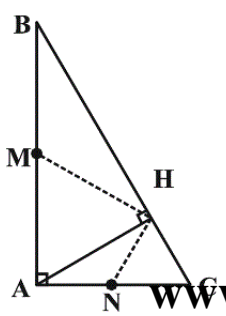



۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- در شکل زیر، $AH$ ارتفاع وارد بر وتر و نقاط $M$ و $N$ وسط‌های اضلاع هستند. اگر $\frac{HM}{HN}=۳$ باشد، نسبت $\frac{BH}{HC}$ کدام است؟




۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۹

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

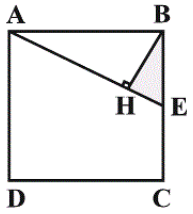
۱۶۷- در مثلثی به اضلاع ۳، ۵، ۷، فاصله بین پای کوچکترین ارتفاع و کوچکترین میانه کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۷}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- در مربع ABCD، E وسط ضلع BC و BH عمود بر AE است. مساحت مثلث $\overset{\Delta}{BHE}$ چه کسری از مساحت مربع ABCD است؟




۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲۰}$

۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲۵}$

شما پاسخ نداده اید

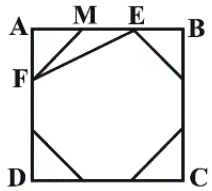
۱۶۹- ارتفاع‌های مثلثی برابر ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ سانتی‌مترهستند. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

۱) ۱۵۰ ۲) ۱۸۰

۳) ۷۵ ۴) ۹۰

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- در شکل زیر، یک هشت ضلعی منتظم درون مربع ABCD محاط شده است. حاصل $\frac{EF}{AB}$ کدام است؟




۱) $\sqrt{۲}-۱$ ۲) $\sqrt{۲-\sqrt{۲}}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي ۲ ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۱۱- کدام گزینه در مورد توابع $f(x)=\frac{۱}{(|x|+۱)|x|}$ و $g(x)=\frac{۱}{\sqrt{x^۲}}$ صحیح می‌باشد؟

۱) دامنهٔ f زیر مجموعهٔ برد آن است. ۲) دامنهٔ f زیر مجموعهٔ برد g است.

۳) دامنه‌های f و g برابرند. ۴) دامنهٔ g زیر مجموعهٔ برد آن است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در تابع خطی $f(x)$، رابطهٔ $۴f(۲x)=f(۸x-۱)-۵$ برقرار می‌باشد. اگر $f^{-۱}(۳)=۵$ باشد، آن‌گاه مقدار m از تساوی $f^{-۱}(m)=۲$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱- ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- تعیین علامت چند جمله‌ای $p(x)=x^۲+(a+۱)x+b$، به‌صورت

| $x$ | | $b$ | |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $+$ | ‖ | $+$ |

است. حاصل $b-a$ کدام است؟ $(b\neq ۰)$

۱) ۴ ۲) $-۲$ ۳) $-۳$ ۴) ۱

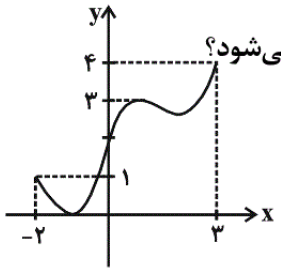
شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- نمودار تابع $y=|x|-۷$ در بازهٔ $(a,b)$، بالاتر از خط به معادلهٔ $۲y+x=۵$ قرار دارد. بزرگترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به شکل مقابل باشد، آن‌گاه برد تابع $g(x)=\frac{۴}{f(x)+۱}$ شامل چند عدد صحیح می‌شود؟




۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $f(x-\frac{۱}{x})=x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ باشد، جواب‌های معادلهٔ $f(\frac{۱}{x})=\frac{۵}{۲}$ کدام است؟

۱) $\pm ۱$ ۲) $\pm\sqrt{۲}$ ۳) $\pm\sqrt{۳}$ ۴) $\pm\frac{\sqrt{۲}}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- مجموعه جواب نامعادلهٔ $(x+۱)(۲x^۲+ax+b)>۰$ به صورت $(۴,+\infty)$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) $-۱۴$ ۲) ۱۴ ۳) $-۲$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در بازهٔ $[a,b]$ نمودار تابع $f(x)=۳x^۲+x$ بالای خط $y=۱+\frac{x}{۲}$ قرار نمی‌گیرد. حداکثر $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۷}{۶}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- تابع وارون‌پذیر $f(x)$ با دامنهٔ $R$ مفروض است. اگر دامنهٔ تابع $y=\sqrt{f(x)-x}$ بازهٔ $[۰,۲]$ باشد، آن‌گاه دامنهٔ تابع $y=\sqrt{x-f^{-۱}(x)}$ کدام است؟

۱) $[۰,۲]$ ۲) $R-[۰,۲]$ ۳) $(۱,+\infty)$ ۴) $(۲,+\infty)$

شما پاسخ نداده اید

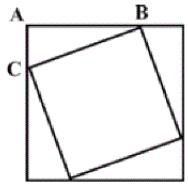
۱۲۰- اگر $x,y>۰$ باشند، آن‌گاه کمترین مقدار عبارت $(x+\frac{۱}{y})(y+\frac{۱}{x})$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $-۲$ ۳) ۴ ۴) $-۴$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ - گواه ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۷۱- در شکل زیر، مساحت مربع بزرگ $\frac{۴۹}{۲۵}$ مساحت مربع کوچک است. اگر طول ضلع مربع بزرگ ۱۴ باشد، مساحت مثلث ABC چقدر است؟




۱) ۴۸ ۲) ۲۴
۳) ۱۲ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

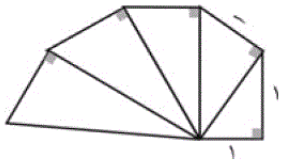
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۷۲- در یک متوازی‌الاضلاع وسط دو ضلع غیر موازی را به هم وصل می‌کنیم. متوازی‌الاضلاع به دو قسمت نامساوی تقسیم می‌شود. مساحت قسمت بزرگ‌تر چند برابر مساحت قسمت کوچک‌تر است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۷۳- مثلث‌های قائم‌الزاویه، در یک رأس مشترک، اندازهٔ یک ضلع قائم آنها ۱ واحد، چنان رسم می‌شوند که ضلع قائم دیگر آن، وتر مثلث قبلی است. مساحت نهمین مثلث کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- در یک ذوزنقه متساوی‌الساقین اندازهٔ دو قاعدهٔ ۵ و ۹ و طول ساق آن ۶ واحد است، مساحت این ذوزنقه کدام است؟

۱) $۱۴\sqrt{۶}$ ۲) $۲۱\sqrt{۲}$ ۳) $۲۱\sqrt{۳}$ ۴) $۲۸\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه اندازه‌های میانه و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب ۳ و $۲\sqrt{۲}$ است، اندازهٔ ضلع متوسط این مثلث کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۵}$ ۳) $۲\sqrt{۶}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- در داخل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد، بزرگ‌ترین مربع ممکن را می‌سازیم، اندازهٔ ضلع مربع کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}-۳$ ۲) $\sqrt{۳}-۱$ ۳) $\sqrt{۳}-\frac{۱}{۲}$ ۴) $۲(\sqrt{۳}-۱)$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۷- مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای $\frac{۱}{۸}$ مجذور وتر آن است. کوچکترین زاویهٔ این مثلث، چند درجه است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۷/۵ ۳) ۲۲/۵ ۴) ۳۰

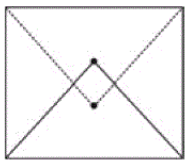
شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- در یک مستطیل به ابعاد ۱ و ۲ واحد، از انتهای یک قطر عمودی بر آن قطر عمود می‌کنیم تا امتداد ضلع کوچک‌تر مستطیل را در M قطع کند. فاصلهٔ نقطهٔ M از سر دیگر این قطر چند واحد است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

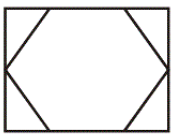
۱۷۹- در شکل زیر به روی دو ضلع مقابل مربع، مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. قطر بزرگ‌تر لوزی حاصل، چند برابر ضلع مربع اصلی است؟



۱) $۲-\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}-۱$

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- در شکل زیر محیط شش‌ضلعی منتظم چند برابر محیط مستطیل محیط بر آن است؟



۱) $۳(\sqrt{۲}-۱)$ ۲) $۳(۳-۲\sqrt{۲})$ ۳) $۲(\sqrt{۳}-۱)$ ۴) $۳(۲-\sqrt{۳})$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي - گواه ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۵۱- نقاط $A=(۱,۲,۳)$ و $B=(۴,۶,-۳)$ مفروض‌اند. طول تصویر قائم پاره‌خط AB روی صفحهٔ xoy، چه‌قدر است؟

۱) $\sqrt{۶۱}$ ۲) ۵ ۳) $۵\sqrt{۲}$ ۴) ۶

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- اگر $V_1 = 2i + 3j + k$ و $V_2 = i - j + k$ باشد، حاصل $\frac{|V_1 - 2V_2|}{|V_1 + 2V_2|}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{6}$ ۳) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- در کدام حالت، حاصلضرب عددی بردار غیرصفر $a$ در مجموع دو بردار غیرصفر $X$ و $Y$ صفر نیست؟

۱) بردار $X$ قرینهٔ بردار $Y$
۲) بردار $a$ فقط بر یکی از دو بردار $X$ یا $Y$ عمود.
۳) سه بردار دو به دو عمود برهم.
۴) بردار $a$ بر صفحه دو بردار $X$ و $Y$ عمود.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- بر روی دو بردار $a = 3i + 3j$ و $b = i - j - 2k$ متوازی‌الاضلاعی ساخته شده است. کسینوس زاویهٔ بین دو قطر این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- دو بردار $a$ و $b$ با تصویرهای $(1, \alpha + 1, 2\alpha)$ و $(2, 0, -1)$ مفروضند. به ازای کدام مقادیر $\alpha$، بردارهای $a + b$ و $a - b$ بر هم عمودند؟

۱) ۰/۴ و ۱- ۲) ۰/۶ و ۱- ۳) ۰/۴ و ۱ ۴) ۰/۶ و ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- قرینهٔ بردار $a$ نسبت به امتداد بردار $2i - j + k$، برداری به تصویر $(1, -2, 5)$ است. تصویر بردار $a$ کدام است؟

۱) $(-1, 5, 2)$ ۲) $(2, 5, -1)$ ۳) $(5, -1, -2)$ ۴) $(5, -2, 1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- اگر بردار $a = (1, -1, m)$، با محور $z$ ها زاویهٔ ۴۵ درجه بسازد، کسینوس زاویهٔ این بردار با محور $x$ ها کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- اگر $A'$، تصویر قائم نقطهٔ $A = (3, 2, -1)$ روی صفحهٔ $xz$ و $B'$ قرینهٔ نقطه‌ی $B = (-2, 2, -3)$ نسبت به محور $x$ ها باشد، طول پاره‌خط $A'B'$، کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\sqrt{26}$ ۳) $3\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- زاویهٔ بین دو بردار $a$ و $b$، برابر $150^\circ$ و زاویهٔ بین بردارهای $a$ و $a + b$، برابر $75^\circ$ است. در این صورت، زاویهٔ بین بردارهای $a + b$ و $a - b$، چند درجه است؟

۱) ۴۵ ۲) ۶۰
۳) ۳۰ ۴) ۹۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- اگر طول تصویر قائم بردار $a$ بر صفحه‌های $xy$ ، $yz$ و $zx$ به ترتیب $\sqrt{13}$، $\sqrt{14}$ و ۳ باشد، اندازهٔ بردار $a$، کدام است؟

۱) ۶ ۲) $3\sqrt{2}$
۳) $3 + \sqrt{14} + \sqrt{13}$ ۴) $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- (مهدی ملارمضانی)

ماشین مورد نظر ترکیب دو تابع $y=۴x+۱$ و $y=\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}$ است، با توجه به صورت سؤال، خروجی حاصل از تابع $y=\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}$ برابر $\frac{۴}{۵}$ است، بنابراین:

$$\frac{x}{\sqrt{۱+x^۲}}=\frac{۴}{۵} \xrightarrow{x>۰} ۵x=۴\sqrt{۱+x^۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲۵x^۲=۱۶+۱۶x^۲$$

$$\Rightarrow ۹x^۲=۱۶ \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{۴}{۳} & \text{ق ق} \\ x=-\frac{۴}{۳} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

