



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۴۱- ثلث عددی از نصف آن عدد، یک واحد بیشتر است. مکعب آن عدد کدام است؟

-۸۱ (۲)

۲۱۶ (۱)

۸۱ (۴)

-۲۱۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۴۲- سن حمید از دو برابر سن خواهرش چهار سال کمتر است. اگر پنج سال دیگر سن خواهرش ۸۰

سن حمید باشد، در حال حاضر مجموع سن آنها کدام است؟

۱۷ (۲)

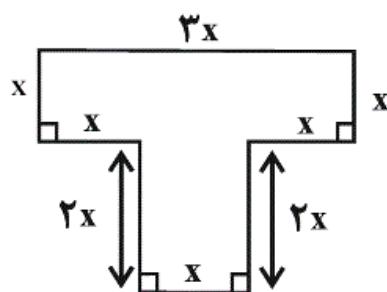
۱۰ (۱)

۲۷ (۴)

۱۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۴۳- در شکل زیر اندازه‌ی، محیط و مساحت شکل با هم برابرند. مقدار x کدام است؟



۱/۱ (۱)

۱/۲ (۲)

۱/۵ (۳)

۲/۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

- ۴۴- اگر بخواهیم معادله‌ی درجه دوم $x^2 + bx = k$ را با استفاده از روش مربع کامل کردن حل کنیم،

کافیست چه جمله‌ای را به دو طرفین این تساوی اضافه کنیم؟ ($k > 0$)

$$b \quad (2)$$

$$\frac{b}{2} \quad (1)$$

$$b^2 \quad (4)$$

$$\frac{b^2}{4} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۴۵- به ازای چه مقادیر از m معادله‌ی درجه دوم $= 1 - mx - x^2$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی و

متمايز است؟

$$m < -15 \quad (2)$$

$$m > -15 \quad (1)$$

$$\{m < 15\} - \{1\} \quad (4)$$

$$\{m > -15\} - \{1\} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۴۶- مجموع ریشه‌های یک معادله‌ی درجه دوم خمس حاصل ضرب آن‌هاست. اگر یکی از ریشه‌ها سه برابر

ریشه‌ی دیگر باشد، خمس ریشه بزرگتر کدام است؟ (ریشه‌های معادله مخالف صفر و متمايز می‌باشند.)

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$\frac{20}{3} \quad (4)$$

$$20 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۴۷ - اگر $x = -1$ یکی از جواب‌های معادله $ax^2 + x + a^2 - 1 = 0$ باشد، جواب دیگر آن کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{-2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-3}{2} \quad (1)$$

۴) صفر

۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

-۴۸ - در یک کارخانه، معادلات درآمد و هزینه به ترتیب عبارتند از: $R(x) = 7x + 3$ و

(x تعداد کالاهاست). این کارخانه دارای دو نقطه‌ی سربه‌سر می‌باشد.

نقطه‌ی سربه‌سر بزرگتر کدام است؟

۵) ۲

۶) ۱

۳) ۴

۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

-۴۹ - کدام عبارت درباره‌ی معادله $\frac{3x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} = 5$ صحیح است؟

۲) دو ریشه مثبت دارد.

۱) یک ریشه مثبت دارد.

۴) دو ریشه منفی دارد.

۳) یک ریشه منفی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۵۰- مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی و متواالی برابر $\frac{7}{24}$ است. عدد بزرگتر کدام است؟

۸) ۲

۶) ۱

۱۲) ۴

۱۰) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۲ ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۵۱- چه تعداد از موارد زیر گزاره می باشند؟

الف) آیا ۱۷ عددی زوج است؟

ب) هوای ابری دلگیر است.

پ) لطفاً کامپیوتر را خاموش کنید.

ت) مجموع زوایای شش ضلعی منتظم ۵۴۰ درجه است.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۵۲- نقیض جمله‌ی «متغیر X یک نام معتبر در زبان y است» کدام می باشد؟

۱) متغیر y یک نام معتبر در زبان X است.

۲) متغیر y یک نام معتبر در زبان X نیست.

۳) متغیر X یک نام معتبر در هر زبان y است.

۴) متغیر X یک نام معتبر در زبان y نیست.

شما پاسخ نداده اید

۵۳- چند مورد از گزاره‌های ترکیبی زیر درست است؟

الف) ۲ عددی اول است و ۷ شمارنده‌ی ۴۲ است.

ب) ۱۳ شمارنده‌ی اول ندارد و ۵ عددی فرد است.

پ) ۲۵ یک شمارنده‌ی اول دارد و $1 + 3^2$ عددی زوج است.

ت) $\sqrt{49}$ عددی گویاست و ۲۴ سه شمارنده‌ی اول دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۴- ارزش کدام گزاره‌ی مرکب، با ارزش بقیه متفاوت است؟

$$(-5 \notin \mathbb{Z}) \wedge \left[\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} > (-1)^2 \right] \quad (1)$$

(۲) معادله $x^2 = 16 - 16$ دو ریشه دارد یا ۲ بزرگتر از ۳ است.

(۳) مقسوم علیه‌های طبیعی عدد ۱۵ عبارتند از ۱، ۳، ۵، ۱۵ و میانه داده‌ها همان چارک اول است.

$$(\sqrt{49} - 25) = 7 - 5 \vee (\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N}) \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- در کدام گزینه نقیض گزاره درست نوشته نشده است؟

۱) گزاره: هر عدد صحیح عددی گویاست. نقیض گزاره: وجود دارد عددی صحیح که عددی گویا نیست.

۲) گزاره: هر عدد حسابی عددی طبیعی است. نقیض گزاره: وجود دارد عددی حسابی که عددی طبیعی نیست.

۳) گزاره: وجود دارد عددی طبیعی که حاصل ضرب آن در عدد دلخواه X برابر X است. نقیض گزاره: وجود ندارد عددی طبیعی که حاصل ضرب آن در هر عدد دلخواه X برابر X است.

۴) گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویا عددی گویاست. نقیض گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویایی، عددی گنگ نیست.

شما پاسخ نداده اید

- ۵۶- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر درست است؟

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \quad \text{الف}$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \quad \text{ب}$$

$$\sim(\sim p) \equiv p \quad \text{پ}$$

۲ (۲)

۱ (۱)

۴) صفر

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۵۷- اگر p و q و r سه گزاره‌ی دلخواه باشند، در این صورت هم‌ارز گزاره‌ی $(p \wedge q) \vee (q \wedge r) \wedge (p \wedge r)$ کدام

است؟

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad \text{۵}$$

$$(p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad \text{۱}$$

$$r \wedge (q \vee p) \quad \text{۴}$$

$$q \vee (p \wedge r) \quad \text{۵}$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۸- در چند مورد از ترکیب شرطی دو گزاره، ارزش گزاره‌ی شرطی درست است؟

الف) اگر $1 < 5 / 0$ باشد، آنگاه $5 / 0 > 2$ است.

ب) اگر $8 = 4$ باشد، آنگاه ۲ عددی اول است.

پ) اگر ۸ عددی فرد باشد، آنگاه ۸ عددی اول است.

ت) اگر ۵ عددی اول باشد، آنگاه $4 + 5 = 2$ عددی اول است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۵۹- کدامیک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

$$\sim p \Rightarrow \sim p \quad (۲)$$

$$p \wedge \sim q \quad (۱)$$

$$p \wedge (\sim p \wedge \sim q) \quad (۴)$$

$$\sim q \Rightarrow \sim p \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۶۰- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام

گزاره نامشخص است؟

$$(p \vee q) \vee r \quad (۲)$$

$$(q \Rightarrow p) \wedge r \quad (۱)$$

$$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r \quad (۴)$$

$$(r \Rightarrow p) \vee q \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۱- پدر نیما ۴۰ ساله است، سن پدر نیما مساوی ۵ برابر سن نیما به اضافه ۵ سال است. وقتی نیما

به سن ۲۰ سالگی برسد، پدر نیما چند ساله خواهد بود؟

۵۲) ۳

۵۱) ۱

۵۴) ۴

۵۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶۲- در یک اداره حقوق یک کارمند ۲ برابر یک نگهبان و $\frac{2}{3}$ حقوق مدیر است. اگر این اداره ۱۵ کارمند، ۲

نگهبان و ۴ مدیر داشته باشد و مبلغ ۲۲۰ میلیون تومان برای همهی آنها واریز شده باشد، حقوق

یک نگهبان چقدر است؟

۳) ۵ میلیون تومان

۱) ۳ میلیون تومان

۴) ۷ میلیون تومان

۳) ۶ میلیون تومان

شما پاسخ نداده اید

۶۳- جواب معادله $(5x - 6)^2 = (5x - 1)^2$ کدام است؟

$\frac{7}{10}$) ۲

$\frac{10}{7}$) ۱

$-\frac{7}{10}$) ۴

$-\frac{10}{7}$) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶۴- برای حل معادله $x^2 - 4x + 3 = 0$ به روش مربع کامل کردن، پس از تبدیل ضریب x^2 به عدد

یک، چه مقداری را باید به دو طرف معادله اضافه کنیم؟

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \quad (1)$$

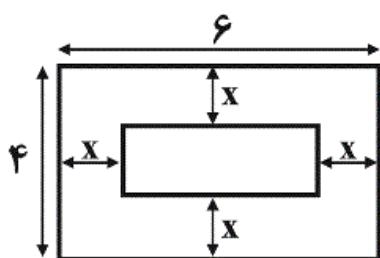
$$\frac{1}{9} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- در شکل زیر اگر مساحت مستطیل داخلی ۸ واحد مربع باشد، در این صورت اندازه x کدام

است؟



$$0/5 \quad (1)$$

$$0/75 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$1/5 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- معادله $(x+1)(x-2) = x(1-x)$ دارای ...

۲) یک ریشه است.

۱) دو ریشه متمایز منفی است.

۳) دو ریشه مختلف العلامه است.

۴) ریشه حقیقی نیست.

شما پاسخ نداده اید

۶۷- به ازای کدام مقدار مثبت m ، ریشه‌های معادله $x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2 = 0$ با هم

برابرند؟

۲ صفر

۴ (۱)

۳ (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۸- در معادله درجه دوم $-x^2 + 3x + 1 = 0$ ، اگر α و β ریشه‌های معادله باشند، حاصل عبارت

$5\alpha + 5\beta - 10\alpha^2\beta^2$ کدام است؟

۵ (۲)

۴ (۱)

۲۰ (۴)

۱۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- به ازای چه مقدار x معادله $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $a = -4$ است؟

-۸ (۲)

۱ (۱)

-۲ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- می خواهیم ۱ کیلوگرم گردو را بین چند نفر تقسیم کنیم. اگر ۵ نفر به آن ها اضافه شود، به هر

یک $\frac{4}{4+0}x$ کیلوگرم گردو و اگر از جمعیت اولیه آن ها ۳ نفر کم شود، به هر کدام

$\frac{8}{8+0}x$ کیلوگرم گردو خواهد رسید. اگر بخواهیم نه کسی به آن ها اضافه شود نه کسی کم شود،

چند گرم گردو به هر یک می رسد؟

۲۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۵۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۴۱

(امیر زراندوز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

عدد مطلوب را x فرض کرده و چنین می‌نویسیم:

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{2} + 1 \xrightarrow{x \neq 0} 2x = 3x + 6 \Rightarrow 2x - 3x = 6 \Rightarrow x = -6$$

پس مکعب عدد مطلوب برابر با $-216 = -6^3$ است.

۴

۳✓

۲

۱

-۴۲

(هادی پلاور، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

سن فعلی حمید را x و سن فعلی خواهرش را y فرض می‌کنیم. داریم:

$$x = 2y - 4 \quad (1)$$

$$(y + 5) = 0 / \wedge (x + 5) \Rightarrow y + 5 = 0 / \wedge x + 4 \Rightarrow y = 0 / \wedge x - 1 \quad (2)$$

مقدار y از معادله‌ی (۲) را در (۱) جایگذاری می‌کنیم:

$$x = 2(0 / \wedge x - 1) - 4 \Rightarrow x = 1 / 6x - 2 - 4$$

$$\Rightarrow 6 = 0 / 6x \Rightarrow x = \frac{6}{0 / 6} = 1 \xrightarrow{(1)} y = 7$$

$$\Rightarrow x + y = 1 + 7 = 17$$

۴

۳

۲✓

۱

(امیر زر اندرز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

$$\text{محیط شکل} = 3x + x + x + 2x + x + 2x + x + x = 12x$$

$$\text{مساحت شکل} = (3x)(x) + (2x)(x) = 3x^2 + 2x^2 = 5x^2$$

$$12x = 5x^2 \Rightarrow 12x - 5x^2 = 0 \Rightarrow x(12 - 5x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{12}{5} = 2.4 \end{cases}$$

۴✓

۳

۲

۱

(مهید خدائی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۹ تا ۴۲)

به طرفین معادله، مربع نصف ضریب x را اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + bx = k \xrightarrow{+(\frac{b}{2})^2} x^2 + bx + (\frac{b}{2})^2 = k + (\frac{b}{2})^2$$

$$\Rightarrow (x + \frac{b}{2})^2 = k + \frac{b^2}{4}$$

پس به طرفین معادله $\frac{b^2}{4}$ را اضافه می‌کنیم.

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زر اندرز، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۷ تا ۵۴)

$$(m-1)x^2 - 8x - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} ax^2 + bx + c = 0 \quad \begin{cases} a = m-1 \\ b = -8 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (-8)^2 - 4(m-1)(-1) > 0$$

$$\Rightarrow 64 + 4m - 4 > 0 \Rightarrow 4m > -6 \Rightarrow m > -1.5$$

ولی بازی $m = 1$ ، ضریب x^2 در معادله‌ی داده شده، صفر می‌شود و x^2 از بینمی‌رود، یعنی دیگر معادله‌ی درجه دوم نخواهیم داشت. پس m هر عدد حقیقیبزرگتر از -1.5 می‌تواند باشد به جز عدد ۱.

۴

۳✓

۲

۱

$$\alpha + \beta = \frac{1}{\Delta} \alpha \beta \xrightarrow{\alpha=3\beta} 3\beta + \beta = \frac{1}{\Delta} (3\beta)(\beta)$$

$$3\beta = \frac{3}{\Delta} \beta^2 \xrightarrow{\beta \neq 0} 3 = \frac{3}{\Delta} \beta \Rightarrow \beta = \frac{2}{3}, \alpha = 2.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\Delta} \alpha = \frac{1}{\Delta} \times 2 = 4$$

۴

۳

۲

۱ ✓

x = -1 را در معادله قرار می‌دهیم:

$$a(-1)^2 + (-1) + a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, -2$$

$$\begin{cases} a = 1 : x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1 \\ a = -2 : -2x^2 + x + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} -2x^2 + x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} ax^2 + bx + c = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (1)^2 - 4 \times (-2) \times (3) = 1 + 24 = 25$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \times (-2)} = \frac{-1 + 5}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \times (-2)} = \frac{-1 - 5}{-4} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها ریشه‌ی دیگر x = 0 می‌باشد.

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا معادله سود را به دست می‌آوریم:

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow P(x) = 7x + 3 - (x^2 + 2x + 7)$$

$$= -x^2 + 5x - 4$$

برای به دست آوردن نقطه سربه سر، معادله سود را برابر صفر قرار می‌دهیم، داریم:

$$-x^2 + 5x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \xrightarrow{\text{با استفاده از اتحاد جمله مشترک}} \text{معادله را تجزیه می‌کنیم}$$

$$x^2 + (-1-4)x + (-1)(-4) = 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x-4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

پس نقطه‌ی سر به سر بزرگ‌تر $x = 4$ است.

۴

۳✓

۲

۱

ابتدا عدد ثابت را به طرف چپ معادله می‌بریم و مخرج مشترک می‌گیریم، داریم:

$$\frac{3x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} - 5 = 0 \Rightarrow \frac{(3x-2)(x+3) + x(2x+5) - 5(x)(x+3)}{x(x+3)} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{صورت کسر را برابر صفر قرار می‌دهیم}} 3x^2 + 7x - 6 + 2x^2 + 5x - 5x^2 - 15x = 0$$

$$\Rightarrow -3x = 6 \Rightarrow x = -2$$

۴

۳✓

۲

۱

این دو عدد را x و $2+x$ می‌نامیم با توجه به اطلاعات مسأله خواهیم داشت:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{7}{24} \Rightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{7}{24}$$

طرفین وسطین می‌کنیم
 $\rightarrow 7x(x+2) = 24(2x+2)$

$$\Rightarrow 7x^2 + 14x = 48x + 48 \Rightarrow 7x^2 - 34x - 48 = 0$$

مقایسه با فرم استاندارد
 $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = -34 \\ c = -48 \end{cases}$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-34)^2 - 4 \times (7) \times (-48) = 2500$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-34) + \sqrt{2500}}{2 \times (7)} = \frac{34 + 50}{14} = 6 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-34) - \sqrt{2500}}{2 \times (7)} = \frac{34 - 50}{14} = \frac{-16}{14} = \frac{-8}{7} \end{cases}$$

غ ق ق

پس اعداد مورد نظر ۶ و $-\frac{8}{7}$ می‌باشند و عدد بزرگتر ۶ است.

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی و آمار ۲ ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

(همیدزیرین کفشه)

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم:

الف) این یک جمله پرسشی است در نتیجه درستی یا نادرستی آن را نمی‌توان مشخص کرد پس گزاره نیست.

ب) این جمله یک جمله‌ی عاطفی است و درستی یا نادرستی آن مشخص نیست در نتیجه گزاره نیست.

پ) این یک جمله امری است و درستی و نادرستی آن نامشخص است پس گزاره نیست.

ت) این یک جمله خبری است که در مورد درستی یا نادرستی آن می‌توان اظهار نظر کرد پس یک گزاره است.

۴

۳

۲

۱✓

(نعمیمه همیدی)

منظور از نقیض یک جمله حالت نفی (منفی) جمله خبری را می‌رساند. که در اینجا نقیض گزاره به صورت «متغیر x یک نام معتبر در زبان y نیست» است.

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(محمد بهیرایی)

ترکیبی عطفی $p \wedge q$ زمانی درست است که p درست و q نیز درست باشند.
موارد (الف) و (پ) درست هستند.

در مورد (ب) ۱۳ شمارنده‌ی اول عدد ۱۳ است.

در مورد (ت) ۲۴ دارای دو شمارنده‌ی اول ۲ و ۳ است.

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(امیر زرآندوز)

ارزش درست را با T و ارزش نادرست را با F نمایش می‌دهیم حال به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$(-5 \notin Z) \wedge \left(\frac{3}{2} > 1\right) \Rightarrow F \wedge T \equiv F \quad \text{در گزینه‌ی «۱»:}$$

در گزینه‌ی «۲»: توجه کنید که معادله‌ی داده شده ۲ ریشه دارد:

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

ضمناً ارزش «۲ بزرگتر از ۳ است» نادرست است.

$$(2 > 3) \vee (F \equiv T) \Rightarrow T \vee (F \equiv T) \quad \text{دو ریشه دارد}$$

در گزینه‌ی «۳»: دقت کنید که میانه همان چارک دوم است، لذا:

$$\Rightarrow T \wedge F \equiv F \quad (\text{میانه همان چارک اول}) \wedge (\text{مقسوم علیه‌های } 15 \text{ عبارتند از } 15 \text{ و } 5 \text{ و } 3 \text{ و } 1)$$

در گزینه‌ی «۴»: می‌دانیم که اگر زیر رادیکال، جمع یا تفریق داشته باشیم نمی‌توانیم

تک تک اعداد را از آن خارج کنیم، لذا $\sqrt{49 - 25} \neq 7 - 5$ ضمناً می‌دانیم اعداد

طبیعی، زیر مجموعه‌ی اعداد صحیح‌اند:

$$(\sqrt{49 - 25} = 7 - 5) \vee (Z \subseteq N) \Rightarrow F \vee F \equiv F$$

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(محمد بهیرایی)

گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویا عددی گویاست. نقیض گزاره: دو عدد گویا وجود

دارد که حاصل جمع آن‌ها گویا نیست.

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(همید زرین‌کفشن)

مورد «الف و ب» طبق قانون دمورگان صحیح است و با استفاده از جدول ارزش‌ها گزاره‌ها نیز اثبات می‌شود. مورد «پ» نیز صحیح است. در نتیجه تمام همارزی‌های ذکر شده درست می‌باشند.

 ۴ ۳✓ ۲ ۱

(همید زرین‌کفشن)

طبق توزیع «و» روی «یا» داریم:

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز می‌توان این همارزی را ثابت کرد به عنوان تمرین خودتان برسی کنید.

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

به بررسی تک تک موارد می پردازیم:

الف) $1 < 5 / 0$ درست است، پس مقدم گزاره‌ای درست است. $5 / 0 > 0 / 25$

و تالی گزاره‌ای نادرست است، پس ترکیب شرطی آن‌ها نادرست است.

ب) $2^4 = 8$ نادرست است پس مقدم گزاره‌ای نادرست است. ۲ عددی اول است و

تالی گزاره‌ای درست است پس ترکیب شرطی آن‌ها درست است.

پ) ۸ عددی فرد، نادرست است، پس مقدم گزاره‌ای نادرست است. ۸ عددی اول

است گزاره‌ای نادرست و تالی نیز نادرست پس گزاره شرطی دارای ارزش درست است.

ت) ۵ عددی اول است گزاره‌ای درست پس مقدم دارای ارزش درست است. $29 = 4 + 5$

عددی اول است نیز درست است و تالی نیز درست است، پس ترکیب شرطی آن‌ها نیز درست

است.

۴

۳✓

۲

۱

طبق جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	$\sim p$	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	ن

$\sim p \Rightarrow \sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$p \wedge (\sim p \wedge \sim q)$
د	د	ن
د	ن	ن
د	د	ن
د	د	ن

پس ارزش گزاره‌ی $\sim p \Rightarrow \sim p \sim q$ همواره درست است.

۴

۳

۲✓

۱

در گزینه‌ی «۱» ارزش گزاره‌ی $(q \Rightarrow p)$ به انتفای مقدم درست بوده و لذا گزاره‌ی $(q \Rightarrow p) \wedge r$ به ارزش گزاره r بستگی دارد.

تشریح گزینه‌های دیگر:

گزینه‌ی «۲»: ترکیب فصلی $q \vee p$ درست است و ترکیب فصلی آن با r نیز درست است.

گزینه‌ی «۳»: چون p گزاره‌ای درست است پس ترکیب شرطی $r \Rightarrow p$ گزاره‌ای درست است و ترکیب فصلی آن با q که نادرست است نیز درست است.

گزینه‌ی «۴»: گزاره‌ی دو شرطی $q \Leftrightarrow p$ دارای ارزش نادرست است در نتیجه گزاره‌ی شرطی $r \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$ به انتفای مقدم همواره درست است.

در نتیجه فقط ارزش گزاره‌ی گزینه‌ی «۱» نامعلوم است.

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی و آمارا-سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

(فرداد روشنی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

سن نیما را x فرض می‌کنیم، داریم:

$$5x + 5 = 40 \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = 7$$

وقتی نیما به سن ۲۰ سالگی برسد ۱۳ سال از زمان فعلی گذشته است، پس پدر نیما $3 + 40 = 53$ ساله است.

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر زراندوز، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۴)

اگر حقوق یک کارمند، نگهبان و مدیر را به ترتیب x ، y و z بنامیم طبق فرض سؤال داریم:

$$x = 2y \Rightarrow y = \frac{x}{2}, \quad x = \frac{2}{3}z \Rightarrow 3x = 2z \Rightarrow z = \frac{3x}{2}$$

$$15x + 2y + 4z = 220 \Rightarrow 15x + 2\left(\frac{x}{2}\right) + 4\left(\frac{3x}{2}\right) = 220$$

$$\Rightarrow 15x + x + 6x = 220 \Rightarrow 22x = 220 \Rightarrow x = 10 \text{ میلیون تومان}$$

$$\text{میلیون تومان } 5 = y = \frac{x}{2} = \frac{10}{2} = 5 = \text{حقوق نگهبان}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(همید زرین‌کفش، حل معادله‌ی درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۸ تا ۳۵)

با استفاده از ریشه‌ی زوج داریم:

$$(5x - 1)^2 = (6 - 5x)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x - 1 = 6 - 5x \Rightarrow 5x + 5x = 6 + 1 \Rightarrow 10x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{10} \\ 5x - 1 = -(6 - 5x) \Rightarrow 5x - 1 = -6 + 5x \Rightarrow -1 = -6 \end{cases}$$

غ ق ق

پس ریشه‌ی معادله $x = \frac{7}{10}$ است.

۴

۳

۲✓

۱

(امیر زراندوز، حل معادله‌ی درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۹ تا ۳۲)

-۶۴-

ابتدا طرفین معادله را به ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم، سپس مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.

$$3x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{3}x = 0 \xrightarrow{\left(\frac{1}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right)\right)^2} x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$$

پس باید عدد $\frac{4}{9}$ را به طرفین معادله اضافه کنیم.

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به شکل ابتدا اندازه‌ی اضلاع مستطیل داخل را برحسب x می‌یابیم، داریم:

$$\text{مساحت مستطیل داخلی} = (6 - 2x)(4 - 2x)$$

$$\begin{aligned} A &= (6 - 2x)(4 - 2x) \\ \Rightarrow A &= 24 - 20x + 4x^2 \\ \Rightarrow 4x^2 - 20x + 16 &= 0 \end{aligned}$$

با استفاده از اتحاد جمله مشترک معادله را تجزیه می‌کنیم:

$$\Rightarrow (2x)^2 - 10 \times (2x) + 16 = 0$$

$$\Rightarrow (2x)^2 + (-2 - \lambda)(2x) + (-2) \times (-\lambda) = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 2)(2x - \lambda) = 0$$

$$\begin{cases} 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ 2x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} \end{cases}$$

$x = 4$ قابل قبول نیست چون در این صورت عرض مستطیل داخلی منفی می‌شود

که غیرممکن است.

۴

۳ ✓

۲

۱

$$(x+2)(x+1) = x(1-x) \Rightarrow x^2 + 3x + 2 = x - x^2 \Rightarrow 2x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \xrightarrow[\text{مقایسه با فرم استاندارد}]{ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \\ c = 1 \end{cases}$$

چون Δ می‌معادله منفی است، پس معادله ریشه ندارد. $\Delta = 1^2 - 4(1)(1) = -3 < 0$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2 = 0 \xrightarrow{\substack{\text{مقایسه با فرم استاندارد} \\ ax^2 + bx + c = 0}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -(3m+1) \\ c = 2m^2 + 2 \end{cases}$$

شرط این که ریشه‌های معادله برابر باشند، می‌بایست $\Delta = 0$ باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow(-(3m+1))^2 - 4 \times (1) \times (2m^2 + 2) = 0$$

$$9m^2 + 6m + 1 - 8m^2 - 8 = 0 \Rightarrow m^2 + 6m - 7 = 0 \xrightarrow{\substack{\text{با استفاده از اتحاد جمله مشترک} \\ \text{معادله را تجزیه می‌کنیم}}$$

$$m^2 + (7-1)m + (7) \times (-1) = 0 \Rightarrow (m+7)(m-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+7=0 \Rightarrow m=-7 \\ m-1=0 \Rightarrow m=1 \end{cases}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$-x^2 + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\substack{\text{مقایسه با فرم استاندارد} \\ ax^2 + bx + c = 0}} \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{-1} = 3 \\ \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{-1} = -1 \end{cases}$$

$$\Delta\alpha + \Delta\beta - 1 \cdot \alpha^2 \beta^2 = \Delta(\alpha + \beta) - 1 \cdot (\alpha\beta)^2$$

$$= \Delta \times (3) - 1 \times (-1)^2 = 1\Delta - 1 = \Delta$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(هادی پلاور، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۴۸ تا ۱۵۲)

$a = -4$ قرار می‌دهیم، بافرض $x \neq 0$ داریم:

$$\frac{x}{-4-x} + \frac{-4-x}{x} = \frac{-4}{x} \Rightarrow \frac{x}{-4-x} = \frac{-4}{x} - \frac{-4-x}{x} = \frac{-4 - (-4-x)}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-4-x} = \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow x = -4 - x \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۷۰-

(سهیل محسن‌فانپور، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۴۸ تا ۱۵۲)

اگر فرض کنیم تعداد افراد در ابتدا a نفر بوده خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{a+\Delta} = x + \frac{a}{4} \\ \frac{1}{a-\Delta} = x + \frac{a}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a+\Delta} - \frac{1}{a-\Delta} = -\frac{a}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{-\Delta}{(a+\Delta)(a-\Delta)} = \frac{-2}{\Delta} \Rightarrow (a+\Delta)(a-\Delta) = 20$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a - 1\Delta = 20 \Rightarrow a^2 + 2a - 3\Delta = 0$$

$$\Rightarrow (a+5)(a-\Delta) = 0 \xrightarrow{a > 0} a = \Delta$$

یعنی در ابتدا ۵ نفر بوده‌اند که اگر ۱۰۰۰ گرم گرد و را بین ۵ نفر تقسیم کنیم، به

هر یک ۲۰۰ گرم خواهد رسید.

۴

۳

۲ ✓

۱