



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی، حسابان، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۹۱- حاصل عبارت  $\frac{1+x+x^2+\dots+x^{2^0}}{1+x^3+x^6+\dots+x^{18}}$  به ازای  $x = \frac{\sqrt{11}-1}{2}$  کدام است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۴/۵ (۴) ۵/۵

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم عبارت  $x^1 + ax + 7$  بر  $x + 1$  برابر با ۳ باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۳ (۳) -۵ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۳- جمله ثابت در بسط  $(x + \frac{2}{\sqrt{x}})^9$  کدام است؟

- (۱)  $8 \times \binom{9}{3}$  (۲)  $\binom{9}{2}$   
(۳)  $64 \times \binom{9}{6}$  (۴)  $\binom{9}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جوابهای معادله درجه دوم  $x^2 + 2x - 1 = 0$  باشند، حاصل  $\frac{\beta^7}{(\alpha+2)^5} + \frac{\alpha^7}{(\beta+2)^5}$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۵- معادله  $\frac{x^2}{10} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{x^2+1}{2x^2-2}$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر  $x=2$  یکی از جواب‌های معادله  $4\sqrt{x^2+3x-1}=2x^2+6x-a$  باشد، آنگاه معادله چند جواب دارد؟

(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

(۴) چهار

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر  $a < 0 < b$  و  $b^2 < a^2$ ، آنگاه حاصل عبارت  $\frac{|a-b|-|a|}{|a+b|+|b|}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2a-b}{a+2b}$

(۲)  $\frac{b}{a+2b}$

(۳)  $\frac{b-2a}{a}$

(۴)  $-\frac{b}{a}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- مجموعه جواب معادله  $3|x|=2-|x+1|$  چند عضوی است؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) مجموعه جواب تهی است.

(۳) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر مجموعه جواب نامعادله  $\sqrt{3} \leq \sqrt{4-x} - \sqrt{x-1} < 3$  به صورت  $[a, b]$  باشد، آنگاه  $25ab$  کدام است؟

(۲) ۱۳

(۱) ۲۵

(۴) ۵۲

(۳) ۲۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- معادله  $||x|-1|-\sqrt{|x|}=0$  چند جواب دارد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) جواب ندارد.

(۳) ۴

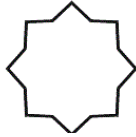
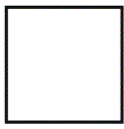
شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۱۲۱- اندازه زاویه رأس یک مثلث متساوی الساقین با یک زاویه  $100^\circ$ ، ده برابر اندازه زاویه خارجی یک  $n$  ضلعی منتظم است.  $n$  کدام است؟

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- مربعی به ضلع واحد را در نظر می‌گیریم هر ضلع آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. روی پاره خط وسطی یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌سازیم، سپس آن پاره خط را حذف می‌کنیم و این فرایند را روی پاره‌خط‌های ایجاد شده ادامه می‌دهیم. اگر



محیط شکل حاصل در مرحله هفدهم به صورت  $\frac{2^m}{3^k}$  باشد،  $m+k$  کدام است؟

- (۱) ۳۵
- (۲) ۵۱
- (۳) ۳۶
- (۴) ۵۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- طول قطر شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی یک مستطیل به طول و عرض ۱۲ و ۸، کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۳)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$
- (۴)  $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $2\sqrt{3}$ ، فاصله نقطه M درون مثلث از دو ضلع آن، برابر  $1/1$  و  $0/6$  است. فاصله آن از ضلع سوم چه قدر است؟

- (۱)  $1/6$
- (۲)  $1/5$
- (۳)  $1/3$
- (۴)  $1/2$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در مثلث متساوی‌الساقین  $(AB=AC)ABC$ ،  $\widehat{A}=120^\circ$  است. اگر مجموع فاصله‌های D واقع بر قاعده BC از دو ساق مثلث برابر با ۶ واحد باشد، مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱)  $24\sqrt{3}$
- (۲)  $12\sqrt{3}$
- (۳)  $6\sqrt{3}$
- (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- استدلال غیرمستقیم یا برهان خلف بر کدام اصل استوار است؟

- (۱) نقیض حکم با فرض اولیه مطابقت دارد.
- (۲) نقیض فرض اولیه با حکم یا حقایق دانسته شده در تناقض است.
- (۳) نقیض حکم با فرض اولیه یا حقایق دانسته شده در تناقض است.
- (۴) نقیض فرض اولیه با حکم مطابقت دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در مثلث متساوی‌الساقین  $(AB=AC)ABC$ ، اگر M نقطه‌ای غیر از A روی ساق AB باشد، آن‌گاه:

- (۱)  $MC > MB$
- (۲)  $MC < MB$
- (۳)  $MC = MB$
- (۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در مثلث ABC، اگر  $\widehat{A} + \widehat{C} = 2\widehat{B}$  و  $\widehat{A} < \widehat{C}$ ، آن‌گاه نامساوی‌های بین سه ضلع مثلث به کدام صورت است؟

- (۱)  $BC < AC < AB$
- (۲)  $BC < AB < AC$
- (۳)  $AB < BC < AC$
- (۴)  $AC < BC < AB$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر  $x+5$  و  $2x-2$  و  $x+1$  طول اضلاع مثلثی باشند، کدام عدد می‌تواند محیط این مثلث باشد؟

- (۱) ۵
- (۲) ۸
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در مثلث ABC، طول نیمساز داخلی AD برابر ۷ و طول DC برابر ۵ است. مجموع بیشترین و کمترین مقدار صحیح برای طول AC کدام است؟

- (۱) ۱۴
- (۲) ۱۵
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۲- برای اثبات حکم «عبارت  $4^n + 6n - 1$  بر ۹ بخش پذیر است.» توسط استقرای ریاضی، در گامی که درستی حکم را به ازای  $n = k + 1$ ، از درستی حکم به ازای  $n = k$  نتیجه می گیریم، از چه عبارت درستی استفاده شده است؟
- (۱) عبارت  $4^k + 6k + 2$  بر ۳ بخش پذیر است.      (۲) عبارت  $4^k + 6k + 3 \times 4^k$  بر ۳ بخش پذیر است.  
 (۳) عبارت  $4^k + 2$  بر ۳ بخش پذیر است.      (۴) عبارت  $4^{k+1} + 6k - 1$  بر ۳ بخش پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۳- چه تعداد از احکام زیر با استدلال استنتاجی ثابت می شود؟
- الف - مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۶ است.  
 ب - اگر  $a$  فرد باشد آن گاه  $a(a+2)$  نیز فرد است.  
 پ - حاصلضرب دو عدد صحیح متوالی زوج است.
- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۴- کدام یک از احکام زیر یک قضیه کلی است؟
- (۱) اگر  $x > 1$ ، آن گاه  $x \geq 2$ . ( $x \in \mathbb{R}$ )  
 (۲) اگر  $x < 1$ ، آن گاه  $x^2 < x$ . ( $x \in \mathbb{R}$ )  
 (۳) اگر  $n^2$  مضرب ۳ باشد آن گاه  $n$  نیز مضرب ۳ است. ( $n \in \mathbb{N}$ )  
 (۴) اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی غیرصفر باشند آن گاه  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۵- عکس کدام یک از قضیه های شرطی زیر، خود یک قضیه شرطی است؟
- (۱) اگر  $n$  عددی فرد باشد، آن گاه  $n^2 - 1$  بر ۸ بخش پذیر است. (۲) اگر  $x \in \mathbb{R}$  و  $x > 2$  باشد، آن گاه  $x^2 + 3x > 10$  است.  
 (۳) اگر  $\alpha = \beta$ ، آن گاه  $\sin \alpha = \sin \beta$  است.      (۴) اگر  $x > y > 0$ ، آن گاه  $x^{2n+1} > y^{2n+1}$  است. ( $n \in \mathbb{N}$ )

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۶- در اثبات نامساوی  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$  به روش اثبات بازگشتی، به کدام رابطه ی بدیهی می رسیم؟
- (۱)  $(ad + bc)^2 \geq 0$       (۲)  $(ad - bc)^2 \geq 0$       (۳)  $(ab + cd)^2 \geq 0$       (۴)  $(ab - cd)^2 \geq 0$

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۷- اگر  $\sqrt{7}$  گنگ و  $a$  یک عدد گویا باشد، عدد  $(a + \sqrt{7})$  به کدام مجموعه اعداد تعلق دارد و از چه نوع استدلالی می توان این موضوع را ثابت کرد؟
- (۱) گویا - مثال نقض      (۲) گویا - برهان خلف      (۳) گنگ - مثال نقض      (۴) گنگ - برهان خلف

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۸- هر زیرمجموعه ای از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$  که دارای ۶ عضو باشد، حداقل دو عضو دارد که مجموع آن ها برابر  $n$  است.  $n$  کدام عدد نمی تواند باشد؟
- (۱) ۸      (۲) ۹      (۳) ۱۰      (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

- ۱۳۹- در المپیاد ورزشی از ۵ شهر، مردان و زنان در شش رشته ورزشی شرکت کرده اند. حداقل چند ورزشکار لازم است تا مطمئن باشیم در بین آن ها سه نفر، هم جنس، هم رشته و هم شهری هست؟
- (۱) ۶۲      (۲) ۶۱      (۳) ۱۲۱      (۴) ۱۸۱

شما پاسخ نداده اید

- ۱۴۰- درون مکعب مستطیلی به ابعاد ۲، ۳ و ۴ سانتی متر، حداقل چند نقطه انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم فاصله حداقل دو نقطه از آن ها کم تر از  $\sqrt{3}$  است؟
- (۱) ۱۳      (۲) ۳۷      (۳) ۲۵      (۴) ۴۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر  $x = 0/223$  باشد، آنگاه  $\frac{1}{15}(\frac{1}{5} - \frac{1}{x})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{201}$  (۲)  $\frac{1}{7}$  (۳) ۱۰۵ (۴) ۴۲۹۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) به ازای هر عدد حقیقی  $x$ ، عدد حقیقی  $y$  وجود دارد که  $x + y = 0$

ب) بین دو عدد گویا  $x = 1/\sqrt{7}$  و  $y = \frac{17}{9}$  بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

پ) برای هر عدد گویای  $a$ ، بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از  $a$  وجود دارد.

ت) برای هر عدد گنگ  $b$ ، کوچکترین عدد گویای بزرگتر از آن وجود دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر  $\alpha$  عددی گنگ باشد، به ازای چند مقدار گویای  $k$ ، عدد  $\frac{k\alpha + 4}{\alpha + k}$  عددی گویا خواهد بود؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) صفر (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر  $x$  و  $y$  گویا بوده و  $y = \frac{2 - x\sqrt{2}}{(\sqrt{2} - 1)^2}$  باشد، آنگاه کدام یک از اعداد زیر گویاست؟

- (۱)  $\sqrt{2 - \frac{1}{x^2}}$  (۲)  $\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}$  (۳)  $\sqrt{x^2 - 1}$  (۴)  $\sqrt{1 + x^2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر  $a > 0$  و  $b < 0$  باشد و داشته باشیم  $-\frac{3}{b} > \frac{1}{a}$ ، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱)  $3a + 2b < 0$  (۲)  $3a - 2b < 0$

(۳)  $4a + b < 0$  (۴)  $4a - b < 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- مجموعه جواب نامعادله  $1 - |x - 1| < 1$  با مجموعه جواب کدام نامعادله یکسان است؟

(۱)  $|x - 2| < 1$  (۲)  $|x - 1| < 2$

(۳)  $0 < |x - 2| < 1$  (۴)  $0 < |x - 1| < 2$

۱۰۷- اگر  $|x+y| < |x| + |y|$  باشد، مجموع مقادیر ممکن برای عبارت  $A = \frac{|xy|}{xy} - \frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y}$  کدام است؟

- (۱) -۲  
(۲) -۳  
(۳) صفر  
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- مجموعه جواب نامعادله  $x^2 - 8x - \frac{3}{|x-4|} + 18 < 0$  یک همسایگی متقارن محذوف به مرکز  $a$  و به شعاع  $r$  است. حاصل

$a + r$  کدام است؟

- (۱) ۳  
(۲) ۵  
(۳) ۷  
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- بازه باز متقارن به مرکز صفر و شعاع  $\frac{3}{\sqrt{2n+1}}$  شامل عدد  $\frac{1}{5}$  می باشد. در این صورت  $n$  چند مقدار طبیعی را می تواند بپذیرد؟

- (۱) ۱۲۱  
(۲) ۱۱۱  
(۳) ۱۱۰  
(۴) ۱۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر مجموعه جواب نامعادله  $|x-4| < x-1$  به صورت بازه  $(b, +\infty)$  باشد، آنگاه  $b$  کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳)  $\frac{3}{2}$   
(۴)  $\frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی تحلیلی ، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۱۴۱- تصویر نقطه  $A = (a, b, 3)$  روی صفحه  $xy$ ، نقطه  $B = (2, 3, c)$  و قرینه نقطه  $A$  نسبت به همین صفحه، نقطه  $C = (d, e, f)$  است. مجموع مختصات نقطه  $C$  کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۸  
(۳) -۴  
(۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- اگر قرینه نقطه  $B = (-1, 1 - k, 2)$  نسبت به صفحه  $xz$ ، از تصویر همین نقطه روی محور  $z$  ها به فاصله واحد باشد، آن گاه  $k$  کدام است؟

- (۱) صفر  
(۲) -۱  
(۳)  $\pm 1$   
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- اگر بردار  $c$  با بردار  $a - b$  هم راستا باشد و  $a = (1, -1, 2)$  و  $b = (3, 1, 4)$ ، در این صورت بردار  $c$  کدام گزینه می تواند باشد؟

- (۱)  $(\sqrt{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$   
(۲)  $(1, 1, 1)$   
(۳)  $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$   
(۴)  $(-1, 1, 1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- برداری به طول ۲۴ و  $e_a = (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, k^2)$  است. مجموع مختصات بردار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۴۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- بردار  $a'' = (2, m, 1)$ ، قرینه بردار  $a = (n, -2, k)$  نسبت به صفحه  $xy$  است. نیمساز زاویه بین دو بردار  $a$  و  $a''$ ، موازی کدام بردار زیر است؟

- (۱)  $(1, 1, 0)$  (۲)  $(1, -1, 0)$  (۳)  $(1, 0, -1)$  (۴)  $(0, 1, 1)$

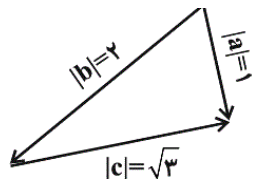
شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- اگر بردارهای  $a = (2, -1, 1)$  و  $b = (1, 2, -1)$ ، دو ضلع مجاور یک متوازی‌الاضلاع باشند، آنگاه طول بزرگ‌ترین قطر این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{10}$  (۲) ۴ (۳)  $\sqrt{14}$  (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- با توجه به شکل مقابل، اندازه بردار  $(a - b + c)$  کدام است؟



- (۱) ۲ (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳) ۸ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر نقاط  $A = (-1, 0, 0)$ ،  $B = (2, 0, \sqrt{7})$  و  $C = (3, \sqrt{2}, \sqrt{7})$ ، سه رأس مثلث  $ABC$  باشند، طول میانه  $AM$  چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{87}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{63}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{55}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{79}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- اگر دو بردار  $a = (m, m - 2, n)$  و  $b = (n, -n, 2m + n)$  موازی باشند، حاصل  $\frac{|a|}{|b|}$  کدام است؟ ( $n > 0$ )

- (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰-  $a$  و  $b$  دو بردار هستند. اگر زاویه بین دو بردار  $a$  و  $e_b - e_a$  برابر  $70^\circ$  باشد، زاویه بین بردارهای  $a$  و  $e_a + e_b$  کدام است؟

- (۱)  $10^\circ$  (۲)  $20^\circ$  (۳)  $30^\circ$  (۴)  $40^\circ$

شما پاسخ نداده اید

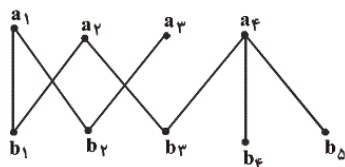
## ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۱۶۱- گراف  $G = (V, E)$  با مجموعه رئوس  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7\}$  و مجموعه یال‌های  $E = \{v_1v_2, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_4, v_5v_6, v_5v_7\}$  چند بخش جدا از هم دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- شرکتی می‌خواهد برای چهار شغل  $a_1, a_2, a_3, a_4$  کارمند استخدام کند. پنج نفر به نام‌های  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  برای تصدی این شغل‌ها مطابق گراف زیر داوطلب شده‌اند، این شرکت به چند طریق می‌تواند متقاضیان را برای پست‌های خالی انتخاب کند؟ (هیچ پستی خالی نماند و به هر نفر حداکثر یک پست برسد.)



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید



۱۶۳- گراف متناظر با بازه‌های  $(۱,۵)$ ،  $(۲,۴)$ ،  $(۳,۷)$ ،  $(۶,۹)$ ،  $(۵,۸)$ ، کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- کدام گزینه می‌تواند یک گراف بازه‌ها باشد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- مجموعه رئوس گراف  $G$  است و دو رأس را در صورتی به هم وصل می‌کنیم که عددی دو رقمی که از شماره‌های آن‌ها ساخته می‌شود بر ۳ بخش پذیر باشد. گراف  $G$  چند یال دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- با مجموعه رئوس  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند گراف ساده شامل ۳ یال می‌توان ساخت که در هر کدام از آن‌ها، رئوس  $a$  و  $b$  منفرد بوده و  $d$  با  $f$  مجاور باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- پنج تیم  $a, b, c, d, e$  به این شرح با هم مسابقه داده‌اند:  $a$  با  $b, c$  و  $e$  مسابقه داده،  $b$  با  $a, d$  و  $e$  مسابقه داده،  $c$  با  $a, b, d$  و  $e$  مسابقه داده،  $d$  با  $a, b, c$  و  $e$  مسابقه داده،  $e$  با  $a, b, c, d$  مسابقه داده است. اگر قرار باشد هو قیم حاضر در مسابقات، دقیقاً یکبار با هم مسابقه دهند، آنگاه کدام نمودار مسابقات باقی مانده برای تکمیل این رقابت‌ها را نشان می‌دهد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- گراف  $G$  از دو بخش جدا از هم تشکیل شده است و دارای ۱۱ یال می‌باشد. این گراف حداقل چند رأس دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- گراف بازه‌ای با بازه‌های  $(x, y)$ ،  $(۰, ۴)$ ،  $(۳, ۶)$ ،  $(۲, ۵)$  و  $(-۳, ۱)$  مفروض است. اگر این گراف ۶ یال داشته باشد،  $(x, y)$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱)  $(۲, ۳)$  (۲)  $(۱, ۲)$  (۳)  $(۳, ۴)$  (۴)  $(۳, ۵)$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- با مجموعه رئوس  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند گراف ساده می‌توان ساخت که به گونه‌ای که در هر کدام از آن‌ها، هر رأس با دو رأس دیگر مجاور باشد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، آمار و مدل‌سازی، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۱۷۱- کدام گزینه در مورد نمونه‌گیری صحیح نیست؟

- (۱) عمل نمونه‌گیری مهم‌ترین بخش آمار را تشکیل می‌دهد.  
 (۲) اعضای نمونه، نباید تصادفی انتخاب شوند.  
 (۳) نمونه باید به اندازه‌ای بزرگ باشد که بتواند نمایانگر خصوصیت جامعه باشد.  
 (۴) هرچه جامعه آماری از گوناگونی بیش‌تری برخوردار باشد، لازم است اندازه نمونه بزرگ‌تر باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- کدام یک از موارد زیر از روش‌های جمع‌آوری داده‌ها نیست؟

- (۱) پرسش شفاهی (۲) پرسش کتبی  
 (۳) استفاده از اعداد تصادفی (۴) مشاهده و ثبت وقایع

شما پاسخ نداده اید

- ۱۷۳- می خواهیم میانگین قد دانشجویان ایران را بدانیم. برای این کار ۱۰۰ نفر از دانشجویان را انتخاب و قد آن‌ها را اندازه‌گیری می‌کنیم. نتیجه به دست آمده را به تمام دانشجویان تعمیم می‌دهیم. کدام گزینه صحیح نیست؟
- (۱) دانشجویان ایران جامعه آماری هستند.
- (۲) روش جمع آوری داده‌ها، از طریق داده‌های از پیش تهیه شده است.
- (۳) صد دانشجویی انتخاب شده نمونه هستند.
- (۴) جامعه آماری در این تست یک جامعه متناهی است.

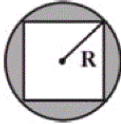
شما پاسخ نداده اید

- ۱۷۴- اگر اندازه جامعه‌ای که می‌خواهیم از آن نمونه را انتخاب کنیم ۲۵۰ و عدد تصادفی انتخاب شده توسط ماشین حساب ۰/۳۷۹ باشد، در این صورت عدد انتخاب شده کدام است؟

(۱) ۹۴ (۲) ۹۵ (۳) ۹۶ (۴) ۹۷

شما پاسخ نداده اید

- ۱۷۵- مطابق شکل زیر، اگر شعاع دایره به صورت  $R = 2 + E$  مدلسازی شده باشد، مدل مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟



(۱)  $4(\pi - 2) + E$  (۲)  $4(\pi - 2)(E + 1)$  (۳)  $4E(\pi - 2)$  (۴)  $4(2\pi - E)$

شما پاسخ نداده اید

- ۱۷۶- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف- خطای اندازه‌گیری برابر تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه‌گیری شده است.

ب- خطای اندازه‌گیری لزوماً از واحد اندازه‌گیری کم‌تر است.

پ- دقت وسایل اندازه‌گیری هیچ‌گاه به اندازه‌ای نخواهد رسید که خطای اندازه‌گیری را صفر کند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

- ۱۷۷- کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

(۱) عمل مدل‌سازی، مهم‌ترین بخش آمار را تشکیل می‌دهد.

(۲) یک نمونه گروه نسبتاً بزرگی از اعضاست که نمایانگر جامعه باشد.

(۳) پرسش‌نامه کتبی برای آن است که مطمئن شویم از تمام افراد مورد بررسی، سؤالات یکسان پرسیده می‌شود.

(۴) نتایج حاصل از اندازه‌گیری یا بررسی نمونه را متغیر می‌گوییم.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۷۸- کدام یک از موارد زیر از مشکلات سرشماری نیست؟

(۱) در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه

(۲) متناهی بودن اندازه جامعه

(۳) گران تمام شدن بررسی تمام اعضای جامعه

(۴) از بین رفتن جامعه در برخی از مطالعات

شما پاسخ نداده اید

- ۱۷۹- طول جسمی را برحسب سانتی‌متر اندازه‌گیری کرده‌ایم و مدل آن به صورت  $L = 2 + E$  نوشته شده است. مدل طول این جسم برحسب میلی‌متر چگونه است؟

(۱)  $L = 20 + E$  (۲)  $L = 20 + 10E$  (۳)  $L = 20 + \frac{E}{10}$  (۴) نیاز به اندازه‌گیری مجدد داریم.

شما پاسخ نداده اید

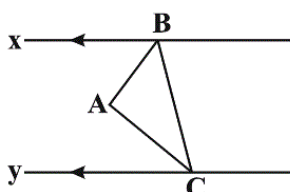
- ۱۸۰- شعاع کره‌ای به صورت  $R = 3 + E$  است. خطای محاسبه حجم این کره چند برابر خطای محاسبه مساحت این کره است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

- ۱۵۱- در شکل زیر، اگر  $BA$  نیمساز  $\widehat{CBx}$  و  $CA$  نیمساز  $\widehat{BCy}$  باشد، زاویه  $\widehat{BAC}$  چند درجه است؟



(۱) ۸۰

(۲) ۸۵

(۳) ۹۰

(۴) ۹۵

۱۵۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

الف- مربع لوزی‌ای است که دو قطرش یکدیگر را نصف می‌کنند.

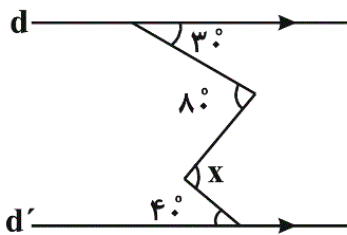
ب- مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که یک زاویه‌اش قائمه است.

پ- لوزی متوازی‌الاضلاعی است که دو قطرش برهم عمودند.

- |       |         |
|-------|---------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲)   |
| ۳ (۳) | هیچ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

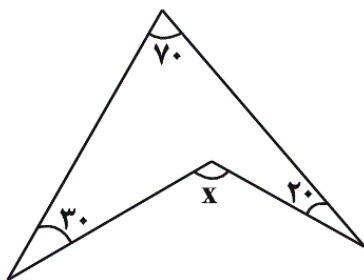
۱۵۳- با توجه به شکل مقابل، هرگاه دو خط  $d$  و  $d'$  موازی باشند، زاویه  $x$  کدام است؟



- (۱)  $90^\circ$
- (۲)  $100^\circ$
- (۳)  $85^\circ$
- (۴)  $95^\circ$

شما پاسخ نداده اید

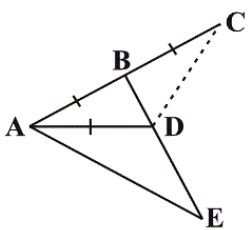
۱۵۴- در شکل روبه‌رو زاویه  $x$  کدام است؟



- (۱)  $90^\circ$
- (۲)  $100^\circ$
- (۳)  $110^\circ$
- (۴)  $120^\circ$

شما پاسخ نداده اید

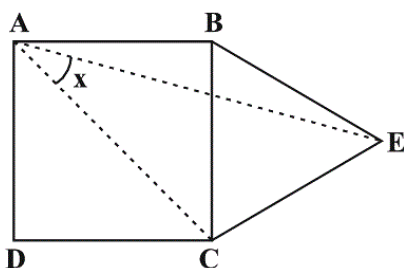
۱۵۵- در شکل مقابل پاره‌خط‌های مساوی مشخص شده‌اند. کدام یک از نتیجه‌گیری‌های زیر صحیح است؟



- (۱) اگر  $BD = AE$  آن‌گاه  $CD = DE$
- (۲) اگر  $CD = DE$  آن‌گاه  $BD = AE$
- (۳) اگر  $BD = DE$  آن‌گاه  $CD = AE$
- (۴) اگر  $CD = AE$  آن‌گاه  $BD = DE$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- مربع  $ABCD$  و مثلث متساوی‌الاضلاع  $BCE$  مفروض‌اند. زاویه  $x$  کدام است؟



- (۱)  $15^\circ$
- (۲)  $22/5^\circ$
- (۳)  $25^\circ$
- (۴)  $30^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- کدام یک نمی تواند نسبت زاویه های خارجی یک مثلث باشد؟

(۴) ۱۵، ۱۳ و ۸

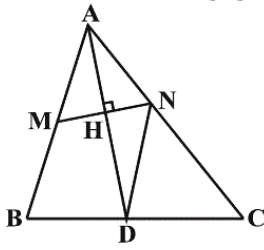
(۳) ۱ و ۲، ۳

(۲) ۲ و ۳، ۴

(۱) ۷ و ۱۴، ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- در شکل زیر  $AD$  نیمساز رأس  $A$  و  $MN$  عمود منصف  $AD$  است. زاویه  $AMH$  با کدام زاویه زیر برابر است؟



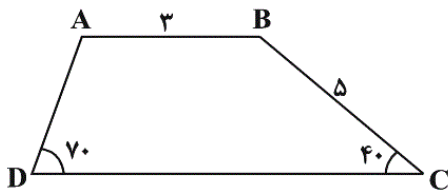
(۱)  $\widehat{HND}$

(۲)  $\widehat{DNC}$

(۳)  $\widehat{DCN}$

(۴)  $\widehat{NDC}$

شما پاسخ نداده اید



۱۵۹- در دوزنقه شکل مقابل، طول قاعده  $DC$  کدام است؟

(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۱۰

(۳) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- قاعده مثلث متساوی الساقین  $BCD$  ( $BC = CD$ ) بر ساق  $AC$  از مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) عمود است.

اگر  $\widehat{ABC} = \alpha$  و  $\widehat{CBD} = \beta$  باشد، زاویه  $\widehat{ADB}$  کدام است؟ ( $A$  خارج مثلث  $BCD$  است.)

(۲)  $2\beta$

(۱)  $2\alpha$

(۴)  $90^\circ - 2\beta$

(۳)  $90^\circ - 2\alpha$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۲، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۱۱۱- اگر جمله چهارم یک دنباله حسابی برابر ۱۰ باشد، مجموع جملات اول و دوم و نهم کدام است؟

(۴) ۳۵

(۳) ۳۰

(۲) ۲۵

(۱) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- دنباله حسابی  $1, 4, 7, \dots$  چند جمله سه رقمی دارد؟

(۴) ۳۲۰

(۳) ۳۱۰

(۲) ۳۰۲

(۱) ۳۰۰

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- در یک دنباله حسابی  $a_1 = k - 1$ ،  $a_2 = 2k + 1$  و  $a_3 = 2k - 3$  است. میانگین جملات هفتم و دهم این دنباله کدام است؟

(۴) -۱۸

(۳) ۱۷

(۲) -۱۵

(۱) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در دنباله هندسی  $1, \sqrt{a}, a, \dots$  اگر مجموع جملات سوم تا پنجم برابر ۳ باشد، آنگاه مجموع جملات اول تا سوم دنباله کدام است؟

(۴) ۳

(۳)  $\frac{5}{3}$

(۲) ۱

(۱)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر حاصل ضرب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی غیر ثابت برابر با مربع جمله چهارم آن باشد، آنگاه نسبت جمله هشتم آن به جمله چهارم، برابر با کدام جمله دنباله می‌شود؟

- (۱)  $a_1$       (۲)  $a_2$       (۳)  $a_5$       (۴)  $a_7$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر دنباله‌ی تقریبات اعشاری عدد  $\frac{7}{11}$  را در نظر بگیریم، مجموع سه رقم سمت راست جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۶      (۲) ۱۵      (۳) ۱۳      (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر  $\{a_n\}$  یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۳ باشد، آنگاه دنباله  $\{a_{n+1} - a_n\}$  چگونه است؟  
 (۱) یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۳ است.  
 (۲) یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ است.  
 (۳) یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۳ است.  
 (۴) یک دنباله هندسی با قدر نسبت -۳ است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در یک دنباله حسابی غیر ثابت، جملات اول، دوم و ششم به ترتیب جملات اول، دوم و سوم یک دنباله هندسی‌اند. جمله چهارم دنباله هندسی، چندمین جمله دنباله حسابی است؟

- (۱) ۲۱      (۲) ۲۲      (۳) ۲۳      (۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- خلاصه شده عبارت  $9^{9/25} + \frac{(4)^{9/25}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2} - 1$       (۲) ۱      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $1 + \sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- مقدار عبارت  $(\sqrt{5})^3 - \sqrt{2}^3 + \sqrt{2}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$       (۲)  $5\sqrt{5}$       (۳)  $25\sqrt{5}$       (۴)  $125\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

(میلاد منسوری)

مجموع جملات دنباله هندسی  $1, X, X^2, \dots, X^{21}$  برابر است با:

$$a = 1, q = X, n = 21: 1 + X + X^2 + \dots + X^{21} = \frac{1 - X^{21}}{1 - X}$$

به صورت مشابه داریم:

$$a = 1, q = X^3, n = 7: 1 + X^3 + X^6 + \dots + X^{18} = \frac{1 - X^{21}}{1 - X^3}$$

بنابراین کسر مورد نظر برابر است با:

$$\frac{\frac{1 - X^{21}}{1 - X}}{1 - X^3} = \frac{1 - X^{21}}{1 - X} = \frac{(1 - X)(1 + X + X^2)}{1 - X}$$

$$= X^2 + X + 1 = \left(X + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

که با جایگذاری  $X = \frac{\sqrt{11} - 1}{2}$  خواهیم داشت:

$$\left(\frac{\sqrt{11} - 1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4} + \frac{3}{4} = 3 \frac{1}{2}$$

(حسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$x^1 + ax + 7 = (x + 1)Q(x) + R$$

$$x = -1 \Rightarrow 1 - a + 7 = 0 + R \Rightarrow 8 - a = R$$

$$\text{مجموع ضرایب خارج قسمت} = Q(1) = 3$$

$$x = 1 \Rightarrow 1 + a + 7 = 2Q(1) + R \Rightarrow 8 + a = 6 + R$$

$$\begin{cases} 8 - a = R \\ 8 + a = 6 + R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8 + a = -R \\ 8 + a = 6 + R \end{cases} \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

(حسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میلاد منصوری)

-۹۳

$$\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^9 = x^9 + \binom{9}{1}x^8\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right) + \dots + \binom{9}{9}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^9$$

جمله  $(k+1)$  ام با دستور  $\binom{9}{k}x^{9-k}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k$  محاسبه می‌شود. برای جمله ثابت

باید توان  $x$  صفر شود. یعنی:

$$9 - k - \frac{1}{2}k = 0 \Rightarrow k = 6$$

لذا جمله ثابت برابر است با:

$$\binom{9}{6}x^3\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \binom{9}{6} \times 2^6 = 64 \times \binom{9}{6}$$

(حسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -2 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + 2 = -\beta \\ \beta + 2 = -\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\beta^2}{(-\beta)^{\Delta}} + \frac{\alpha^2}{(-\alpha)^{\Delta}} = -\beta^2 - \alpha^2 = -(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$= -((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta) = -(S^2 - 2P) = -(4 + 2) = -6$$

(مسئله - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم، رضا شوکتی بیرق)

کافی است، طرفین معادله را در ک.م.م مخرج‌ها یعنی عبارت  $(x^2 - 1)$  ضرب کنیم.

$$\frac{x^2}{10} + \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{x^2 + 1}{2x^2 - 2} \Rightarrow x^2(x^2 - 1) + 10 = 5(x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow x^4 - 6x^2 + 5 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

اما  $x = \pm 1$  قابل قبول نیستند، زیرا عضو دامنه نمی‌باشند. پس معادله، دو جواب دارد.

(مسئله - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



با قرار دادن  $x = 2$  در معادله داریم:

$$4\sqrt{9} = 20 - a \Rightarrow a = 8$$

فرض کنید  $x^2 + 3x = t$ . در این صورت داریم:

$$4\sqrt{t-1} = 2t - 8 \Rightarrow 2\sqrt{t-1} = t - 4$$

توان  $\xrightarrow{2}$   $4(t-1) = t^2 + 16 - 8t \Rightarrow t^2 - 12t + 20 = 0$

$$(t-10)(t-2) = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ و } 2$$

اما  $t = 2$  قابل قبول نیست زیرا در  $2\sqrt{t-1} = t - 4$  صدق نمی‌کند.

پس  $t = 10$ . یعنی  $x^2 + 3x = 10$  در نتیجه:

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2, -5$$

هر دو جواب قابل قبول هستند، بنابراین معادله دو جواب دارد.

(مسئله - مناسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌رضا شوکتی بیرق)

$$a < 0 < b \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \Rightarrow |a| = -a \\ b > 0 \Rightarrow |b| = b \\ a - b < 0 \Rightarrow |a - b| = b - a \end{cases}$$

$$b^2 < a^2 \Rightarrow b^2 - a^2 < 0 \Rightarrow (b-a)(b+a) < 0$$

$\xrightarrow{b-a > 0}$   $a + b < 0 \Rightarrow |a + b| = -a - b$

$$\frac{|a-b| - |a|}{|a+b| + |b|} = \frac{b-a+a}{-a-b+b} = -\frac{b}{a}$$

(مسئله - مناسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$-1 \leq x \leq 0 \Rightarrow -3x + x + 1 = 2 \Rightarrow -2x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \text{ق ق}$$

$$x > 0 \Rightarrow 3x + x + 1 = 2 \Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \quad \text{ق ق}$$

$$\text{مجموعه دو عضوی} = \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right\} \Rightarrow \text{مجموعه جواب}$$

(حسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(فریدون ساعتی)

-۹۹

$$3\sqrt{x-1} - \sqrt{4-x} \leq \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq 4 \quad (1)$$

$$3\sqrt{x-1} - \sqrt{3} \leq \sqrt{4-x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 9x - 9 + 3 - 6\sqrt{3x-3} \leq 4-x$$

$$\Rightarrow 10x - 10 \leq 6\sqrt{3}\sqrt{x-1} \Rightarrow 5(x-1) \leq 3\sqrt{3}\sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow 5(\sqrt{x-1})^2 \leq 3\sqrt{3}\sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \leq \frac{27}{25} \Rightarrow x \leq \frac{52}{25} \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 1 \leq x \leq \frac{52}{25} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{52}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 25ab = 25 \times 1 \times \frac{52}{25} = 52$$

(حسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۴ ✓

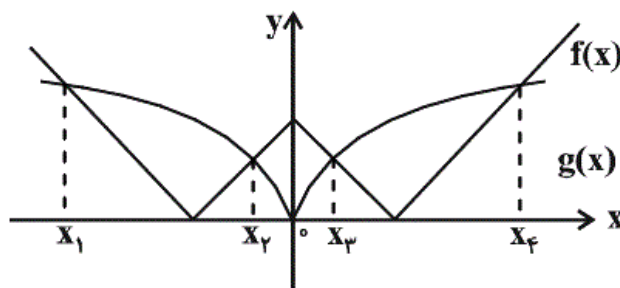
۳

۲

۱

(مییب شفیع)

با توجه به اینکه  $||x|-1| = \sqrt{|x|}$ ، کافی است نمودارهای  $f(x) = ||x|-1|$  و  $g(x) = \sqrt{|x|}$  را رسم کرده و نقاط برخورد را بیابیم. باید  $y = 1$  باشد، یعنی هم‌ارز با نقطه برخورد  $f(x)$  با محور  $y$  ها باشد.



از آن جا که نمودارهای  $f(x)$  و  $g(x)$  در چهار نقطه برخورد دارند، پس معادله بالا دارای ۴ جواب است.

(مسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

- ۱       ۲       ۳       ۴

ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

-۱۲۱

(رضا عباسی اصل)

از آنجایی که مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث  $180^\circ$  است، زاویه  $100^\circ$  همان زاویه رأس مثلث است (در غیر این صورت مثلث باید دو زاویه  $100^\circ$  داشته باشد که غیرممکن است).

حال با توجه به مفروضات مسأله داریم:  $100^\circ = 10 \times \frac{36^\circ}{n} \Rightarrow n = 36$   
 (هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

- ۱       ۲       ۳       ۴

-۱۲۲

(مهدی طاهر شعاعی)

مرحله	۰	۱	۲	۳
محیط شکل	۴	$4 \times \frac{4}{3}$	$4 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$	$4 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$
	$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^0$	$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^1$	$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2$	$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^3$

محیط شکل در مرحله ۱۷ م  $= 4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{17} = 2^2 \times \frac{2^{24}}{3^{17}} = \frac{2^{26}}{3^{17}}$

$\Rightarrow \begin{cases} m = 36 \\ k = 17 \end{cases} \Rightarrow m + k = 36 + 17 = 53$   
 (هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۸ و ۹)

- ۱       ۲       ۳       ۴

۱۲۳ -

(رضا پورعسینی)

شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی هر مستطیل با طول و عرض  $a$  و  $b$  مربعی

است به طول ضلع  $(a-b) \frac{\sqrt{2}}{2}$  :  $\frac{\sqrt{2}}{2}(12-8) = 2\sqrt{2}$  طول ضلع مربع

طول قطر مربع  $= (2\sqrt{2})(\sqrt{2}) = 4$

(هندسه ۲ - استدلال؛ صفحه‌های ۱۲ و ۲۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۲۴ -

(سروش موثینی)

اگر پای عمودهای رسم شده از نقطه  $M$  بر سه ضلع  $H_1$ ،  $H_2$  و  $H_3$  بنامیم،

آن‌گاه:  $MH_1 + MH_2 + MH_3 = h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$

$\Rightarrow 1/1 + 0/6 + MH_3 = 3 \Rightarrow MH_3 = 3 - 1/7 = 1/3$

(هندسه ۲ - استدلال؛ صفحه ۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۲۵ -

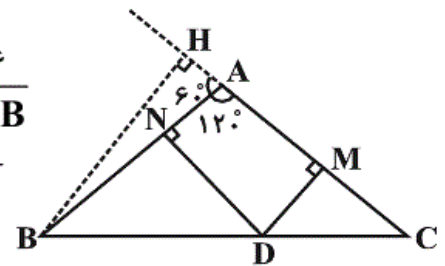
(سیرمسن فاطمی)

مجموع فاصله‌های هر نقطه مانند  $D$  روی قاعده مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق برابر با ارتفاع وارد بر ساق است.

$BH = DM + DN = 6$

$\Delta ABH : \sin 60^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{AB}$

$\Rightarrow AB = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$



$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$

(هندسه ۲ - استدلال؛ صفحه ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۲۶ -

(محمدابراهیم کیتی زاده)

برای اثبات یک قضیه به روش برهان خلف، ابتدا فرض می‌کنیم که حکم قضیه نادرست باشد، آن‌گاه با استدلال استنتاجی ثابت می‌کنیم که با فرض اولیه یا حقایق دانسته شده در تناقض است.

نادرست بودن فرض اولیه  $\Rightarrow$  درست بودن نقیض حکم

(هندسه ۲ - استدلال؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴

۳ ✓

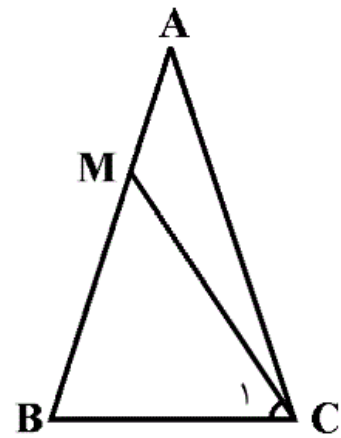
۲

۱

(رضا پورحسینی)

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{B} = \widehat{C} \\ \widehat{C} > \widehat{C}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{B} > \widehat{C}_1$$

زاویه برتر  
 $\longrightarrow MC > MB$



(هنر سه ۲ - استرلال: صفحه ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهدا ابراهیم کیتی زاده)

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{A} + \widehat{C} = 2\widehat{B} \\ \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \end{array} \right. \Rightarrow 3\widehat{B} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 60^\circ$$

چون اندازه سه زاویه این مثلث متفاوت هستند، یکی از دو زاویه  $\widehat{A}$  و  $\widehat{C}$  کوچکتر از

$60^\circ$  و دیگری بزرگتر از  $60^\circ$  است. طبق فرض  $\widehat{A} < \widehat{C}$ ، بنابراین:

$$\widehat{A} < 60^\circ \text{ و } \widehat{C} > 60^\circ \Rightarrow \widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C}$$

در هر مثلث، ضلع روبه‌روی زاویه کوچکتر از ضلع روبه‌روی زاویه بزرگتر، کوچکتر است.

$$\widehat{A} < \widehat{B} < \widehat{C} \Rightarrow BC < AC < AB$$

(هنر سه ۲ - استرلال: صفحه ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(پژمان فرهادیان)

وقتی این سه ضلع متعلق به یک مثلث هستند پس در نامساوی مثلث صدق می‌کنند:

$$(2x - 2) + (x + 1) > x + 5 \Rightarrow 3x - 1 > x + 5 \Rightarrow x > 3$$

$$(x + 1) + (x + 5) > 2x - 2 \Rightarrow 2x + 6 > 2x - 2 \Rightarrow 6 > -2$$

$$(x + 5) + (2x - 2) > x + 1 \Rightarrow 3x + 3 > x + 1 \Rightarrow x > -1$$

بنابراین  $x > 3$  مورد قبول است. (اشتراک گرفتیم)

$$x > 3 \Rightarrow 4x > 12 \Rightarrow 4x + 4 > 16$$

بنابراین فقط مقدار ۱۸ در محدوده مورد نظر قرار دارد.

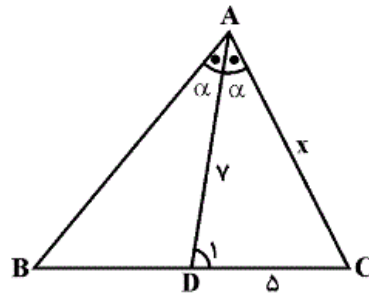
(هنر سه ۲ - استرلال: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴ ✓

۳

۲

۱



بنابه قضیه نامساوی مثلثی در مثلث ADC داریم:

$$7 - 5 < x < 5 + 7 \Rightarrow 2 < x < 12 \quad (1)$$

$\widehat{D}_1$  زاویه خارجی مثلث ABD است، پس:

$$\widehat{D}_1 = \alpha + \widehat{B} \Rightarrow \widehat{D}_1 > \alpha$$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} > \widehat{DAC} \Rightarrow x > 5 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) داریم:  $5 < x < 12$ ، حال:  $\max(x) + \min(x) = 11 + 6 = 17$

(هندسه ۲ - استرلال: صفحه‌های ۱۳، ۲۴ و ۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

-۱۳۱

(علی ساوپی)

اگر قرار دهیم  $n = 1$  آن‌گاه  $2^1 > 1^3$  که گزاره‌ای درست است. ولی با امتحان

کردن  $n = 2$  معلوم می‌شود که  $2^2 > 2^3$  نادرست است و تا  $n = 9$  نیز تمامی

گزاره‌های به‌دست آمده نادرست هستند. اگر  $n = 10$  باشد، آن‌گاه

$$2^{10} = 1024 > 10^3 = 1000 \text{ و در نتیجه شروع استقرا از } m = 10 \text{ خواهد بود.}$$

(جبر و احتمال - استرلال ریاضی: صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۳۲

(مهرداد ملوندی)

در گامی که در فرض سؤال اشاره شده، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$n = k : 4^k + 6k - 1 = 9m$$

$$n = k + 1 : 4^{k+1} + 6(k+1) - 1 = 4 \times 4^k + 6k + 6 - 1$$

$$= (4^k + 6k - 1) + 3 \times 4^k + 6$$

$$= 9m + 3 \underbrace{(4^k + 2)}_{\text{مضرب ۳}} = 9m + 9n = 9(m+n)$$

از درستی «عبارت  $4^k + 2$  بر ۳ بخش پذیر است.» استفاده شده است.

(جبر و احتمال - استرلال ریاضی: صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

- ۱۳۳

(رضا پورحسینی)

$$۲k + ۲k + ۲ + ۲k + ۴ = ۶k + ۶ = ۶(k + ۱) = ۶q \quad \text{الف -}$$

$$a(a + ۲) = (۲k + ۱)(۲k + ۳) = ۴k^۲ + ۸k + ۳ \quad \text{ب -}$$

$$= ۴k^۲ + ۸k + ۲ + ۱ = ۲(۲k^۲ + ۴k + ۱) + ۱ = ۲q' + ۱ \quad \text{فرد}$$

$$۲k(۲k + ۱) = ۲(۲k^۲ + k) = ۲q'' \quad \text{زوج پ -}$$

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

- ۱۳۴

(رضا پورحسینی)

$$x = ۱/۵ > ۱ \text{ اما } ۱/۵ \not\geq ۲ \quad \text{گزینه «۱» مثال نقض دارد:}$$

$$x = -۱ < ۱ \text{ اما } (-۱)^۲ \not\leq -۱ \quad \text{گزینه «۲» مثال نقض دارد:}$$

گزینه «۳» صحیح است و جزء تمرینات کتاب درسی بوده و به روش برهان خلف قابل اثبات است.

$$\begin{cases} x = -۱ \\ y = ۱ \end{cases} \Rightarrow -۱ + (-۱) = -۲ \not\geq ۲ \quad \text{گزینه «۴» مثال نقض دارد:}$$

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

- ۱۳۵

(سید وهید زوالفقاری)

$$n^۲ - ۱ = ۱۶ \Rightarrow n = \sqrt{۱۷} \quad \text{عکس گزینه «۱» نادرست است. مثال نقض:}$$

$$x = -۶ \Rightarrow (-۶)^۲ + ۳(-۶) = ۱۸ > ۱۰ \quad \text{گزینه «۲» نادرست است. مثال نقض:}$$

$$\sin(۳۰^\circ) = \sin(۳۶۰^\circ + ۳۰^\circ) \quad \text{عکس گزینه «۳» نادرست است. مثال نقض:}$$

اما عکس قضیه ۴ یک قضیه دوشروطی می‌باشد.

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

- ۱۳۶

(امیرحسین ابومحبوب)

$$a^۲c^۲ + a^۲d^۲ + b^۲c^۲ + b^۲d^۲ \geq a^۲c^۲ + b^۲d^۲ + ۲acbd$$

$$\Leftrightarrow a^۲d^۲ - ۲acbd + b^۲c^۲ \geq ۰$$

$$\Leftrightarrow (ad - bc)^۲ \geq ۰$$

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

(رضا پورحسینی)

با برهان خلف می‌توان ثابت کرد که اگر  $\sqrt{7}$  گنگ و  $a$  عددی گویا باشد، آن‌گاه  $a + \sqrt{7}$  گنگ است.

(پېرواھتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی سعیدی زار)

اگر مجموعه‌ی  $S$  را به صورت  $\{(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)\}$  دسته‌بندی کنیم، طبق اصل لانه کبوتری هر زیرمجموعه‌ی ۶ عضوی از این مجموعه دست کم دو عضو دارد که مربوط به یک زوج مرتب باشد و چون مجموع تمام زوج مرتب‌ها برابر ۱۰ است، پس در هر زیرمجموعه‌ی ۶ عضوی دست کم دو عضو داریم که مجموع آن‌ها ۱۰ باشد.

اگر مجموعه‌ی  $S$  را به صورت  $\{(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), 9\}$  دسته‌بندی کنیم، در یک زیرمجموعه‌ی ۶ عضوی، دست کم ۲ عضو وجود دارد که مجموع آن‌ها ۹ است.

اگر مجموعه‌ی  $S$  را به صورت  $\{(2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6), 1\}$  دسته‌بندی کنیم، در یک زیرمجموعه‌ی ۶ عضوی، دست کم ۲ عضو وجود دارد که مجموع آن‌ها ۱۱ است.

(پېرواھتمال - استرلال ریاضی؛ مشابه تمرین ۴ صفحه ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سروش موئینی)

$$2 \times 6 \times 5 = 60$$

کل تعداد حالات برای جنس و رشته و شهر برابر است با:

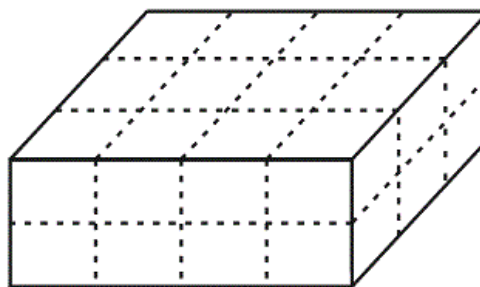
پس باید  $m > 2 \times 60$  باشد، یعنی حداقل ۱۲۱ نفر باشند.

(پېرواھتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱



باید این مکعب را به مکعب‌های  $1 \times 1 \times 1$  تفکیک کرد:



در این شکل ۲۴ مکعب به ضلع ۱ داریم که بیش‌ترین فاصله نقطه‌ها در هر مکعب، برابر قطر آن یعنی  $\sqrt{3}$  است، بنابراین اگر ۲۵ نقطه درون این مکعب انتخاب کنیم، مطمئن هستیم که فاصله حداقل دو نقطه از میان آن‌ها کم‌تر از  $\sqrt{3}$  است.

(پیرواحتمال - استرلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

(کیا مقدس‌نیاک)

-۱۰۱

$$x = 0 / 223 = \frac{223 - 22}{900} = \frac{201}{900} \Rightarrow \frac{1}{15} \left( 5 - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{15} \left( 5 - \frac{1}{\frac{201}{900}} \right)$$

$$= \frac{1}{15} \left( 5 - \frac{900}{201} \right) = \frac{1}{15} \left( \frac{1005 - 900}{201} \right) = \frac{1}{15} \left( \frac{105}{201} \right) = \frac{7}{201}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه ۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزاره «الف» درست است، زیرا هر عدد حقیقی، قرینه‌ای حقیقی دارد که مجموع آن‌ها صفر است.

گزاره «ب» درست است، زیرا  $x = 1/\sqrt{9} = 1 + \frac{7}{9} = \frac{16}{9}$  است و بین دو عدد

گویای  $\frac{16}{9}$  و  $\frac{17}{9}$  بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

گزاره «پ» درست است، زیرا به ازای هر عدد گویای  $a$ ، بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از آن وجود دارد.

$$\begin{cases} a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از } a = a - 1 \\ a \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از } a = [a] \end{cases}$$

گزاره «ت» نادرست است، زیرا بی‌شمار عدد گویا بزرگتر از  $b$  وجود دارد که در بین آن‌ها تعیین کوچکترین عدد امکان‌پذیر نیست.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱ تا ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(لازمه ابلالی)

- ۱۰۳

عدد  $A = \frac{k\alpha + 4}{\alpha + k}$  را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$A = \frac{k\alpha + k^2}{\alpha + k} + \frac{4 - k^2}{\alpha + k} = k \left( \frac{\alpha + k}{\alpha + k} \right) + \frac{4 - k^2}{\alpha + k} = k + \frac{4 - k^2}{\alpha + k}$$

چون  $k$  و  $A$  اعدادی گویا هستند، پس  $\left( \frac{4 - k^2}{\alpha + k} \right)$  هم باید گویا باشد. ولی

$(\alpha + k)$  عددی گنگ است و بنابراین چون  $(4 - k^2)$  عددی گویاست، تنها

در صورتی که  $4 - k^2 = 0$  باشد،  $\left( \frac{4 - k^2}{\alpha + k} \right)$  عددی گویا خواهد بود. پس

$$.k = \pm 2$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۵ تا ۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با حضور  $\sqrt{2}$  در مخرج  $y$ ، برای اینکه  $y$  گویا باشد، باید صورت و مخرج آن مضربی از یکدیگر باشند.

$$y = \frac{2 - x\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} \Rightarrow a(2 - x\sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2a - ax\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ ax = 2 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

با توجه به گزینه‌ها  $\sqrt{1+x^2} = \frac{5}{3}$  گویاست.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۵ تا ۸)

۴

۳

۲

۱

(کیا مقرر نیاک)

-۱۰۵

$$\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases} \Rightarrow ab < 0, \frac{1}{a} > -\frac{3}{b} \xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم.}]{\text{طرفین را در } ab} b < -3a$$

$$\Rightarrow 3a + b < 0 \xrightarrow[\text{اضافه می‌کنیم.}]{\text{به طرفین } b} 3a + 2b < b$$

$$\xrightarrow{\text{چون } b < 0 \text{ است.}} 3a + 2b < 0$$

لازم به ذکر است که گزینه «۳» صحیح نیست، چون وقتی  $a > 0$  و  $3a + b < 0$

می‌باشد، ممکن است که  $4a + b$  منفی نشود.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه ۱۲)

۴

۳

۲

۱

(مدرس رضا شوکتی بیرق)

$$|1 - |x - 1|| < 1 \Rightarrow -1 < 1 - |x - 1| < 1 \Rightarrow -1 < |x - 1| - 1 < 1$$

$$\Rightarrow 0 < |x - 1| < 2$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کاظم ابلالی)

-۱۰۷

با توجه به  $|x + y| < |x| + |y|$ ، نتیجه می‌شود  $xy < 0$ ، بنابراین

$$\frac{|xy|}{xy} = \frac{-xy}{xy} = -1$$

حال دو حالت زیر را در نظر بگیریم:

الف) اگر  $x > 0$  و  $y < 0$  باشد، در این صورت داریم:

$$A = -1 - \frac{x}{x} + \frac{-y}{y} = -3$$

ب) اگر  $x < 0$  و  $y > 0$  باشد، در این صورت داریم:

$$A = -1 + \frac{x}{x} + \frac{y}{y} = 1$$

پس مجموع مقادیر ممکن برای  $A$  برابر  $-2$  است.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

نامعادله را به صورت زیر حل می‌کنیم: (توجه کنید که  $x \neq 4$ )

$$(x^2 - 8x + 16) - \frac{3}{|x-4|} + 2 < 0$$

$$\Rightarrow (x-4)^2 - \frac{3}{|x-4|} + 2 < 0$$

قرار می‌دهیم  $|x-4| = t$ ، آن‌گاه:

$$t^2 - \frac{3}{t} + 2 < 0 \xrightarrow{\times t} t^3 + 2t - 3 < 0$$

چون مجموع ضرایب صفر است، باید عامل  $(t-1)$  داشته باشیم. با تقسیم طرف چپ

$$(t-1)(t^2 + t + 3) < 0 \quad \text{نامعادله بر } (t-1) \text{ داریم:}$$

در عبارت  $(t^2 + t + 3)$  مقدار  $\Delta$  منفی است، پس عبارت همواره مثبت است.

$$t-1 < 0 \Rightarrow |x-4| - 1 < 0 \quad \text{بنابراین:}$$

و از آن‌جا که  $x \neq 4$  است، داریم:

$$\Rightarrow 0 < |x-4| < 1 \longrightarrow \text{همسایگی متقارن محذوف به شعاع ۱ و مرکز ۴}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ r = 1 \end{cases} \Rightarrow a + r = 5$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم بازه متقارن به مرکز  $a$  و شعاع  $r$  به صورت  $(a-r, a+r)$  است.

بنابراین:

$$\frac{1}{5} \in \left(0 - \frac{3}{\sqrt{2n+1}}, 0 + \frac{3}{\sqrt{2n+1}}\right) \Rightarrow -\frac{3}{\sqrt{2n+1}} < \frac{1}{5} < \frac{3}{\sqrt{2n+1}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{-3}{\sqrt{2n+1}} < \frac{1}{5} : \text{ بدیهی است} \\ \frac{3}{\sqrt{2n+1}} > \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{\sqrt{2n+1}}{3} < 5 \Rightarrow \sqrt{2n+1} < 15 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 2n+1 < 225 \Rightarrow 2n < 224 \Rightarrow n < 112 \quad (1)$$

پس ۱۱۱ عدد طبیعی وجود دارد که در نامساوی (۱) صدق می‌کنند، بنابراین  $n$ ,

می‌تواند ۱۱۱ عدد طبیعی را بپذیرد.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

 ۴

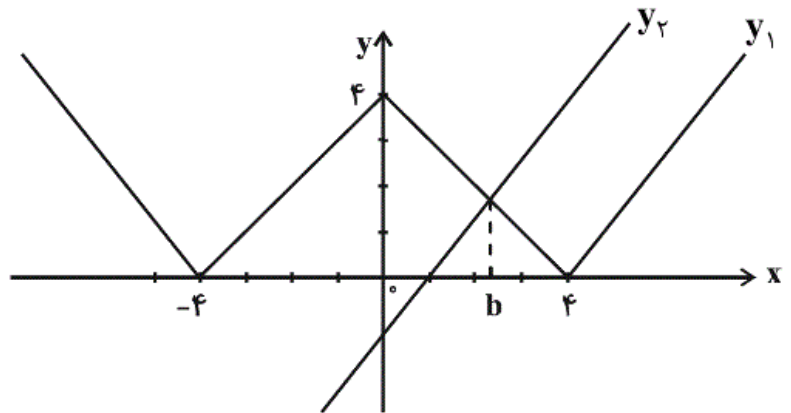
 ۳

 ۲

 ۱

اگر نمودارهای  $y_1 = ||x| - 4|$  و  $y_2 = x - 1$  را در یک دستگاه مختصات رسم

کنیم، داریم:



طبق شکل مشهود است که در  $(b, +\infty)$ ، شرایط سؤال برقرار است، بنابراین کافی

است  $b$  را بیابیم.

$$\left. \begin{aligned} 0 < x < 4 &\Rightarrow y_1 = |x - 4| = 4 - x \\ \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - x \\ y = x - 1 \end{cases} &\Rightarrow 4 - x = x - 1 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow b = \frac{5}{2}$$

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

(سیدمسن فاطمی)

-۱۴۱

$$A = (a, b, 3) \xrightarrow{\text{تصویر روی } XY} A' = (a, b, 0)$$

$$A' = B \Rightarrow a = 2, b = 3$$

$$A = (2, 3, 3) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } XY} C = (2, 3, -3)$$

بنابراین مجموع مختصات نقطه  $C$ ، برابر ۲ است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ و ۵)

۴

۳

۲

۱

(معمدهمتری مسن; ادهطبری)

اگر  $B'$  تصویر  $B$  روی محور  $Z$  ها و  $B''$  قرینه  $B$  نسبت به صفحه  $XZ$  باشد.

$$B' = (0, 0, 2) \quad B'' = (-1, k-1, 2) \Rightarrow B'B'' = \sqrt{1 + (k-1)^2}$$

آن‌گاه داریم:

طول پاره خط  $B'B''$  طبق فرض برابر یک است، پس داریم:

$$\sqrt{1 + (k-1)^2} = 1 \Rightarrow (k-1)^2 = 0 \Rightarrow k = 1$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

چون بردار  $c$  با  $a - b$  هم راستا می‌باشد. بنابراین داریم:

$$a - b = (-2, -2, -2)$$

$$\Rightarrow e_{a-b} = \frac{1}{2\sqrt{3}}(-2, -2, -2) = \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$c \parallel a - b \Rightarrow e_c = \pm e_{a-b} = \pm \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

از آن جا که  $c = |c|e_c$ ، پس بردار  $c$ ، ضربی از  $e_c$  است. که در بین گزینه‌ها، تنها بردار  $(1, 1, 1)$  دارای این ویژگی است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سروش موئینی)

$$|e_a| = 1 \Rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + (k^2)^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + (k^2)^2 = 1$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{2}{3} \Rightarrow e_a = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$\Rightarrow a = |a|e_a = 24\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) = (8, 16, 16)$$

بنابراین مجموع مختصات بردار  $a$  برابر  $40$  است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

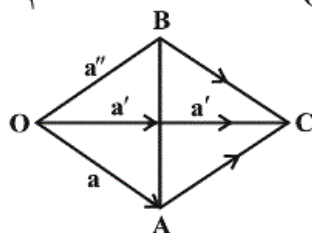
 ۴ ۳ ۲ ۱



اگر  $\mathbf{a}'$  و  $\mathbf{a}''$  تصویر و قرینه بردار  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$  نسبت به صفحه  $xy$  باشد، داریم:

$$\mathbf{a}' = (a_1, a_2, 0), \quad \mathbf{a}'' = (a_1, a_2, -a_3) \Rightarrow a_1 = n = 2, a_2 = m = -2$$

$$a_3 = k = -1 \Rightarrow \mathbf{a} = (2, -2, -1), \quad \mathbf{a}' = (2, -2, 0), \quad \mathbf{a}'' = (2, -2, 1)$$



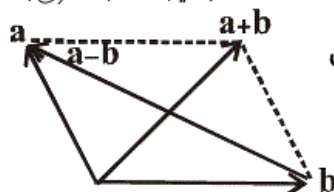
بردار  $2\mathbf{a}'$  قطر لوزی  $OACB$  است، پس  $2\mathbf{a}'$  روی نیمساز زاویه بین  $\mathbf{a}$  و  $\mathbf{a}''$  است و موازی بردار  $(1, -1, 0)$  است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


مطابق شکل بردارهای  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  و  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ ، اقطار این متوازی‌الاضلاع هستند. داریم:

$$\begin{cases} \mathbf{a} + \mathbf{b} = (2+1, -1+2, 1-1) = (3, 1, 0) \Rightarrow |\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{10} \\ \mathbf{a} - \mathbf{b} = (2-1, -1-2, 1+1) = (1, -3, 2) \Rightarrow |\mathbf{a} - \mathbf{b}| = \sqrt{14} \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل،  $\mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{a}$  است، در نتیجه داریم:

$$|\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}| = |(\mathbf{b} + \mathbf{c}) - \mathbf{b} + \mathbf{c}| = 2|\mathbf{c}| = 2\sqrt{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{B} + \mathbf{C}}{2} = \left( \frac{5}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{7} \right)$$

$$AM = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (\sqrt{7})^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{2}{4} + 7}$$

$$= \sqrt{\frac{79}{4}} = \frac{\sqrt{79}}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: مشابه تمرین ۷ - صفحه ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

بردارهای  $a = (a_1, a_2, a_3)$  و  $b = (b_1, b_2, b_3)$  که مؤلفه‌هایشان غیر صفرهستند، موازی‌اند اگر و فقط اگر  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ . طبق فرض، چون  $n > 0$  استپس مؤلفه‌های دو بردار موازی  $a$  و  $b$  غیر صفر است و داریم:

$$\frac{m}{n} = \frac{m-2}{-n} = \frac{n}{2m+n} \xrightarrow{\text{تساوی سمت چپ}} m = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1-2}{-n} = \frac{n}{2(1)+n} \Rightarrow n^2 - n - 2 = 0 \xrightarrow{n > 0} n = 2$$

$$\Rightarrow a = (1, -1, 2) \Rightarrow |a| = \sqrt{6}, b = (2, -2, 4) \Rightarrow |b| = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \frac{|a|}{|b|} = \frac{1}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

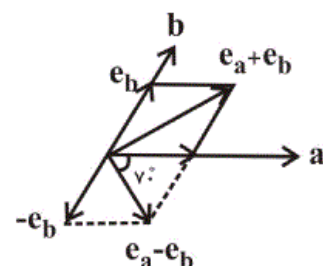
۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر حسین ابومحبوب)

بردار  $e_a - e_b$  نیمساز زاویه بین بردارهای  $e_a$  و  $(-e_b)$  یا به عبارت دیگر نیمساز زاویه بین  $a$  و  $(-b)$  است. بنابراین زاویه بین  $a$  و  $(-b)$  برابر

$14^\circ$  و زاویه بین  $a$  و  $b$  برابر  $4^\circ$  است و چون بردار  $e_a + e_b$  نیمساز زاویه بین  $a$  و  $b$  است پس زاویه بین  $a$  و  $e_a + e_b$  برابر  $2^\circ$  می‌باشد.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

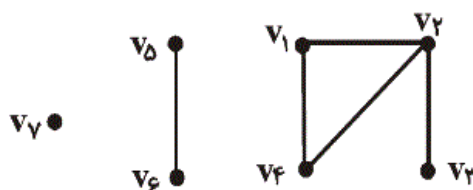
۲ ✓

۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

(ممد رضا کوه‌کن)

با توجه به شکل، گراف سه بخش جدا از هم دارد.



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: مشابه تمرین ۴ صفحه ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علیرضا شریف‌فطیمی)

مطابق نمودار، شغل  $a_3$  فقط به نفر  $b_2$  می‌رسد و در نتیجه شغل  $a_1$  به نفر  $b_1$  و سپس شغل  $a_3$  به نفر  $b_3$  خواهد رسید.

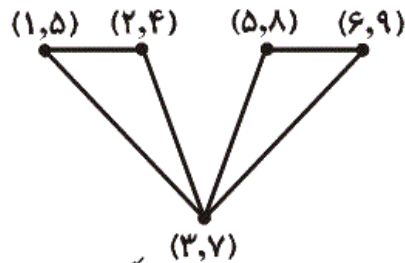
در آخر شغل  $a_4$  باید به یکی از دو نفر  $b_4$  یا  $b_5$  سپرده شود. پس این شرکت در مجموع به دو طریق می‌تواند برای پست‌های خالی با شرط این که هیچ پستی خالی نماند و به هر نفر حداکثر یک پست برسد، کارمند استخدام کند.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۴ و ۵)

- ۱       ۲       ۳       ۴

(امیرمسین عبداللویان)

گراف بازه‌های مورد نظر به صورت زیر است:



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه ۸)

- ۱       ۲       ۳       ۴

(هومن نورایی)

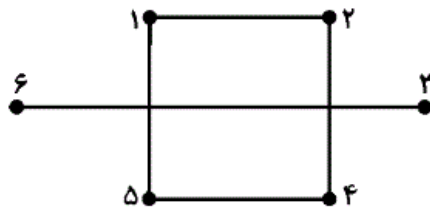
اگر در یک گراف،  $n$  ضلعی فاقد قطر ( $n \geq 4$ ) وجود داشته باشد، این گراف، گراف بازه‌ای نیست. پس گزینه‌های «۱، ۲ و ۳» گراف بازه‌ای نیستند.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه ۸)

- ۱       ۲       ۳       ۴

(رامین فسروی)

نمودار گراف به صورت زیر است:



واضح است که این گراف شامل ۵ یال است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

- ۱       ۲       ۳       ۴

(سید عادل، رضا مرتضوی)

ابتدا رئوس  $a$  و  $b$  را کنار می‌گذاریم. بین ۴ رأس دیگر، حداکثر  $\binom{4}{2} = 6$  یال

وجود دارد. از آن جا که یکی از ۳ یال این گراف، یال  $df$  است، پس باید از میان ۵ یال دیگر، ۲ یال انتخاب کنیم که تعداد حالت‌های مورد نظر برابر است با:

$$\binom{5}{2} = 10$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

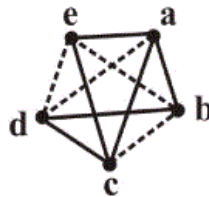
۳

۲

۱ ✓

(سید عادل، رضا مرتضوی)

گراف نقطه‌چین بازی‌های باقی‌مانده را نشان می‌دهد.



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ مشابه مثال ۱، صفحه ۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

گرافی با ۵ رأس، می‌تواند حداکثر  $\binom{5}{2} = 10$  یال داشته باشد. برای بخش دوم این

گراف به دو رأس که توسط یک یال به هم متصل شده‌اند، نیاز داریم. پس این گراف، حداقل ۷ رأس دارد. اگر ۱۱ یال در یک بخش باشند، حداقل به ۶ رأس نیاز داریم. در این حالت، برای وجود دو بخش جدا از هم در گراف، حداقل یک رأس تنها باید وجود داشته باشد که در این صورت نیز گراف حداقل ۷ رأس دارد.

(ریاضیات - نظریه گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

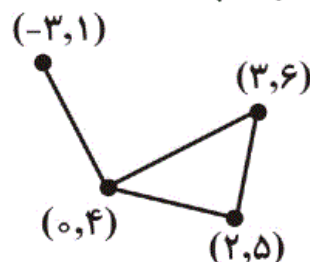
۳

۲ ✓

۱

(علیرضا سیف)

اگر گراف بدون  $(X, Y)$  رسم شود، گرافی ۴ یاله به شکل زیر خواهیم داشت. پس گزینه‌ای تواند درست باشد که دقیقاً با دو بازه اشتراک داشته باشد تا گراف حاصل ۶ یاله شود. با توجه به موارد گفته شده فقط گزینه ۱ می‌تواند درست باشد.



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف؛ صفحه ۸)


۴

۳

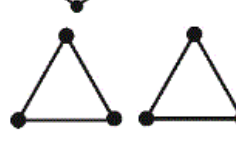
۲

۱ ✓

به طور کلی ۲ حالت داریم:



$$\binom{6}{6} \times \frac{(6-1)!}{2} = 60$$



$$\frac{\binom{6}{3} \binom{3}{3}}{2!} = 10$$

$$60 + 10 = 70$$

بنابراین تعداد کل گراف‌ها برابر است با:

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۱۷۱-

(مسین فابیو)

اعضای نمونه باید تصادفی انتخاب شوند، یعنی انتخاب آن‌ها نباید از قانون خاصی پیروی کند.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه ۲۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۷۲-

(مسین ابراهیم نژاد)

داده‌ها از راه‌های زیر جمع‌آوری می‌شوند:

۱- استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده

۲- از طریق پرسش (شفاهی، کتبی)

۳- از طریق مشاهده و ثبت وقایع

۴- از طریق انجام آزمایش

توجه: از اعداد تصادفی برای انتخاب نمونه استفاده می‌شود.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۷۳-

(فرزانه جعفری)

اندازه‌گیری قد از طریق انجام آزمایش انجام می‌شود. پس در این تست داده‌های نمونه را با انجام آزمایش به دست می‌آوریم.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه ۱۹، ۲۰ و ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(لیلا حاجی علیا)

$$0 / 379 \times 250 = 94 / 75$$

قسمت اعشاری عدد را حذف کرده و یک واحد به آن اضافه می‌کنیم.

$$94 + 1 = 95$$

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

 ۴

 ۳

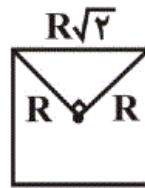
 ۲

 ۱

(هنریک سرکیسیان)

- ۱۷۵

با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس مشخص می‌شود که طول ضلع مربع برابر است با:



$$\sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

پس مساحت ناحیه هاشور خورده برابر است با:

$$S = \pi R^2 - (R\sqrt{2})^2 = (\pi - 2)R^2$$

$$S = (\pi - 2)(2 + E)^2 = (\pi - 2)(4 + 4E + E^2) \quad \text{و داریم:}$$

$$\xrightarrow{\text{صرف نظر از } E^2} S \approx (\pi - 2)(4E + 4) = 4(\pi - 2)(E + 1)$$

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین ابومصوب)

- ۱۷۶

موارد (الف) و (ب) در واقع بیان خطای اندازه‌گیری است و درست می‌باشد.

مورد (پ) درست است چون با وجود آن‌که وسایل اندازه‌گیری را همیشه می‌توان

دقیق‌تر کرد اما خطای اندازه‌گیری هیچ‌گاه برابر صفر نمی‌شود.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: عمل نمونه‌گیری، مهم‌ترین بخش آمار را تشکیل می‌دهد.

گزینه «۲»: یک نمونه، گروه کوچکی از اعضاست که نمایانگر «جامعه» باشد.

گزینه «۴»: نتایج حاصل از اندازه‌گیری یا بررسی نمونه را داده می‌گوییم.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۸)

۱       ۲       ۳       ۴

(امیرحسین ابومصوب)

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» و هم‌چنین وقت‌گیر بودن دسترسی به تمام اعضای

جامعه از مشکلات سرشماری‌ها به‌شمار می‌روند.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه ۱۸)

۱       ۲       ۳       ۴

(امیرحسین ابومصوب)

هرگاه واحد اندازه‌گیری عوض شود، برای مدل‌سازی نیاز به اندازه‌گیری مجدد

داریم.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: مشابه تمرین ۳، صفحه ۱۳)

۱       ۲       ۳       ۴

(عباس اسدی امیرآباری)

$$V = \frac{4}{3} \pi (3 + E)^3 = \frac{4}{3} \pi (27 + 27E + 9E^2 + E^3) = 36\pi + 36\pi E$$

$$S = 4\pi (3 + E)^2 = 4\pi (9 + 6E + E^2) = 36\pi + 24\pi E$$

$$\frac{\text{خطای حجم}}{\text{خطای مساحت}} = \frac{36\pi E}{24\pi E} = \frac{3}{2}$$

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱       ۲       ۳       ۴

۱۵۱-

(معمداً ابراهیم کیتی زاده)

طبق قضیه خطوط موازی و مورب، دو زاویه  $\widehat{CBx}$  و  $\widehat{BCy}$  مکمل هستند و داریم:

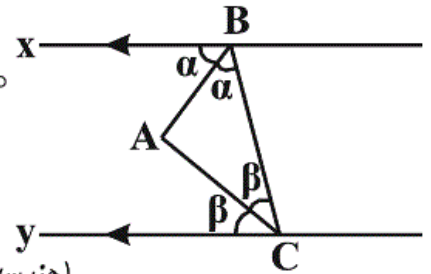
$$\widehat{CBx} + \widehat{BCy} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\Delta ABC: \widehat{A} + \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{A} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 90^\circ$$

(هندسه ۱ - استرلال: مشابه تمرین ۱۳، صفحه ۱۱۴)



۴

۳ ✓

۲

۱

(سیدمسن قاطمی)

۱۵۲-

گزاره الف غلط است زیرا مربع لوزی‌ای است که قطرهایش با هم برابرند. گزاره ب و پ درست هستند.

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه ۳۳)

۴

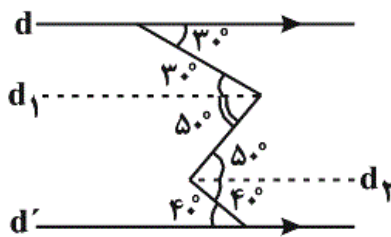
۳

۲ ✓

۱

(نصیر مصبی نژاد)

۱۵۳-



$$x = 50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$$

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه ۱۰)

خطوط  $d_1$  و  $d_2$  را به موازات خطوط  $d$  و  $d'$  رسم می‌کنیم. با توجه به شکل و قضیه خطوط موازی و مورب خواهیم داشت:

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا پورعسینی)

۱۵۴-

قطر AC را رسم می‌کنیم:

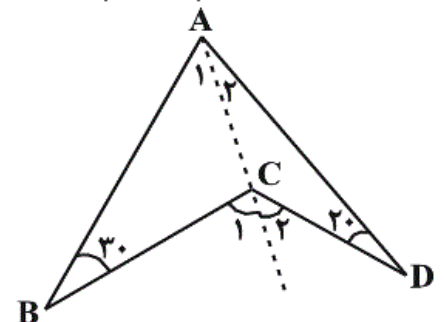
$$\Delta ABC: \widehat{C}_1 = \widehat{A}_1 + 30^\circ$$

$$\Delta ADC: \widehat{C}_2 = \widehat{A}_2 + 20^\circ$$

$$\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + 50^\circ$$

$$x = 70^\circ + 50^\circ = 120^\circ$$

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)



۴ ✓

۳

۲

۱



(مسن ممدگریمی)

اگر  $BD = DE$  باشد، آن گاه دو مثلث  $BCD$  و  $ADE$  به حالت برابری دو ضلع و زاویه بین هم‌نهشت‌اند و در نتیجه  $CD = AE$  است.

(هنرسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

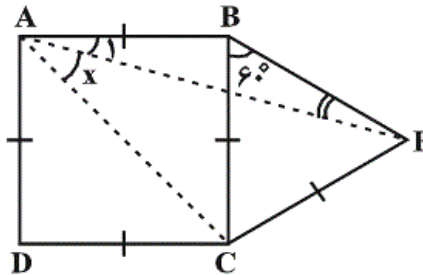
۳✓

۲

۱

(رسول مسنی‌منش)

در مثلث  $ABE$  داریم:  $\hat{A}_1 = \hat{E}_1 = 15^\circ$  و چون  $AC$  قطر مربع است، پس



$\hat{A}_1$  و  $x$  با هم  $45^\circ$  اند، در نتیجه داریم:

$$x = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

(هنرسه ۱ - استدلال: مشابه تمرین ۱۳، صفحه ۲۶)

۴✓

۳

۲

۱

(میلاد منصوری)

اگر زاویه‌های خارجی مثلثی  $x$ ،  $2x$  و  $3x$  باشند، آن گاه:

$$x + 2x + 3x = 360^\circ \Rightarrow x = 60^\circ$$

در این صورت زاویه‌های خارجی  $180^\circ$ ،  $120^\circ$  و  $60^\circ$  خواهند بود که تناقض است. زیرا زاویه داخلی متناظر با زاویه خارجی  $180^\circ$ ، صفر می‌شود.

(هنرسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

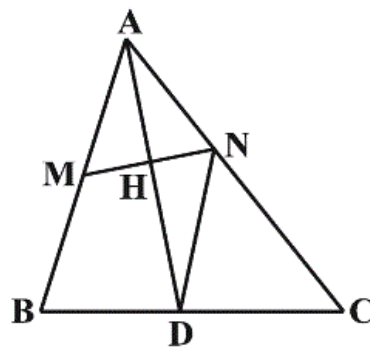
۴

۳✓

۲

۱

(ممدعلی نادرپور)



از نقطه  $M$  به  $D$  وصل می‌کنیم. چهارضلعی  $AMDN$  لوزی است، زیرا  $AD$  نیمساز  $A$  و  $MN$  عمودمنصف  $AD$  است. پس  $MN$  نیمساز داخلی دو رأس  $M$  و  $N$  است. در نتیجه دو زاویه  $AMH$  و  $HND$  برابرند.

(هنرسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۲۷ و ۳۳)

۴

۳

۲

۱✓

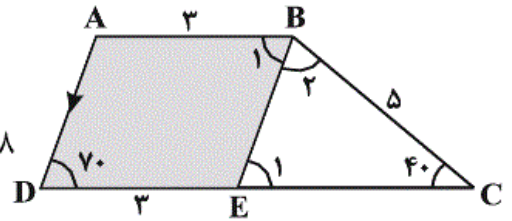
(رسول مسنی منش)

چون  $DC \parallel AB$  است، پس  $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$  یعنی  $\hat{B} = 140^\circ$  است. اگر  $BE$  را موازی  $AD$  رسم کنیم، چهارضلعی  $ABED$  متوازی الاضلاع می شود و در آن  $\hat{B}_1 = 70^\circ$ ،  $DE = 3$  خواهد بود، چون  $\hat{B}$  برابر  $140^\circ$  و  $\hat{B}_1$  برابر  $70^\circ$  است، پس  $\hat{B}_2 = 70^\circ$  می باشد و در این صورت داریم:

$$\hat{E}_1 = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{B}_2$$

$$\xrightarrow{\Delta EBC} CB = CE = 5$$

$$DC = DE + EC = 3 + 5 = 8$$



(هندسه ۱ - استرلال؛ صفحه های ۱۰، ۱۱ و ۳۱ تا ۳۳)

۴

۳

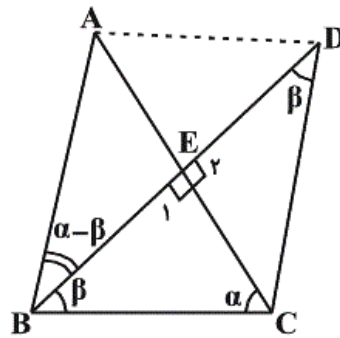
۲

۱

(میلاد منصوری)

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

با توجه به شکل زیر داریم:



$$\left. \begin{array}{l} CD = BC \\ \hat{E}_1 = \hat{E}_2 = 90^\circ \\ CE = CE \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta BEC \cong \Delta CED$$

$$\Rightarrow BE = ED$$

$$\left. \begin{array}{l} AE = AE \\ BE = DE \\ \hat{AEB} = \hat{AED} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AEB \cong \Delta AED$$

$$\Rightarrow \hat{ABD} = \hat{ADB} = \alpha - \beta$$

$$\Delta BEC : \hat{E}_1 = 90^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ - \beta$$

$$\hat{ADB} = \alpha - \beta = (90^\circ - \beta) - \beta = 90^\circ - 2\beta$$

(هندسه ۱ - استرلال؛ صفحه های ۱۱ تا ۲۲)

۴

۳

۲

۱

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 3(a_1 + d) \\ = 3a_2 = 3 \times 10 = 30$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + 3(n-1) = 3n - 2 \quad \text{جمله عمومی دنباله:}$$

$$1000 \leq a_n \leq 999 \Rightarrow 1000 \leq 3n - 2 \leq 999 \Rightarrow 1002 \leq 3n \leq 1001$$

$$334 \leq n \leq 333 \frac{1}{3} \Rightarrow 334 \leq n \leq 333$$

$$\text{تعداد سه رقمی‌ها} = 333 - 334 + 1 = 0$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میرهادی سرکارفرشی)

$$a_1 + a_3 = 2a_2 \Rightarrow 3k - 4 = 6k + 2 \Rightarrow 3k = -6 \Rightarrow k = -2$$

$$\Rightarrow a_1 = -3, a_2 = -5 \Rightarrow d = -2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -2n - 1$$

$$a_7 = -15, a_{10} = -21 \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{-21 + (-15)}{2} = -18$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی ساوویی)

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt{a}}{a} = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

ابتدا توجه می‌کنیم که:

$$a_2 + a_4 + a_8 = 3$$

اکنون داریم:

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{a} = 3 \xrightarrow{\times a} a + \sqrt{a} + 1 = 3a$$

$$\Rightarrow 2a - \sqrt{a} - 1 = 0 \Rightarrow (\sqrt{a} - 1)(2\sqrt{a} + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} = 1 \Rightarrow a = 1 \\ 2\sqrt{a} + 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} = 1 \Rightarrow a = 1 \\ 2\sqrt{a} + 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{-1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{غ ق} \quad \text{دنباله: } 1, 1, 1, 1, 1, \dots$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3$$

در نتیجه:

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به تعریف دنباله هندسی، می‌نویسیم:

$$a_1 \times a_2 \times a_3 = (a_4)^2 \Rightarrow a_1 \times a_1 q \times a_1 q^2 = (a_1 q^3)^2$$

$$\Rightarrow a_1^3 \times q^3 = a_1^2 \times q^6 \Rightarrow a_1 = q^3$$

$$\frac{a_8}{a_4} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q^3} = q^4 = q^3 \times q = a_1 q = a_2$$

بنابراین:

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌درد رضا اسلامی)

-۱۱۶

$$\frac{7}{11} = 0.636363\dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0.6 \\ a_2 = 0.63 \\ \vdots \\ a_7 = 0.6363636 \end{cases}$$

$$a_7 \Rightarrow \text{مجموع سه رقم سمت راست} = 6 + 3 + 6 = 15$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌درد رضا شوکتی بیرق)

-۱۱۷

با فرض  $b_n = a_{n+1} - a_n$  داریم:

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{n+2} - a_{n+1}}{a_{n+1} - a_n} = \frac{a_1 q^{n+2} - a_1 q^{n+1}}{a_1 q^{n+1} - a_1 q^n} = \frac{a_1 q^n (q-1)}{a_1 q^{n-1} (q-1)} = q = 3$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

فرض کنیم  $a$ ،  $a + d$ ،  $a + \Delta d$  و  $a + md$  چهار جمله اول دنباله هندسی

$$\frac{a + md}{a + \Delta d} = \frac{a + \Delta d}{a + d} = \frac{a + d}{a}$$

باشند. پس:

$$a(a + \Delta d) = (a + d)^2 \Rightarrow a^2 + \Delta ad = a^2 + 2ad + d^2$$

$$\xrightarrow{\div d} \quad (d \neq 0) \rightarrow d = 3a$$

$$(a + md)(a + d) = (a + \Delta d)^2 \xrightarrow{d=3a} (a + 3am)(4a) = (16a)^2$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 12a^2m = 256a^2 \xrightarrow{\div a^2} m = 21$$

پس بیست و دومین جمله دنباله حسابی، چهارمین جمله دنباله هندسی است.

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مقتبی، رفیعی)

- ۱۱۹

ابتدا مخرج کسر را گویا کرده و پس از آن، کسر حاصل را ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{(2^2)^{0/75}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + (3^2)^{0/25} &= \frac{2^{\frac{2}{25}}}{(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}} + 3^{\frac{1}{25}} \\ &= \frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} + \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + 2 + 2\sqrt{2} - 3} + \sqrt{3} \\ &= 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مقتبی، رفیعی)

- ۱۲۰

$$\begin{aligned} [(\sqrt{5})^{3-\sqrt{2}}]^{3+\sqrt{2}} &= (\sqrt{5})^{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})} = (\sqrt{5})^{9-2} = (\sqrt{5})^7 \\ &= [(\sqrt{5})^2]^3 \cdot \sqrt{5} = 5^3 \cdot \sqrt{5} = 125\sqrt{5} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

www.kanoon.ir