



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، خط و نقطه ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۶۰۲۲۲

۱۰۵- مرکز دایره‌ای روی نیمساز ربع دوم است. این دایره محور y ها را در نقاطی با عرض ۱ و ۵ قطع می‌کند. طول قطر آن چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $2\sqrt{13}$ (۴) $2\sqrt{17}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- فاصله کانونی مقطع مخروطی به معادله $2x^2 + y^2 - 4x + 6y = 5$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{6}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{6}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، کاربردهای مشتق - ۱۳۹۶۰۲۲۲

۱۰۲- تابع $f(x) = |\cos x|$ چند نقطه بحرانی در فاصله $(0, 2\pi)$ دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

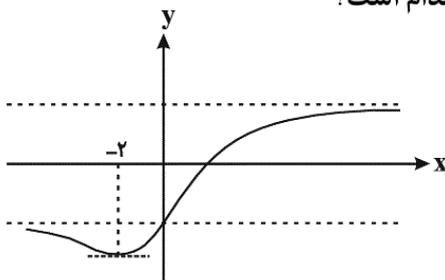
شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تقعر منحنی $f(x) = (2x + k) \ln(x - 1)$ در آن رو به پایین است، برابر ۶ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \frac{ax - 2}{\sqrt{x^2 + b}}$ را نمایش می‌دهد. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



- (۱) $(1, 4)$
(۲) $(-1, 4)$
(۳) $(2, 1)$
(۴) $(-2, 1)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، انتگرال - ۱۳۹۶۰۲۲۲

۱۰۷- اگر $\int f(x) dx = x\sqrt{x} + C$ ، آن گاه $\int \frac{1}{f(x)} dx$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{x} + C'$ (۲) $9\sqrt{x} + C'$ (۳) $3\sqrt[3]{x^2} + C'$ (۴) $9\sqrt[3]{x^2} + C'$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x + 1 & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$ باشد، حاصل $\int_0^{\pi} f(x) dx$ کدام است؟

(۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $A = \int_2^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$ و $B = \int_2^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$ ، آن‌گاه حاصل $A - B$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر $f(x) = \int_2^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt$ باشد، مشتق $y = xf\left(\frac{1}{x}\right)$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) -0.4 (۳) صفر (۴) 0.4

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، ماتریس ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۶۰۲۲۲

۱۰۱- اگر $2A \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} = I$ ، آن‌گاه دترمینان ماتریس A کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴) $-\frac{1}{16}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، خط و نقطه ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۶۰۲۲۲

۱۱۵- معادله سه ضلع یک مثلث $x + y = 1$ و $y = 2x$ و $x = 1$ است، معادله خطی که کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث بر آن قرار دارد، کدام است؟

(۱) $y = \frac{2}{3}$ (۲) $x = \frac{2}{3}$ (۳) $y + x = \frac{2}{3}$ (۴) $y + x = \frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- دایره‌ای از نقطه $(2, -1)$ گذشته و بر هر دو محور مختصات مماس است. قطر دایره بزرگتر کدام است؟

(۱) 8 (۲) 10 (۳) 12 (۴) 15

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- خط هادی یک سهمی به معادله $x = \frac{13}{4}$ است. هر پرتوی که از نقطه $(-\frac{5}{4}, -2)$ بر این سهمی بتابد، در امتداد محور x ها

باز می‌تابد. این سهمی محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- هذلولی به معادله $5y^2 - 4x^2 - 20y = 0$ مفروض است. معادله یک بیضی که کانون‌های آن منطبق بر رأس‌های هذلولی و

رأس‌های آن در کانون‌های این هذلولی باشد، کدام است؟

- (۱) $5y^2 + 9x^2 - 20y = 25$ (۲) $5y^2 + 9x^2 - 10y = 36$
 (۳) $4y^2 + 5x^2 - 16y = 4$ (۴) $9y^2 + 5x^2 - 36y = 9$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، کاربردهای مشتق - ۱۳۹۶۰۲۲۲

۱۱۱- ماکسیمم مطلق تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در کدام بازه، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \ln(x^2 + 9)$ نزولی و تقعر آن رو به بالاست؟

- (۱) $(-\infty, -3)$ (۲) $(0, 3)$ (۳) $(-3, 0)$ (۴) $(-3, 3)$

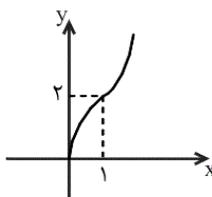
شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + a}$ دارای اکسترمم نسبی باشد، مقادیر a کدام است؟

- (۱) $a > 0$ یا $a < -2$ (۲) $a > 2$ یا $a < 0$ (۳) $-2 < a < 0$ (۴) $0 < a < 2$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = ax^2 + bx^2$ است، b کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) ۱
 (۳) $\frac{3}{2}$
 (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- حاصل $\int_1^{16} [\sqrt{x}] dx$ ، کدام است؟ (نماد [] به مفهوم جزء صحیح است.)

۳۴ (۴)

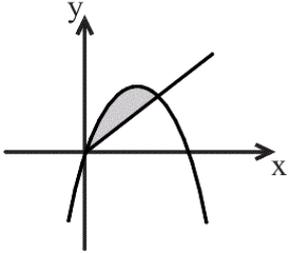
۳۲ (۳)

۳۱ (۲)

۳۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- مساحت ناحیه زیر منحنی به معادله $y = -x^2 + 5x$ و بالای خط $y = x$ کدام است؟



$\frac{16}{3}$ (۱)

$\frac{22}{3}$ (۲)

$\frac{28}{3}$ (۳)

$\frac{32}{3}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، خط و نقطه ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۶۰۲۲۲

-۱۰۵

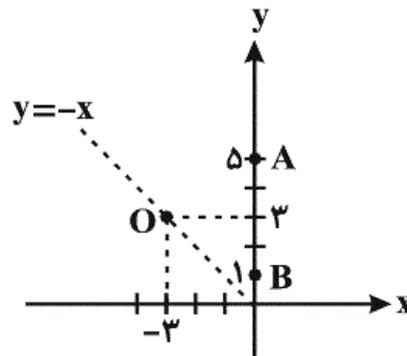
(سروش مؤینی)

مرکز دایره بر روی عمود منصف وتر AB یعنی $y = 3$ قرار دارد.
 مرکز دایره روی خط $y = -x$ هم هست. پس $O(-3, 3)$ مرکز دایره است و

$$OA = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

شعاع دایره برابر است با: $OA = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

و قطر آن $d = 2R = 2\sqrt{13}$ است.



(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۴

۳

۲

۱

$$(2x^2 - 4x) + (y^2 + 6y) = 5 \Rightarrow 2((x-1)^2 - 1) + (y+3)^2 - 9 = 5$$

$$2(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16 \xrightarrow{\div 16} \frac{(x-1)^2}{8} + \frac{(y+3)^2}{16} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 8 \Rightarrow c = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2c = 4\sqrt{2}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۴

۳

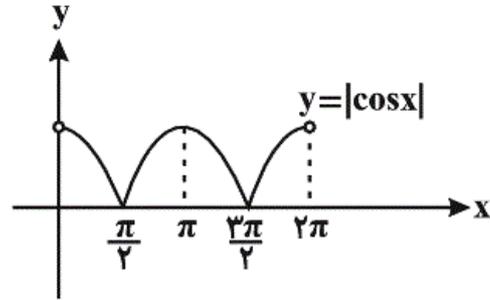
۲

۱

از رسم نمودار استفاده می‌کنیم:

با توجه به شکل، نقاط $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ مشتق ناپذیر و در نتیجه بحرانی

هستند. هم‌چنین در $x = \pi$ مشتق صفر است و در نتیجه بحرانی است.



(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آرش رحیمی)

برای پیدا کردن محدوده‌ای که در آن تقعر منحنی رو به پایین است، نامعادله $y'' < 0$ را حل می‌کنیم.

$$y = (2x + k) \ln(x - 1)$$

$$y' = 2 \ln(x - 1) + \frac{1}{x - 1} \times (2x + k)$$

$$y'' = \frac{2}{x - 1} + \frac{-2 - k}{(x - 1)^2} = \frac{2(x - 1) - 2 - k}{(x - 1)^2} = \frac{2x - 4 - k}{(x - 1)^2} < 0$$

$$\Rightarrow 2x - 4 - k < 0 \Rightarrow x < \frac{k + 4}{2}$$

باتوجه به عبارت $\ln(x - 1)$ در تابع $f(x)$ داریم:

$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

در نتیجه بازه مورد نظر $(1, \frac{k + 4}{2})$ است. طول بازه برابر ۶ است، بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{k + 4}{2} = 7 \Rightarrow k = 10$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از روی نمودار تابع مشاهده می‌کنیم که تابع دارای دو خط مجانب افقی بوده و مقدار $f(x)$ در $x=0$ برابر حد تابع در $-\infty$ است. پس:

$$\begin{cases} f(0) = -\frac{2}{\sqrt{b}} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{-x} = -a \end{cases}$$

$$\Rightarrow -a = -\frac{2}{\sqrt{b}} \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt{b}} \xrightarrow{\text{b باید مثبت باشد}} a > 0$$

لذا از مثبت بودن a و b نتیجه می‌گیریم که گزینه‌های یک یا سه پاسخ صحیح است. از طرفی تابع در $x=-2$ مشتق‌پذیر بوده و دارای می‌نیمم نسبی است، یعنی $f'(-2) = 0$.

$$f'(x) = \frac{a\sqrt{x^2+b} - \frac{2x}{\sqrt{x^2+b}}(ax-2)}{x^2+b} = \frac{ax^2+ab-ax^2+2x}{(x^2+b)\sqrt{x^2+b}}$$

$$\Rightarrow f'(-2) = 0 \Rightarrow ab + 2(-2) = 0 \Rightarrow ab = 4$$

$$\begin{cases} ab = 4 \\ a = \frac{2}{\sqrt{b}} \Rightarrow (a,b) = (1,4) \end{cases}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۲ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

دقت کنید که $\int x^r dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C$. بنابراین:

$$f(x) = (x\sqrt[3]{x} + C)' \Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}} dx = \frac{3}{4} \int x^{-\frac{1}{3}} dx$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C' = \frac{9}{8} x^{\frac{2}{3}} + C' = \frac{9}{8} \sqrt[3]{x^2} + C'$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی ساوچی)

انتگرال را به ۲ بخش تقسیم می‌کنیم:

$$\int_0^{\pi} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos x + 1) dx$$

$$= -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + (\sin x + x) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= (0 - (-1)) + ((0 + \pi) - (1 + \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi}{2}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از آن جا که $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ ، بنابراین:

$$A - B = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (-\cos 2x) dx = -\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 2x dx$$

$$= -\frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = -\frac{1}{2} (\sin \frac{\pi}{3} - 0) = -\frac{1}{2} (\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\Rightarrow A - B = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

۴

۳

۲

۱

(حسن نصرتی ناهوک)

-۱۱۰

$$f'(x) = \frac{\sin \frac{\pi}{x}}{1+x^2}, \quad y = xf\left(\frac{1}{x}\right) \Rightarrow y' = (1)f\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x^2} \times f'\left(\frac{1}{x}\right) \times x$$

$$\Rightarrow y' = f\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x} f'\left(\frac{1}{x}\right) \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y'\left(\frac{1}{2}\right) = f(2) - 2f'(2)$$

$$\Rightarrow y'\left(\frac{1}{2}\right) = \int_2^{\frac{1}{2}} \frac{\sin \frac{\pi}{t}}{1+t^2} dt - 2 \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{1+2^2} = -2 \times \frac{1}{5} = -0.4$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۷)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، ماتریس ، هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه‌ی دوم - ۱۳۹۶۰۲۲۲

(میثم همزه‌لویی)

-۱۰۱

از طرفین تساوی دترمینان می‌گیریم. از آن جا که $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = |\mathbf{A}| |\mathbf{B}|$ ، بنابراین:

$$|\mathbf{A}| \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow (4|\mathbf{A}|)(-2) = 1 \Rightarrow |\mathbf{A}| = -\frac{1}{8}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه ۱۷۳)

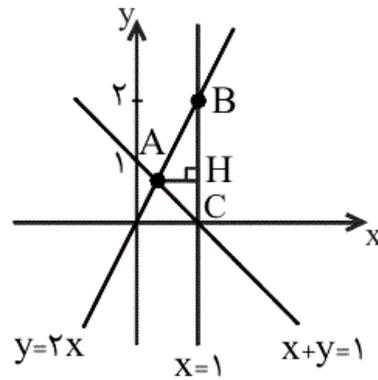
۴

۳

۲

۱

(سراسری تهرمی - ۸۴)



با رسم خطوط در یک دستگاه، مطابق

شکل کوچک‌ترین ارتفاع مثلث ABC

پاره‌خط AH می‌باشد که معادله

آن $y = \frac{2}{3}$ است. زیرا:

$$\begin{cases} y = 2x \\ x + y = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{از حل دستگاه}} \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{مختصات نقطه } A$$

پس معادله‌ی AH به صورت $y = \frac{2}{3}$ می‌باشد.

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صنف‌های ۱۰۸ تا ۱۱۹)

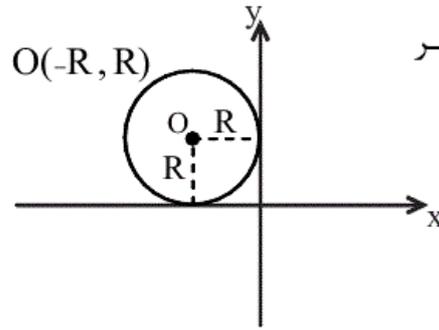
۴

۳

۲

۱

معادله دایره‌ای که در ناحیه دوم مختصات
بر محورهای مماس است به صورت زیر
می‌باشد:



$$(x+R)^2 + (y-R)^2 = R^2$$

حال مختصات $(-1, 2)$ را در معادله دایره صدق می‌دهیم:

$$(-1+R)^2 + (2-R)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow 1 + R^2 - 2R + 4 + R^2 - 4R = R^2 \Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (R-5)(R-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R=1 \Rightarrow d=2 \\ R=5 \Rightarrow d=10 \end{cases} \text{ قطر دایره بزرگتر:}$$

(هندسه مهندسی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

هر پرتوی که از نقطه $\left(-\frac{5}{4}, -2\right)$ بتابد بازتاب آن در امتداد محور

x هاست پس این نقطه کانون سهمی است. خط هادی سهمی به معادله

$x = \frac{13}{4}$ است پس سهمی افقی بوده و دهانه آن به سمت چپ باز می شود.

طول رأس سهمی وسط خط هادی و کانون سهمی است و چون سهمی

افقی است عرض رأس آن با عرض کانون یکی است پس $y_s = -2$

$$\Rightarrow x_s = \frac{\frac{13}{4} + \frac{-5}{4}}{2} = 1, S(1, -2)$$

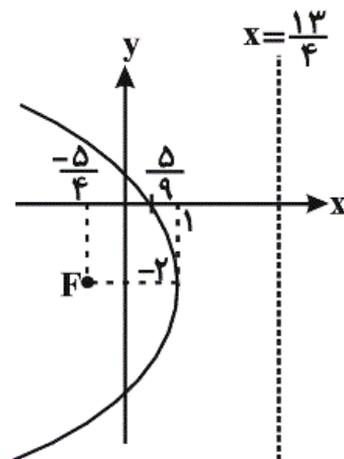
$$(فاصله ی بین خط هادی و رأس) p = \frac{13}{4} - 1 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = -4p(x-1) \Rightarrow (y+2)^2 = -4\left(\frac{9}{4}\right)(x-1)$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = -9x+9$$

$$\text{ها } x \text{ محل برخورد با محور } y=0 \Rightarrow 4 = -9x+9 \Rightarrow 9x = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{9}$$



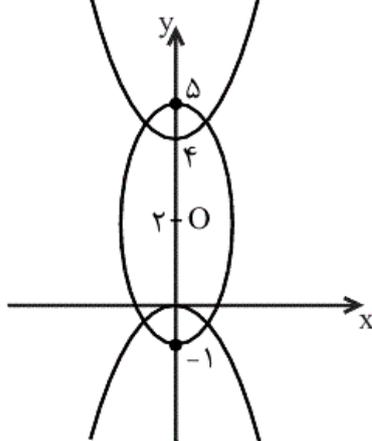
(هندسه مقدماتی و منحنی های درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه های ۱۲۵ تا ۱۳۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



در بیضی $O \begin{cases} 2 \\ 0 \end{cases}$ و $b = \sqrt{5}$ و $c = 2$ و $a = 3$:

$$\Rightarrow \frac{(x-0)^2}{5} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1 \text{ بیضی قائم است.}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2 - 4y + 4}{9} = 1$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 5y^2 - 20y + 20 = 45$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 5y^2 - 20y = 25$$

(هندسه ممتصات و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، کاربردهای مشتق - ۱۳۹۶۰۲۲۲

$$f(x) = \frac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$$

از تابع مشتق می‌گیریم و نقاط بحرانی را می‌یابیم:

$$f'(x) = \frac{-(4x^3 - 12x^2 + 8x)}{(x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5)^2} = 0$$

$$f'(x) = -(4x^3 - 12x^2 + 8x) = 0$$

$$f'(x) = -4x(x^2 - 3x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0, 1, 2$$

مقدار تابع را در این نقاط می‌یابیم:

$$f(0) = \frac{1}{5}, f(1) = \frac{1}{6}, f(2) = \frac{1}{5}$$

پس بیشترین مقدار تابع $\frac{1}{5}$ است.

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سؤال ۱۵۷۶ کتاب آبی)

-112

یادآوری: اگر در تابع f در بازه (a, b) داشته باشیم:

$$\begin{cases} f'(x) \leq 0 \\ f''(x) > 0 \end{cases}$$

آن‌گاه f در این بازه نزولی است و تقعر رو به بالا دارد.

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 9} = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f''(x) = \frac{2(x^2 + 9) - 2x(2x)}{(x^2 + 9)^2} = \frac{2(9 - x^2)}{(x^2 + 9)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

| x | -3 | 0 | 3 |
|-----|----|---|---|
| f' | - | 0 | + |
| f'' | - | + | - |
| f | ∩ | ∪ | ∩ |

⇒ جواب $x \in (-3, 0)$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x + a}$$

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x+a) - (x^2-2x)}{(x+a)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2ax - 2a}{(x+a)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 2ax - 2a = 0 \quad (1)$$

معادله $f'(x) = 0$ باید ریشه ساده داشته باشد. بنابراین باید Δ در معادله (۱) مثبت باشد. لذا:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 4a^2 + 8a > 0 \rightarrow a > 0 \text{ یا } a < -2$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$y'' = \frac{3a(2\sqrt{x}) - \frac{1}{\sqrt{x}}(3ax + b)}{(2\sqrt{x})^2}$$

$$\Rightarrow y''(1) = 0 \Rightarrow 6a - (3a + b) = 0 \Rightarrow 3a - b = 0$$

$$\Rightarrow b = 3a \quad (2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 2 \\ b = 3a \end{cases} \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۹۳)

حدود انتگرال معین داده شده $1 < x < 16$ است. پس $1 < \sqrt{x} < 4$. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \int_1^{16} [\sqrt{x}] dx &= \int_1^4 [\sqrt{x}] dx + \int_4^9 [\sqrt{x}] dx + \int_9^{16} [\sqrt{x}] dx \\ &= \int_1^4 1 dx + \int_4^9 2 dx + \int_9^{16} 3 dx = x \Big|_1^4 + 2x \Big|_4^9 + 3x \Big|_9^{16} \\ &= (4-1) + 2(9-4) + 3(16-9) = 3 + 10 + 21 = 34 \end{aligned}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۹ و ۱۶۵ تا ۱۷۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سراسری تجربی - ۸۷)

$$\begin{cases} y = -x^2 + 5x \\ y = x \end{cases} \Rightarrow -x^2 + 5x = x \Rightarrow x = 0, 4$$

$$S = \left| \int_0^4 (-x^2 + 5x - x) dx \right| = \left| \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \right) \Big|_0^4 \right| = \frac{32}{3}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir