



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

۱۰۱- جملات دوم و پنجم یک دنباله حسابی به ترتیب ۱ و ۸ است. مجموع پانزده جمله‌ی اول دنباله کدام است؟

۲۱۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۲۵۵ (۲)

۲۷۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر مجموع مجدورات جواب‌های معادله $m(x^2 + mx + m + 3) = 0$ برابر ۱۳ باشد، مجموعه‌ی مقادیر m

چند عضو دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در مثلثی با دو ضلع $b = 8$ و $c = 8$ ، مساحت برابر ۱۲ است. بیشترین مقدار برای مجدور طول ضلع دیگر مثلث کدام است؟

۱۴۳ (۴)

۱۵۳ (۳)

۱۳۳ (۲)

۱۲۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $\log_{\sqrt{2}}^{x^2} + \log_{\sqrt{2}}^{(-x-3)} = 4$ باشد، حاصل لگاریتم $(2x^2 - 5)^{-1}$ در پایه‌ی ۹ کدام است؟

۱/۵ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۷۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر $(g(x))$ خارج قسمت تقسیم $x-1$ بر $p(x) = 3x^9 - 4x^8 + x - 1$ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم $(g(x))$ بر $x-1$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- مجموعه‌ی جواب نامعادله $\sqrt{-x+2} + \sqrt{4x^2 + 36 - 24x} \geq 2$ کدام است؟

[۰,۲] (۴)

{۲} (۳)

(-∞, ۲] (۲)

[۲, ۳) (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = \sqrt{x}$ ، آن‌گاه تابع gof چگونه است؟ ([]، نماد جزو صحیح است).

۴) نه زوج و نه فرد

۳) هم زوج و هم فرد

۲) فرد

(۱) زوج

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- نمودار تابع $y = \sqrt{1-2x}$ را یک واحد به چپ و سپس یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم. ضابطه‌ی معکوس تابع به دست آمده کدام است؟

$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 1, x \geq 1 \quad (۲)$$

$$1 + \sqrt{-1-2x}, x \leq -\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + x - 1, x \geq 1 \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + x - 1, x \leq \frac{1}{2} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 9 \text{ اگر } \frac{\sin x}{1+\cos x} = 2 \text{ باشد، مقدار } \sin(x + \frac{\pi}{4}) \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{10} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{10} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 10 \text{ معادله } \cos^2 x + \sin^2 3x = 1 + \sin 2x \text{ چند جواب در فاصله } [0, \pi] \text{ دارد؟}$$

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 11 \text{ حاصل } A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2 \cos^{-1} x)}{\sqrt{x-1}} \text{ کدام است؟}$$

$$+\infty \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1) \text{ وجود ندارد.}$$

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 112 \text{ اگر } f(x) = x^2 + 3|x| \text{ در } x = -1 \text{ کدام است؟}$$

$$-\frac{35}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{7}{4} \quad (2)$$

$$\frac{25}{4} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 113 \text{ دنباله } \{\cos((\frac{n-1}{2n+1}\pi))\} \text{ چگونه است؟}$$

(2) همگرا - نزولی

(1) همگرا - نه صعودی و نه نزولی

(4) واگرا - نزولی

(3) واگرا - صعودی

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 114 \text{ تابع } f(x) = [\sqrt[3]{x+1}] \text{ در بازه } [0, k] \text{ در یک نقطه نایپوسته است. بیشترین مقدار } k \text{ کدام است؟ (1, نماد جزء صحیح است.)}$$

$$7 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$24 \quad (2)$$

$$26 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 115 \text{ اگر } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x + \sqrt{2-x}}{\sqrt{bx-2}} = \frac{1}{2} \text{ باشد، آنگاه } a+b \text{ کدام است؟}$$

$$-2 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-1\cdot 116 \text{ عرض از مبدأ مجانب مایل منحنی به معادله } y = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2} \text{ کدام است؟}$$

$$5 \quad (4)$$

$$-5 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = 4x + e^{-2x}$ در نقطه‌ای به طول $x = 0$ واقع بر آن، خط $ay + x = 2$ باشد، کدام است؟

$$\frac{-1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در نقطه‌ی (a, b) روی منحنی $x^3 - 4xy + 4y^2 - 4 = 0$ ، خط مماس بر منحنی موازی محور y ‌ها است. حاصل $a + b$ کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در کدام بازه تابع $y = x^4 - 6x^2 + 8x + 1$ صعودی و تقریباً آن را به پایین است؟

$$(0, 1) \quad (2)$$

$$(1, +\infty) \quad (4)$$

$$(-3, 1) \quad (1)$$

$$(-2, 1) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر تابع $y = \frac{x^3}{e} - mx^2 + x$ دارای اکسترمم نسبی نباشد، حداقل طول نقطه‌ی عطف آن کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-\sqrt{2} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- اندازه‌ی وتر یک مثلث قائم‌الزاویه با سرعت ۲ سانتی‌متر بر ثانیه افزایش می‌باید. اگر اندازه‌ی کوچکترین زاویه‌ی آن ثابت و برابر $\frac{\pi}{6}$ باشد، وقتی اندازه‌ی ضلع متوسط به ۵ سانتی‌متر می‌رسد، سرعت تغییر مساحت مثلث چند سانتی‌متر مربع بر ثانیه است؟

$$10 \quad (4)$$

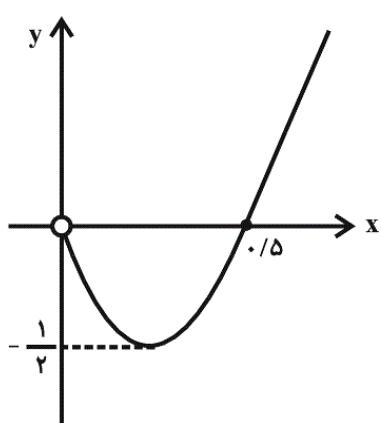
$$5 \quad (3)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2}{5} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{x \ln(ax)}{b}$ است. b کدام است؟



$$\frac{1}{e} \quad (1)$$

$$\frac{2}{e} \quad (2)$$

$$e \quad (3)$$

$$\frac{3}{4}e \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- مجموع پایین تابع $f(x) = x^2 - 4x$ با افراز منظم، شامل ۴ نقطه‌ی افرازی در بازه‌ی $[0, 3]$ کدام است؟

$$-9 \quad (4)$$

$$-10 \quad (3)$$

$$-11 \quad (2)$$

$$-12 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۲π (۴)

π (۳)

$\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، - ۱۳۹۶۰۳۱۲

۱۲۵- در یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین یکی از زوایه‌ها 60° و اندازه‌ی قاعده‌ها ۶ و ۱ واحد است. مساحت چهارضلعی حاصل از وصل کردن متواലی

وسطهای اضلاع این ذوزنقه کدام است؟

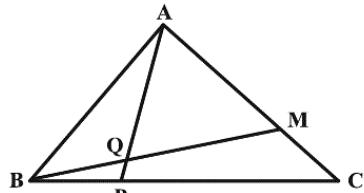
$6\sqrt{3}$ (۴)

$8\sqrt{3}$ (۳)

$12\sqrt{3}$ (۲)

$16\sqrt{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید



۱۲۶- در شکل زیر $\frac{PC}{PB} = 2$ و $\frac{AM}{MC} = 3$. مساحت مثلث BQP چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

$\frac{1}{20}$ (۲)

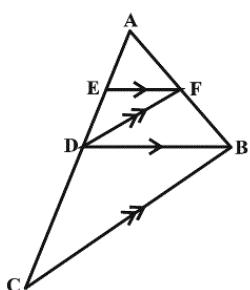
$\frac{1}{15}$ (۱)

$\frac{1}{30}$ (۴)

$\frac{1}{25}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در شکل زیر پاره‌خطهای موازی مشخص شده‌اند. اگر $\frac{AE}{ED} = \frac{3}{2}$ باشد، مساحت مثلث AEF چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{27}{125}$ (۲)

$\frac{9}{25}$ (۱)

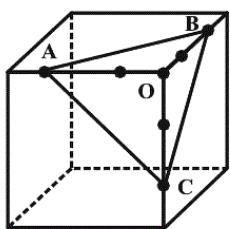
$\frac{9}{64}$ (۴)

$\frac{9}{16}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در شکل زیر یال‌های مکعب به سه قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. اگر اندازه‌ی یال مکعب را برابر a در نظر بگیریم، فاصله‌ی نقطه‌ی O (رأس مکعب)

تا صفحه‌ی مثلث ABC کدام است؟



$\frac{a}{\sqrt{6}}$ (۲)

$\frac{a}{2\sqrt{6}}$ (۱)

$\frac{2\sqrt{3}}{9}a$ (۴)

$\frac{2a}{9}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اندازه‌ی پاره‌خطهایی که نیمساز زوایه‌ی قائم‌الزاویه بر روی وتر ایجاد می‌کند، برابر $\frac{15}{7}$ و $\frac{20}{7}$ سانتی‌متر است. مساحت مثلث چند

سانتی‌متر مربع است؟

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر شعاع دایره‌ی محاطی چهارضلعی $ABCD$ برابر ۴ واحد و $AD + BC = 15$ باشد، مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

۱۰۵) ۴

۹۰) ۳

۷۵) ۲

۶۰) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- اگر بازتاب نقطه‌ی $A(4,1)$ نسبت به نقطه‌ی $O(\alpha, \beta)$ باشد، آن‌گاه عرض از مبدأ بازتاب یافته‌ی خط $x - 2y + 4 = 0$ =

نسبت به نقطه‌ی O کدام است؟

-۵) ۴

۵) ۳

-۱) ۲

۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- دو خط متقاطع d و d' و نقطه‌ی A خارج از دو خط مفروضند. می‌خواهیم از نقطه‌ی A خطی بگذرد که با d موازی و بر d' عمود باشد. تعداد

جواب کدام است؟

۴) یک یا فاقد جواب

۳) بی‌شمار جواب

۲) همواره یک جواب

۱) فاقد جواب

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- دو بردار a و b با معلومات $a + b = -i + 4j + 7k$ و $|b| = 7$ و $|a| = 3$ و $a \cdot b = 0$ مفروض‌اند. مساحت متوازی‌الاضلاع بناسنده روی a و b کدام

است؟

۲۱) ۴

$17\sqrt{5}$) ۳

۲۰) ۲

$5\sqrt{17}$) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- مجموع مختصات نزدیکترین نقطه‌ی خط $d : 3x - y + 1 = \frac{z - 5}{2}$ به مبدأ مختصات کدام است؟

-۹) ۴

۹) ۳

-۵) ۲

۵) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- مجموع مختصات قرینه‌ی نقطه‌ی $P : x + y + z + 1 = 0$ نسبت به صفحه‌ی $A = (3, -2, 1)$ کدام است؟

۶) ۴

-۶) ۳

۴) ۲

-۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- معادله‌ی دایره‌ای که با دایره‌ی $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ هم مرکز بوده و بر خط $3x - 4y + 20 = 0$ مماس باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y + 31 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 31 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 31 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 31 = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- بی‌پی $F' = 1 + x^2 + 4y^2 - 2x - 16y = 0$ مفروض است. خطی از کانون بی‌پی (F) می‌گذرد و آن را در دو نقطه‌ی M و N قطع می‌کند. اگر

کانون دیگر بی‌پی باشد، محیط مثلث MNF' کدام است؟

۱۸) ۴

۴) ۳

۱۶) ۲

۸) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- با فرض $A^3 = \begin{bmatrix} 41 & 15 \\ 30 & 11 \end{bmatrix}$ و $A^2 = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$ تحت ماتریس A کدام است؟

(-1, 2) (4)

(-2, -1) (3)

(1, 2) (2)

(1, -1) (1)

شما پاسخ نداده اید

اگر -139 باشد، حاصل کدام است؟

$$\left| \begin{array}{ccc} 4 & 1 & 3 \\ a & b & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{array} \right| = k$$

$$\left| \begin{array}{ccc} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ a & b & -2 \end{array} \right|$$

$-k - 72$ (4)

$k + 72$ (3)

$k - 72$ (2)

$-k + 72$ (1)

شما پاسخ نداده اید

در دستگاه معادلات $\begin{cases} 3x - y + z = -1 \\ x + y + 2z = 0 \\ 3x - 2y + 3z = 0 \end{cases}$ حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

$\frac{7}{3}$ (4)

$\frac{4}{7}$ (3)

$\frac{7}{4}$ (2)

$\frac{3}{7}$ (1)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گستته ، - ۱۳۹۶۰۳۱۲

۱۴۱- در یک جدول فراوانی با پنج دسته، مجموع فراوانی‌های نسبی دسته‌های اول تا سوم برابر $\frac{19}{3}$ و مجموع فراوانی‌های نسبی دسته‌های سوم تا پنجم

برابر $\frac{8}{15}$ است. زاویه‌ی مرکزی متناظر با دسته‌ی سوم در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

90° (4)

60° (3)

45° (2)

30° (1)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- واریانس ۴ داده‌ی آماری صفر است. اگر داده‌های ۵، ۷ و ۹ را به آنها اضافه کنیم، میانگین داده‌های جدید، برابر ۷ می‌شود. واریانس داده‌های جدید

تقریباً چقدر است؟

$1/92$ (4)

$1/28$ (3)

$1/14$ (2)

$1/85$ (1)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه، ۲ مهره‌ی آبی، ۲ مهره‌ی قرمز و تعدادی مهره‌ی سبز وجود دارد. حداقل چند مهره از جعبه خارج کنیم

تا مطمئن باشیم بیش از ۳ مهره‌ی سفید یا لاقل یک مهره‌ی قرمز یا سبز خارج شده است؟

۱۲ (4)

۱۱ (3)

۱۰ (2)

۹ (1)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- اگر $\{x \in N : x^2 < 65\}$ عضو باشد، $A \cap B = \{x \in N : x^2 - 9x + 20 = 0\}$ و $A = \{x \in N : 5 < x^2 < 65\}$

مجموعه‌ی $(A' - B') \times A$ دارای چند عضو است؟

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- رابطه‌ی R روی مجموعه‌ی Z^2 به صورت $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a^2 - d^2 = c^2 - b^2$ تعریف شده است. کلاس هم ارزی $\{(0,0), (5,0)\}$ چند عضو دارد؟

۴) بی‌شمار

۴) ۳

۸) ۲

۱۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- نقطه‌ی $M(x,y)$ را به تصادف داخل مثلث OAB انتخاب می‌کنیم. اگر $O(0,0)$, $A(4,0)$ و $B(3,4)$ باشند، آن‌گاه احتمال آنکه

$3y > 2x$ باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۴) $\frac{4}{7}$

۸) $\frac{3}{7}$

۱۲) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- از بین اعداد مجموعه‌ی $\{250, 255, 260, \dots, 545, 550\}$ ، عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این عدد بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر است،

اما مضرب ۶ نیست؟

۴) $\frac{41}{61}$

۴) $\frac{31}{61}$

۸) $\frac{26}{61}$

۱۲) $\frac{36}{61}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- یک گراف همبند، دارای ۶ مسیر به طول صفر و ۵ مسیر به طول ۱ است. این گراف، حداقل چند مسیر به طول ۲ می‌تواند داشته باشد؟

۶) ۴

۸) ۳

۱۰) ۲

۱۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- اگر $\overline{(ab)}_5 = \overline{(ba)}_5$ باشد، در این صورت عدد \overline{ab} در مبنای ۴، چند صفر دارد؟ (۰)

۳) ۴

۴) ۳

۸) ۲

۱۲) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- مجموع ارقام بزرگترین عدد سه رقمی n که به ازای آن، دو عدد $5 - 4n$ و $4n + 9$ نسبت به هم اول نباشند، کدام است؟

۱۵) ۴

۸) ۳

۱۰) ۲

۱۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱- معادله‌ی $23a = 28x + 70y$ در دستگاه اعداد صحیح دارای جواب است. تعداد اعداد طبیعی دو رقمی x کدام است؟

۱۸) ۴

۸) ۳

۱۰) ۲

۱۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- چند رابطه‌ی هم ارزی R روی $A = \{a, b, c, d, e\}$ وجود دارد که aRb و cRd باشد؟

۱۵) ۴

۸) ۳

۸) ۲

۱۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- معادله‌ی $x + y + z = 10$ ، چند جواب صحیح و نامنفی با شرط $x + y \geq 7$ دارد؟

۳۸) ۴

۸) ۳

۱۰) ۲

۱۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- دو تاس را پرتاب می‌کنیم، اگر مجموع اعداد رو شده اول باشد، چقدر احتمال دارد که هر دو عدد رو شده هم اول باشند؟

۴) $\frac{30}{36}$

۸) $\frac{4}{15}$

۱۰) $\frac{2}{15}$

۱۲) $\frac{15}{36}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- در جعبه‌ی A، تعدادی مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و در جعبه‌ی B، ۶ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه موجود است. از جعبه‌ی A یک مهره به دلخواه بیرون آورده و در جعبه B می‌گذاریم. حال از جعبه‌ی B مهره‌ای به تصادف بیرون می‌آوریم. اگر احتمال سفید بودن مهره‌ی بیرون آورده شده

از جعبه‌ی B، $\frac{2}{3}$ باشد، تعداد مهره‌های جعبه A کدام است؟

۲۰) ۴

۱۵) ۳

۱۰) ۲

۵) ۱

شما پاسخ نداده اید

- ۱۰۱

(بهرام طالبی)

$$\begin{cases} a_2 = -1 \Rightarrow a_1 + d = -1 (*) \\ a_5 = 1 \Rightarrow a_1 + 4d = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 3d = 1 \Rightarrow d = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{(*)} a_1 + \frac{1}{3} = -1 \Rightarrow a_1 = -\frac{4}{3}$$

بنابراین مجموع پانزده جمله‌ی اول دنباله برابر است با:

$$S_{15} = \frac{15}{2} [2(-\frac{4}{3}) + 14(\frac{1}{3})] = 15 \times 17 = 255$$

(حسابان - مهاسبات هیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

- ۱۰۲

(فرهاد حامی)

$$(x-2)(x^2 + mx + m + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 + mx + m + 3 = 0 \end{cases}$$

یکی از جواب‌ها $x = 2$ است. اگر جواب‌های معادله $x^2 + mx + m + 3 = 0$

را α و β در نظر بگیریم، با توجه به اینکه مجموع مجزورات جواب‌ها برابر ۱۳

است، بنابراین:

$$2^2 + \alpha^2 + \beta^2 = 13 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 9 \Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 \quad (*)$$

چون α و β جواب‌های معادله $x^2 + mx + m + 3 = 0$ هستند، بنابراین:

$$x^2 + mx + m + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -m \\ \alpha\beta = m + 3 \end{cases} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*),(**)} \begin{cases} m = 5 - \frac{\Delta < 0}{\text{در معادله دوم درجه دوم}} \Rightarrow x^2 + 5x + 1 = 0 \\ m = -3 - \frac{\Delta < 0}{\text{در معادله دوم درجه دوم}} \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \end{cases}$$

پس تنها $m = -3$ قابل قبول است.

(حسابان - مهاسبات هیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سروش موئینی)

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A \Rightarrow 12 = \frac{1}{2}(5)(8) \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{12}{40} = 0.3$$

$$\Rightarrow \cos A = \pm \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

طول ضلع سوم را با قضیه کسینوس‌ها پیدا می‌کنیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8)(\pm \sqrt{1 - \sin^2 A})$$

$$= 89 \pm 64 = 25 \text{ یا } 153$$

(ریاضی ۳ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(حسین هاجیلو)

ابدا توجه کنید که دامنه معادله $x^3 < -3$ است. بنابراین:

$$\log_{\sqrt[3]{2}}^{x^3} + \log_{\sqrt[3]{2}}^{(-x-3)} = 4 \Rightarrow 3 \log_{\sqrt[3]{2}}^{|x|} + \log_{\sqrt[3]{2}}^{(-x-3)} = 4$$

$$\xrightarrow{x < -3} \log_{\sqrt[3]{2}}^{-x} + \log_{\sqrt[3]{2}}^{(-x-3)} = 4 \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}}^{(-x)(-x-3)} = 4$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}}^{(x^2+3x)} = 4 \Rightarrow x^2 + 3x = (\sqrt[3]{2})^4 = 4 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x+4)(x-1) = 0 \xrightarrow{x < -3} x = -4$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(فهرادر هامی)

رابطه‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x+1$ را می‌نویسیم:

$$3x^9 - 4x^5 + x - 1 = (x+1)g(x) + R$$

با قرار دادن $x = -1$ مقدار باقیمانده را محاسبه می‌کنیم:

$$3(-1)^9 - 4(-1)^5 - 1 - 1 = 0 + R \Rightarrow R = -1$$

$$\Rightarrow 3x^9 - 4x^5 + x - 1 = (x+1)g(x) - 1 \quad (*)$$

برای محاسبه باقیمانده تقسیم $(x+1)g(x)$ بر $x+1$ باید $g(x)$ را بیابیم. پس دررابطه‌ی $(*)$, $x = -1$ قرار می‌دهیم:

$$3 - 4 + 1 - 1 = 2g(-1) - 1 \Rightarrow g(-1) = 0$$

(مسابان - مهاسبات هیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴

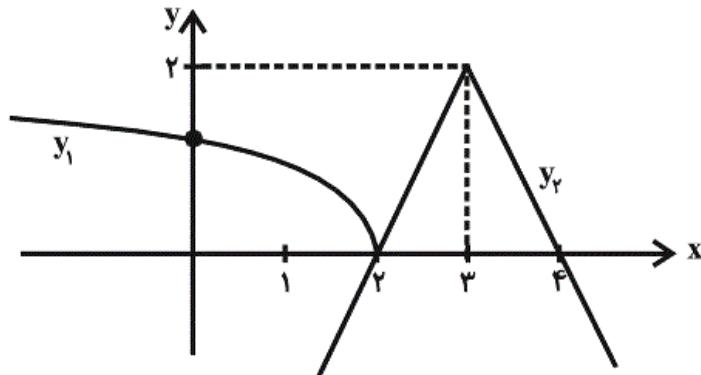
۳

۲

۱ ✓

(مهدی ملاره‌فانی)

$$\begin{aligned} \sqrt{-x+2} + \sqrt{f(x^2+9-6x)} &\geq 2 \\ \Rightarrow \sqrt{-x+2} &\geq 2 - 2\sqrt{x^2+9-6x} \\ \Rightarrow \underbrace{\sqrt{-x+2}}_{y_1} &\geq \underbrace{2 - 2|x-3|}_{y_2} \end{aligned}$$

حال با رسم هر کدام از توابع y_1 و y_2 داریم:با توجه به شکل فوق، مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی مورد نظر $[-\infty, 2]$ است.

(مسابان - مهاسبات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میثم حمزه‌لویی)

- ۱۰۷

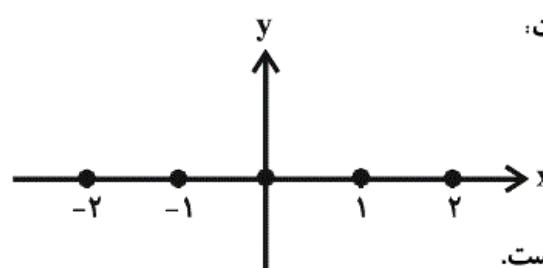
$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

می‌دانیم:

بنابراین:

$$gof(x) = \begin{cases} x \in \mathbb{Z} : g(f(x)) = g(0) = \sqrt{0} = 0 \\ x \notin \mathbb{Z} : g(f(x)) = g(-1) = \sqrt{-1} \end{cases}$$

تعریف نمی‌شوند.

نمودار تابع gof به صورت زیر است:پس تابع gof هم زوج و هم فرد است.

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۹ و ۹۹ تا ۱۰۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا ضابطه‌ی نمودار انتقال یافته را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{1-2x} \xrightarrow{\text{یک واحد به چه}} y = \sqrt{1-2(x+1)} = \sqrt{1-2x-2} \\ &= \sqrt{-1-2x} \xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} y = 1 + \sqrt{-1-2x} \end{aligned}$$

حال ضابطه‌ی معکوس را می‌یابیم. دقیق کنید که برد تابع حاصل:

بازه‌ی $(1, +\infty)$ است، پس دامنه‌ی y^{-1} به صورت $x \geq 1$ است:

$$\begin{aligned} y &= 1 + \sqrt{-1-2x} \Rightarrow y-1 = \sqrt{-1-2x} \Rightarrow (y-1)^2 = -1-2x \\ \Rightarrow y^2 - 2y + 1 &= -1-2x \Rightarrow -2x = y^2 - 2y + 2 \\ \Rightarrow x &= \frac{y^2 - 2y + 2}{-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 1 \end{aligned}$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۱۹ تا ۶۵)

✓

۳

۲

۱

(کروش شاهدینه‌ریان)

با توجه به روابط $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ و $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{1+\cos x} &= 2 \Rightarrow \frac{2\sin \frac{x}{2}\cos \frac{x}{2}}{2\cos^2 \frac{x}{2}} = 2 \Rightarrow \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = 2 \\ \Rightarrow \tan \frac{x}{2} &= 2 \quad (*) \end{aligned}$$

از طرفی:

$$\begin{aligned} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x) \quad (***) \end{aligned}$$

از آنجا که:

$$\begin{aligned} \sin 2x &= \frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}, \quad \cos 2x = \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} \\ \xrightarrow{(***)} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{2\tan \frac{x}{2}}{1+\tan^2 \frac{x}{2}} + \frac{1-\tan^2 \frac{x}{2}}{1+\tan^2 \frac{x}{2}} \right) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{2(2)}{1+(2)^2} + \frac{1-2^2}{1+2^2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{5} \right) = \frac{\sqrt{2}}{10} \end{aligned}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۹ تا ۶۵)

$$\Rightarrow 1 + \frac{1}{2}[\cos 2x - \cos 4x] = 1 + \sin 2x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}[-2\sin 4x \sin(-2x)] = \sin 2x \Rightarrow \sin 2x \sin 4x = \sin 2x$$

$$\sin 2x - \sin 2x \sin 4x = 0 \Rightarrow \sin 2x(1 - \sin 4x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin 4x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi \\ 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8} \end{cases}$$

پس معادله پنج جواب در فاصله‌ی $[0, \pi]$ دارد.

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۴✓

۳

۲

۱

(مینیم همنزه‌لوگن)

-۱۱۱

راه حل اول: ابتدا توجه کنید که با توجه به رابطه‌ی

$$\sin(2\cos^{-1} x) = 2 \underbrace{\sin(\cos^{-1} x)}_{\sqrt{1-x^2}} \underbrace{\cos(\cos^{-1} x)}_x = 2x\sqrt{1-x^2} \quad \text{داریم:}$$

بنابراین:

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} = 2\sqrt{2}$$

راه حل دوم:

$$\cos^{-1} x \underset{x \rightarrow 1}{\sim} \sqrt{1-x^2}$$

با توجه به هم ارزی داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\overset{\circ}{2\cos^{-1} x})}{\sqrt{x-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\cos^{-1} x}{\sqrt{x-x^2}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x-x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$$

(حسابان - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۳ و مثلثات: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

باید مشتق f را در $x = -1$ و $x = 2$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = -1 & \text{در همسایگی} \\ x = 2 & \text{در همسایگی} \end{cases} \quad \begin{aligned} f(x) &= x^2 - 3x \\ f(x) &= x^2 + 3x \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 2x - 3 \Rightarrow f'(-1) = -5 \\ f'(x) = 2x + 3 \Rightarrow f'(2) = 7 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*)} y'(-1) = \frac{-5}{4} \times 7 = -\frac{35}{4}$$

(مسابان - مشتق: صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مینم همنزه‌لویی)

-۱۱۳

برای بررسی همگرایی، حد دنباله را در بی نهایت محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{n-1}{2n+1}\pi\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(\frac{n}{2n}\pi\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow \text{همگرا}$$

دنباله $\frac{n-1}{2n+1}$ صعودی اکید و \cos در ناحیه اول نزولی اکید است. بنابراین

دنباله داده شده نزولی خواهد بود.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۵۰)

۴

۳

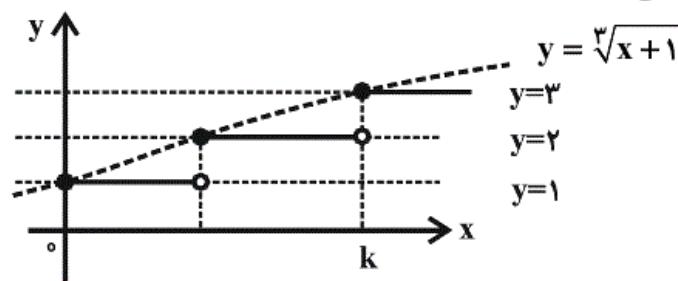
۲ ✓

۱

(هاری پلاور)

-۱۱۴

نمودار تابع f به ازای $x \geq 0$ به صورت زیر است:



پس چون تابع در فاصله $[0, k]$ در یک نقطه ناپیوسته است. پس طول $x = k$

نقاطه‌ای است که تابع $y = \sqrt[3]{x+1}$ مقدار ۳ دارد. بنابراین:

$$\sqrt[3]{x+1} = 3 \Rightarrow x+1 = 27 \Rightarrow x = 26$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۸۷ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میثم همنزه‌لویی)

چون حاصل حد عددی حقیقی شده، بنابراین باید بزرگترین توان X در صورت و مخرج برابر باشد:باشد، چون توان X در مخرج $\frac{1}{2}$ است، پس باید ضریب X در صورت صفر باشد:

$$a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \text{حد} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{bx-2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{2-x}{bx-2}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{-x}{bx}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{-\frac{1}{b}} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -4 \Rightarrow a + b = -3$$

(دیفرانسیل - مر و پیوستگی: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سروش موئینی)

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \\ -(x^3 + 2x^2 + x) \\ \hline -5x^2 + 2x - 1 \\ -(-5x^2 - 1 \cdot x - 5) \\ \hline 12x + 4 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} x^2 + 2x + 1 \\ x - 5 \end{array} \right.$$

پس عرض از مبدأ مجانب مایل برابر -5 است.

(دیفرانسیل - مجانب: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

 $y = -\frac{1}{a}x + \frac{2}{a} \Rightarrow m' = -\frac{1}{a}$ شبیه خط قائم
 $\Rightarrow m = a$ شبیه خط مماس $y' = 4 - 2e^{-2x} \Rightarrow y'(0) = m \Rightarrow a = 4 - 2e^{-2(0)} = 4 - 2 = 2$

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

شیب خط مماس بر منحنی از رابطه‌ی $y' = -\frac{f'x}{f'y}$ به دست می‌آید:

$$y' = -\frac{3x^2 - 4y}{-4x + \lambda y}$$

اگر خط مماس موازی محور y ها باشد، مخرج کسر باید صفر باشد.

$$-4x + \lambda y = 0 \Rightarrow 4x = \lambda y \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4}y$$

در رابطه‌ی $0 = x^3 - 4xy + 4y^2 - 4$ به جای x مقدار $\frac{\lambda}{4}y$ را می‌گذاریم:

$$\lambda y^3 - \lambda y^2 + 4y^2 - 4 = \lambda y^3 + 4y^2 - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 4} 2y^3 - y^2 - 1 = 0 \Rightarrow (y-1)(\underbrace{2y^2 + y + 1}_{\text{ریشه ندارد}}) = 0$$

پس $y=1, x=2$ به دست می‌آید و $a+b=2+1=3$ به دست می‌آید.

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۴۰ و ۱۵۷ تا ۱۵۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

x	-2	1
y'	- 0 + 0 +	
y	↓ ↗ ↓ ↗	

$$y'' = 12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 12(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	-1	1
y''	+ 0 - 0 +	
y	U ∩ U	

تابع در بازه‌ی $(-1, 1)$ صعودی و تقریباً رو به پایین است. با توجه به گزینه‌ها بازه‌ی

(۱) صحیح می‌باشد.

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌های ۱۷۱ تا ۱۸۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

مشتق این تابع $y' = \frac{x^2}{2} - 2mx + 1$ است، که اگر دلتای آن مثبت نباشد

$$\Delta = (-2m)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)(1) \quad \text{اکسٹرم ندارد:}$$

$$= 4m^2 - 2 \leq 0 \Rightarrow m^2 \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-1}{\sqrt{2}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x_I = \frac{-b}{3a} = -\frac{-m}{3\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{m}{\frac{1}{2}} = 2m$$

$$\Rightarrow -\sqrt{2} \leq x_I \leq \sqrt{2}$$

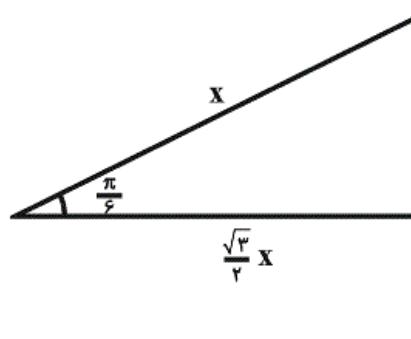
(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌های ۱۸۴ ۵ ۱۹۱)

۴

۳

۲✓

۱



$\frac{dx}{dt} = 2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ می‌دانیم است.

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} x \times x \times \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3} x^2}{8}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dx} \times \frac{dx}{dt} = \left(\frac{\sqrt{3} x^2}{8} \right)' \times 2 = \frac{\sqrt{3} x}{4} \times 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} x$$

اگر طول ضلع متوسط برابر ۵ باشد، آنگاه $x = 5$ و در نتیجه

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} x \xrightarrow{x=\frac{10}{\sqrt{3}}} \frac{dS}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{10}{\sqrt{3}} = 5 \quad \text{خواهد بود.}$$

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌های ۱۹۷ ۵ ۱۹۲)

۴

۳✓

۲

۱

مقدار تابع در $x = 5$ صفر شده است. پس داریم:

$$f(\cdot / 5) = 0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \ln(\frac{1}{2}a)}{b} = 0$$

$$\Rightarrow \ln(\frac{1}{2}a) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین $f(x) = \frac{x \ln(2x)}{b}$ است. طول نقطه اکسترم نسبی را پیدا می کنیم:

$$f'(x) = \frac{1}{b} (\ln 2x + \frac{2}{2x} \times x) = \frac{1}{b} (\ln 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \ln 2x = -1 \Rightarrow 2x = e^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{2e}$$

عرض اکسترم نسبی تابع برابر $\frac{1}{2e}$ می باشد.

$$f\left(\frac{1}{2e}\right) = \frac{\frac{1}{2} \ln\left(\frac{1}{2e}\right)}{b} = \frac{\frac{1}{2} \times -1}{b} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{be} = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{e}$$

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه های ۱۹۷ تا ۲۰۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون افراز شامل ۴ نقطه افرازی است، پس $n = 3$. در نتیجه:

$$\Delta x = \frac{3 - 0}{3} = 1 \Rightarrow \text{زیر بازه ها } [0,1], [1,2], [2,3]$$

در فاصله های $[0,1]$ می نیم مطلق تابع برابر -3 ، در فاصله های $[1,2]$ می نیم مطلق

تابع برابر -4 و در فاصله های $[2,3]$ می نیم مطلق تابع برابر -4 است. در نتیجه:

$$\text{مجموع پایین} = 1 \times (-3 + (-4) + (-4)) = -11$$

(دیفرانسیل - انگرال: صفحه های ۲۱۹ تا ۲۲۷)

۴

۳

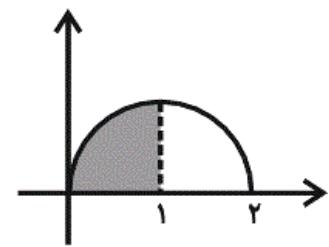
۲ ✓

۱

(حسین اسفین)

$$\begin{aligned}
 \int_0^1 \sqrt{2x-x^2} dx &= \int_0^1 \sqrt{2x-x^2+1-1} dx \\
 &= \int_0^1 \sqrt{1-(x^2-2x+1)} dx \\
 &= \int_0^1 \sqrt{1-(x-1)^2} dx
 \end{aligned}$$

معادله نیم دایره رویه را



$$\frac{\pi(1)^2}{4} = \text{مساحت ربع دایره به شعاع ۱}$$

(دیفرانسیل - انتگرال: صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۵)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۶۰۳۱۲

(محمد طاهر شعاعی)

-۱۲۵

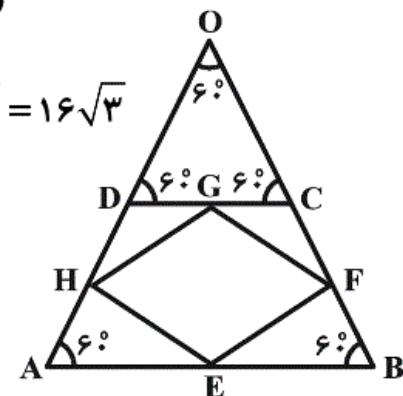
بنابراین فرض $6 = AB = CD$ و $10 = CD$ است. $EFGH$ چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسط‌های اضلاع ذوزنقه‌ی $ABCD$ است. مساحت آن نصف مساحت ذوزنقه است. پس کافی است مساحت ذوزنقه را محاسبه کنیم:

$$S(ABCD) = S(AOB) - S(COD)$$

$$= \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} - \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$S(EFGH) = \frac{S(ABCD)}{2}$$

$$= \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$



(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۰)

۴

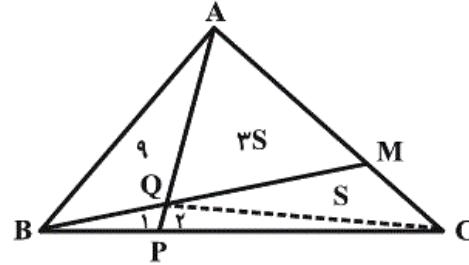
۳✓

۲

۱

فرض کنیم مساحت مثلث BPQ یک واحد باشد. پس داریم:

$$S_{PQC} = 2$$



$$S_{QMC} = S \Rightarrow S_{QMA} = 3S$$

چون $S_{BAM} = 3S_{BMC}$ ، پس داریم:

$$S_{BAM} = 3(3+S) = 9 + 3S \Rightarrow S_{AQB} = 9$$

$$S_{APC} = 2S_{APB} \Rightarrow 4S + 2 = 2 \times 1 \Rightarrow 4S = 18$$

$$\Rightarrow S_{ABC} = 12 + 4S = 30.$$

(هنرسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی خیثاغورس: صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۴✓

۳

۲

۱

$$EF \parallel BD \Rightarrow AEF \sim ABD \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABD}} = \left(\frac{AE}{AD}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

در دو مثلث ABD و ABC ، ارتفاع وارد از رأس B مشترک است، پس داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AD} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{AEF}}{S_{ABD}} \times \frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{9}{25} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲✓

۱

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{2}{3} a \times \sqrt{2} \right)^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9} a^2$$

اگر فاصله‌ی نقطه‌ی O تا صفحه‌ی مثلث ABC را برابر h فرض کنیم، داریم:

$$\frac{4}{81} a^2 = \frac{1}{3} \times h \times \frac{2\sqrt{3}}{9} a^2 \Rightarrow h = \frac{2}{3\sqrt{3}} a = \frac{2\sqrt{3}}{9} a$$

(هنرسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸ و ۱۳۳ تا ۱۳۵)

۴✓

۳

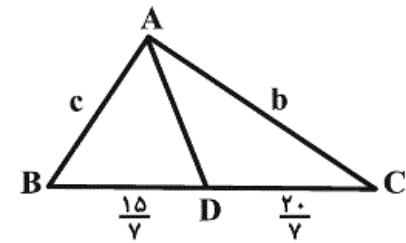
۲

۱

(سید امیر ستوووه)

$$a = BC = \frac{15}{\gamma} + \frac{\gamma}{\gamma} = 5$$

$$b = \frac{\gamma}{\gamma} t, c = \frac{15}{\gamma} t$$



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 25 = \frac{400}{49}t^2 + \frac{225}{49}t^2 \Rightarrow 25 = \frac{625}{49}t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{49}{25} \Rightarrow t = \frac{\gamma}{5} \Rightarrow b = \frac{\gamma}{\gamma} \times \frac{\gamma}{5} = 4 \text{ cm}, c = \frac{15}{\gamma} \times \frac{\gamma}{5} = 3 \text{ cm}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}bc = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$$

(هنرمه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳ ✓

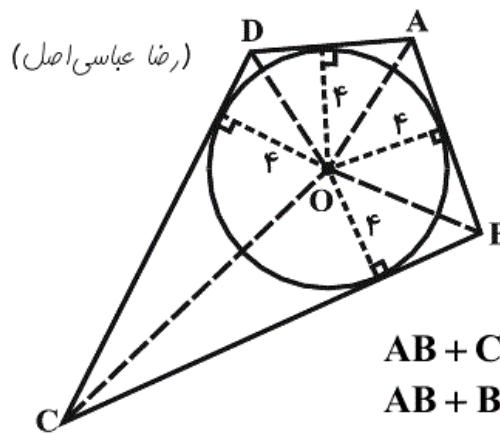
۲

۱

(خواهی اصل)

-۱۳۰

چهارضلعی ABCD محیطی است.



بنابراین:

$$AB + CD = AD + BC = 15$$

$$AB + BC + CD + AD = 30.$$

پس:

$$S_{ABCD} = S_{OAB} + S_{OBC} + S_{COD} + S_{AOD}$$

حال:

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times AB + \frac{1}{2} \times 4 \times BC + \frac{1}{2} \times 4 \times CD + \frac{1}{2} \times 4 \times AD$$

$$= 2(AB + BC + CD + AD) = 2 \times 30 = 60.$$

(هنرمه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

نقطه‌ی O دقیقاً وسط پاره خط AA' واقع است، پس داریم:

$$O = \frac{A + A'}{2} = (1, -1)$$

ضابطه‌ی بازتاب نسبت به نقطه‌ی $O(\alpha, \beta)$ به صورت
است، پس به ازای نقطه‌ی $T(x, y) = (2\alpha - x, 2\beta - y)$ داریم:
 $T(x, y) = (2 - x, -2 - y)$

$$(2 - x, -2 - y) = (x', y') \Rightarrow \begin{cases} 2 - x = x' \Rightarrow x = 2 - x' \\ -2 - y = y' \Rightarrow y = -2 - y' \end{cases}$$

$$x - 2y + 4 = 0 \Rightarrow 2 - x' - 2(-2 - y') + 4 = 0$$

$$\Rightarrow -x' + 2y' = -1 \xrightarrow{x'=0} y' = -5$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۱۰ و ۱۹ تا ۱۲۲)

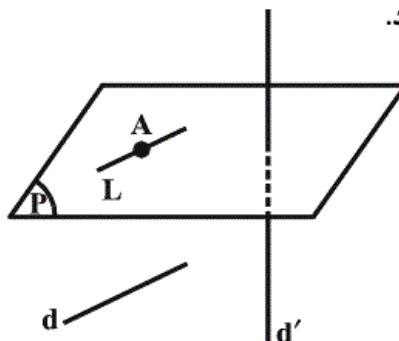
۴✓

۳

۲

۱

همه‌ی خط‌هایی که از نقطه‌ی A می‌گذرند و بر خط d' عمود هستند، در صفحه‌ی P قرار دارند به طوری که این صفحه از A می‌گذرد و بر خط d' عمود است.
اگر L بر d' عمود و با خط d موازی باشد، در این صورت دو خط متانف d و d' باید بر هم عمود باشند و در این حالت مسئله یک جواب دارد. در غیراین صورت اگر d و d' بر هم عمود نباشند، مسئله جواب ندارد.



(هنرسه ۲ - هندسه‌ی فضایی: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵۵)

۴✓

۳

۲

۱

$$|a + b|^2 = |-i + 4j + 7k|^2 \Rightarrow |a|^2 + |b|^2 + 2a.b = 1^2 + 4^2 + 7^2$$

$$3^2 + 7^2 + 2a.b = 1^2 + 4^2 + 7^2 \Rightarrow 2a.b = 17 - 9 = 8 \Rightarrow a.b = 4$$

$$b \cdot a = |a \times b|$$

$$= \sqrt{|a|^2 |b|^2 - (a.b)^2} = \sqrt{3^2 \times 7^2 - 4^2} = \sqrt{21^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{17 \times 25} = 5\sqrt{17}$$

(هنرسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۲)

۴

۳

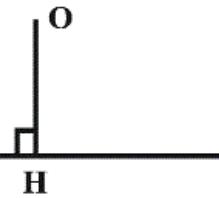
۲

۱✓

در واقع سوال همان تصویر مبدأ مختصات را روی خط d می خواهد لذا داریم:

$$d : ۳ - x = y + ۱ = \frac{z - ۵}{۲} = t$$

$$\Rightarrow H \begin{vmatrix} ۳ - t \\ t - ۱ \\ ۲t + ۵ \end{vmatrix} \Rightarrow OH \begin{vmatrix} ۳ - t \\ t - ۱ \\ ۲t + ۵ \end{vmatrix}, L_d \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix}$$



$$OH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{OH} \cdot L_d = 0 \Rightarrow t - ۳ + t - ۱ + ۴t + ۱ = 0$$

$$\Rightarrow 6t = -6 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H(4, -2, 3)$$

$$\Rightarrow H = 4 - 2 + 3 = 5$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۳۹ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$AA' \text{ وسط } O \Rightarrow \begin{cases} ۲ = \frac{۳+x}{۲} \Rightarrow x = ۱ \\ -۳ = \frac{-۲+y}{۲} \Rightarrow y = -4 \Rightarrow x + y + z = -4 \\ ۰ = \frac{۱+z}{۲} \Rightarrow z = -1 \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۷ و ۴۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عباس اسدی امیر آبدی) - ۱۳۶

$$(x - ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۴ + ۴ + ۱ = ۹ \Rightarrow O(2, -1) \quad r = ۳$$

$$r' = \frac{|2(3) + (-1)(-4) + 20|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|30|}{5} = 6$$

$$(x - ۲)^۲ + (y + ۱)^۲ = ۳۶ \Rightarrow x^2 - 4x + y^2 + 2y = 36 - 4 - 1 = 31$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مفروతی: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(محمد طاهر شعاعی) - ۱۳۷

$$MNF' = \underbrace{MF' + MF}_{2a} + \underbrace{NF + NF'}_{2a} = 4a$$

$$x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 + 4(y - 2)^2 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{(x - 1)^2}{16} + \frac{(y - 2)^2}{4} = 1 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$MNF' = 4 \times 4 = 16$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مفروతی: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۲)



۴

۳

۲ ✓

۱

(محمد رطابه شعاعی)

$$\mathbf{A} = (\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 41 & 15 \\ 30 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -8 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 41 & 15 \\ 30 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 123 - 120 & 45 - 44 \\ -328 + 330 & -120 + 121 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(هندسه تحلیلی - ماتریس و دترمینان: صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عباس اسدی امیر آبادی)

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ a & b & 2 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ a & b & 2 \end{vmatrix} = -(\begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ a & b & -2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix})$$

$$= -(k + 4(2 + 2)) = -k - 72$$

(هندسه تحلیلی - ماتریس و دترمینان: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کیوان درابی)

بهتر است از روش کرامر استفاده کنیم.

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{|A_x|}{|A|}}{\frac{|A_y|}{|A|}} = \frac{|A_x|}{|A_y|} = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه‌های معادلات فطی: صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(رضا عباسی اصل)

اگر f_i فراوانی مطلق دسته i و n تعداد کل داده‌ها باشد، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{f_1 + f_2 + f_3}{n} = \frac{19}{30} \\ \frac{f_3 + f_4 + f_5}{n} = \frac{8}{15} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}}$$

$$\frac{n}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6} = \frac{35}{30} \Rightarrow \frac{n + f_3}{n} = \frac{35}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{n} + \frac{f_3}{n} = \frac{35}{30} \Rightarrow 1 + \frac{f_3}{n} = \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{f_3}{n} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{f_3}{n} = \frac{1}{6} \times 36^\circ = 6^\circ \quad \text{زاویه‌ی مرکزی متناظر با دسته‌ی سوم}$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و پرسنل فراوانی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷ و نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۴

۳✓

۲

۱

(عزمی الله علی اصغری)

چون واریانس ۴ داده برابر صفر است، پس این ۴ داده مساوی یکدیگرند. اگر هر کدام از این ۴ داده را برابر X در نظر بگیریم، داریم:

$$4 = \frac{4x + 5 + 7 + 9}{4} \Rightarrow 4x = 4x + 21 \Rightarrow 4x = 28 \Rightarrow x = 7$$

بنابراین داده‌ها به صورت ۹، ۷، ۷، ۷، ۷، ۷ می‌باشند. واریانس داده‌های

$$\delta^2 = \frac{2^2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2^2}{4} = \frac{8}{4} = 2 \quad \text{جديد برابر است با:}$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های پراکنده‌ی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲✓

۱

(علی اکبر علیزاده)

اگر هر یک از حالات مقابل رخ دهد مطلوب مسئله برآورده شده است: خارج شدن لاقل ۴ مهره‌ی سفید یا لاقل یک مهره‌ی قرمز یا لاقل یک مهره‌ی سبز. در بدترین حالت ابتدا ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی آبی خارج می‌شوند. اما با خارج کردن مهره‌ی دهم قطعاً حالت مطلوب مسئله رخ خواهد داد.

(پیر و اهتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

(هومن نوراژی)

$$5 < x^2 < 65 \Rightarrow 3 \leq x \leq 8 \Rightarrow A = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0 \Rightarrow x_1 = 4, \quad x_2 = 5 \Rightarrow A \cap B = \{4, 5\}$$

$$\Rightarrow A - B = \{3, 6, 7, 8\}$$

$$n[(A - B) \times B] = n(A - B) \cdot n(B) = 2 \cdot 4 = 8.$$

$$\Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 5 - 2 = 3$$

از طرفی می‌دانیم، $A' - B' = B - A$ ، پس داریم:

$$n[(A' - B') \times A] = n[(B - A) \times A] = n(B - A) \cdot n(A)$$

$$= 3 \times 6 = 18$$

(پیر و اتمال - مجموعه، ضرب دلارتی و رابطه: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیرحسین ابومددوب)

رابطه‌ی R ، دارای هر سه ویژگی بازتابی، تقارنی و تعدی (تراگذری) است، پس یک رابطه‌ی هم ارزی است.

$$[(0, 5)] = \{(x, y) \mid x, y \in Z, \quad x^2 - 25 = 0 - y^2\}$$

$$= \{(x, y) \mid x, y \in Z, \quad x^2 + y^2 = 25\}$$

$$= \{(0, 5), (0, -5), (5, 0), (-5, 0), (3, 4), (3, -4), (-3, 4), (-3, -4), (4, 3), (4, -3), (-4, 3), (-4, -3)\}$$

بنابراین کلاس هم ارزی $[(0, 5)]$ ، دارای ۱۲ عضو است.

(پیر و اتمال - مجموعه، ضرب دلارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

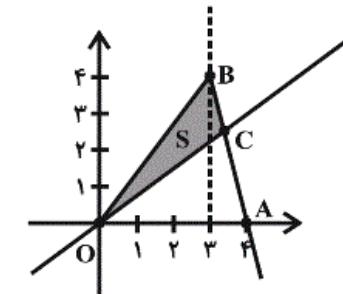
(کیوان دارابی)

ابتدا ناحیه‌ی متناظر با فضای نمونه را رسم می‌کنیم، سپس ناحیه‌ی متناظر با پیشامد مطلوب را از آن جدا می‌کنیم. برای تعیین ناحیه‌ی مطلوب، باید خط $2x - 3y = 2x$ را با خط AB ، تلاقی دهیم، پیشامد مطلوب، ناحیه بالای خط $2x - 3y = 2x$ است.

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4}{3 - 4} = -4 \Rightarrow y - 0 = -4(x - 4)$$

$$\Rightarrow y = -4x + 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x + y = 16 \\ 2x = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = \frac{24}{7} \\ y_C = \frac{16}{7} \end{cases}$$



$$P(A) = \frac{S_{OBC}}{S_{OAB}} = \frac{S_{OAB} - S_{OCA}}{S_{OAB}} = 1 - \frac{S_{OCA}}{S_{OAB}}$$

حال:

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{\frac{1}{2} \times y_C \times x_A}{\frac{1}{2} \times y_B \times x_A} = 1 - \frac{y_C}{y_B} = 1 - \frac{\frac{16}{7}}{4} = \frac{3}{7}$$

(بیان و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شناسن: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(علی‌اکبر علیزاده)

اعداد را به صورت $\{10, 11, 12, \dots, 49\}$ در نظر می‌گیریم. می‌دانیم اگر $5k$ بر ۵ بخش‌پذیر باشد، k هم بر ۲ بخش‌پذیر است. برای بخش‌پذیری $5k$ بر ۳ و نیز بر ۶ هم همین قاعده برقرار است. حال کافیست احتمال فوق را در مجموعه‌ی اعداد $\{10, 11, 12, \dots, 49\}$ بررسی کنیم:

$$n(A) = \left[\frac{110}{2} \right] - \left[\frac{49}{2} \right] = 55 - 24 = 31$$

$$n(B) = \left[\frac{110}{3} \right] - \left[\frac{49}{3} \right] = 36 - 16 = 20.$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{110}{6} \right] - \left[\frac{49}{6} \right] = 18 - 8 = 10.$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= \frac{31 + 20 - 10}{61} = \frac{31}{61}$$

(بیان و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شناسن: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۰)

۴

۳✓

۲

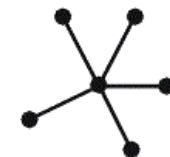
۱

(کیوان (دارابی)

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد مسیرهای به طول صفر} \\ \text{تعداد مسیرهای به طول ۱} \end{array} \right\} = p = 6 \\ \left. \begin{array}{l} \\ = q = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow p = q + 1$$

از آنجا که $p = q + 1$ و گراف همبند است سپس گراف مورد نظر یک درخت مرتبه ۶ است. مسیرهای به طول ۲ در درخت ستاره‌ای بیشترین مقدار خود را دارد، پس این درخت را انتخاب می‌کنیم:

$$\text{تعداد مسیرهای به طول ۲} = \binom{5}{2} = 10.$$



(ریاضیات کسرسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(هومن نورانی)

$$(\overline{ab})_5 = (\overline{ba})_7 \Rightarrow b + 5a = a + 7b \Rightarrow 4a = 6b$$

$$\Rightarrow 2a = 3b \xrightarrow[1 \leq b \leq 4]{1 \leq a \leq 4} \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \overline{ab} = 32$$

حال کافی است عدد ۳۲ را برابر ۴ به طور متوالی تقسیم کنیم:

$$\begin{array}{r} 32 | 4 \\ 32 \quad \boxed{8} | \boxed{4} \\ \hline 0 \quad \boxed{8} \quad 2 \end{array} \quad 32 = (200)_4$$

پس عدد ۳۲ در مبنای ۴، ۲ رقم صفر دارد.

(ریاضیات کسرسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سیدوحید ذوالقدری)

با فرض $(9n + 4, 4n - 5) = d$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d | 9n + 4 \xrightarrow{\times 4} d | 36n + 16 \\ d | 4n - 5 \xrightarrow{\times 9} d | 36n - 45 \end{array} \right\} \rightarrow d | 61$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 1 & \text{غایق} \\ \text{یا} \\ d = 61 & \text{غایق} \end{cases}$$

$$d = 61 \Rightarrow (9n + 4, 4n - 5) = 61 \Rightarrow 61 | 4n - 5$$

$$4n - 5 \equiv 0 \Rightarrow 4n \equiv 5 \xrightarrow{-61} 4n \equiv -56$$

$$\xrightarrow{\div 4} n \equiv -14 \equiv 47 \Rightarrow n = 61k + 47$$

بزرگترین مقدار به ازای $n = 962$ و $k = 15$ رخ می‌دهد که مجموع ارقام آن برابر ۱۷ می‌باشد.

(ریاضیات کسرسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲ و ۳۴ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$(28, 70) = 14$$

از آنجا که معادله دارای جواب است، باید $14 \mid 238$ و چون $14 \times 17 = 238$

.a = 14 پس

$$28x + 70y = 238 \xrightarrow{\div 14} 2x + 5y = 17 \Rightarrow 2x \equiv 17 \pmod{2}$$

$$\Rightarrow x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 1$$

$$9 < 5k + 1 < 10 \Rightarrow 8 < 5k < 9 \Rightarrow 1/6 < k < 19/8$$

$$k = 2, 3, \dots, 19 = 19 - 2 + 1 = 18 \text{ تعداد } k \text{ قابل قبول}$$

(ریاضیات گستته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

تعداد افزارهایی که aRb و cRd ، برابر است با تعداد افزارهای مجموعه‌ی سه عضوی $\{\{a,b\}, \{c,d\}, e\}$ که برابر ۵ است.

حال: تعداد افزارهایی که cRd و aRb برابر است با:

(ریاضیات گستته - ترکیبات: صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیرحسین ابومصوب)

-153-

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی $x + y + z = 10$ ، برابر است با:

$$\binom{12}{2} = 66$$

شرط $y + z \geq 7$ در این معادله، معادل آن است که $z \leq 3$ باشد. متمم این حالت، $z' = z + 4 \Rightarrow x + y + z' = 6$ است که در این صورت داریم:

$$\binom{8}{2} = 28$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی اخیر، برابر ۲۸ است.

پس تعداد جواب‌های مسأله با شرایط داده شده برابر $66 - 28 = 38$ است.

(ریاضیات گستته - ترکیبات: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

حالات را متفاوت را محاسبه می کنیم:

(۱,۱) : مجموع (۲)

(۲,۱), (۱,۲) : مجموع (۳)

(۱,۴), (۲,۳), (۳,۲), (۴,۱) : مجموع (۵)

(۱,۶), (۲,۵), (۳,۴), (۴,۳), (۵,۲), (۶,۱) : مجموع (۷)

(۵,۶), (۶,۵) : مجموع (۱۱)

با توجه به آن که $n(A) = 4$ و $n(S) = 15$ (حالت هایی که زیر آنها خطا کشیده شده است)، پس $P(A) = \frac{4}{15}$ باشد.

(ریاضیات گستره - احتمال: صفحه های ۷۹ تا ۸۳)

۴

۳

۲

۱

(همون نویائی)

-۱۵۵

اگر تعداد مهره های سفید جعبه A را x در نظر بگیریم، براساس آن که از ظرف A، مهره های سفید یا سیاه بیرون بکشیم، داریم:

$$\begin{array}{c} \text{مهره اول سفید} \\ \diagdown \qquad \diagup \\ \frac{x}{5+x} \times \frac{7}{10} \\ \text{مهره اول سیاه} \\ \diagup \qquad \diagdown \\ \frac{5}{5+x} \times \frac{6}{10} \end{array}$$

(مهره های بیرون آورده شده از جعبه B سفید باشد). P

$$= \frac{x}{5+x} \times \frac{7}{10} + \frac{5}{5+x} \times \frac{6}{10} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{7x+30}{50+10x} = \frac{2}{3} \Rightarrow 21x+90 = 100 + 20x \Rightarrow x = 10$$

$\Rightarrow A = 15$ = تعداد مهره های جعبه

(ریاضیات گستره - احتمال: صفحه های ۸۵ و ۸۶)

۴

۳

۲

۱