مقدار $\frac{۴}{۳}$، خروجی تابع $y=۴x+۱$ است، بنابراین:

$$y=۴x+۱=\frac{۴}{۳} \Rightarrow ۴x=\frac{۱}{۳} \Rightarrow x=\frac{۱}{۱۲}$$

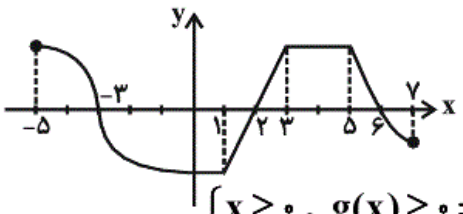
(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

---

۹۲- (علی‌اصغر شریفی)

با توجه به رادیکال موجود در عبارت $y=\sqrt{xg(x)}$، دامنه به شکل زیر به‌دست می‌آید:




$$xg(x)\geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} x\geq ۰ \ , \ g(x)\geq ۰ \Rightarrow ۲\leq x\leq ۶ \\ x\leq ۰ \ , \ g(x)\leq ۰ \Rightarrow -۳\leq x\leq ۰ \end{cases}$$

بنابراین دامنهٔ تابع داده شده برابر با $D=[-۳,۰]\cup[۲,۶]$ خواهد بود.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

---

۹۳- (مهدی ملارمضانی)

$$-۲\leq x\leq ۴ \Rightarrow -۸\leq ۴x\leq ۱۶ \Rightarrow -۶\leq ۴x+۲\leq ۱۸ \Rightarrow D_{f(x)}=[-۶,۱۸]$$

$$-۶\leq \frac{x}{۳}\leq ۱۸ \Rightarrow -۱۸\leq x\leq ۵۴ \Rightarrow D_{f(\frac{x}{۳})}=[-۱۸,۵۴]$$

$$\Rightarrow D_{-f(\frac{x}{۳})+۱}=[-۱۸,۵۴]$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۵۴ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۴ (علی‌اصغر شریفی)

می‌دانیم: $f^{-1}og^{-1} = (gof)^{-1}$

بنابراین برای محاسبهٔ $f^{-1}og^{-1}$ ابتدا $gof$ را تشکیل داده و سپس $(gof)^{-1}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$gof = \{(2,2),(3,3),(6,6)\} \Rightarrow (gof)^{-1} = \{(2,2),(3,3),(6,6)\}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۸۶ تا ۸۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

-۹۵ (امیرهوشنگ خمسه)

کافی است تابع معکوس را یافته و دامنهٔ $f^{-1}$ را به‌دست آوریم.

$$y = \frac{4x+5}{2x+1} \Rightarrow 2xy + y = 4x + 5 \Rightarrow y - 5 = x(4-2y)$$

$$\Rightarrow x = \frac{y-5}{4-2y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-5}{4-2x} \xrightarrow{\text{ریشهٔ مخرج}} D_{f^{-1}} = R - \{2\}$$

نکته: با دانستن این نکته که برد تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ به‌صورت $R_f = D_{f^{-1}} = R - \{\frac{a}{c}\}$ است، این تست به سرعت قابل حل بود.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

$$\Rightarrow \log_2(\sqrt{ax^2+1} - 2x) + \log_2(\sqrt{ax^2+1} + 2x) = 0$$
$$\Rightarrow \log_2(ax^2 + 1 - 4x^2) = 0 \Rightarrow ax^2 + 1 - 4x^2 = 1 \Rightarrow a = 4$$

برای محاسبهٔ $f^{-1}(1)$ کافیست معادلهٔ $f(x) = 1$ را حل کنیم:

$$\log_2(\sqrt{4x^2+1} - 2x) = 1 \Rightarrow \sqrt{4x^2+1} - 2x = 2$$
$$\Rightarrow \sqrt{4x^2+1} = 2x + 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x^2 + 1 = 4x^2 + 8x + 4$$
$$\Rightarrow x = \frac{-3}{8}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴ و ۸۵ تا ۹۵)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۹۷ (امیرهوشنگ خمسه)

$f$ تابعی ثابت است با دامنهٔ $R$، بنابراین دامنهٔ $f+g$ همان دامنهٔ $g$ است.

$$f + g = \{(0,3),(1,4),(2,5)\}$$

حال باید $x \in D_h$ باشد و $R_h$ در دامنهٔ $f+g$ موجود باشد تا $(f+g)oh$ تشکیل شود، پس:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow & \text{ریشه ندارد.} \\ x^2 - 2x + 3 = 1 \Rightarrow & \text{ریشه ندارد.} \\ x^2 - 2x + 3 = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (f+g)oh = \{(1,5)\} \end{cases}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۸ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$g(x) = ۱ - |۲(x+۲)| - ۱ = -|۲x+۴|$

برای پیدا کردن نقاط برخورد توابع $f$ و $g$، آنها را مساوی یکدیگر قرار می‌دهیم:

$۱ - |۲x| = -|۲x+۴|$

$x \geq ۰ : ۱ - ۲x = -(۲x+۴) \Rightarrow ۱ - ۲x = -۲x - ۴ \Rightarrow ۱ = -۴$ غ ق ق

$-۲ \leq x < ۰ : ۱ - (-۲x) = -(۲x+۴) \Rightarrow ۱ + ۲x = -۲x - ۴$

$\Rightarrow ۴x = -۵ \Rightarrow x = -\frac{۵}{۴}$ ق ق

$x < -۲ : ۱ - (-۲x) = ۲x + ۴ \Rightarrow ۱ + ۲x = ۲x + ۴ \Rightarrow ۱ = ۴$ غ ق ق

طول نقطهٔ برخورد $x = -\frac{۵}{۴}$ است. فاصلهٔ نقطهٔ برخورد از محور $x$ها در واقع همان قدرمطلق عرض آن نقطه است. $f(-\frac{۵}{۴}) = ۱ - |۲(-\frac{۵}{۴})| = ۱ - |\frac{-۵}{۲}| = -\frac{۳}{۲}$

بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ برخورد از محور $x$ها برابر $\frac{۳}{۲}$ است.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

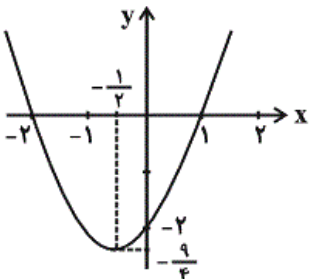
۱ ۲✓ ۳ ۴

---

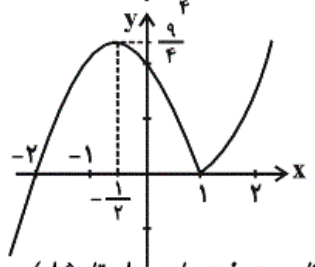
-۹۹ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$f(x) = (x+۲)|x-۱| = \begin{cases} (x+۲)(x-۱) & ;x \geq ۱ \\ -(x+۲)(x-۱) & ;x < ۱ \end{cases}$

نمودار تابع $g(x) = (x+۲)(x-۱)$ به شکل روبه‌رو است:




توجه کنید که رأس سهمی در نقطهٔ $(-\frac{۱}{۲}, -\frac{۹}{۴})$ قرار دارد. حال اگر بخواهیم نمودار تابع $f(x)$ را بکشیم، برای $x \geq ۱$ باید $g(x)$ را رسم کرده و برای $x < ۱$ تابع $-g(x)$ را رسم کنیم، بنابراین تابع $f$ به‌صورت زیر خواهد شد:




با توجه به شکل، نمودار تابع در بازهٔ $[-\frac{۱}{۲}, ۱]$ نزولی است.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

-۱۰۰ (علی شهرابی)

$f$ تابعی فرد است، پس: $f(-x) = -f(x)$

از طرفی می‌دانیم $[x] + [-x] = \begin{cases} ۰ & ;x \in Z \\ -۱ & ;x \notin Z \end{cases}$، بنابراین اگر $x \notin Q$ باشد، آن‌گاه $[x] + [-x] = -۱$ است، در نتیجه:

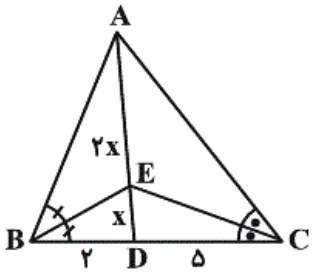
$[f(x)] + [-f(x)] = k + ۱ \xrightarrow{f(x) \notin Q} -۱ = k + ۱ \Rightarrow k = -۲$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۷۶ و ۷۹ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

**۱۲۱-** (رضا عباسی‌اصل)

نیمسازهای داخلی هر مثلث همرسند بنابراین نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ نیز از $E$ می‌گذرد، پس $AD$ نیمساز زاویهٔ $\hat{A}$ است، حال داریم:




$$\text{نیمساز } BE \Rightarrow \frac{AB}{BD}=\frac{AE}{ED} \Rightarrow \frac{AB}{۲}=۲$$
$$\Rightarrow AB=۴$$
$$\text{نیمساز } AD \Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{۴}{AC}=\frac{۲}{۵}$$
$$\Rightarrow AC=۱۰$$
$$(ABC)\ \text{محیط} = AB+AC+BC=۴+۱۰+۷=۲۱$$

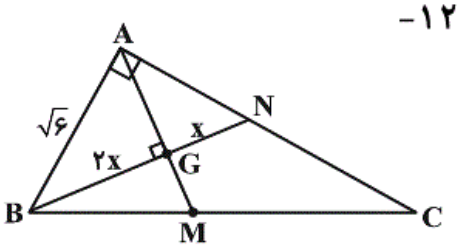
(هندسه ۲ - استدلال: صفحهٔ ۳۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

**۱۲۲-** (سیرامیر ستوده)

$$\overset{\Delta}{ABG} \sim \overset{\Delta}{NBA}$$
$$\Rightarrow \frac{AB}{NB}=\frac{BG}{BA} \Rightarrow \frac{\sqrt{۶}}{۳x}=\frac{۲x}{\sqrt{۶}}$$
$$\Rightarrow ۶x^۲=۶ \Rightarrow x^۲=۱ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow BN=۳$$

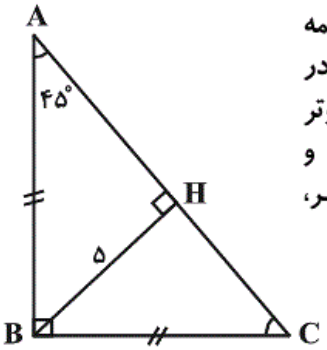



(هندسه ۲ - استدلال: صفحهٔ ۳۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

---

**۱۲۳-** (رضا عباسی‌اصل)




نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائمه است، پس ارتفاع وارد بر وتر، برابر ۵ است. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین، میانه و ارتفاع وارد بر وتر بر هم منطبق هستند، پس طول میانهٔ وارد بر وتر برابر ۵ و در نتیجه طول وتر برابر ۱۰ است. (میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است.)

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}BH \times AC=\frac{۱}{۲}\times ۵ \times ۱۰=۲۵$$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحهٔ ۳۶)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

---

**۱۲۴-** (مجید محمدی‌نویسی)

مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از دو صفحهٔ موازی به یک فاصله باشند، یک صفحهٔ موازی بین آنهاست (دقیقاً در وسط). همچنین می‌دانیم مکان هندسی نقطه‌هایی در فضا که از نقطهٔ ثابت $P$ به فاصلهٔ $d$ باشند، یک کره به مرکز $P$ و شعاع $d$ است. محل برخورد این دو مکان (در صورت برخورد)، یک دایره است روی صفحهٔ میانی دو صفحهٔ $R$ و $M$، پس مکان مورد نظر می‌تواند یک دایره باشد.

(هندسه ۲ - استدلال: مشابه مسألهٔ ۵، صفحهٔ ۳۷)

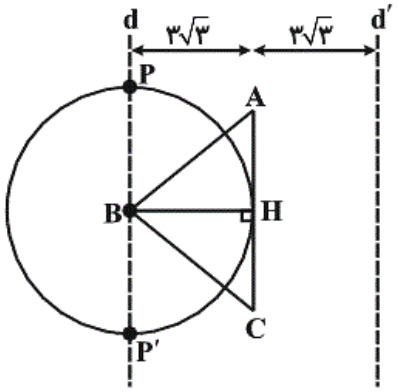
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۲۵-** (رضا عباسی اصل)

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از $B$ به فاصله $۳\sqrt{۳}$ باشد. دایره‌ای است به مرکز $B$ و شعاع $۳\sqrt{۳}$.

مکان هندسی نقاطی که از $AC$ به فاصله $۳\sqrt{۳}$ باشند دو خط موازی با $AC$ در طرفین آن و به فاصله $۳\sqrt{۳}$ از آن می‌باشند. فصل مشترک دایره با این دو خط موازی $(d', d)$، مکان مورد نظر است.




داریم:

$$\Delta ABH : BH = \frac{a\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۶\sqrt{۳}}{۲} = ۳\sqrt{۳}$$

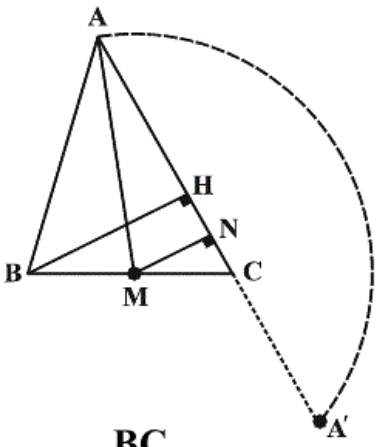
پس دایره به مرکز $B$ و شعاع $۳\sqrt{۳}$ بر $AC$ مماس است و مکان مورد نظر دو نقطهٔ $P$ و $P'$ به فاصله $۲R$ یعنی $۶\sqrt{۳}$ خواهند بود.

(هندسه ۲ - استدلال؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

**۱۲۶-** (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

فرض کنیم $ABC$ مثلثی باشد که در آن ضلع $BC = ۶$، میانه $AM = ۶$ و ارتفاع $BH = ۵$ هستند. پاره‌خط $MN$ را موازی ارتفاع $BH$ رسم می‌کنیم.




در مثلث $BCH$ پاره‌خط $MN$ وسط‌های دو ضلع را بهم وصل کرده، بنابراین مساوی نصف ضلع سوم است، $MN = \frac{BH}{۲} = ۲/۵$.

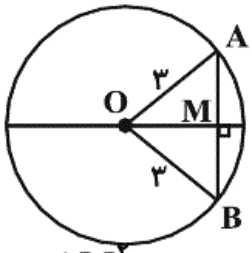
مثلث $MCN$ با معلومات $\hat{N} = ۹۰^\circ$، $MN = ۲/۵$ و $MC = \frac{BC}{۲} = ۳$ به آسانی قابل ترسیم است. پس از ترسیم این مثلث، ضلع $CM$ را به اندازهٔ خود امتداد می‌دهیم تا رأس $B$ به‌دست آید. ضلع $CN$ را از دو طرف امتداد می‌دهیم تا دایره به مرکز $M$ و به شعاع ۶ را در دو نقطهٔ $A$ و $A'$ قطع کند. بنابراین، دو مثلث $ABC$ و $A'BC$ حاصل می‌شود.

(هندسه ۲ - استدلال؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

**۱۲۷-** (محمدطاهر شعاعی)

دو ضلع مثلث $AOB$ برابر شعاع‌های دایره هستند. پس محیط آن وقتی کم‌ترین است که ضلع سوم آن یعنی $AB$ می‌نیمم باشد و این موقعی امکان‌پذیر است که $AB$ در نقطهٔ $M$ بر قطر گذرنده از $M$ عمود باشد، داریم:




$$AM^۲ + OM^۲ = OA^۲$$
$$\Rightarrow AM^۲ + (۲\sqrt{۲})^۲ = ۳^۲$$
$$\Rightarrow AM^۲ = ۹ - ۸ = ۱ \Rightarrow AM = ۱ \Rightarrow AB = ۲AM = ۲$$

پس کم‌ترین محیط مثلث $AOB$ برابر $۸ = ۲ + ۳ + ۳$ است.

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

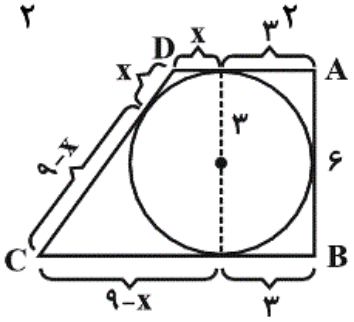
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۲۸-** (سیدامیر ستوده)

با توجه به شکل داریم:

$$S_{ABCD}=\frac{(۳+x)+(۹-x+۳)}{۲}\times ۶=\frac{۱۵}{۲}\times ۶=۴۵$$



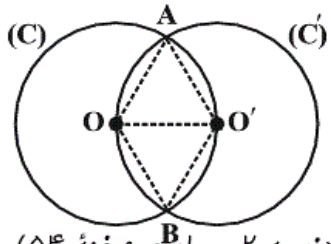

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

**۱۲۹-** (رضا پورحسینی)

واضح است که $OO'$ و همچنین $OA$ و $O'A$ شعاع‌های دو دایره هستند که البته با هم برابرند پس مثلث $AOO'$ متساوی‌الاضلاع بوده و در نتیجه چهارضلعی $AOBO'$ لوزی است که زاویه $۶۰^\circ$ و $۱۲۰^\circ$ دارد.




(هندسه ۲ - دایره: صفحهٔ ۵۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

**۱۳۰-** (شروین سیاح‌نیا)

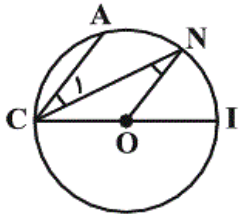
می‌دانیم اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر با نصف اندازهٔ کمان مقابلش است، بنابراین داریم:

$$A\hat{C}O=\frac{\overset{\frown}{AI}}{۲}\Rightarrow \overset{\frown}{AI}=۱۴۰^\circ$$

$$\left.\begin{matrix}ON\parallel CA\\ CI \text{ مورب}\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\hat{C}O=N\hat{O}I=۷۰^\circ$$

$$\xrightarrow{N\hat{O}I=\overset{\frown}{NI}}\overset{\frown}{NI}=۷۰^\circ\Rightarrow \overset{\frown}{AN}=۱۴۰^\circ-۷۰^\circ=۷۰^\circ$$

$$\left.\begin{matrix}ON\parallel CA\\ CN \text{ مورب}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \hat{C}_۱=\hat{N}\xrightarrow{\hat{C}_۱=\frac{\overset{\frown}{AN}}{۲}=۳۵}\hat{N}=۳۵$$




(هندسه ۲ - دایره: مشابه مسألهٔ ۳، صفحهٔ ۵۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

## ریاضي ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

**۱۳۱-** (سروش موئینی)

واضح است که $\{\{۱\}\}=\{A\}$، عضو مجموعهٔ $B$ نیست، پس گزارهٔ $\{A\}\in B$ نادرست است.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: مشابه مثال ۵، صفحهٔ ۳۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۳۲-** (کاظم باقرزاده‌چهره)

**از آن‌جا که $۲ \neq ۴$، پس تنها حالت ممکن آن است که:**

$$\begin{cases} x+۱=۴ \\ x-y=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۳ \\ y=۱ \end{cases} \Rightarrow x+y=۴$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحهٔ ۳۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

**۱۳۳-** (امیرحسین ابومحبوب)

$$x^۳-x=۰ \Rightarrow x(x^۲-۱)=۰ \Rightarrow x(x-۱)(x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow x=۰,۱,-۱ \Rightarrow A=\{۰,۱,-۱\}$$

$$x^۳-۳x^۲+۲x=۰ \Rightarrow x(x^۲-۳x+۲)=۰ \Rightarrow x(x-۱)(x-۲)=۰$$

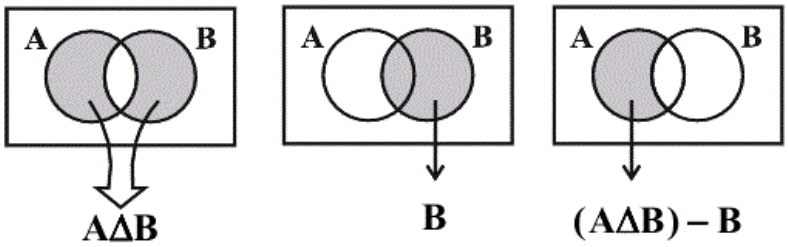
$$\Rightarrow x=۰,۱,۲ \xrightarrow{x\in N} B=\{۱,۲\}$$

**بنابارین $A\cap B=\{۱\}$ و در نتیجه $A\cap B$ دارای دو زیر مجموعه است.**

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۹، ۴۰، ۴۷ و ۴۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

**۱۳۴-** (علیرضا شریف‌خطیبی)




(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۱، ۵۰ و ۵۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

**۱۳۵-** (سیدمصطفی سیدحسینی)

$$|A|=۲ \Rightarrow |P(A)|=۲^۲=۴ \Rightarrow |P(P(A))|=۲^۴=۱۶$$

$$|P(P(P(A)))|=۲^{۱۶}=(۲^۸)^۲=(۲۵۶)^۲$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۶ (سروش موئینی)

این مجموعه ۴ عضوی است چون $\{1,2\} = \{2,1,1\}$ پس $14 = 2 - 2^4$ زیر مجموعهٔ سرهٔ ناتهی دارد.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۳۷ (سیدوحید ذوالفقاری)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$A \cap [(B \cup A) \cap (A \cup C)] = A \cap [(A \cup B) \cap (A \cup C)]$$
$$= \underbrace{A \cap [A \cup (B \cap C)]}_{\text{قانون جذب}} = A$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۳۸ (امیرحسین ابومحبوب)

$$(A' - B)' = B - C' \Rightarrow (A' \cap B')' = B \cap C$$
$$\Rightarrow A \cup B = B \cap C \quad (*)$$
$$B \subseteq A \cup B \xrightarrow{(*)} B \subseteq B \cap C \xrightarrow{B \cap C \subseteq B} B \cap C = B$$
$$\Rightarrow B \subseteq C \quad (۱)$$
$$B \cap C = B \xrightarrow{(*)} A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B \quad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود $A \subseteq B \subseteq C$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۹- (سیدوحید ذوالفقاری)

راه اول:

$$B' - A = \{۲,۳,۸,۹\} - \{۱,۲,۳,۴\} = \{۸,۹\}$$

$$A' \cup (B' - A) = \{۵,۶,۷,۸,۹\} \cup \{۸,۹\} = \{۵,۶,۷,۸,۹\} = A'$$

$$[A' \cup (B' - A)]' = (A')' = A = \{۱,۲,۳,۴\}$$

$$C \cap [A' \cup (B' - A)]' = C \cap A = \{۱,۲\}$$

راه دوم:

$$C \cap [A' \cup (B' - A)]' = C \cap [\underbrace{A' \cup (B' \cap A')}]'$$

قانون جذب

$$= C \cap (A')' = C \cap A = \{۱,۲\}$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۴۰- (حمید کروسی)

ابتدا سه عضو $b$، $e$ و $i$ را از مجموعهٔ مفروض حذف می‌کنیم که مجموعهٔ شش عضوی $\{a,c,d,f,g,h\}$ به‌دست می‌آید. از این مجموعه، زیر مجموعه‌های یک یا بیش از یک عضوی انتخاب کرده و به آنها اعضای مجموعهٔ $\{b,i\}$ را اضافه می‌کنیم.

$$\text{تعداد زیر مجموعه‌ها} = \binom{۶}{۱} + \binom{۶}{۲} + \ldots + \binom{۶}{۶} = ۲^۶ - \binom{۶}{۰}$$

$$= ۶۴ - ۱ = ۶۳$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- (مهدی ملارمضانی)

با ضرب $x^۴$ (که مقداری مثبت است) در دو طرف نامعادله داریم:

$$x^۴(x) < x^۴(\frac{۱}{x}) \Rightarrow x^۵ < x^۳$$

نامعادلهٔ فوق همواره درست است. حال به بررسی بقیه گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌های «۱» و «۴»: $x = -۴ \Rightarrow -۴ < -\frac{۱}{۴}$

اما $(-۴)^۲ = ۱۶$ کوچکتر از یک و $(-۴)$ نیست.

گزینهٔ «۲»: $x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۴} < ۴$

اما $\frac{۱}{۴}$ کوچکتر از صفر نیست.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۲- (امیرهوشنگ خمسه)

$$۲ / \overline{ab} = ۲ + ۰ / \overline{ab} = \frac{۱۳}{۶} \Rightarrow ۰ / \overline{ab} = \frac{۱}{۶}$$

با تقسیم ۱ بر ۶ مقدار $۰ / ۱۶۶۶...$ به‌دست می‌آید، در نتیجه:

$$\Rightarrow ۰ / \overline{ab} = ۰ / \overline{۱۶} \Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۶ \end{cases} \Rightarrow a + b = ۷$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۳- (علی شهرابی)

بازهٔ متقارن به مرکز $۲x$ و شعاع $۳x$ بازه‌ای به‌صورت زیر است:

$$(۲x - ۳x \ , \ ۲x + ۳x) = (-x, ۵x)$$

پس باید نسبت نقطهٔ انتهایی بازه به نقطهٔ ابتدایی آن $-۵$ باشد. این شرط فقط در گزینهٔ «۳» وجود دارد:

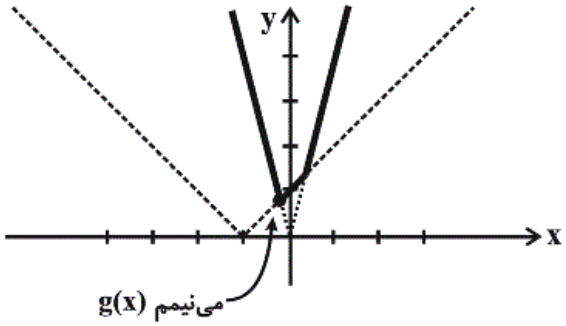
$$\frac{\sqrt{۵۰}}{-\sqrt{۲}} = \frac{۵\sqrt{۲}}{-\sqrt{۲}} = -۵$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

در نتیجه تابع $g(x)$ به شکل زیر می‌باشد:




با توجه به نمودار، مینیمم در ریشهٔ کوچکتر معادلهٔ $|۳x|=|x+۱|$ اتفاق می‌افتد:

$$|۳x|=|x+۱| \Rightarrow \begin{cases} ۳x=x+۱ \Rightarrow x=\frac{۱}{۲} \\ ۳x=-x-۱ \Rightarrow x=\frac{-۱}{۴} \end{cases} \checkmark$$

حال باید عرض نقطه‌ای به طول $x=-\frac{۱}{۴}$ را حساب کنیم:

$$x=-\frac{۱}{۴} \Rightarrow y=\underbrace{|-\frac{۳}{۴}|}_{|۳x|}=\underbrace{|-\frac{۱}{۴}+۱|}_{|x+۱|}=\frac{۳}{۴}$$

*(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

(محمدرضا توجه)

$|\tan y|$، (که در آن $y \neq \frac{k\pi}{۲}$ و $k \in Z$) نمایندهٔ همهٔ اعداد حقیقی مثبت است.

یعنی عدد نامنفی $|۳\sin x - ۴\cos x|$ از همهٔ اعداد حقیقی مثبت کوچکتر است، بنابراین $|۳\sin x - ۴\cos x| = ۰$.

درنتیجه:

$$۳\sin x - ۴\cos x = ۰ \Rightarrow ۳\sin x = ۴\cos x$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \sin x = \pm\frac{۴}{۵} \ , \ \cos x = \pm\frac{۳}{۵}$$

چون $\tan x$ مثبت است، پس $\sin x$ و $\cos x$ هم علامت بوده‌اند. در نتیجه:

$$\sin ۲x = ۲\sin x \cos x = \frac{۲۴}{۲۵}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: مشابه تمرین ۹، صفحهٔ ۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

توجه: حاصل گزینهٔ «۳» همواره برابر ۱- است.

گزینهٔ «۴»: $\alpha = \sqrt{۲} \Rightarrow [\sqrt{۲}](۲+۱) = ۳$

گزینهٔ «۲»: فرض کنیم گزینهٔ «۲»، عدد گویایی مثل $p$ باشد:

$$\frac{\alpha + ۱}{۲\alpha - ۱} = p \Rightarrow \alpha = \frac{p+۱}{۲p-۱}$$

$$p \text{ گویا} \Rightarrow \frac{p+۱}{۲p-۱} \text{ گویا} \Rightarrow \alpha \text{ گویا}$$

از طرفی طبق فرض $\alpha$ گنگ است که به تناقض رسیده‌ایم. بنابراین $p$ الزاماً گنگ است.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۸، ۹ و ۱۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- (علی‌اصغر شریفی)

برای حل مسئله باید دو نامعادلهٔ روبه‌رو را حل کنیم:

$$\begin{cases} \frac{۳n-۱}{۴n+۲} < \frac{۳}{۴} \Rightarrow ۱۲n-۴ < ۱۲n+۶ \Rightarrow -۴ < ۶ \\ ۰/۶ < \frac{۳n-۱}{۴n+۲} \Rightarrow ۱۲n+۶ < ۱۵n-۵ \Rightarrow ۳n > ۱۱ \Rightarrow n > \frac{۱۱}{۳} \end{cases}$$

با توجه به دو معادلهٔ بالا بـه ازای $n_{\circ} = ۴$ جمـلات دنبالـه، در بـازهٔ مـورد نظـر قـرار می‌گیرند.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۸- (محمدمصطفی ابراهیمی)

گزینهٔ «۱» نزولی و بیکران است.

گزینهٔ «۳» صعودی است. نزولی نبودن ایـن دنبالـه را بـا تشـکیل دو جملـهٔ ابتـدای آن می‌توانید تشخیص دهید.

$$a_۱ = ۲ \ , \ a_۲ = (۱+\frac{۱}{۲})^۲ = (\frac{۳}{۲})^۲ = \frac{۹}{۴}$$

گزینهٔ «۴» نیز صعودی است. اینکه دنباله نزولی نیست را دوباره با تشکیل دو جملـهٔ اول آن می‌توانیم متوجه شویم:

$$a_۱ = \frac{۱}{۲} \ , \ a_۲ = \frac{۲}{۳}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۹-

فرض کنید $b_n = a_1 + a_2 + ... + a_n = \frac{1}{n+1}$ باشد، در این‌صورت برای $n \geq 2$، $b_{n-1} = a_1 + a_2 + ... + a_{n-1} = \frac{1}{n}$ خواهد بود. برای پیدا کردن $a_n$ باید تفاضل دو دنبالهٔ $b_n$ و $b_{n-1}$ را به‌دست آوریم:

$$b_n - b_{n-1} = (a_1 + ... + a_{n-1} + a_n) - (a_1 + ... + a_{n-1}) = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{n-(n+1)}{n(n+1)} = \frac{-1}{n(n+1)} \quad (n \geq 2)$$

پس دنبالهٔ $a_n$ به‌ازای $n \geq 2$ یک دنبالهٔ صعودی است. اما چون $b_1 = a_1 = \frac{1}{2}$ و $a_2 = \frac{-1}{6}$ می‌باشد، دنباله در حالت کلی غیریکنوا می‌باشد.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۰

جملات دنباله را محاسبه می‌کنیم:

$$a_1 = \left[\frac{21}{6}\right]\cos\pi = -3$$

$$a_2 = \left[\frac{21}{8}\right]\cos(2\pi) = 2$$

$$a_3 = \left[\frac{21}{10}\right]\cos(3\pi) = -2$$

$$a_4 = \left[\frac{21}{12}\right]\cos(4\pi) = 1$$

$$a_5 = \left[\frac{21}{14}\right]\cos(5\pi) = -1$$

$$a_6 = \left[\frac{21}{16}\right]\cos(6\pi) = 1$$

$$a_7 = \left[\frac{21}{18}\right]\cos(7\pi) = -1$$

$$a_8 = \left[\frac{21}{20}\right]\cos(8\pi) = 1$$

جملات نهم و بعد از آن همگی صفر هستند، چون مقدار $\frac{21}{2n+4}$ کمتر از یک و حاصل جزء صحیح آن صفر است. پس مجموع جملات دنباله برابر است با:

$$-3+2-2+1-1+1-1+1=-2$$

*(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)*

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۱- (مهرداد ملوندی)

راه حل اول: اگر $O$ مبدأ مختصات باشد آنگاه مطابق فرض داریم:

$$\overrightarrow{AM} = ۲\overrightarrow{MB} \Rightarrow (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}) = ۲(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OM})$$

$$\Rightarrow ۳\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + ۲\overrightarrow{OB}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{۱}{۳}(\overrightarrow{OA} + ۲\overrightarrow{OB}) = \frac{۱}{۳}((۱,-۳,-۱) + (۲,۰,۴))$$

$$= \frac{۱}{۳}(۳,-۳,۳) = (۱,-۱,۱)$$

راه حل دوم: اگر در نظر بگیریم $M = (x_۰, y_۰, z_۰)$ ، داریم:

$$\overrightarrow{AM} = ۲\overrightarrow{MB} \Rightarrow (x_۰ - ۱, y_۰ + ۳, z_۰ + ۱)$$

$$= ۲(۱ - x_۰, -y_۰, ۲ - z_۰)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_۰ - ۱ = ۲ - ۲x_۰ \Rightarrow x_۰ = ۱ \\ y_۰ + ۳ = -۲y_۰ \Rightarrow y_۰ = -۱ \\ z_۰ + ۱ = ۴ - ۲z_۰ \Rightarrow z_۰ = ۱ \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۱۴۲- (حمید کروسی)

$$\begin{cases} A = (۳,۱,۲) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } oz} A' = (-۳,-۱,۲) \\ A = (۳,۱,۲) \xrightarrow{\text{تصویر روی } xoy} A'' = (۳,۱,۰) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |A'A''|^۲ = (۳+۳)^۲ + (۱+۱)^۲ + (۰-۲)^۲ = ۳۶ + ۴ + ۴$$

$$\Rightarrow |A'A''| = \sqrt{۴۴} = ۲\sqrt{۱۱}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ و ۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۳ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

$$A=(1,-\alpha,\alpha-1)\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } xz} A_1=(1,\alpha,\alpha-1)$$

$$A=(1,-\alpha,\alpha-1)\xrightarrow{\text{تصویر روی } oz} A_2=(0,0,\alpha-1)$$

$$\begin{cases} x_B=\dfrac{x_{A_1}+x_{A_2}}{2}\Rightarrow \alpha+1=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \alpha=\dfrac{-1}{2} \\ y_B=\dfrac{y_{A_1}+y_{A_2}}{2}\Rightarrow \beta=\dfrac{\alpha}{2}\xrightarrow{\alpha=-\frac{1}{2}}\beta=\dfrac{-1}{4} \\ z_B=\dfrac{z_{A_1}+z_{A_2}}{2}\Rightarrow \dfrac{-3}{2}=\dfrac{2(\alpha-1)}{2}\Rightarrow \alpha=\dfrac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\alpha+2\beta=\frac{-1}{2}+2(\frac{-1}{4})=-1$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ و ۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

-۱۴۴ (محمدصادق ثابتی)

قرینه نسبت به محور طول‌ها: $A=(3,2,1)\Rightarrow B=(3,-2,-1)$

قرینه نسبت به محور عرض‌ها: $A=(3,2,1)\Rightarrow C=(-3,2,-1)$

$$x_A+x_D=x_B+x_C\Rightarrow 3+x_D=3-3\Rightarrow x_D=-3$$

$$y_A+y_D=y_B+y_C\Rightarrow 2+y_D=-2+2\Rightarrow y_D=-2$$

$$z_A+z_D=z_B+z_C\Rightarrow 1+z_D=-1-1\Rightarrow z_D=-3$$

$$\Rightarrow D=(-3,-2,-3)$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴، ۵ و ۱۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

-۱۴۵ (مجید محمدی‌نویسی)

با توجه به رابطهٔ $|a+b|\le|a|+|b|$، زمانی تساوی حاصل می‌شود که $a$ و $b$ هم‌جهت باشند. بنابراین:

$$\max|a+b|=\underbrace{|a|}_{2}+\underbrace{|b|}_{1}=3$$

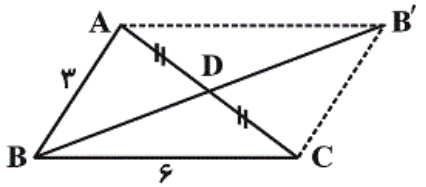
(هندسه تحلیلی - بردار: مشابه تمرین ۱۱، صفحهٔ ۲۵)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۱۴۶** (رضا عباسی‌اصل)

$\overrightarrow{BD}$ را به اندازهٔ خودش از سمت $D$ امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ $B'$ حاصل شود. داریم:




$$\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$$
$$\Rightarrow ۲\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{۱}{۲}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$$

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA}.[\frac{۱}{۲}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})] = \frac{۱}{۲}(\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC})$$

$$= \frac{۱}{۲}(|\overrightarrow{BA}|^۲ + |\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|\cos ۶۰^\circ) = \frac{۱}{۲}(۹ + ۳ \times ۶ \times \frac{۱}{۲})$$

$$= \frac{۱}{۲} \times ۱۸ = ۹$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

**-۱۴۷** (سیدامیر ستوده)

کسینوس زاویهٔ بین دو بردار $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\left.\begin{matrix}\overrightarrow{AB} = (-۱,۴,۳) \\ \overrightarrow{AC} = (-۴,۳,۱)\end{matrix}\right\} \Rightarrow \cos A = \frac{\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}$$

$$= \frac{۴ + ۱۲ + ۳}{\sqrt{۱ + ۱۶ + ۹}\sqrt{۱۶ + ۹ + ۱}} \Rightarrow \cos A = \frac{۱۹}{۲۶}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

---

**-۱۴۸** (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به آن‌که $a$ برداری یکه است، پس $|a| = ۱$. طبق نامساوی کشی ـ شوارتس داریم:

$$|a.b| \le |a||b| \Rightarrow |a.b| \le ۱ \times \sqrt{۹ + ۱۶ + ۲۵}$$
$$\Rightarrow |a.b| \le ۱ \times ۵\sqrt{۲} = ۵\sqrt{۲}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحهٔ ۲۴)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

---

**-۱۴۹** (نوید مجیدی)

باید داشته باشیم: $\cos^۲\frac{\pi}{۳} + (\frac{۱}{\sqrt{۱۲}})^۲ + \cos^۲\gamma = ۱$ و در نتیجه:

$$(\frac{۱}{۲})^۲ + \frac{۱}{۱۲} + \cos^۲\gamma = ۱ \Rightarrow \cos^۲\gamma = ۱ - \frac{۴}{۱۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \cos\gamma = \pm\frac{\sqrt{۶}}{۳}$$

اگر فرض کنیم $a = (a_۱, a_۲, a_۳)$، آن‌گاه داریم:

$$a_۳ = |a|\cos\gamma \Rightarrow |a| = \frac{|a_۳|}{|\cos\gamma|} = \frac{\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۶}}{۳}} = ۳$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۹، ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۰- (محمدطاهر شعاعی)

اندازهٔ تصویر قائم بردار $a$ بر امتداد بردار $(a-b)$ $= \frac{|a.(a-b)|}{|a-b|}$

$= \frac{||a|^2 - a.b|}{|a-b|}$

$|a-b|^2 = |a|^2 + |b|^2 - 2a.b \Rightarrow 7^2 = 20^2 + 15^2 - 2a.b$

$\Rightarrow a.b = \frac{625-49}{2} = \frac{576}{2} = 288$

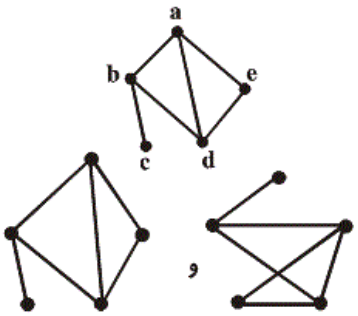
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۸۱- (مهرداد ملوندی)

نمودار گراف $G = (V,E)$ با مجموعه‌ی $V$ و $E$ مورد نظر به صورت روبه‌رو است:



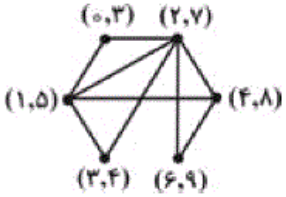

این نمودار همان نمودار گراف گزینه‌ی (۲) است، یعنی دو گراف زیر معادل‌اند. (به عنوان تمرین، این موضوع را نشان دهید.)

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

---

۱۸۲- (نوید مجیری)




کافی است تا نمودار این گراف را رسم کنیم، که در آن رأس‌ها متناظر با بازه‌های مورد نظر هستند.

حال اگر تعداد یال‌ها را بشماریم، می‌بینیم که برابر با ۹ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحهٔ ۸)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

---

۱۸۳- (فرهاد صابر)

تعداد گراف‌های ساده با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, \cdots, v_p\}$ برابر است با $2^{\binom{p}{2}}$.

چون در این گراف $a$ و $b$ تنها (ایزوله) هستند پس این دو رأس را کنار می‌گذاریم. تعداد گراف‌های ساده‌ای که با ۴ رأس باقیمانده می‌توان ساخت؛ برابر است با: $2^{\binom{4}{2}} = 2^6 = 64$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۸۴- (حمید کروسی)

گراف کامل مرتبهٔ ۷، دارای $\frac{۷\times۶}{۲}=۲۱$ یال است، بنابراین گراف مورد نظر، یک یال کم‌تر از گراف $k_۷$ دارد. با برداشتن یک یال از گراف $k_۷$، دنبالهٔ درجات آن به‌صورت ۵، ۵، ۶، ۶، ۶، ۶ و ۶ خواهد شد که دو رأس از درجهٔ ۵ دارد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

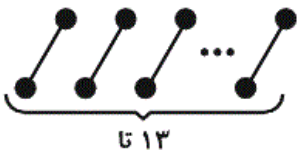
---

۱۸۵- (علی‌اکبر علیزاده)

حداقل $p$ زمانی رخ می‌دهد که یال‌ها تا حد ممکن فشرده‌تر رسم شوند. برای ۱۳ یال دست کم وجود ۶ رأس ضروری است و چون دو رأس ایزوله هم داریم.

بنابراین: $p_{min}=۸$.

برای $p_{max}$ می‌بایست یال‌ها حتی الامکان پراکنده‌تر باشند. بنابراین گراف به‌صورت مقابل خواهد بود:




و در نتیجه $p_{max}=۲۸$

بنابراین محدوده تغییرات $p$ به‌صورت زیر است:

$p=۸,۹,۱۰,...,۲۸$ تعداد $p$ های مختلف $=۲۸-۸+۱=۲۱$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

۱۸۶- (سیدامیر ستوده)

با توجه به این‌که تعداد رأس‌های فرد در هر گراف عددی زوج است. نتیجه می‌شود از $a$ و $b$ یکی فرد و دیگری زوج است و چون $G$ از مرتبه ۷ است، درجه رئوس گراف باید کوچکتر یا مساوی ۶ باشند.

اگر $a+b=۹$، $(a=۵\ ,\ b=۴)$ یا $(a=۶\ ,\ b=۳)$ در این حالت دنباله درجات به‌صورت ۱، ۲، ۳، ۴، ۴، ۵ و ۵ یا ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵ و ۶ است. که هر دو قابل رسم‌اند. پس حداکثر $a+b$ در این حالت رخ می‌دهد.

همچنین حالت $a+b=۱۱$ $(b=۵\ ,\ a=۶)$ امکان‌پذیر نیست، زیرا گرافی با دنبالهٔ درجات ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۵ و ۶ قابل رسم نیست.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحهٔ ۱۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۸۷- (رضا پورحسینی)

اولاً: گراف سه رأس $\Delta = ۶$ دارد، پس $۸ - ۳ = ۵$ رأس کوچکتر از درجه ۶ خواهد داشت.

ثانیاً: چون حداکثر یال را می‌خواهیم باید درجه‌ها را بیشترین مقدار ممکن در نظر بگیریم.

ثالثاً: چون تعداد رئوس فرد باید زوج باشد پس نمی‌توانیم همهٔ ۵ رأس را درجهٔ ۵ در نظر بگیریم پس یک رأس را درجه ۴ و چهار رأس را درجهٔ ۵ قرار می‌دهیم.

در نتیجه:

$$۲q = (\underbrace{۶+۶+۶}_{۱۸}) + (\underbrace{۵+۵+۵+۵}_{۲۰}) + (۴) = ۴۲ \Rightarrow q_{max} = ۲۱$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحهٔ ۱۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۸۸- (امیرحسین ابومحبوب)

تنها حالتی که برای رئوس فرد امکان‌پذیر است، وجود ۱۶ رأس درجهٔ یک است. از طرفی برای رئوس زوج داریم:

مجموع درجات رئوس زوج + مجموع درجات رئوس فرد = مجموع درجات گراف

$$\Rightarrow \text{مجموع درجات رئوس زوج} = ۲ \times ۱۲ - ۱۶ = ۸$$

بنابراین رئوس زوج به‌صورت یک رأس درجهٔ ۸ یا ۲ رأس درجهٔ ۴ یا ۴ رأس درجهٔ ۲ می‌باشند. در این‌صورت با در نظر گرفتن ۱۶ رأس درجهٔ یک، مرتبهٔ گراف یکی از اعداد ۱۷، ۱۸ یا ۲۰ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحهٔ ۱۱)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

---

۱۸۹- (علیرضا سیف)

در گراف‌های منتظم، رابطهٔ $pr = ۲q$ برقرار است. داریم:

$$r(r+۵) = ۲q_۱ \quad (۱)$$

$$۵(r+۵) = ۲q_۲ = ۲(q_۱ + ۸)$$

$$\Rightarrow ۵r + ۲۵ = ۲q_۱ + ۱۶ \Rightarrow ۲q_۱ = ۵r + ۹ \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow r^۲ + ۵r = ۵r + ۹ \Rightarrow r^۲ = ۹ \Rightarrow r = ۳$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحهٔ ۱۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹۰- (علی‌اکبر علیزاده)

وقتی مرتبه گراف ۵ است، حداکثر ۱۰ یال خواهیم داشت که به‌صورت مجموعهٔ $E = \{ab, ac, ad, ..., ed\}$ تعریف می‌شوند. این یال‌ها را در سه دسته تفکیک می‌کنیم:

$E_1 \Rightarrow$ یال‌های فاقد رئوس $a$ و $b$ $= \{cd, de, ce\}$

$E_2 \Rightarrow$ یال‌های شامل $a$ و فاقد $b$ $= \{ac, ad, ae\}$

$E_3 \Rightarrow$ یال‌های شامل $b$ و فاقد $a$ $= \{bc, bd, be\}$

$E_4 \Rightarrow$ یال‌های شامل رئوس $a$ و $b$ $= \{ab\}$

حال می‌بایست از هر مجموعه زیر مجموعه‌ای انتخاب کنیم اما تعداد اعضای زیر مجموعه‌ای که از $E_2$ انتخاب می‌شود می‌بایست با تعداد اعضای زیر مجموعه انتخابی از $E_3$ برابر باشد. خواهیم داشت:

$$2^3 \times \left[ \binom{3}{0}^2 + \binom{3}{1}^2 + \binom{3}{2}^2 + \binom{3}{3}^2 \right] \times 2^1 = 320$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

ریاضي ، آمار و مدل‌سازی ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۹۱- (میلاد منصوری)

ماه‌های سال، متغیر کیفی ترتیبی هستند: فروردین، اردیبهشت، خرداد و ... سال تولد و چندمین فرزند خانواده، متغیر کمی گسسته و جنسیت فرد، متغیر کیفی اسمی است.

(آمار و مدل‌سازی - متغیرهای تصادفی؛ صفحهٔ ۳۶ تا ۳۸)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

---

۱۹۲- (محمدجواد محسنی)

«تعداد اعداد حقیقی که در یک شرط خاص صدق می‌کند»، قابل شمارش است؛ بنابراین کمی است. همچنین نمی‌تواند همهٔ مقادیر را قبول کند،پس گسسته است.

نوع تلفن مورد استفادهٔ شهروندان قابل شمارش نیست، پس کیفی است و همچنین شامل ۲ نوع تلفن همراه (سیار) و تلفن ثابت است، پس کیفی اسمی است.

(آمار و مدل‌سازی- متغیرهای تصادفی؛ صفحهٔ ۳۶ تا ۳۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹۳- (عباس‌اسدی امیرآبادی)

می‌دانیم تفاضل دو کران پایین متوالی همان طول دسته است. یعنی $C = ۳$، از طرفی تعداد دسته‌ها ۹ می‌باشد. پس داریم:

$$R = KC = ۳ \times ۹ = ۲۷$$

$$R = \max - \min \Rightarrow ۲۷ = ۷۰ - \min \Rightarrow \min = ۷۰ - ۲۷ = ۴۳$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

۱۹۴- (مجید خرایی)

اگر فراوانی تجمعی دستهٔ پنجم را از فراوانی تجمعی دستهٔ ششم کم کنیم، فراوانی مطلق دستهٔ ششم به‌دست می‌آید. یعنی:

$$f_۶ = ۴۰ - ۳۰ = ۱۰$$

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ ششم} = \frac{\text{فراوانی مطلق دسته‌ی ششم}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}$$

$$= \frac{f_۶}{n} = \frac{۱۰}{۸۰} = \frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵$$

توضیح نکات درسی:

اگر فراوانی تجمعی یک دسته را منهای فراوانی تجمعی دستهٔ ماقبل آن کنیم، فراوانی مطلق آن دسته به‌دست می‌آید.

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

۱۹۵- (کوروش داوودی)

در گزینه‌ی «۳» متغیر کمی گسسته به‌کار رفته است، در حالی‌که گزینه‌های دیگر دارای متغیر کمی پیوسته هستند.

(آمار و مدل‌سازی - متغیرهای تصادفی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

تعداد کل روزها برابر ۳۰ یا همان تعداد روزهای آبان ماه است.

$$\Rightarrow \frac{۶}{۱۰} = \frac{y}{۳۰} \Rightarrow y = ۱۸$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹۷- (آرش رحیمی)

$$\frac{F_i}{n} = ۰/۴ \Rightarrow F_i = ۰/۴n$$

$$\frac{۰/۴n + ۲۰}{n + ۲۰} = ۰/۸ \Rightarrow ۰/۴n + ۲۰ = ۰/۸n + ۱۶$$

$$\Rightarrow ۰/۴n = ۴ \Rightarrow n = ۱۰$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

۱۹۸- (آرش رحیمی)

$$f_۲ = \frac{F_۲}{n} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۱۲}{n} \Rightarrow n = ۲۰$$

$$f_۱ = \frac{F_۱}{n} \Rightarrow ۰/۱ = \frac{x}{۲۰} \Rightarrow x = ۲$$

$\sum f_i = ۱$ (مجموع فراوانی نسبی = ۱)

$$۰/۱ + ۰/۶ + z = ۱ \Rightarrow z = ۰/۳$$

$\sum F_i = n$ (مجموع فراوانی مطلق = $n$)

$$۲ + ۱۲ + y = ۲۰ \Rightarrow y = ۶$$

$$\Rightarrow \frac{y}{xz} = \frac{۶}{۲ \times ۰/۳} = \frac{۶}{۰/۶} = ۱۰$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

---

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۱۹۹- (امیرحسین ابومحبوب)

فاصلهٔ میان مرکز دستهٔ اول و دستهٔ چهارم، ۳ برابر طول دسته است. پس اگر طول دسته را با $x$ نشان دهیم، داریم:

$$۳c = ۱۱ - ۳ = ۸ \Rightarrow c = \frac{۸}{۳}$$

حال $e$ کران بالایی دستهٔ چهارم و $a$ کران پایینی دستهٔ اول است و اختلاف آن‌ها، برابر طول دسته‌های اول تا چهارم است یعنی داریم:

$$e - a = ۴c = ۴ \times \frac{۸}{۳} = \frac{۳۲}{۳}$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۲۰۰ (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به این که فراوانی مطلق دسته‌های سوم تا پنجم، صعودی است، پس درصد فراوانی نسبی دستهٔ چهارم، قطعاً بین ۱۰ و ۱۵ می‌باشد. همچنین فراوانی مطلق این دسته، برابر $۹ = ۱۲ - ۲۱$ است. اگر $N$ فراوانی کل داده‌ها باشد، آنگاه $\frac{۹}{N}$ فراوانی نسبی دستهٔ چهارم است و داریم:

$$\frac{۱۰}{۱۰۰} \le \frac{۹}{N} \le \frac{۱۵}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱۰۰}{۱۵} \le \frac{N}{۹} \le ۱۰ \Rightarrow ۶۰ \le N \le ۹۰$$

در نتیجه تنها عدد ۷۵ برای فراوانی کل داده‌ها، قابل قبول است.

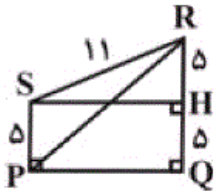
(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

ریاضی ، هندسه ۱ ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

-۱۶۱ (امیرحسین ابومحبوب)




مطابق شکل عمودی از نقطه‌ی $S$ بر پاره‌خط $RQ$ وارد می‌کنیم. داریم: $RH = ۱۰ - ۵ = ۵$

$$\overset{\Delta}{RHS} : SH^۲ = RS^۲ - RH^۲ = ۱۲۱ - ۲۵ = ۹۶$$

چهارضلعی $PQHS$ مستطیل است، پس $PQ = SH$ و داریم:

$$\overset{\Delta}{PQR} : PR^۲ = PQ^۲ + RQ^۲ = ۹۶ + ۱۰۰ = ۱۹۶ \Rightarrow PR = ۱۴$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ مشابه تمرین ۱۱ صفحه‌ی ۶۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

-۱۶۲ (محمد کل صفتان)

$$\text{شش ضلعی منتظم } S = \frac{۶\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲$$

$$\text{مربع } S = \frac{(\text{قطر})^۲}{۲} = \frac{(a\sqrt{۳})^۲}{۲} = \frac{۳a^۲}{۲}$$

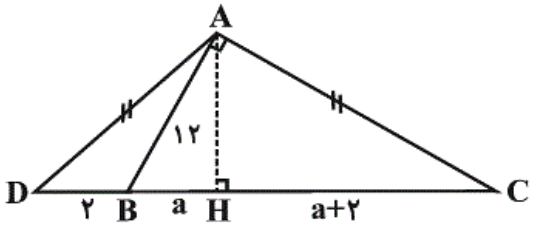
$$\Rightarrow \frac{S_{\text{شش ضلعی}}}{S_{\text{مربع}}} = \frac{\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲}{\frac{۳}{۲}a^۲} = \sqrt{۳}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۳۸ و ۶۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۶۳ (رضا عباسی‌اصل)




ارتفاع $AH$ را رسم می‌کنیم. فرض کنیم $BH = a$، در مثلث متساوی‌الساقین $ADC$، ارتفاع $AH$ میانهٔ $DC$ است، بنابراین:

$$DH = HC \Rightarrow HC = a + ۲$$

$$\overset{\Delta}{ABC} : AB^۲ = BH.BC \Rightarrow ۱۴۴ = a(۲a + ۲)$$

$$\Rightarrow a(a + ۱) = ۷۲ \Rightarrow a = ۸$$

$$BC = ۲a + ۲ = ۲ \times ۸ + ۲ = ۱۸$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحهٔ ۶۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

-۱۶۴ (رضا عباسی‌اصل)

بنابه قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{DBC}$ داریم:

$$DB^۲ = ۱۳^۲ - ۵^۲ \Rightarrow DB = ۱۲$$

$$\text{مساحت ناحیه رنگی} = S_{ABE} + S_{DEC} = \frac{۱}{۲}EB.AB + \frac{۱}{۲}ED.DC$$

$$= \frac{۵}{۲}EB + \frac{۵}{۲}ED = \frac{۵}{۲}(\underbrace{EB + ED}_{BD}) = \frac{۵}{۲} \times ۱۲ = ۳۰$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۴۱ و ۵۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

-۱۶۵ (رسول محسنی‌منش)

اگر اندازهٔ $AM$ را $x$ فرض کنیم، $MN = x$ و $AN = ۲x$ است، مساحت ذوزنقه و مساحت مثلث $ADN$ برابر است. پس داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{ADN}} = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow \frac{AD \times AN}{۲} = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow \sqrt{۳} \times AN = ۴\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AN = ۴ \Rightarrow ۲x = ۴ \Rightarrow x = ۲$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۱۶۶** (محسن محمدکریمی)

با توجه به این که $HM$ و $HN$ به‌ترتیب در دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $AHB$ و $AHC$ میانه‌های وارد بر وتر هستند، پس:

$$HM=\frac{AB}{۲}\ ,\ HN=\frac{AC}{۲}$$

$$\frac{HM}{HN}=\frac{\frac{AB}{۲}}{\frac{AC}{۲}}=\frac{AB}{AC}=۳$$

$$\frac{AB^۲}{AC^۲}=\frac{BH.BC}{CH.BC}=\frac{BH}{CH}\Rightarrow\frac{BH}{CH}=(\frac{AB}{AC})^۲=۹$$

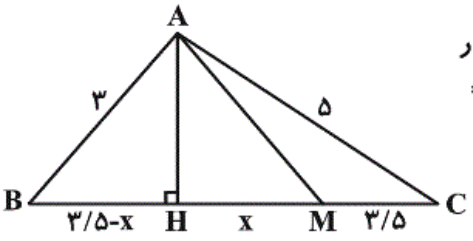
(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحهٔ ۶۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

**-۱۶۷** (میلاد منصوری)

مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را به‌صورت مقابل در نظر بگیرید. بنابه قضیهٔ فیثاغورس داریم:




$$AH^۲+(۳/۵+x)^۲=۲۵$$

$$AH^۲+(۳/۵-x)^۲=۹$$

دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$(۳/۵+x)^۲-(۳/۵-x)^۲=۱۶$$

$$(۲x)(۷)=۱۶\Rightarrow x=\frac{۸}{۷}$$

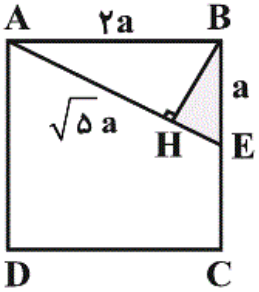
(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

---

**-۱۶۸** (محمدجواد محسنی)

طول ضلع مربع را $۲a$ می‌گیریم و در نتیجه $BE$ برابر $a$ می‌شود. برای محاسبه $AE$ داریم (طبق فیثاغورس):




$$AB^۲+BE^۲=AE^۲$$

$$\Rightarrow(۲a)^۲+a^۲=AE^۲\Rightarrow AE=\sqrt{۵}a$$

$$\Delta ABE: BH\times AE=AB\times BE$$

$$\Rightarrow BH\times\sqrt{۵}a=۲a\times a\Rightarrow BH=\frac{۲\sqrt{۵}a}{۵}$$

$$\Delta BHE: BH^۲+HE^۲=BE^۲\Rightarrow\frac{۴}{۵}a^۲+HE^۲=a^۲\Rightarrow HE=\frac{\sqrt{۵}}{۵}a$$

$$\frac{S_{\Delta BHE}}{S_{ABCD}}=\frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}a\times\frac{\sqrt{۵}}{۵}a}{۲a\times۲a}=\frac{۱}{۲۰}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۱، ۵۷ و ۶۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۶۹ (محسن محمدکریمی)

فرض کنیم در مثلث $ABC$، $h_a = ۱۲$، $h_b = ۱۵$ و $h_c = ۲۰$ هستند. اگر مساحت مثلث را $S$ در نظر بگیریم، اضلاع مثلث عبارت‌اند از:

$$a = \frac{۲S}{۱۲} \quad , \quad b = \frac{۲S}{۱۵} \quad , \quad c = \frac{۲S}{۲۰}$$

$$a^۲ = (\frac{۲S}{۱۲})^۲ = \frac{S^۲}{۳۶}$$

$$b^۲ = (\frac{۲S}{۱۵})^۲ = \frac{۴S^۲}{۲۲۵}$$

$$c^۲ = (\frac{۲S}{۲۰})^۲ = \frac{S^۲}{۱۰۰}$$

$$b^۲ + c^۲ = \frac{۱۶S^۲ + ۹S^۲}{۹۰۰} = \frac{۲۵S^۲}{۹۰۰} = \frac{S^۲}{۳۶} = a^۲$$

مثلث در رأس $A$ قائم الزاویه است. بنابراین $h_b = c$ و $h_c = b$ است و در نتیجه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۱۵ \times ۲۰ = ۱۵۰$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۷۰ (محمد کل صفتان)

اگر $AF = x$ باشد، چون $\overset{\Delta}{AFM}$ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است پس $FM = \sqrt{۲}x$ پس:

$$ME = FM = x\sqrt{۲} \quad \text{و} \quad BE = x$$

$$EF = \sqrt{AF^۲ + AE^۲} = \sqrt{x^۲ + (۱ + \sqrt{۲})^۲ x^۲}$$

$$= \sqrt{x^۲ + x^۲ + ۲x^۲ + ۲\sqrt{۲}x^۲} = \sqrt{۴ + ۲\sqrt{۲}}x$$

با توجه به شکل، $AB = (۲ + \sqrt{۲})x$ است و داریم:

$$\frac{EF}{AB} = \frac{\sqrt{۲(۲ + \sqrt{۲})}x}{(۲ + \sqrt{۲})x} = \frac{\sqrt{۲} \times \sqrt{۲ + \sqrt{۲}}}{\sqrt{۲ + \sqrt{۲}} \times \sqrt{۲ + \sqrt{۲}}}$$

$$= \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲ + \sqrt{۲}}} \times \frac{\sqrt{۲ - \sqrt{۲}}}{\sqrt{۲ - \sqrt{۲}}} = \sqrt{۲ - \sqrt{۲}}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحهٔ ۶۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- (امیرهوشنگ خمسه)

ابتدا دامنه توابع را به‌دست می‌آوریم.

$$D_f : (|x|+1)|x| \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} |x|+1 \neq 0 \\ |x| \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow D_f = R - \{0\}$$

$$D_g = \sqrt{x^2} = 0 \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow D_g = R - \{0\}$$

مشاهده می‌شود که دامنه‌ها برابرند.

دقت کنید دامنهٔ توابع شامل اعداد منفی است ولی هر دو تابع همواره مثبت‌اند، پس برد نمی‌تواند شامل دامنه باشد یعنی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ غلط‌اند.

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۱۱۲- (امیرهوشنگ خمسه)

تابع $f$ خطی است یعنی $f(x) = ax + b$ می‌باشد.

$$4f(2x) = f(8x-1) - 5 \Rightarrow 4(a(2x)+b) = a(8x-1) + b - 5$$

$$8ax + 4b = 8ax - a + b - 5 \Rightarrow a + 3b = -5 \quad (1)$$

$$f^{-1}(3) = 5 \Rightarrow f(5) = 3 \Rightarrow 5a + b = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = 1 \ , \ b = -2$$

با توجه به حکم مسئله، نقطهٔ $A\begin{vmatrix} 2 \\ m \end{vmatrix}$ روی $f$ است.

$$f(x) = x - 2 \Rightarrow f(2) = 2 - 2 = 0 = m$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

---

۱۱۳- (امیرهوشنگ خمسه)

چون علامت در طرفین $b$ عوض نشده است، پس $b$ ریشهٔ مضاعف تابع است. یعنی $\Delta = 0$ بوده و $x = b$ ریشه معادله است.

$$\Delta = (a+1)^2 - 4(1)(b) \quad (1)$$

$$b \in \text{معادله} \Rightarrow b^2 + (a+1)b + b = 0 \Rightarrow b(b + (a+1) + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{b \neq 0} b = -a - 2$$

مقدار $b$ را در معادلهٔ (۱) می‌گذاریم:

$$(a+1)^2 - 4(-a-2) = 0 \Rightarrow a^2 + 6a + 9 = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 1$$

در نتیجه خواهیم داشت: $b - a = 1 - (-3) = 4$

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۱۴-** (علی‌اصغر شریفی)

برای حل مسئله کافی است نامعادلهٔ روبه‌رو را حل کنیم:

$$۷-|x|>\frac{۵-x}{۲}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x\geq ۰\Rightarrow ۷-x>\frac{۵-x}{۲}\Rightarrow ۷-\frac{۵}{۲}>\frac{x}{۲}\Rightarrow x<۹\\ x<۰\Rightarrow ۷+x>\frac{۵-x}{۲}\Rightarrow \frac{۳x}{۲}>-۴/۵\Rightarrow x>-۳\end{cases}$$

$$\begin{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک با بازه مورد نظر}} ۰\leq x<۹ \quad (I)\\ \xrightarrow{\text{اشتراک با بازه مورد نظر}} -۳<x<۰ \quad (II)\end{cases}\Rightarrow -۳<x<۹$$

بنابراین بازهٔ مورد نظر $(-۳,۹)$ خواهد بود، در نتیجه:

$$b-a=۹-(-۳)=۱۲$$

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۵۹ و ۶۰ و ۷۳ تا ۷۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

**۱۱۵-** (محمدمصطفی ابراهیمی)

از نمودار داده شده مشخص است که $۰\leq f(x)\leq ۴$ است. می‌توانیم به کمک آن حدود تغییرات تابع $g(x)$ (یعنی برد آن) را به‌دست آوریم:

$$۰\leq f(x)\leq ۴\Rightarrow ۱\leq f(x)+۱\leq ۵\Rightarrow \frac{۱}{۵}\leq \frac{۱}{f(x)+۱}\leq ۱$$

$$\xrightarrow{\times ۴}\frac{۴}{۵}\leq \frac{۴}{f(x)+۱}\leq ۴\Rightarrow \frac{۴}{۵}\leq g(x)\leq ۴\Rightarrow R_g=[\frac{۴}{۵},۴]$$

برد تابع $g$ شامل اعداد صحیح ۱، ۲، ۳ و ۴ است.

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

**۱۱۶-** (علی شهرابی)

ابتدا ضابطه $f(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x-\frac{۱}{x})=x^۲+\frac{۱}{x^۲}=(x-\frac{۱}{x})^۲+۲$$

$$\xrightarrow{x-\frac{۱}{x}=t} f(t)=t^۲+۲\Rightarrow f(\frac{۱}{x})=(\frac{۱}{x})^۲+۲=\frac{۱}{x^۲}+۲$$

حالا معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{۱}{x^۲}+۲=\frac{۵}{۲}\Rightarrow \frac{۱}{x^۲}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=\pm\sqrt{۲}$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۷ (علی شهرابی)

با توجه به بازهٔ مجموعهٔ جواب نامعادلـه، عبـارت $(x+1)(2x^2+ax+b)$ حتماً ریشهٔ $x=4$ را دارد. از طرفی $x=-1$ هم ریشهٔ این عبـارت اسـت. بـرای آن‌کـه $x=-1$ در بازهٔ جواب نامعادله نقشی نداشته باشد، باید $x=-1$ بازهم ریشهٔ ایـن عبارت باشد. پس این عبارت به شکل زیر است:

$$(x+1)\boxed{(2x^2+ax+b)} = (x+1)\boxed{2(x+1)(x-4)}$$

پس داریم: $2x^2+ax+b = 2x^2-6x-8$

و در نتیجه $a=-6$ و $b=-8$ و بنابراین: $a+b=-14$

(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

-۱۱۸ (محمدامین نباخته)

باید $f(x)\le 1+\frac{x}{2}$ باشد. $3x^2+x\le 1+\frac{x}{2} \xrightarrow{\times 2} 6x^2+2x\le 2+x$

$$\Rightarrow 6x^2+x-2\le 0 \Rightarrow (3x+2)(2x-1)\le 0$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}\le x\le \frac{1}{2}$$

$$b-a=\frac{1}{2}-(-\frac{2}{3})=\frac{3+4}{6}=\frac{7}{6}$$

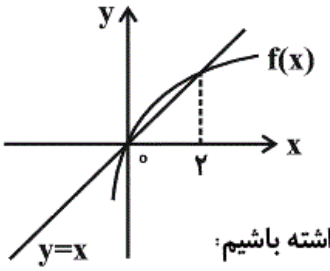
(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

---

-۱۱۹ (محمدمصطفی ابراهیمی)

دامنـهٔ تـابع $y=\sqrt{f(x)-x}$ برابـر بـا بـازهٔ $[0,2]$ است. یعنی فقط در این بازه نمودار تابع $f(x)$ بالای خـط $y=x$ قرار دارد. (شکل را ببینید.)

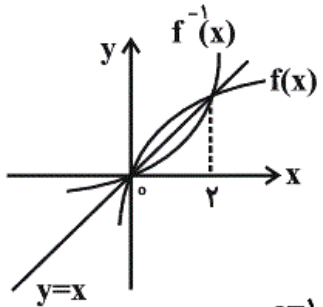



$$f(x)-x\ge 0 \Rightarrow f(x)\ge x \;:\; x\in[0,2]$$

حال به دنبال دامنهٔ $y=\sqrt{x-f^{-1}(x)}$ هستیم، باید داشته باشیم:

$$x-f^{-1}(x)\ge 0 \Rightarrow x\ge f^{-1}(x)$$

یعنـی بایـد ببینـیم در چـه $x$ هـایی نمـودار $y=x$ بالای $f^{-1}(x)$ قرار دارد. می‌دانیم نمودار $f^{-1}$، قرینهٔ نمودار $f$ نسبت بـه خـط $y=x$ است. بنـابراین بـا توجـه بـه شـکل،




دقیقاً در بازهٔ $[0,2]$ نمودار $y=x$ بالای نمودار $f^{-1}(x)$ قرار می‌گیرد.

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ و ۴۱ تا ۴۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۰ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$(x+\frac{۱}{y})(y+\frac{۱}{x}) = xy+\frac{۱}{xy}+۱+۱ = xy+\frac{۱}{xy}+۲$$

چون $x,y>۰$ هستند، پس $xy+\frac{۱}{xy}\geq ۲$ می‌باشد، پس:

$$xy+\frac{۱}{xy}\geq ۲ \xrightarrow{+۲} xy+\frac{۱}{xy}+۲\geq ۴$$

بنابراین کمترین مقدار این عبارت برابر ۴ است.

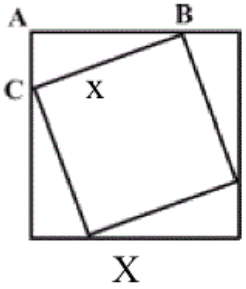
(ریاضی ۲ - توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت: مشابه تمرین ۳، صفحهٔ ۸۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

ریاضي ، هندسه ۱ - گواه ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

-۱۷۱ (آزاد ریاضی - ۸۹)




طول ضلع مربع بزرگ را X و طول ضلع مربع کوچک را x می‌نامیم، داریم:

$$\frac{\text{مساحت مربع بزرگ}}{\text{مساحت مربع کوچک}} = \frac{X^۲}{x^۲} = \frac{۴۹}{۲۵}$$

$$\Rightarrow \frac{X}{x}=\frac{۷}{۵} \xrightarrow{X=۱۴} \frac{۱۴}{x}=\frac{۷}{۵} \Rightarrow x=۱۰$$

$$S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{۱}{۴}(\text{مساحت مربع کوچک} - \text{مساحت مربع بزرگ})$$

$$= \frac{۱}{۴}(X^۲-x^۲) = \frac{۱}{۴}(۱۹۶-۱۰۰) = ۲۴$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحهٔ ۳۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

---

$$S(MNBCD) = S(ABCD) - S(\overset{\Delta}{AMN})$$

$$= a.b\sin\alpha - \frac{۱}{۸}a.b\sin\alpha = \frac{۷}{۸}a.b\sin\alpha$$

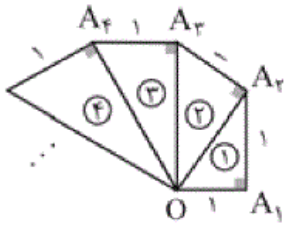
$$\Rightarrow \frac{S(MNBCD)}{S(\overset{\Delta}{AMN})} = \frac{\frac{۷}{۸}a.b\sin\alpha}{\frac{۱}{۸}a.b\sin\alpha} = ۷$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۱۷۳** (سراسری تجربی - ۸۸)




مثلث اول : $\overset{\Delta}{OA_1A_2} : OA_1 = ۱$

مثلث دوم : $\overset{\Delta}{OA_2A_3} : OA_2 = \sqrt{۱^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۲}$

مثلث سوم : $\overset{\Delta}{OA_3A_4} : OA_3 = \sqrt{(\sqrt{۲})^۲ + ۱} = \sqrt{۳}$

$\vdots$

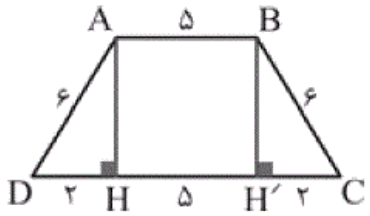
مثلث نهم : $\overset{\Delta}{OA_9A_{10}} : OA_9 = \sqrt{۹} = ۳$

$$\Rightarrow S(\overset{\Delta}{OA_9A_{10}}) = \frac{۱}{۲} OA_9 \times A_9A_{10} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۱ = \frac{۳}{۲}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

**-۱۷۴** (سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۸)




از نقاط $A$ و $B$، به‌ترتیب عمودهای $AH$ و $BH'$ را بر $CD$ وارد می‌کنیم؛ از آنجا که طبق فرض سؤال، ذوزنقهٔ $ABCD$ متساوی‌الساقین است، می‌توان نتیجه گرفت دو مثلث قائم‌الزاویهٔ $ADH$ و $BCH'$ همنهشت هستند، پس $DH = CH'$ و می‌توان نوشت:

$$DH = CH' = \frac{CD - AB}{۲} = \frac{۹ - ۵}{۲} = ۲$$

قضیهٔ فیثاغورس در $\overset{\Delta}{ADH}$ : $AH = \sqrt{AD^۲ - DH^۲}$

$$= \sqrt{۳۶ - ۴} = \sqrt{۳۲} = ۴\sqrt{۲}$$

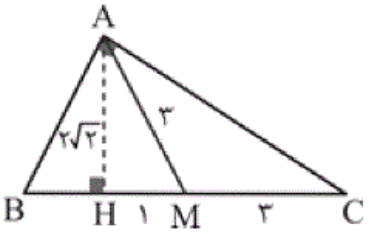
$$\Rightarrow S(ABCD) = \frac{(AB + CD) \times AH}{۲} = \frac{(۵ + ۹) \times ۴\sqrt{۲}}{۲} = ۲۸\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۷۵-** (سراسری ریاضی - ۸۳)




با توجه به فرض مسأله، در شکل مقابل $AM = ۳$ و $AH = ۲\sqrt{۲}$.

با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $AHM$، داریم:

$$MH = \sqrt{AM^۲ - AH^۲} = \sqrt{۹-۸} = ۱$$

چون $AM = ۳$ میانه‌ی وارد بر وتر است، پس: $CM = AM = ۳$

$$\Rightarrow CH = CM + MH = ۳ + ۱ = ۴$$

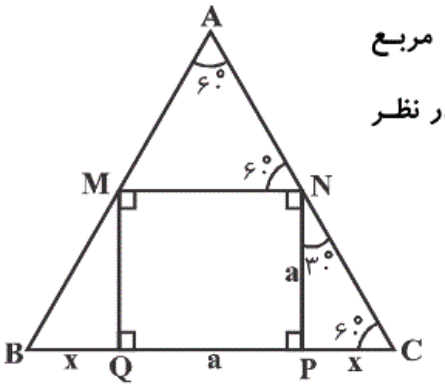
با توجه به شکل، $AC$ ضلع متوسط مثلث است، بنابراین با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $AHC$، داریم:

$$AC = \sqrt{AH^۲ + CH^۲} = \sqrt{۸+۱۶} = ۲\sqrt{۶}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۵۷ و ۶۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

**۱۷۶-** (سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۲)




مطابق شکل فرض می‌کنیم $MNPQ$ مربع مورد نظر است و طول ضلع آن را $a$ در نظر می‌گیریم.

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $NPC$، داریم:

$$tg(C\hat{N}P) = \frac{PC}{NP} \Rightarrow tg۳۰^\circ = \frac{x}{a} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳} = \frac{x}{a} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{۳}}{۳}a$$

طبق فرض، طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع $ABC$ برابر با واحد است، پس:

$$BC = ۱ \Rightarrow x + a + x = ۱ \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳}a + a + \frac{\sqrt{۳}}{۳}a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۳}{۳ + ۲\sqrt{۳}}$$

با گویا کردن کسر اخیر، داریم:

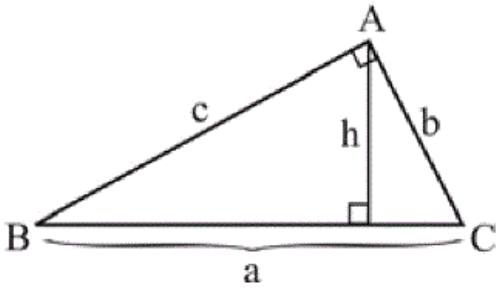
$$a = \frac{۳}{۳+۲\sqrt{۳}} \times \frac{۳-۲\sqrt{۳}}{۳-۲\sqrt{۳}} = \frac{۳(۳-۲\sqrt{۳})}{۹-۱۲} = ۲\sqrt{۳} - ۳$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۷۷- (سراسری تجربی خارج از کشور -۹۳)

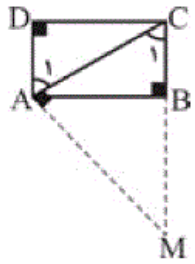



با توجه به فرض مسأله $S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{۱}{۸}a^۲$، از طرفی با توجه به شکل $S(\overset{\Delta}{ABC}) = \frac{۱}{۲}ah$، پس:

$$\frac{۱}{۸}a^۲ = \frac{۱}{۲}ah \Rightarrow h = \frac{۱}{۴}a$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۷۸- (سراسری تجربی- ۹۰)




مطابق شکل، در مستطیل $ABCD$، از نقطهٔ $A$، بر قطر $AC$ عمود کرده‌ایم و آن عمود، امتداد ضلع $BC$ را در نقطهٔ $M$ قطع کرده است، طول پاره‌خط $MC$ مدنظر سؤال است.

$$\overset{\Delta}{ABC} \xrightarrow{\hat{B}=۹۰^\circ} AC = \sqrt{AB^۲ + BC^۲}$$

$$= \sqrt{۲^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۵}$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ACM$، $AB$ ارتفاع وارد بر وتر است، پس:

$$AC^۲ = BC \times MC \Rightarrow ۵ = ۱ \times MC \Rightarrow MC = ۵$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس؛ صفحهٔ ۶۵)

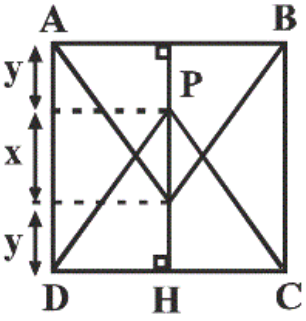
۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۷۹- (سراسری ریاضی خارج از کشور -۹۲)

مطابق شکل اگر طول ضلع مربع را $a$ در نظر بگیریم، $PH$ ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $a$ است، یعنی:

$$PH = x + y = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a$$




از طرفی $AD = x + ۲y$، پس:

$$۲\times\begin{cases} x+y=\frac{\sqrt{۳}}{۲}a \\ -\ \ x+۲y=a \end{cases}$$

$$x = \sqrt{۳}a - a \Rightarrow x = (\sqrt{۳}-۱)a$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۸۰- (سراسری ریاضی خارج کشور- ۹۱)

طول مستطیل برابر طول قطر بزرگ شش‌ضلعی منتظم و عرض مستطیل برابر طول قطر کوچک شش‌ضلعی منتظم است. اگر طول هر ضلع شش‌ضلعی منتظم را $a$ در نظر بگیریم، طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر $۲a$ و $\sqrt{۳}a$ است و داریم:

$$\frac{\text{محیط شش ضلعی}}{\text{محیط مستطیل}} = \frac{۶a}{۲(۲a+\sqrt{۳}a)} = \frac{۳}{۲+\sqrt{۳}} \times \frac{۲-\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}$$

$$= \frac{۳(۲-\sqrt{۳})}{۲^۲-(\sqrt{۳})^۲} = ۳(۲-\sqrt{۳})$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي - گواه ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۵۱- (کتاب آبی هندسه تحلیلی - سؤال ۲)

کافی است تصویر قائم نقاط $A$ و $B$ را روی صفحهٔ $xoy$ به دست آورده و فاصلهٔ آن‌ها را از یک‌دیگر حساب کنیم:

$$\begin{cases} A=(۱,۲,۳) \Rightarrow A'(۱,۲,۰) \\ B=(۴,۶,-۳) \Rightarrow B'(۴,۶,۰) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |A'B'| = \sqrt{(۴-۱)^۲+(۶-۲)^۲} = ۵$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۵۲-** (آزاد ریاضی - ۸۱)

$$\mathbf{V_1}-2\mathbf{V_2}=5\mathbf{j}-\mathbf{k} \Rightarrow |\mathbf{V_1}-2\mathbf{V_2}|=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}$$

$$\mathbf{V_1}+2\mathbf{V_2}=4\mathbf{i}+\mathbf{j}+3\mathbf{k} \Rightarrow |\mathbf{V_1}+2\mathbf{V_2}|=\sqrt{16+1+9}=\sqrt{26}$$

$$\Rightarrow \frac{|\mathbf{V_1}-2\mathbf{V_2}|}{|\mathbf{V_1}+2\mathbf{V_2}|}=\frac{\sqrt{26}}{\sqrt{26}}=1$$

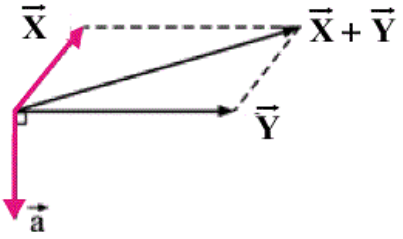
(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

**۱۵۳-** (سراسری ریاضی - ۸۶)

در بین گزینه‌ها، باید حالتی را بیابیم که $\mathbf{a}.(\mathbf{X}+\mathbf{Y}) \neq 0$، یعنی به عبارت دیگر بردار $\mathbf{a}$ نباید بر بردار غیرصفر $(\mathbf{X}+\mathbf{Y})$ عمود باشد. در گزینهٔ «۲»، اگر بردار $\mathbf{a}$ فقط بر یکی از بردارهای $\mathbf{X}$ یا $\mathbf{Y}$ عمود باشد، دلیلی ندارد که بر بردار $\mathbf{X}+\mathbf{Y}$ نیز عمود باشد، پس $\mathbf{a}.(\mathbf{X}+\mathbf{Y}) \neq 0$. شکل زیر را در نظر بگیرید.




(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

---

**۱۵۴-** (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

$$\mathbf{a}+\mathbf{b}=4\mathbf{i}+2\mathbf{j}-2\mathbf{k}=\mathbf{c}\ ,\ \mathbf{a}-\mathbf{b}=2\mathbf{i}+4\mathbf{j}+2\mathbf{k}=\mathbf{d}$$

$$\cos\theta=\frac{\mathbf{c}.\mathbf{d}}{|\mathbf{c}||\mathbf{d}|}=\frac{8+8-4}{\sqrt{24}\sqrt{24}}=\frac{1}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

---

**۱۵۵-** (سراسری ریاضی - ۸۹)

شرط عمود بودن دو بردار، آن است که حاصلضرب داخلی آنها صفر باشد، پس:

$$(\mathbf{a}+\mathbf{b}).(\mathbf{a}-\mathbf{b})=0 \Rightarrow |\mathbf{a}|^2-|\mathbf{b}|^2=0 \Rightarrow |\mathbf{a}|^2=|\mathbf{b}|^2$$

$$\Rightarrow 1+(\alpha+1)^2+(2\alpha)^2=4+0+1 \Rightarrow 5\alpha^2+2\alpha-3=0$$

$$\Rightarrow (\alpha+1)(5\alpha-3)=0 \Rightarrow \begin{cases}\alpha=-1\\ \alpha=0/6\end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحهٔ ۱۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۶- (سراسری خارج از کشور ریاضی ـ ۸۹)

در واقع باید قرینهٔ $a'' = (۱,-۲,۵)$ را نسبت به $b = (۲,-۱,۱)$ به دست آوریم.

$$a = ۲\left(\frac{a''.b}{b.b}\right)b - a'' = ۲\left(\frac{۲+۲+۵}{۴+۱+۱}\right)(۲,-۱,۱) - (۱,-۲,۵)$$

$$a = (۶,-۳,۳) - (۱,-۲,۵) \Rightarrow a = (۵,-۱,-۲)$$

توجه کنید که اگر $a''$ قرینهٔ بردار $a$ نسبت به راستای بردار $b$ باشد، آن‌گاه قرینهٔ $a''$ نسبت به راستای بردار $b$، بردار $a$ است.

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۱۵۷- (سراسری خارج از کشور ریاضی ـ ۸۵)

$$\cos\gamma = \frac{a_z}{|a|} \Rightarrow \cos ۴۵^\circ = \frac{m}{\sqrt{۱+۱+m^۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\sqrt{۲+m^۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow ۲m = \sqrt{۴+۲m^۲}$$

$$\Rightarrow ۴m^۲ = ۴+۲m^۲ \Rightarrow m^۲ = ۲ \Rightarrow m = \pm\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{a_x}{|a|} = \frac{۱}{\sqrt{۱+۱+۲}} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۱۵۸- (کتاب آبی هندسه تحلیلی - سؤال ۲، آزمون فصل اول)

$$\begin{cases} A = (۳,۲,-۱) \Rightarrow A' = (۳,۰,-۱) \\ B = (-۲,۲,-۳) \Rightarrow B' = (-۲,-۲,۳) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |A'B'| = \sqrt{(-۲-۳)^۲ + (-۲-۰)^۲ + (۳+۱)^۲} = \sqrt{۴۵} = ۳\sqrt{۵}$$

نکتهٔ درسی: تصویر قائم نقطهٔ $P = (x,y,z)$ روی صفحهٔ $xz$ و قرینهٔ آن نسبت به محور $x$ها به ترتیب نقاط $P' = (x,۰,z)$ و $P'' = (x,-y,-z)$ هستند.

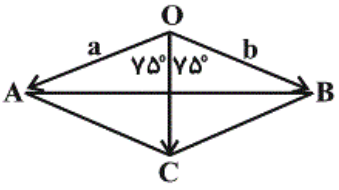
(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۱۵۹- (کتاب آبی هندسه تحلیلی - سؤال ۳، آزمون فصل اول)

در متوازی الاضلاع $OACB$، قطر $\overrightarrow{OC} = a + b$، نیمساز داخلی زاویه‌ی $O$ است؛ بنابراین متوازی‌الاضلاع $OACB$، یک لوزی است و در لوزی دو قطر $\overrightarrow{BA} = a - b$ و $\overrightarrow{OC} = a + b$، بر هم عمودند.




(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

اگر بردار $\mathbf{a}$ به صورت $\mathbf{a}=(x,y,z)$ فرض شود، داریم:

$$\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ y^2+z^2=14 \\ z^2+x^2=9 \end{cases} \xrightarrow[\text{جمع می‌کنیم.}]{\text{سه رابطه را با هم}}$$

$$2(x^2+y^2+z^2)=36 \Rightarrow x^2+y^2+z^2=18$$

بنابراین: $|a|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

نکتهٔ درسی: طول تصویر قائم بردار $\mathbf{a}=(x,y,z)$ بر صفحه‌های $xy$، $yz$ و $xz$ به‌ترتیب $\sqrt{x^2+y^2}$، $\sqrt{y^2+z^2}$ و $\sqrt{x^2+z^2}$ است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا