



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

۱۲۶- جملات دوم و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب ۱- و ۸ است. مجموع پانزده جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۵۵ (۳) ۳۱۰ (۴) ۳۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس $A + A^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- مساحت مثلثی به اضلاع $a = 8$ و $b = 5$ ، برابر ۱۲ است. بیشترین مقدار برای مربع طول ضلع سوم مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۲۷ (۲) ۱۳۹ (۳) ۲۵ (۴) ۱۵۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- با ارقام ۰، ۱، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ چند عدد طبیعی ۴ رقمی، بدون رقم تکراری می‌توان ساخت که دقیقاً ۲ تا از ارقام آن فرد باشد؟

- (۱) ۴۳۲ (۲) ۳۳۶ (۳) ۳۶۰ (۴) ۲۸۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- تعداد افراد با مدرک کارشناسی ارشد در یک شرکت چه نوع متغیری است؟

- (۱) کمی پیوسته (۲) کمی گستته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- هشت داده آماری با میانگین ۱۱ و انحراف معیار $\sqrt{10}$ داریم. اگر یک داده جدید با مقدار ۲ به آن‌ها اضافه شود واریانس کل ۹ داده حاصل تقریباً کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲/۲ (۳) ۱۴/۷ (۴) ۱۶/۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- احتمال داشتن مهارت A برابر ۶۵٪ و احتمال داشتن مهارت B برابر ۵۵٪ است. در صورتی که احتمال داشتن حداقل یکی از دو مهارت A و B برابر ۷٪ باشد، احتمال این‌که شخصی هر دو مهارت را داشته باشد، کدام است؟

- (۱) ۰/۶۵ (۲) ۰/۶ (۳) ۰/۵۵ (۴) ۰/۵

شما پاسخ نداده اید

اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1}{3}$ باشد، $\cos 2x$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{3}{5}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

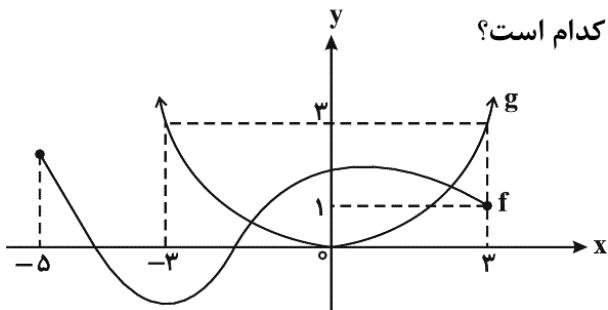
اگر نمودار توابع f و g به صورت زیر باشد، دامنه تابع fog کدام است؟

$[-3, 3]$ (۱)

$[1, 3]$ (۲)

$[-5, 3]$ (۳)

R (۴)



شما پاسخ نداده اید

اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x + \sqrt{2-x}}{\sqrt{bx-2}}$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

اگر $x = -1$ پیوسته باشد، a چند مقدار حقیقی می‌تواند داشته باشد؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|1+x|}{x^2 - 2x - 3} & x < -1 \\ ax + \frac{1}{a} & x \geq -1 \end{cases}$$

۴) بی‌شمار

۲ (۳)

۱ (۲)

۰) صفر

شما پاسخ نداده اید

اگر $f(x) = \frac{1}{\cos^3 \frac{\pi}{\sqrt{x}}}$ در نقطه‌ای با طول ۳۶ چه قدر است؟

$\frac{\pi}{162}$ (۴)

$\frac{-\pi}{162}$ (۳)

$\frac{\pi}{72}$ (۲)

$\frac{-\pi}{72}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

روی وجههای دو تاس مشابه، اعداد $-3, -2, -1, 1, 2$ و 3 نوشته شده است. اگر این دو تاس را ۴ بار باهم پرتاب کنیم، احتمال آن که ۲ بار مجموع اعداد ظاهر شده صفر باشد، کدام است؟

$\frac{29}{72}$ (۴)

$\frac{25}{216}$ (۳)

$\frac{5}{36}$ (۲)

$\frac{11}{108}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

اگر مجموع مجدورات سه ریشهٔ حقیقی معادله $(x-2)(x^2+mx+m+3)=0$ باشد مجموعه مقادیر m چند عضو دارد؟

۴) سه

۳) دو

۲) یک

۰) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰-اگر $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ باشد، آنگاه حاصل $f^{-1}(-x) - f^{-1}(x)$ کدام است؟

x-1 (۴)

$10^x - 10^{-x}$ (۲)

x (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱-دنباله $\left\{ \cos\left(\frac{n-1}{2n+1}\pi\right) \right\}$ چگونه است؟

- ۱) همگرا- سعودی ۲) همگرا- نزولی ۳) واگرا- سعودی ۴) واگرا- نزولی

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲-اگر $\log_{\sqrt{r}}(x^2 + x + \frac{r}{r})$ باشد، حاصل $\log_x^{(rx-1)} + \log_x^{(x+1)}$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳-مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cot^2 x \sin(\pi + 2x) = 2$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$\frac{13\pi}{2}$ (۴)

$\frac{5\pi}{2}$ (۳)

3π (۲)

2π (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴-اگر $f(x) = ([x] + [-x])|x^2 - x|$ آنگاه مشتق چپ تابع f در $x=1$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ صفر

-1 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵-اگر خط $ay + x = 2$ ، قائم بر نمودار تابع با ضابطه $y = 4x + e^{-2x}$ در نقطه‌ای به طول 0° واقع بر آن باشد، کدام است؟

-2 (۴)

2 (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶-اگر تابع $y = \frac{x^3}{6} - mx^2 + x$ ، اکسترم نسبی نداشته باشد، حداقل طول نقطه عطف آن کدام است؟

-1 (۴)

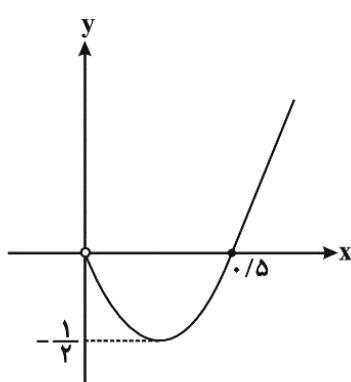
-2 (۳)

$-\sqrt{2}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷-شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{x \ln(ax)}{b}$ است. b کدام است?



$\frac{1}{e}$ (۱)

$\frac{2}{e}$ (۲)

e (۳)

$\frac{3}{4}e$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- پاره خط گذرا از کانون و عمود بر محور تقارن سهمی $(x+y)^2 = 4(x+y)$ و محدود به نمودار این سهمی، قطر یک دایره است. این دایره خط $y=1$ را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

- $3 \pm \sqrt{3}$ (۴) $2 \pm \sqrt{3}$ (۳) ۴,۱ (۲) ۱,۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- اگر $x=-2y$ معادله یکی از مجانب‌های هذلولی به مرکز $O(-2,1)$ باشد و این هذلولی از نقطه $M(2,-2)$ بگذرد، طول وتری از آن، گذرا بر کانون و عمود بر محور کانونی، کدام است؟

- ۱۶ (۴) ۸ (۳) ۴ (۲) ۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- اگر $f(x) = \frac{(1-\sqrt{x})(x+\sqrt{x}+1)}{x^2}$ باشد، آن‌گاه $\int_{-2}^1 f(x) dx = \frac{f(x)}{x} + C$ کدام است؟

- $x\sqrt{x}+2$ (۴) $\sqrt{x}-2$ (۳) $-2x\sqrt{x}-1$ (۲) $-2\sqrt{x}+2$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱- حاصل $\int_{-2}^1 |x| - [x] dx$ کدام است؟ (نماد $[x]$ به مفهوم جزء صحیح است).

- $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه داخلی A را رسم کرده و نقطه برخورد آن با BC را D می‌نامیم. از نقطه D دو عمود DH و DH' را به ترتیب بر AB و AC وارد می‌کنیم. کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

$$DH = DH' \quad (۲) \qquad AH = AH' \quad (۱)$$

$$B\hat{D}H = C\hat{D}H' \quad (۴) \qquad A\hat{D}H = A\hat{D}H' \quad (۳)$$

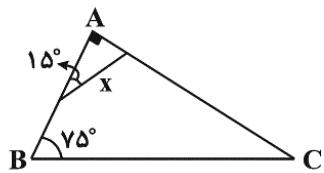
شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- در مثلث ABC که $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{2}$ ، طول کوچک‌ترین ارتفاع، چه کسری از طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی، هشت برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است. فاصله A از BC چند برابر x است؟



- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۱) ۱ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- ارتفاع یک استوانه قائم با شعاع یک کره برابر است. اگر حجم کره و استوانه برابر باشد، آن‌گاه مساحت کره چند برابر مساحت جانبی استوانه است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

(بهرام طالبی)

ابتدا قدر نسبت و جمله اول دنباله را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} a_2 = -1 \Rightarrow a_1 + d = -1 (*) \\ a_5 = 8 \Rightarrow a_1 + 4d = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاصل}} 3d = 9 \Rightarrow d = 3$$

$$\xrightarrow{(*)} a_1 + 3 = -1 \Rightarrow a_1 = -4$$

از طرفی مجموع n جمله اول دنباله حسابی برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

مجموع پانزده جمله اول دنباله برابر است با:

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2(-4) + 14(3)] = \frac{15}{2} [2(-4 + 21)] = 15 \times 17 = 255$$

(الگو و دنباله) (ریاضی ۲، صفحه های ۶ تا ۱۰) (ریاضی عمومی، صفحه های ۱۰ و ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(عباس امیدوار)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(0)(1) - 2(-1)} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌های سطر اول} = \frac{1}{2} + 1 = 1/5$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۴ و ۱۷۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{12}{20} = 0.6 \quad \cos \hat{A} = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \hat{A}} \rightarrow \cos \hat{A} = \pm 0.8$$

طول ضلع سوم را با استفاده از قضیه کسینوس‌ها پیدا می‌کنیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8)(\pm 0.8)$$

$$\Rightarrow a^2 = 89 \pm 64$$

$$\Rightarrow a^2 = 25 \text{ یا } 153$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۸ تا ۱۵۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(بهروز طالبی)

انتخاب دو رقم فرد از بین ارقام ۱ و ۳ و ۵ و ۷، شش حالت دارد: $\binom{4}{2} = 6$

انتخاب دو رقم زوج از بین ارقام ۰ و ۴ و ۶ دارای $\binom{3}{2} = 3$ حالت است و

این ارقام در کنار هم $= 4! = 24$ حالت دارند، پس:

اما حالت‌هایی که صفر در سمت چپ باشد را نمی‌پذیریم:

$$\boxed{0} \underbrace{_ _ _}_{\binom{4}{2}} \quad \boxed{1} \underbrace{_ _ _}_{\binom{2}{1}} \times 3! = 6 \times 2 \times 6 = 72$$

یک زوج دو فرد

$$432 - 72 = 360$$

(ترکیبات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ایمان چینی فروشان)

-۱۳۰-

تعداد افراد با مدرک کارشناسی ارشد در یک شرکت یک متغیر کمی

گسسته است چون قابل شمارش است و پیوسته نیست.

(ترکیبات) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2 = \sigma^2 \Rightarrow \frac{1}{8} \sum x_i^2 - 11^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \sum x_i^2 = 121 + 10 = 131 \Rightarrow \sum x_i^2 = 1048$$

با اضافه کردن داده جدید $x=2$ داریم:

مجموع داده ها در حالت جدید $= 88 + 2 = 90$

مجموع مربعات داده ها در حالت جدید $= 1048 + 2^2 = 1052$

پس:

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{90}{9} = 10$$

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{1}{9} (1052) - 10^2 = \frac{1052}{9} - 100 = \frac{152}{9} \approx 16.8$$

(ترکیبی) (آمار و مدل سازی، صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۸، ۱۵۰ و ۱۵۳)

✓

۳

۲

۱

(کیا مقدس نیاک)

-۱۳۲-

$$P(A) = 0.65 \quad P(B) = 0.55 \quad P(A \cup B) = 0.7$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 0.7 = 0.65 + 0.55 - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0.5$$

(پدیده های تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، صفحه های ۲ تا ۷)

✓

۳

۲

۱

(ایمان نفستین)

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3 - 3 \tan x = 1 + \tan x$$

$$\Rightarrow 4 \tan x = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

 ۱ ۲ ۳ ۴

(مهدی ملارمنانی)

$$D_f = [-5, 3] \text{ و } D_g = R$$

$$D_{fog} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \mid x \in R, g(x) \in [-5, 3]\} = [-3, 3]$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۹)

 ۱ ۲ ۳ ۴

(میثم همنزه‌لویی)

چون حاصل حد، عددی حقیقی شده، بنابراین باید بزرگ‌ترین توان x در صورت با بزرگ‌ترین توان x در مخرج برابر باشد. چون توان x در مخرج

$\frac{1}{2}$ است، پس توان x در صورت نیز باید $\frac{1}{2}$ باشد، لذا باید ضریب x در

صورت صفر باشد:

$$\Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \text{حد} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{bx-2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{2-x}{bx-2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{-x}{bx}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{-\frac{1}{b}} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -4 \Rightarrow a + b = -3$$

(هد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۵)

۴

۳✓

۲

۱

(محمد مصطفی ابراهیمی)

چون تابع f در $x = -1$ پیوسته است، پس باید:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{|1+x|}{x^3 - 2x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{-(x+1)}{(x+1)(x-3)} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$$

$$f(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left(ax + \frac{1}{a}\right) = -a + \frac{1}{a} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x \neq a}{a \neq 0} \rightarrow -a^2 + 4 = a$$

$$\Rightarrow 4a^2 + a - 4 = 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

(سروش مؤئینی)

$$f(x) = \cos^{-3} \frac{\pi}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = -3 \left(\frac{\pi}{\sqrt{x}} \right)' \left(-\sin \frac{\pi}{\sqrt{x}} \right) \left(\cos \frac{\pi}{\sqrt{x}} \right)^{-4}$$

$$= \frac{-3 \left(\frac{\pi}{\sqrt{x}} \right) \left(-\sin \frac{\pi}{\sqrt{x}} \right)}{\left(\cos \frac{\pi}{\sqrt{x}} \right)^4} \xrightarrow{x=36} f'(36) = \frac{-3 \times \frac{-\pi}{12} \times \left(-\sin \frac{\pi}{6} \right)}{\left(\cos \frac{\pi}{6} \right)^4}$$

$$= \frac{-3\pi}{12 \times 36 \times 2} = \frac{-\pi}{4 \times 36 \times 2} = \frac{-16\pi}{8 \times 36 \times 9} = \frac{-\pi}{162}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۳)

۴

۳✓

۲

۱

(علی ساوهی)

در پرتاب این دو تاس، ۳۶ حالت رخ می‌دهد:

$$\{(-3, -3), (-3, -2), (-3, -1), \dots, (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$$

در ۶ حالت از این ۳۶ حالت، مجموع عددگاهی ظاهر شده صفر است:

$$\{(1, -1), (-1, 1), (2, -2), (-2, 2), (3, -3), (-3, 3)\}$$

بنابراین:

$$p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$q = 1 - p = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

در نتیجه:

$$P(\text{مجموع صفر}) = \binom{4}{2} \left(\frac{1}{6} \right)^2 \left(\frac{5}{6} \right)^2 = 6 \times \frac{1}{36} \times \frac{25}{36} = \frac{25}{216}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶ تا ۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

یک ریشهٔ معادله، $x = 2$ است. اگر ریشه‌های معادله $x^2 + mx + m + 3 = 0$ را α و β در نظر بگیریم، با توجه به این که مجموع مجدورات ریشه‌ها برابر ۱۳ است، بنابراین:

$$\alpha^2 + \beta^2 = 13 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 9 \quad (*)$$

چون α و β ریشه‌های معادله $x^2 + mx + m + 3 = 0$ هستند، بنابراین:

$$x^2 + mx + m + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -m \\ \alpha \cdot \beta = m + 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 \Rightarrow (-m)^2 - 2(m + 3) = 9$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow (m - 5)(m + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 5 & \text{در معادلهٔ درجه دوم} \\ m = -3 & \text{در معادلهٔ درجه دوم} \end{cases} \xrightarrow{\Delta < 0} \begin{cases} x^2 + 5x + 8 = 0 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

پس تنها $m = -3$ قابل قبول است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲✓

۱

(حسین اسفینی)

-۱۴۰

راه حل اول:

$$y = \log(\sqrt{x^2 + 1} + x) \Rightarrow 1 \cdot y = \sqrt{x^2 + 1} + x \Rightarrow 1 \cdot y - x = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\xrightarrow{\text{بتوان ۲}} (1 \cdot y - x)^2 = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow 1 \cdot y^2 - 2x \cdot 1 \cdot y + x^2 = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow 1 \cdot y^2 - 1 = 2x \cdot 1 \cdot y \Rightarrow x = \frac{1 \cdot y^2 - 1}{2 \cdot 1 \cdot y}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \cdot y - 1 \cdot -y}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 \cdot x - 1 \cdot -x}{2}$$

۴

۳✓

۲

۱

(میثم همزه‌لویی)

برای بررسی همگرایی، حد دنباله را در بینهایت محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{n-1}{2n+1}\pi\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{n}{2n}\pi\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \text{همگرا}$$

از طرفی چون جمله اول دنباله برابر $\cos 0 = 1$ است، پس با توجه به عدد همگرایی و گزینه‌ها دنباله نزولی است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$\log_x^{(3x-1)} + \log_x^{(x+1)} = \log_x^{(3x-1)(x+1)} = 2$$

$$\Rightarrow (3x-1)(x+1) = x^2 \Rightarrow 3x^2 + 3x - x - 1 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 2x = 1 \Rightarrow x^2 + x = \frac{1}{2}$$

$$\log_2^{(x^2+x+\frac{1}{2})} = \log_2^{(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})} = \log_2^{\frac{1}{2}} = \log_2^4 = 2$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

$$\frac{1}{\sin^2 x}(-\sin 2x) = 2 \frac{\sin x \neq 0}{\sin^2 x} \Rightarrow 2 \sin^2 x = -\sin 2x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x + \sin 2x = 0$$

$$2 \sin x (\sin x + \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \\ \cos x = -\sin x \Rightarrow \tan x = -1 \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

۱

۲✓

۳

۴

(میثم همنه لوبی)

$$x \rightarrow 1^- : \begin{cases} [x] + [-x] = -1 \\ \underbrace{x - x}_{-} = -x + x \end{cases} \Rightarrow f(x) = (-1)(-x^2 + x) = x^2 - x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow f'_-(1) = 2(1) - 1 = 1$$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۴۸)

۱

۲✓

۳

۴

(عباس اسدی امیرآبادی)

$$y = \frac{-1}{a}x + \frac{2}{a} \Rightarrow m' = \frac{-1}{a}$$

شیب خط قائم

شیب خط مماس

$$y' = 4 - 2e^{-2x} \Rightarrow y'(0) = 4 - 2e^{-2(0)} = 4 - 2 = 2 \Rightarrow m = a = 2$$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶ تا ۷۱)

۱

۲✓

۳

۴

مشتق این تابع $y' = \frac{x^2}{2} - 2mx + 1$ است، که اگر دلتای آن مثبت نباشد

اکسترمم نداریم:

$$\Delta = (-2m)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)(1)$$

$$4m^2 - 2 \leq 0 \Rightarrow m^2 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-1}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_I = \frac{-b}{4a} = -\frac{-m}{4\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{m}{\frac{1}{2}} = 2m$$

$$\Rightarrow -\sqrt{2} \leq x_I \leq \sqrt{2}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۱)

۴

۳

۲✓

۱

مقدار تابع در $x = 0$ صفر شده است. پس داریم:

$$f(0/b) = 0 \Rightarrow \frac{1}{b} \ln\left(\frac{1}{b}a\right) = 0 \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{b}a\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{b}a = 1 \Rightarrow a = b$$

بنابراین $f(x) = \frac{x \ln(bx)}{b}$ است. طول نقطه اکسترمم نسبی را پیدا می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{1}{b} \left(\ln bx + \frac{b}{bx} \times x \right) = \frac{1}{b} (\ln bx + 1) = 0 \Rightarrow \ln bx = -1$$

$$\Rightarrow bx = e^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{be}$$

عرض نقطه اکسترمم نسبی تابع برابر $-\frac{1}{2}$ است. پس $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ باشد:

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2} \ln\left(-\frac{1}{2}\right)}{b} = \frac{\frac{1}{2} \times (-1)}{b} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{e}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۷)

۱

۲

۳

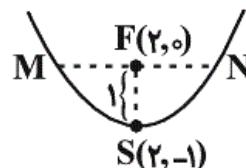
۴ ✓

معادله سهمی را به صورت $(x-2)^2 = 4(y+1)$ می‌نویسیم. پس رأس آن

(۲، -۱) و از نوع قائم رو به بالا است.

$$4p = 4 \Rightarrow p = 1$$

چون طول وتر کانونی $MN = 4p = 4$ است، مرکز این دایره $F(2, 0)$ و شعاعش $R = \frac{MN}{2} = 2$ است.



پس معادله دایره $(x-2)^2 + (y-0)^2 = 4$ است و

می‌خواهیم خط $y = 1$ را قطع کند:

$$\xrightarrow{y=1} (x-2)^2 + 1 = 4 \Rightarrow (x-2)^2 = 3 \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$$

(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه (۳و۴) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴))

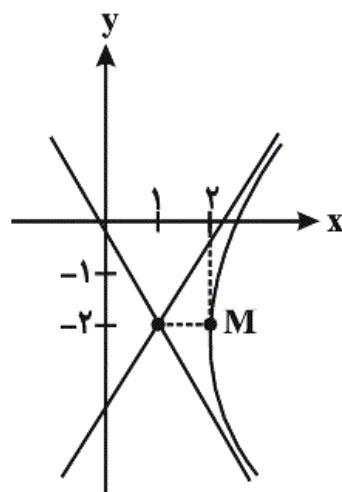
۱

۲

۳

۴

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-f)^2}{b^2} = 1 \quad \text{معادله هذلولی}$$



چون عرض نقطه M برابر عرض مرکز است،

نتیجه می‌گیریم که هذلولی افقی است. لذا

شیب خط مجانب برابر $\pm \frac{b}{a}$ است.

فاصله M از مرکز همان $a = 1$ است:

$$\frac{b}{a} = 2 \xrightarrow{a=1} b = 2$$

طول وتر کانونی موردنظر سؤال می‌باشد که برابر می‌شود با:

$$\frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)^2}{1} = 8$$

(هنرسه مفهومی و منفی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی ساویجی)

با توجه به اتحاد چاق و لاغر $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ داریم:

$$(1 - \sqrt{x})(x + \sqrt{x} + 1) = 1^3 - (\sqrt{x})^3 = 1 - x\sqrt{x}$$

در نتیجه:

$$\int \frac{(1 - \sqrt{x})(x + \sqrt{x} + 1)}{x^2} dx = \int \frac{1 - x\sqrt{x}}{x^2} dx$$

$$= \int x^{-2} dx - \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C$$

$$= \frac{-1}{x} - \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + C = \frac{-1 - \frac{1}{2}x\sqrt{x}}{x} + C = \frac{f(x)}{x} + C$$

$$\Rightarrow f(x) = -1 - \frac{1}{2}x\sqrt{x}$$

(انگلیسی) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۲)

 ۱ ۲ ۳ ۴

(علی ساوهی)

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow \begin{cases} |x| - 1 = -x - 1 > 0 \Rightarrow |-x - 1| = -x - 1 \\ [x] = -2 \end{cases}$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow \begin{cases} |x| - 1 = -x - 1 < 0 \Rightarrow |-x - 1| = x + 1 \\ [x] = -1 \end{cases}$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow |x - 1|[x] = 0$$

درنتیجه:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 |x - 1| [x] dx &= \int_{-2}^{-1} (-x - 1)(-2) dx + \int_{-1}^0 (x + 1)(-1) dx + \int_0^1 0 dx \\ &= \int_{-2}^{-1} (2x + 2) dx + \int_{-1}^0 (-x - 1) dx \\ &= (x^2 + 2x) \Big|_{-2}^{-1} + \left(-\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_{-1}^0 \\ &= ((1 - 2) - (4 - 4)) + ((0 - 0) - \left(\frac{-1}{2} + 1 \right)) = -1 - \frac{1}{2} = \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۹ و ۱۶۵ تا ۱۷۲)

۴

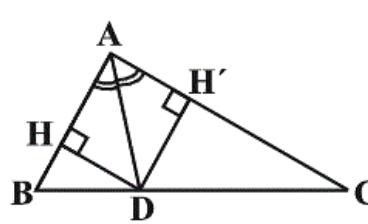
۳✓

۲

۱

(حسین هاچیلو)

-۱۵۲



دو مثلث ADH و ADH' طبق حالت
تساوی وتر و یک زاویه حاده با هم
همنهشتاند که همنهشت بودن آنها
درستی گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» را اثبات
می‌کند، و گزینه «۴» لزوماً درست نیست.

(هندسه و استدلال) (هندسه ا، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

$$\begin{cases} \Delta ABC : \hat{C} = 30^\circ \Rightarrow c = \frac{a}{2} \\ \Delta ABH : \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2}c \end{cases} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{a}{2} \right) \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{4}a$$

(مساحت و قطبیه فیثاغورس) (هنرسه، صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹ و ۱۴۷ تا ۱۴۸)

۴

۳

۲✓

۱

(حسین هاجیلو)

-۱۵۴

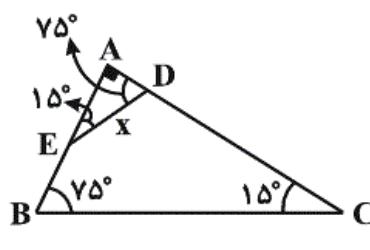
مطابق شکل دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ زاویه‌های برابر دارند، پس با هم متشابه‌اند،

طبق فرض s ، $S(\triangle ABC) = 9s$ ، $S(\triangle BCDE) = 8s$ و $S(\triangle ADE) = s$ ، یعنی

اگر نسبت تشابه $k^2 = \frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle ADE)} = 9$ را در نظر بگیریم $\frac{\Delta}{\Delta}$ $\triangle ADE$ و $\triangle ABC$

پس $k = 3$ ، بنابراین $\frac{BC}{DE} = \frac{BC}{x} = k = 3 \Rightarrow BC = 3x$. در مثلث قائم‌الزاویه

$\triangle ABC$ که دارای زاویه 15° است، طول ارتفاع وارد بر وتر یعنی فاصله A از BC طول وتر است، بنابراین:



$$\frac{1}{4}(3x) = \frac{3}{4}x$$

(تشابه) (هنرسه، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲ و ۹۷ تا ۱۰۱)

۴

۳✓

۲

۱

شعاع کره و طول ارتفاع استوانه را R و شعاع قاعده استوانه را r در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \pi r^2 R \Rightarrow r = \frac{2}{\sqrt{3}}R$$

بنابراین نسبت مساحت کره به مساحت جانبی استوانه برابر است با:

$$\frac{4\pi R^2}{2\pi r R} = \frac{2R}{r} = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}$$

(شکل‌های فضایی) (هنرمه، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۸ و ۱۳۶ تا ۱۴۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

www.kanoon.ir