



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۴۱- اگر $0 < a < 1$ ، مجموعه‌ی $(-a^2, a) \cap (-a, a^2)$ کدام است؟

- (۱) $(-a, a)$ (۲) $(-a^2, a)$ (۳) $(-a, a^2)$ (۴) $(-a^2, a^2)$

شما پاسخ نداده اید

۴۲- اگر مجموعه‌ی اعداد صحیح (Z) به‌عنوان مجموعه‌ی مرجع، $A = \{x \in Z \mid 2 - x \leq 2x - 1 < 5\}$ و $B = \{x \in Z \mid x < 0\}$ باشد، در این صورت کدام مجموعه‌ی زیر متناهی است؟

- (۱) $B \cap A'$ (۲) $A - B$ (۳) $B \cup A$ (۴) $B \cup A'$

شما پاسخ نداده اید

۴۳- برای ۳۰ دانش‌آموز یک مدرسه، دو کلاس ریاضی و فیزیک تشکیل شده است. ۱۳ نفر آن‌ها در کلاس فیزیک ثبت‌نام نکرده‌اند و ۸ نفر فقط در کلاس فیزیک ثبت‌نام کرده‌اند. چند نفر در هر دو کلاس ریاضی و فیزیک ثبت‌نام کرده‌اند؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۵ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۴۴- C_n جمله‌ی عمومی یک الگوی خطی است که $C_3 = 7$ و $C_9 = 43$ ، چند عدد طبیعی ۳ رقمی را می‌توان با استفاده از این الگو نمایش داد؟

- (۱) ۱۴۹ (۲) ۱۵۰ (۳) ۱۶۹ (۴) ۱۶۸

شما پاسخ نداده اید

۴۵- در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات اول و سوم، سه برابر جمله‌ی پنجم آن است. چندمین جمله‌ی دنباله صفر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۱ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۴۶- در یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت r ، هر جمله برابر مجموع دو جمله‌ی قبلی است. مقدار $r^2 - r$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۴۷- بین دو عدد $\frac{1}{64}$ و ۶۴ یازده واسطه‌ی هندسی مثبت قرار داده‌ایم. واسطه‌ی دهم چند برابر واسطه‌ی سوم است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۴۸- اگر $\frac{1}{b-c}$ و $\frac{1}{2b}$ و $\frac{1}{b-a}$ به‌ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، آن‌گاه:

(۱) b واسطه هندسی بین a و c است. (۲) c واسطه‌ی هندسی بین a و b است.

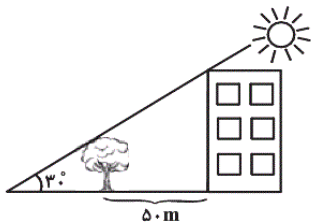
(۳) b واسطه‌ی حسابی بین a و c است. (۴) c واسطه‌ی حسابی بین a و b است.

شما پاسخ نداده اید

۴۹- مطابق شکل، پرتوی نور خورشید از لبه‌ی ساختمان و نوک درخت عبور کرده و با سطح

زمین زاویه‌ی 30° می‌سازد. اگر فاصله‌ی درخت تا ساختمان ۵۰ متر و ارتفاع ساختمان

۲ برابر ارتفاع درخت باشد، ارتفاع درخت کدام است؟



(۴) $\frac{50\sqrt{3}}{3}$

(۳) $50\sqrt{3}$

(۲) $\frac{25\sqrt{3}}{3}$

(۱) $25\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۵۰- اگر $\cot x = 3$ و $\frac{A \cos x + 2 \sin x}{3 \sin x - A \cos x} = 4$ باشد، A کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{3}$

(۳) -1

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۵۱- در 30° جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات ردیف فرد 180° و مجموع جملات ردیف زوج 210° می‌باشد،

مجموع ۵ جمله اول آن کدام است؟

(۲) -128

(۱) -138

(۴) -132

(۳) -60

شما پاسخ نداده اید

۵۲- اگر مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی از رابطه‌ی $S_n = 2n^2 - n$ به‌دست آید، جمله‌ی عمومی این دنباله کدام است؟

(۲) $a_n = 2n - 1$

(۱) $a_n = 4n - 3$

(۴) $a_n = n - 3$

(۳) $a_n = 3n - 2$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، مجموع چهار جمله‌ی اول ۹۶ و مجموع هشت جمله‌ی اول 10^2 است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- حاصل عبارت $A = \frac{a^{11} + a^{10} + a^9 + \dots + a + 1}{a^9 + a^8 + a^7 + 1}$ ، به ازای $a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

۲ (۱)

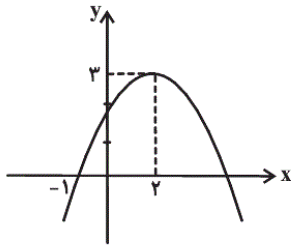
۳ (۲)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۵- اگر نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه‌ی این تابع کدام است؟



$$y = \frac{-x^2}{3} - \frac{4}{3}x + \frac{5}{3} \quad (۲)$$

$$y = \frac{-x^2}{3} + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3} \quad (۱)$$

$$y = -3x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{5}{3} \quad (۴)$$

$$y = -x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha+1}{\beta} + \frac{\beta+1}{\alpha}$ چقدر است؟

-۸ (۲)

۸ (۱)

-۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۷- در معادله‌ی $x^2 - 6x + m + 5 = 0$ ، اگر یکی از ریشه‌ها دو برابر قرینه‌ی ریشه‌ی دیگر باشد، مقدار m است؟

-۵۵ (۲)

-۴۴ (۱)

-۷۷ (۴)

-۶۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر یکی از ریشه‌های معادله‌ی $x^3 + x^2 + kx = 12$ برابر با ۳- باشد، مجموع مربعات دو ریشه‌ی دیگر معادله کدام است؟

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x + 4 - 2m = 0$ باشند، به‌ازای کدام مقادیر m نقطه‌ی $A(\alpha, \beta)$ در ناحیه‌ی اول یا سوم است؟

$$\frac{3}{2} < m \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \leq m < 2 \quad (2)$$

$$m < 2 \quad (4)$$

$$m > 2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- معادله‌ی $-K = |x-1| - x^2 + 2x$ جواب ندارد. حدود K کدام است؟

$$K < -1 \quad (2)$$

$$K > -1 \quad (1)$$

$$K > 1 \quad (4)$$

$$K < 1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۱ ، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۷۱- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AB = AC = 5$ و $BC = 6$ است و عمودمنصف‌های دو ساق AB و AC

یک‌دیگر را در M قطع می‌کنند. طول پاره‌خط AM کدام است؟

$$\frac{13}{6} \quad (2)$$

$$\frac{11}{5} \quad (1)$$

$$\frac{25}{8} \quad (4)$$

$$\frac{16}{7} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- در مثلث ABC اگر $AB + AC = 2BC$ و $AB > AC$ ، آن‌گاه نامساوی‌های بین زاویه‌های مثلث کدام است؟

$$\hat{C} < \hat{A} < \hat{B} \quad (2)$$

$$\hat{C} > \hat{A} > \hat{B} \quad (1)$$

$$\hat{B} < \hat{C} < \hat{A} \quad (4)$$

$$\hat{A} > \hat{B} > \hat{C} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- نقیض گزاره‌ی « هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد. » کدام است؟

(۱) هر مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.

(۲) هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.

(۳) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.

(۴) مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۷۴- عکس کدام یک از قضیه‌های شرطی زیر، خود یک قضیه‌ی شرطی است؟

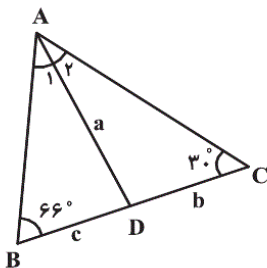
(۱) مساحت‌های هر دو مثلث همنهشت با هم برابرند.

(۲) اگر در دو مثلث، طول ضلع‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، آنگاه زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم برابرند.

(۳) متوازی‌الاضلاع، چهارضلعی‌ای است که قطرهایش منصف یکدیگرند.

(۴) مستطیل، چهارضلعی‌ای است که قطرهایش با هم برابرند.

شما پاسخ نداده اید



۷۵- در شکل مقابل $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ است. کدام یک از روابط زیر برقرار است؟

(۲) $a > b > c$

(۱) $b > c > a$

(۴) $a > c > b$

(۳) $b > a > c$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی $ABCD$ ($AB \parallel CD$)، عمودمنصف قطر AC ، قاعده‌ی CD را در نقطه‌ی E قطع می‌کند. اگر چهارضلعی $ABED$ ، یک

مستطیل به طول اضلاع $AB = 3$ و $AD = 4$ باشد، طول AC کدام است؟

(۲) ۸

(۱) $4\sqrt{5}$

(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۷۷- یک ده‌ضلعی محدب حداکثر چند زاویه‌ی داخلی حاده می‌تواند داشته باشد؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در مستطیل ABCD به طول a و به عرض b، اگر $AB = CD = a$ و نیم‌سازهای دو رأس A و B یک‌دیگر را در M قطع کنند، فاصله‌ی M تا

ضلع CD کدام است؟

$$a - b \quad (۱)$$

$$a - \frac{b}{۲} \quad (۲)$$

$$\left| \frac{a}{۲} - b \right| \quad (۳)$$

$$|a - ۲b| \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- دایره‌ی C به شعاع ۵ و خط L مفروض‌اند. اگر سه نقطه روی محیط دایره وجود داشته باشد که از خط L به فاصله‌ی ۳ باشد، فاصله‌ی مرکز دایره از خط

L کدام است؟

$$۱ \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- نیم‌سازهای داخلی دو زاویه‌ی B و C از مثلث ABC، یک‌دیگر را در نقطه‌ی O قطع کرده‌اند. اگر نقاط M، N و P به ترتیب پای عمودهای رسم

شده از نقطه‌ی O بر اضلاع BC، AC و AB باشند، آن‌گاه نقطه‌ی O برای مثلث MNP چه نقطه‌ای است؟

(۱) محل هم‌مرسی عمودمنصف‌ها

(۲) محل هم‌مرسی ارتفاع‌ها

(۳) محل هم‌مرسی نیم‌سازها

(۴) محل هم‌مرسی میانه‌ها

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی دهم- سوالات موازی، - ۱۳۹۶۰۵۰۶

۶۱- اگر $A = (-\infty, -۲]$ ، $B = (۱, +\infty)$ و $C = (-۵, +\infty)$ باشند، مجموعه‌ی $(A \cup B)' \cap C$ شامل چند عدد

صحیح است؟

(۱) بیشمار

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶۲- کدام‌یک از مجموعه‌های زیر جدا از هم هستند؟

(۱) $A' \cap B$ و B

(۲) A و $A - B$

(۳) $A - B$ و $B - A$

(۴) B و $(A \cap B)'$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- مجموعه A دارای ۳۰ عضو و مجموعه B دارای ۲۵ عضو و اشتراک آن‌ها دارای ۱۲ عضو است، اگر ۱۵ عضو از مجموعه B حذف کنیم از اشتراک آن‌ها ۸ عضو کم می‌شود. اجتماع مجموعه‌ی جدید B با مجموعه‌ی A چقدر از اعضای که فقط درون A هستند، بیش‌تر است؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۴- در یک دنباله درجه دوم، جملات ابتدایی ...، ۶، ۷، ۲۴، - است، جمله‌ی پانزدهم کدام است؟

- ۵۴۰ (۱) ۶۲۰ (۲) ۲۸۰ (۳) ۴۶۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۵- در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی شانزدهم از جمله‌ی نهم ۲۱ واحد بیش‌تر است. اگر جمله‌ی نوزدهم برابر ۵۹ باشد، جمله‌ی اول کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۶- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، جمله‌ی اول برابر با مجموع دو برابر جمله‌ی دوم و سه برابر جمله‌ی سوم است، در این دنباله جمله‌ی پنجم چند برابر جمله‌ی هشتم است؟

- ۹ (۱) ۳ (۲) ۲۷ (۳) ۸۱ (۴)

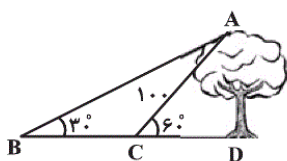
شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر بین اعداد ۲ و ۳۲ یکبار سه واسطه‌ی هندسی و بار دیگر چهار واسطه‌ی حسابی به‌صورت مجزا درج کنیم به شکلی که اعداد دنباله‌ها روند کاهشی داشته باشند، جمله‌ی دوم دنباله‌ی هندسی چند برابر جمله‌ی چهارم دنباله‌ی حسابی می‌شود؟ (۲ و ۳۲ را جزو جملات دنباله‌ها در نظر می‌گیریم)

- $\frac{8}{7}$ (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

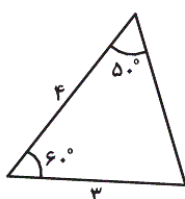
۶۸- در شکل روبه‌رو، BC چقدر از DC بیش‌تر است؟



- ۵۰ (۱) $5\sqrt{3}$ (۲) ۷۵ (۴) ۱۰۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- مساحت شش‌ضلعی منتظمی به طول ضلع ۶، چند برابر مساحت مثلث شکل روبه‌رو است؟



- ۱۸ (۱) ۹ (۲) $18\sqrt{3}$ (۴) $9\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- اگر $\frac{\Delta \sin x}{3 \sin x + \cos x} = \frac{1}{3}$ ، مقدار $\tan x + \cot x$ کدام است؟

- $\frac{145}{12}$ (۴) $\frac{143}{12}$ (۳) $\frac{64}{3}$ (۲) $\frac{32}{3}$ (۱)

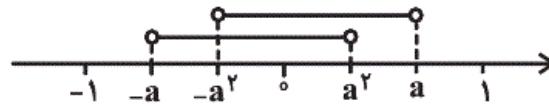
شما پاسخ نداده اید

-۴۱

(کاظم ابلالی)

اگر $0 < a < 1$ ، آن گاه $a^2 < a$ و $-a < -a^2$ است. بنابراین با توجه

به شکل زیر، داریم: $(-a, a^2) \cap (-a^2, a) = (-a^2, a^2)$



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴

۳

۲

۱

-۴۲

(فریرون ساعتی)

ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را می‌نویسیم:

$$2x - 1 < 5 \Rightarrow 2x < 6 \Rightarrow x < 3 \quad (1)$$

$$2 - x \leq 2x - 1 \Rightarrow 3 \leq 3x \Rightarrow x \geq 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 - x \leq 2x - 1 < 5\}$$

مجموعه‌ی A متناهی است. $\Rightarrow A = \{1, 2\}$

$$B = \{x \in \mathbb{Z}, x < 0\}$$

$\Rightarrow B = \{\dots, -4, -3, -2, -1\} \Rightarrow B$ نامتناهی است.

$$A - B = \{1, 2\} - \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$$

$= \{1, 2\} \Rightarrow A - B$ متناهی است

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

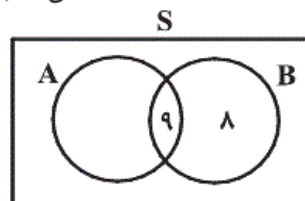
۳

۲

۱

-۴۳

(علی ساوچی)



اگر کلاس ریاضی را با A و کلاس

فیزیک را با B نشان دهیم، آن گاه:

$$n(B') = n(S) - n(B) = \text{تعداد کسانی که در کلاس فیزیک ثبت نام نکرده‌اند}$$

$$\Rightarrow 13 = 30 - n(B) \Rightarrow n(B) = 17$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = \text{کسانی که فقط در کلاس فیزیک ثبت نام کرده‌اند}$$

$$\Rightarrow 8 = 17 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 9 = \text{تعداد کسانی که در هر دو کلاس ثبت نام کرده‌اند}$$

۴

۳

۲

۱

-۴۴

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(فردین ساعتی)

جمله‌ی عمومی این دنباله‌ی خطی به صورت $C_n = an + b$ است بنابراین:

$$\begin{cases} C_3 = 7 \Rightarrow 7 = 3a + b & (1) \\ C_9 = 43 \Rightarrow 43 = 9a + b & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_9 = 43 \Rightarrow 43 = 9a + b & (2) \\ C_3 = 7 \Rightarrow 7 = 3a + b & (1) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} 43 - 7 = 6a \Rightarrow a = 6$$

$$\xrightarrow{(1), a=6} 7 = 3(6) + b \Rightarrow b = -11$$

$$C_n = 6n - 11$$

$$100 \leq C_n \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 6n - 11 \leq 999$$

تعداد اعداد طبیعی موجود در $[19, 168]$ $\Rightarrow 19 \leq n \leq 168$

$$= 168 - 19 + 1 = 150$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۴۵

(علی ساوچی)

با توجه به تعریف دنباله‌ی حسابی، اگر a_1 جمله‌ی اول و d قدرنسبت آن باشد، آن گاه:

$$a_1 + a_3 = 3a_2 \Rightarrow a_1 + (a_1 + 2d) = 3(a_1 + d)$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 2d = 3a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = -1 \cdot d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \xrightarrow{a_1 = -1 \cdot d} \xrightarrow{a_n = 0}$$

در نتیجه:

$$0 = -1 \cdot d + (n-1)d \Rightarrow n = 11$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

-۴۶

(کاظم ابلالی)

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \Rightarrow a_1 r^{n-1} = a_1 r^{n-2} + a_1 r^{n-3}$$

$$\Rightarrow a_1 r^{n-1} = a_1 r^{n-3} (r+1) \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } a_1 r^{n-3}}$$

$$r^2 = r+1 \Rightarrow r^2 - r = 1$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۴۷

(امیر هوشنگ فمسه)

قدرنسبت دنباله‌ی هندسی را برابر با r فرض می‌کنیم و جملات دنباله

$$\frac{1}{64}, \frac{1}{64}r, \frac{1}{64}r^2, \frac{1}{64}r^3, \dots, \frac{1}{64}r^{11}, 64$$

را می‌نویسیم:

$$64 = \frac{1}{64}r^{12} \Rightarrow 64 \times 64 = r^{12} \Rightarrow 2^{12} = r^{12} \xrightarrow{r > 0} r = 2$$

$$\frac{\text{واسطه دهم}}{\text{واسطه سوم}} = \frac{\frac{1}{64}r^{10}}{\frac{1}{64}r^3} = r^7 = (2)^7 = 128$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲✓

۱

(فریدون ساعتی)

$$\frac{1}{b-a}, \frac{1}{2b}, \frac{1}{b-c} \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{b-a} + \frac{1}{b-c}$$

جملات متوالی دنباله‌ی حسابی

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{b-c+b-a}{(b-a)(b-c)} = \frac{2b-(a+c)}{(b-a)(b-c)}$$

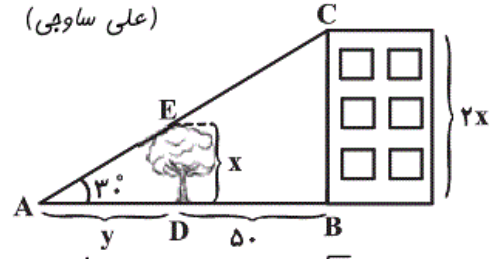
$$\Rightarrow 2b^2 - ab - bc = b^2 - bc - ab + ac$$

$$\Rightarrow b^2 = ac \Rightarrow b \text{ واسطه هندسی بین } a \text{ و } c \text{ است}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

- ۱ ✓ ۲ ۳ ۴

(علی ساوپی)



اگر ارتفاع درخت x متر باشد، ارتفاع ساختمان $2x$ متر است. اکنون داریم:

$$\Delta AED: \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{ED}{AD} = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}x \quad (1)$$

$$\Delta ABC: \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{BC}{AB} = \frac{2x}{y+50}$$

همچنین:

$$\Rightarrow \frac{2x}{y+50} = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{(1)} \frac{2x}{\sqrt{3}x+50} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow 6x = 3x + 50\sqrt{3} \Rightarrow 3x = 50\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{50\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(امیر هوشنگ فمسه)

ابتدا هر جمله صورت و مخرج را به $\sin x$ تقسیم می‌کنیم. از آنجایی

که $\frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$ است، پس:

$$\frac{A \cot x + 2}{3 - A \cot x} = 4 \xrightarrow{\cot x = 3} \frac{3A + 2}{3 - 3A} = 4$$

$$\Rightarrow 3A + 2 = 12 - 12A \Rightarrow 15A = 10 \Rightarrow A = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- مثلثات- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

- ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{مجموع جملات ردیف فرد: } a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{29} = 180 \quad (1)$$

$$\text{مجموع جملات ردیف زوج: } a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{30} = 210 \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow (a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + \dots + (a_{30} - a_{29}) = 30$$

$$\Rightarrow 15d = 30 \Rightarrow d = 2$$

$$(1) + (2) \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_{30} = 390$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{30} \frac{30}{2}(2a_1 + 29(2)) = 390$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 58 = 26 \Rightarrow 2a_1 = -32 \Rightarrow a_1 = -16$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_5 = -16 + (5-1)(2) = -8$$

$$S_5 = \frac{5}{2}(a_1 + a_5) = \frac{5}{2}(-16 - 8) = -60$$

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

$$\begin{cases} a_1 = S_1 = 2(1)^2 - 1 = 1 \\ a_2 = S_2 - S_1 = 2(2)^2 - 2 - 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow d = a_2 - a_1 = 4$$

اکنون جمله‌ی عمومی دنباله را می‌یابیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \times 4 = 4n - 3$$

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

$$\left. \begin{aligned} S_4 = 96 &\Rightarrow \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = 96 \\ S_8 = 102 &\Rightarrow \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = 102 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{S_8}{S_4} = \frac{102}{96} \Rightarrow \frac{\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^4)}{1-q}} = \frac{102}{96}$$

□۴

□۳

□۲✓

□۱

(سراسری ریاضی - ۹۳)

صورت و مخرج کسر، مجموع جملات دو دنباله‌ی هندسی هستند.

$$A = \frac{a^{11} + a^{10} + a^9 + \dots + a + 1}{a^9 + a^6 + a^3 + 1} \xrightarrow[t_2=1, r_2=a^3]{t_1=1, r_1=a} \frac{\frac{1(1-a^{12})}{1-a}}{\frac{1(1-(a^3)^4)}{1-a^3}}$$

$$= \frac{1-a^3}{1-a} = \frac{(1-a)(1+a+a^2)}{1-a} = 1+a+a^2$$

با توجه به این که $a = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ داریم:

$$\begin{aligned} 2a + 1 = \sqrt{5} &\xrightarrow{\text{طرفین به توان دو}} (2a + 1)^2 = (\sqrt{5})^2 \\ \Rightarrow 4a^2 + 4a + 1 = 5 &\Rightarrow 4(a^2 + a) = 4 \Rightarrow a^2 + a = 1 \end{aligned}$$

بنابراین حاصل عبارت A برابر است با:

$$A = \underbrace{a + a^2}_1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

□۴

□۳

□۲

□۱✓

رأس سهمی به مختصات $(۲, ۳)$ و دهانه آن روبه پایین است. پس ضابطه‌ی آن به صورت زیر است:

$$y = a(x - ۲)^2 + ۳$$

مطابق شکل صورت سؤال، $x = -۱$ یکی از صفرهای تابع درجه دوم $y = a(x - ۲)^2 + ۳$ است، پس به ازای $x = -۱$ مقدار تابع صفر می‌شود، داریم:

$$۰ = a(-۱ - ۲)^2 + ۳$$

$$\Rightarrow -۳ = ۹a \Rightarrow a = \frac{-۳}{۹} = -\frac{۱}{۳}$$

بنابراین ضابطه‌ی سهمی به صورت زیر می‌باشد:

$$y = -\frac{۱}{۳}(x - ۲)^2 + ۳ = \frac{-x^2}{۳} + \frac{۴}{۳}x + \frac{۵}{۳}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به فرم کلی معادله‌ی درجه ۲ داریم:

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها و حاصل ضرب آن‌ها برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow S = -\frac{-3}{1} = 3$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow P = \frac{1}{1} = 1$$

بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha+1}{\beta} + \frac{\beta+1}{\alpha} &= \frac{\alpha^2 + \alpha + \beta^2 + \beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha+\beta)^2 + (\alpha+\beta) - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{S^2 + S - 2P}{P} \\ &= \frac{9 + 3 - 2}{1} = 10 \end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱

طبق صورت سؤال $x_1 = -2x_2$ است. از طرفی:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 6 \xrightarrow{x_1 = -2x_2} x_2 = -6, \quad x_1 = 12$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m + 5 \Rightarrow (-6)(12) = m + 5$$

$$\Rightarrow m = -72 - 5 = -77$$

۴

۳

۲

۱

$$(x+3)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

اگر دو ریشه‌ی دیگر معادله را α و β بنامیم، α و β ریشه‌های

معادله‌ی درجه دوم $x^2 - 2x - 4 = 0$ است. پس:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-2}{1} = 2 \quad \text{و} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{4}{1} = -4$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (+2)^2 - 2(-4) = 12$$

۴

۳

۲

۱

(فهریدون ساعتی)

-۵۹

برای آن که معادله‌ی درجه دوم $x^2 - 2x + 4 - 2m = 0$ ریشه‌ی حقیقی داشته باشد، باید دلتای آن نامنفی باشد، پس:

$$\Delta \geq 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac} (-2)^2 - 4(1)(4 - 2m) \geq 0$$

$$\Rightarrow 4 - 16 + 8m \geq 0 \Rightarrow 8m \geq 12 \Rightarrow m \geq \frac{3}{2} \quad (1)$$

چون نقطه‌ی $A(\alpha, \beta)$ در ناحیه‌ی اول یا سوم است، پس α و β هم‌علامت‌اند، در نتیجه حاصل‌ضرب ریشه‌ها مثبت است یعنی $\alpha\beta > 0$.

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = 4 - 2m > 0 \Rightarrow 4 > 2m \Rightarrow m < 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۱) و (۲)}} \frac{3}{2} \leq m < 2$$

۴

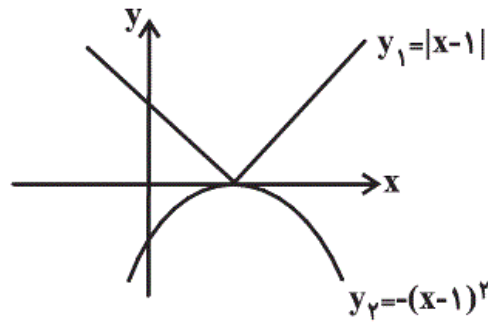
۳

۲

۱

معادله را به صورت $-(x-1)^2 + K + 1 = |x-1|$ بازنویسی می کنیم.

به نمودار توابع $y_1 = |x-1|$ و $y_2 = -(x-1)^2$ توجه کنید.



واضح است که نمودار تابع

از $y_2 = -(x-1)^2 + K + 1$

انتقال عمودی نمودار تابع

$y = -(x-1)^2$ به اندازه ی

$K + 1$ واحد به دست می آید.

اگر $K + 1 < 0$ آن گاه نمودار پایین می آید و دو نمودار یک دیگر را قطع

نمی کنند و معادله ی موردنظر جواب ندارد، پس $K < -1$.

۴

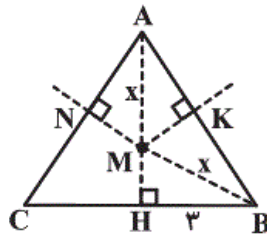
۳

۲ ✓

۱

-۷۱

(علی ساوپی)



با توجه به شکل، $AM = MB = x$

زیرا M روی عمود منصف AB است.

اکنون بنابر فیثاغورس داریم:

$$\Delta AHB : AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow 25 = AH^2 + 9 \Rightarrow AH = 4$$

$$\Delta MHB : MB^2 = MH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow x^2 = (4-x)^2 + 9 \Rightarrow x^2 = 16 - 8x + x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 8x = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{8}$$

(هندسه ۱- صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمداً ابراهیم گیتی زاده)

چون ضلع BC واسطه‌ی حسابی یا عددی دو ضلع AB و AC است، از یکی از این دو ضلع بزرگ‌تر و از ضلع دیگر کوچک‌تر است. اما $AB > AC$ ، بنابراین نامساوی‌های بین اضلاع به صورت زیر است،

$$AB > BC > AC$$

در هر مثلث، زاویه‌ی بزرگ‌تر روبه‌روی ضلع بزرگ‌تر است و به‌عکس. پس نامساوی‌های بین سه زاویه‌ی این مثلث به صورت زیر است:

$$\hat{C} > \hat{A} > \hat{B}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب تابستان - سؤال ۳۹)

نقیض گزاره‌ی «هیچ مثلثی بیش از یک زاویه‌ی قائمه ندارد.» به این صورت است که «مثلثی وجود دارد که بیش از یک زاویه‌ی قائمه دارد.»

(هندسه ۱- صفحه‌ی ۲۴)

 ۴

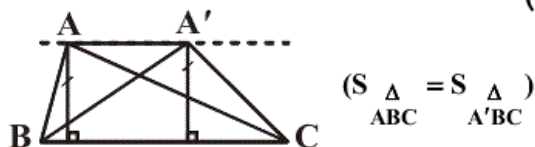
 ۳

 ۲

 ۱

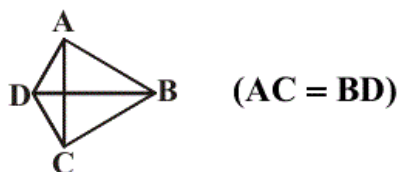
عکس قضیه‌ی شرطی گزینه‌ی (۱)، قضیه‌ی شرطی نیست، زیرا اگر مساحت دو مثلث با هم برابر باشند، لزوماً آن دو مثلث، همنهشت نیستند.

(به شکل روبه‌رو دقت کنید.)



عکس قضیه‌ی شرطی گزینه‌ی (۲)، قضیه‌ی شرطی نیست، زیرا اگر در دو مثلث، زاویه‌ها نظیر به نظیر با هم برابر باشند، آنگاه آن دو مثلث با هم متشابه‌اند و لزوماً طول ضلع‌هایشان نظیر به نظیر با هم برابر نیست.

عکس قضیه‌ی شرطی گزینه‌ی (۴)، قضیه‌ی شرطی نیست، زیرا اگر دو قطر یک چهارضلعی با هم برابر باشد، لزوماً آن چهارضلعی، مستطیل نیست. (به شکل زیر دقت کنید.)



(هندسه ۱- صفحه‌ی ۲۶)

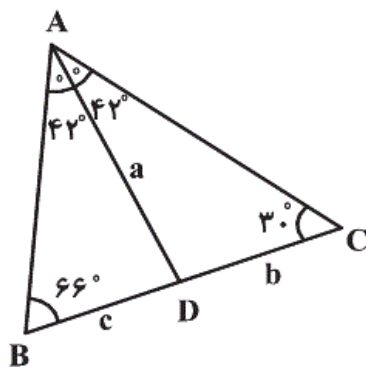
۴

۳ ✓

۲

۱

داریم:



$$\Delta ABC : \hat{BAC} + 3^\circ + 66^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{BAC} = 84^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{BAD} = \hat{DAC} = 42^\circ$$

حال:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABD : 66^\circ > 42^\circ \Rightarrow a > c \\ \Delta ADC : 42^\circ > 3^\circ \Rightarrow b > a \end{array} \right\} \Rightarrow b > a > c$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴

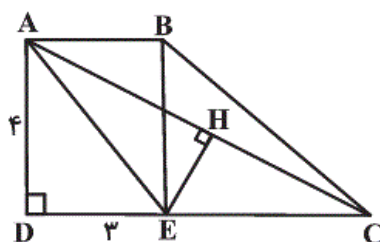
۳✓

۲

۱

(امیر حسین ابومحبوب)

-۷۶



$$\Delta ADE : AE^2 = AD^2 + DE^2$$

$$= 16 + 9 = 25 \Rightarrow AE = 5$$

چون نقطه‌ی E روی عمود منصف

قطر AC قرار دارد، پس

EC = EA = 5 است و در نتیجه

داریم:

$$\Delta ADC : AC^2 = AD^2 + DC^2$$

$$= 16 + 64 = 80 \Rightarrow AC = 4\sqrt{5}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱✓

یک Π ضلعی محدب نمی‌تواند بیش از ۳ زاویه‌ی داخلی حاده داشته باشد، زیرا هر زاویه‌ی داخلی حاده معادل یک زاویه‌ی خارجی منفرجه است و در این صورت مجموع زاویه‌های خارجی آن بیش از 360° خواهد شد. در حالیکه می‌دانیم مجموع زاویه‌های خارجی هر Π ضلعی محدب 360° است.

(هندسه ۱- صفحه‌ی ۲۸)

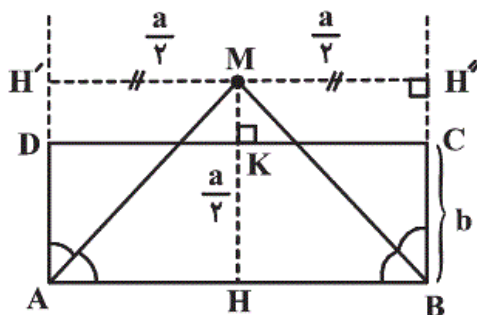
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

به شکل مقابل توجه کنید. هر نقطه بر روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن به یک فاصله است. در نتیجه:



M روی نیمساز \hat{A} است. $\Rightarrow MH = MH'$

M روی نیمساز \hat{B} است. $\Rightarrow MH = MH''$

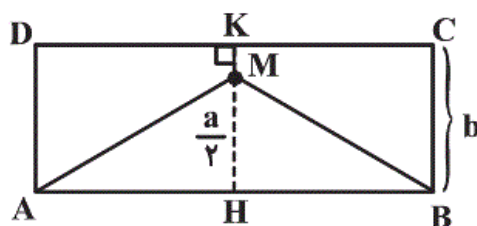
$\xrightarrow{\text{جمع}} 2MH = MH' + MH'' = AB = a$

$\Rightarrow MH = \frac{a}{2}$

$MK = MH - KH = \frac{a}{2} - b$

بنابراین:

اگر شکل مسأله به صورت مقابل باشد، آن گاه:



$MK = KH - MH = b - \frac{a}{2}$

بنابراین در حالت کلی:

$MK = \left| \frac{a}{2} - b \right|$

نکته: اگر $b = \frac{a}{2}$ باشد، آن گاه M وسط ضلع DC خواهد بود.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

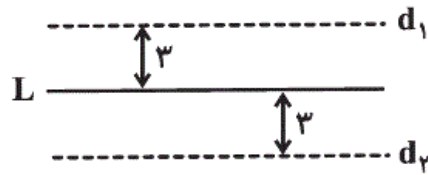
۴

۳ ✓

۲

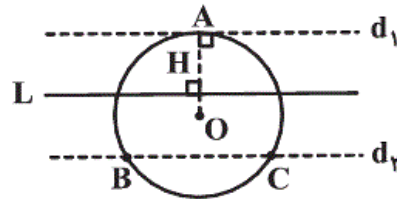
۱

(علی ساوپی)



مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که از خط L به فاصله‌ی ۳ باشند، دو خط موازی با L هستند که در دو طرف L و به فاصله‌ی ۳ از آن واقع‌اند.

اگر دو خط d_1 و d_2 با دایره‌ی C در سه نقطه مشترک باشند، جواب مسأله را یافته‌ایم:



$$\begin{cases} OA = 5 \\ AH = 3 \end{cases} \Rightarrow OH = OA - AH = 2$$

بنابراین، فاصله‌ی خط L تا مرکز دایره، ۲ است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۱۴ و ۱۷)

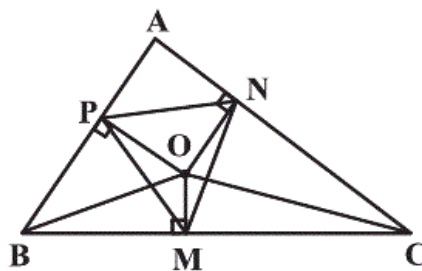
۴

۳

۲ ✓

۱

(امیرحسین ابومصوب)



نقطه‌ی O ، نقطه‌ی هم‌رسی نیم‌سازهای مثلث ABC است، بنابراین از سه ضلع این مثلث به یک فاصله است و در نتیجه طول سه عمود OM ، ON و OP یکسان است.

حال چون نقطه‌ی O از سه رأس مثلث MNP به یک فاصله می‌باشد، پس نقطه‌ی O ، نقطه‌ی هم‌رسی عمود منصف‌های مثلث MNP است.

(هندسه ۱- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

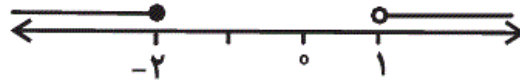
۴

۳

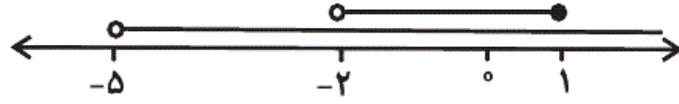
۲

۱ ✓

$$(A \cup B)' = ((-\infty, -2] \cup (1, +\infty))' = (-2, 1]$$



$$(A \cup B)' \cap C = (-2, 1] \cap (-5, +\infty) = (-2, 1]$$



که این مجموعه فقط شامل سه عدد صحیح ۱ و ۰ و -۱ می‌باشد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۳ تا ۵)

 ۴

 ۳

 ۲

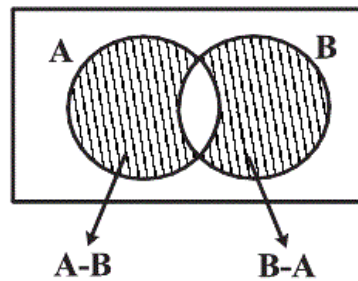
 ۱

(کظم اجلاسی)

-۶۲

با توجه به نمودار زیر واضح است که دو مجموعه‌ی $A - B$ و

$B - A$ هیچ عضو مشترکی ندارند و جدا از هم هستند.



(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$n(A \cup B_1) = 26 + 4 + 6 = 36$$

طبق نمودار عضوهایی که فقط در A هستند ۲۶ تاست. پس:

$$n(A \cup B_1) - n(A - B_1) = 36 - 26 = 10$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر جمله‌ی عمومی دنباله $f_n = an^2 + bn + c$ باشد، آنگاه

$$\left. \begin{array}{l} n=1 \Rightarrow a+b+c=-6 \\ n=2 \Rightarrow 4a+2b+c=7 \\ n=3 \Rightarrow 9a+3b+c=24 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \longrightarrow 3a+b=13 \quad (1) \\ \longrightarrow 5a+b=17 \quad (2) \end{array}$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} a=2, b=7 \Rightarrow c=-15$$

لذا دنباله‌ی درجه‌ی دوم $f_n = 2n^2 + 7n - 15$ است، پس جمله‌ی

۱۵ ام برابر است با:

$$f_{15} = 2(15)^2 + 7(15) - 15 = 540$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نوید میبیری)

در یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت d ، داریم:

$$d = \frac{a_m - a_k}{m - k}$$

با توجه به این مطلب می‌توانیم بنویسیم:

$$d = \frac{a_{16} - a_9}{16 - 9} \xrightarrow{a_{16} - a_9 = 21} d = \frac{21}{7} = 3$$

$$a_{19} = a_1 + 18d \Rightarrow 59 = a_1 + 18 \times 3$$

$$\Rightarrow a_1 = 59 - 54 = 5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

بنا بر فرض سؤال:

$$a_1 = 2a_2 + 3a_3 \Rightarrow a_1 = 2a_1q + 3a_1q^2$$

$$\xrightarrow{\div a_1} 1 = 2q + 3q^2 \Rightarrow 3q^2 + 2q - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} q = -1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$$

چون جملات دنباله مثبت هستند، $q = \frac{1}{3}$ قابل قبول است. اکنون

داریم:

$$\frac{a_5}{a_8} = \frac{a_1q^4}{a_1q^7} = \frac{1}{q^3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^3} = 27$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۶۷

(معمربوار مسنی)

ابتدا دنباله‌ی هندسی را در نظر می‌گیریم:

$$32, 0, 0, 0, 2 \Rightarrow 32q^4 = 2 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{جمله‌ی دوم} = 32q = 32 \times \frac{1}{2} = 16$$

در دنباله‌ی حسابی داریم:

$$32, 0, 0, 0, 0, 2 \Rightarrow 32 + 5d = 2 \Rightarrow d = -6$$

$$\Rightarrow \text{جمله‌ی چهارم} = 32 + 3d = 32 - 18 = 14$$

$$\text{نسبت مورد نظر} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\Delta ADC \begin{cases} \cos 60^\circ = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CD}{100} \Rightarrow CD = 50 & (1) \\ \sin 60^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{100} \Rightarrow AD = 50\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Delta ABD : \tan 30^\circ = \frac{AD}{BD} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{50\sqrt{3}}{BD} \Rightarrow BD = 150 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow BC = BD - CD = 150 - 50 = 100$$

□ ۴

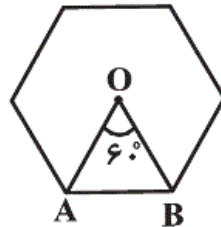
□ ۳

□ ۲

□ ۱ ✓

(مهمربوار ممسنی)

-۶۹



طبق شکل مقابل، یک شش ضلعی شامل ۶ مثلث متساوی الاضلاع است. اگر طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع برابر با a باشد، مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{ABO} = \frac{1}{2} \overline{OA} \times \overline{OB} \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

پس مساحت ۶ ضلعی منتظم $S = \frac{6\sqrt{3}a^2}{4}$ می شود.

$$\xrightarrow{a=6} S = \frac{6\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3} \times 36}{2} = 54\sqrt{3}$$

در مثلث داده شده با استفاده از رابطه‌ی مساحت داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times \sin 60^\circ \times 4 \times 3 = 3\sqrt{3}$$

$$\text{نسبت مورد نظر} = \frac{54\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = 18$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

□ ۴

□ ۳

□ ۲

□ ۱ ✓

تساوی داده شده را ساده می‌کنیم:

$$۱۵ \sin x = ۳ \sin x + \cos x$$

$$\Rightarrow ۱۲ \sin x = \cos x \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow \tan x = \frac{۱}{۱۲}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = ۱۲$$

بنابراین:

$$\tan x + \cot x = \frac{۱}{۱۲} + ۱۲ = \frac{۱۴۵}{۱۲}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱

www.kanoon.ir