



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

۸۱- اگر  $\tan x + \frac{1}{\tan x} = \sin x + \cos x = \frac{5}{4}$  آنگاه حاصل چه قدر است؟

$$\frac{32}{9} \quad (2)$$

$$\frac{18}{7} \quad (1)$$

$$\frac{27}{16} \quad (4)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin x + \cos 2x - 1 = 0$  در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  کدام است؟

$$2\pi \quad (2)$$

$$\pi \quad (1)$$

$$\frac{11\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{7\pi}{6} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & , \quad |x| \leq 1 \\ x + b & , \quad |x| > 1 \end{cases}$  در تمام نقاط حد دارد. مقدار  $2b - a$  کدام است؟

$$-4 \quad (2)$$

$$-5 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۸۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{f(x)}$  کدام است؟  $2\cos x \leq f(x) \leq 2+x^2$  باشد و تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  حد داشته باشد، آن‌گاه حاصل

۱ (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)

$\frac{1}{2}$  (۴)

-۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۸۵- حد عبارت  $x \rightarrow \frac{3\pi}{4}$  وقتی  $\frac{\cos 2x}{\sin x + \cos x}$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)

$-\sqrt{2}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۸۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x} - \sqrt{1+3x^2} - x^3}{(x-1)^3} & ; \quad x \neq 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{3}a & ; \quad x=1 \end{cases}$  به ازای کدام مقدار  $a$  در  $x=1$  پیوسته است؟

$\frac{1}{2}$  (۲)

(۱) هیچ مقدار  $a$

$\frac{1}{6}$  (۴)

$-\frac{1}{2}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۸۷- از نقطه‌ی  $A(1,1)$  بر نمودار تابع  $f(x) = x - \frac{1}{x}$  خطی مماس می‌کنیم. طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

-۲ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۸- در چه نقاطی خط مماس بر نمودار تابع  $y = \sin x$ ، موازی محور  $x$  ها است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$x = 2k\pi + \pi \quad (2)$$

$$x = k\pi \quad (1)$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

$$x = \frac{k\pi}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

( $0 < x < \frac{1}{2}\pi$ ) باشد، آنگاه  $f'(x) = \sin^{-1} 2x + \cos^{-1} 2x$  کدام است؟ -۸۹

$$\frac{4}{\sqrt{1-4x^2}} \quad (2) \quad \text{صفر}$$

$$\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۹۰- حاصل کدام است؟  $\frac{\sin 35^\circ + \cos 35^\circ}{\cos 85^\circ - \sin 85^\circ}$

$$\sin 40^\circ \quad (2) \quad 2 \cos 40^\circ \quad (1)$$

$$-\sin 40^\circ \quad (4) \quad -2 \cos 40^\circ \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۹۱- مساحت بین تابع  $y = \sin^{-1}(\sin x)$  و محور  $x$  ها در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{2} \quad (2) \quad \text{صفر}$$

$$\pi^2 \quad (4) \quad \frac{\pi^2}{4} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

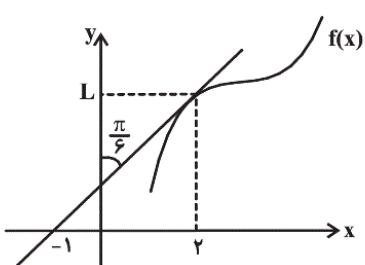
-۹۲- کدام تابع در  $x = 2$  دارای مشتق چپ و راست متفاوت است؟

$$y = (x - 2)^2 \quad (2) \quad y = [x - 2] \quad (1)$$

$$y = \begin{cases} x & ; \quad x \geq 2 \\ \sqrt{x} & ; \quad x < 2 \end{cases} \quad (4) \quad y = |x - 2| \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- با توجه به شکل مقابل، حاصل  $f(2) + f'(2)$  کدام است؟



$$\frac{10\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} + 3 \quad (2)$$

$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

$$4\sqrt{3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اختلاف مشتق چپ و راست تابع  $f(x) = \frac{|x^2 - 9|}{x + |x|}$  در نقطه‌ی  $x = 3$  چقدر است؟

$$\frac{11}{5} \quad (1)$$

$$\frac{13}{5} \quad (2)$$

$$\frac{12}{5} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- معادله‌ی خط قائم بر منحنی  $f(x) = (x^2 - 2x - 3)\sqrt[3]{(x+5)^3}$  در نقطه‌ای به طول  $x = 3$  کدام است؟

$$16y + x = 3 \quad (1)$$

$$x - 16y = 3 \quad (2)$$

$$16y - x = 3 \quad (3)$$

$$x + 16y = -3 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر  $f(x) = \frac{\pi}{12} \frac{f'}{f^2}$  بمزایی  $x = \frac{\pi}{12}$  کدام است؟

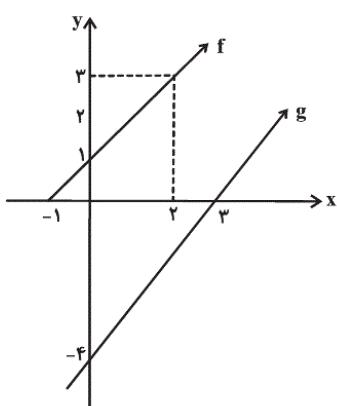
$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$-\sqrt{3} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید



$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

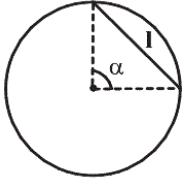
$$-\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

۹۷- اگر نمودار توابع خطی  $f$  و  $g$  به صورت رو به رو باشند و  $h(x) = g(f(x))$  آن‌گاه  $h'(2)$  کدام است؟

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در شکل زیر وتری از دایره به شعاع واحد رسم شده است. آهنگ تغییرات زاویه‌ی مرکزی روبه‌روی وتر نسبت به طول وتر وقتی  $\alpha = 1$  است، کدام است؟



$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-2\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر  $f(x) = x^2 f\left(\frac{3}{x}\right)$  و  $f$  در  $x = 1$  مشتق‌پذیر باشد، مشتق تابع  $y = x^3$  در نقطه‌ی  $x = 3$  چقدر است؟

۶ (۲)

۴ (۱)

۱۰ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در تابع  $f(x) = x - 3 + \sqrt{2x - 1}$  مشتق تابع معکوس  $f^{-1}$  در محل تلاقی تابع و تابع معکوس چقدر است؟

$\frac{4}{3} \quad (2)$

$\frac{3}{4} \quad (1)$

$\frac{6}{7} \quad (4)$

$\frac{7}{6} \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۶۰۲۲۲

۱۰۱- مساحت تصویر مثلثی با رأس‌های  $(6, 0)$ ،  $(-4, 0)$  و  $(0, 4)$ ، تحت تبدیل  $T(x, y) = (x + 4, y - 4)$  کدام است؟

۸ (۲)

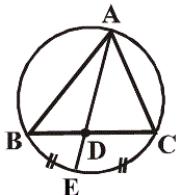
۴ (۱)

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در شکل زیر،  $\widehat{BE} = \widehat{CE}$  کدام است؟



$2\sqrt{5}$  (۲)

$2\sqrt{2}$  (۱)

$2(4)$

$4(3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر مماس مشترک‌های داخلی دو دایره‌ی  $C(O', 2)$  و  $C(O, 4)$  بر هم عمود باشند، طول خط المركزین این دو دایره کدام است؟

$9(2)$

$6\sqrt{2}$  (۱)

$12(4)$

$6\sqrt{3}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- نگاشت  $M$  از صفحه به خط  $L$  را به این صورت تعریف می‌کنیم: «اگر نقطه‌ی  $P$ ، واقع بر صفحه، روی  $L$  باشد، آن‌گاه  $M(P) = P$  و اگر  $P$  روی  $L$  نباشد، آن‌گاه  $M(P) = P'$  محل تقاطع عمودی است که از  $P$  بر  $L$  رسم می‌شود.» نگاشت  $M$  چگونه است؟

(۲) یک به یک نیست - ایزومنتری نیست.

(۱) یک به یک است - ایزومنتری است.

(۴) یک به یک است - ایزومنتری نیست.

(۳) یک به یک نیست - ایزومنتری است.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- خط به معادله  $3x + 6y - 8 = 0$  در یک تجانس به مرکز مبدأ مختصات، به خط با معادله  $2x + 2y - 3 = 0$  تبدیل شده است. ضابطه‌ی این تجانس کدام است؟

$$D(x, y) = \left(\frac{1}{3}x, \frac{1}{3}y\right) \quad (۲)$$

$$D(x, y) = \left(\frac{1}{3}x, \frac{1}{3}y\right) \quad (۱)$$

$$D(x, y) = (3x, 3y) \quad (۴)$$

$$D(x, y) = (3x, 3y) \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- ترکیبی از کدام دو تبدیل زیر، ایزومنتری نیست ولی شب خطها را حفظ می‌کند؟

(۲) بازتاب نسبت به نقطه و دوران

(۱) انتقال و بازتاب نسبت به خط

(۴) بازتاب نسبت به نقطه و تجانس

(۳) تجانس و بازتاب نسبت به خط

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- از نقطه‌ی A خارج خط L در فضای بیشمار خط متقطع با L و موازی با صفحه‌ی P می‌گذرد. لزوماً کدام نتیجه‌گیری درست است؟

$$L \subset P \quad (2)$$

$$A \in P \quad (1)$$

$$L \parallel P \quad (4)$$

$$L \perp P \quad (5)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- خط D بر دو صفحه‌ی متمایز P و P' عمود است و صفحه‌ی Q، صفحه‌ی P را در خط  $\Delta$  قطع می‌کند. در این صورت کدام گزینه درست است؟

(1) Q عمود بر P' است.

(2) Q موازی با P' است.

(3) Q، صفحه‌ی P' را در خطی عمود بر  $\Delta$  قطع می‌کند.

(4) Q، صفحه‌ی P' را در خطی موازی با  $\Delta$  قطع می‌کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- نقاط A و B خارج خط d در فضای مفروضند. نقطه‌ی C را روی خط d چنان در نظر می‌گیریم که CA = CB، تعداد جواب‌های ممکن برای C، کدام

نمی‌تواند باشد؟

۱ (2)

(1) صفر

۴) بی‌شمار

۲ (3)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- کدام گزاره درست نیست؟

(1) اگر دو صفحه متقطع بر یک صفحه عمود باشند، فصل مشترک آنها بر آن صفحه عمود است.

(2) اگر یکی از دو صفحه‌ی متقطع، بر صفحه‌ای عمود باشد، دیگری نیز بر آن صفحه عمود است.

(3) اگر دو صفحه موازی باشند، هر صفحه که بر یکی از این دو صفحه عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.

(4) اگر صفحه‌ای بر فصل مشترک دو صفحه‌ی متقطع عمود باشد، بر هر دو صفحه عمود است.

شما پاسخ نداده اید

(a,b)R(c,d)  $\Leftrightarrow a-c = d-b$  مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی و رابطه‌ی R زیرمجموعه‌ای از  $A^2$  بهصورت

باشد؛ آیا رابطه همارزی است؟ در صورت همارزی بودن، دسته‌ی همارزی (۳,۷)، چند عضو دارد؟

۴) همارزی نیست.

۱۰) ۳

۹) ۲

۷) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر سه تاس را با هم بیندازیم، چقدر احتمال دارد حاصل ضرب سه عدد روشه برابر ۲۴ باشد؟

$\frac{5}{36}$  ) ۴

$\frac{1}{24}$  ) ۳

$\frac{5}{72}$  ) ۲

$\frac{7}{72}$  ) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- یک سکه را حداقل چند بار پرتاب کنیم تا احتمال آن که حداقل یک بار سکه پشت بیاید، بیش از ۹۵ درصد باشد؟

۵) ۴

۴) ۳

۳) ۲

۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در آزمایش پرتاب یک تاس، احتمال آمدن هر عدد متناسب با توان دوم آن عدد است. احتمال این که در پرتاب این تاس، عدد ۲ یا ۳ رو شود کدام است؟

$\frac{5}{91}$  ) ۴

$\frac{1}{13}$  ) ۳

$\frac{13}{141}$  ) ۲

$\frac{1}{7}$  ) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- نقطه‌ای درون یک دایره به شعاع ۲ انتخاب می‌کنیم. احتمال این که این نقطه به مرکز دایره نزدیک‌تر از محیط دایره باشد، چقدر است؟

$\frac{1}{8}$  ) ۴

$\frac{3}{4}$  ) ۳

$\frac{1}{2}$  ) ۲

$\frac{1}{4}$  ) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- دو عدد حقیقی به تصادف بین ۰ و ۲ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که نسبت این دو عدد کمتر از  $\frac{1}{3}$  باشد، چقدر است؟

۱) ۴

$\frac{1}{2}$  ) ۳

$\frac{1}{4}$  ) ۲

۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- احتمال ابتلا به بیماری قلبی و ریوی در شخصی بهترتب ۰/۲۵ و ۰/۳ می‌باشد. اگر احتمال ابتلا به هر دو نوع بیماری ۱۵/۰ باشد، احتمال آن که این

شخص فقط به یکی از این دو بیماری مبتلا شود، کدام است؟

۰/۲۵ ) ۴

۰/۴۰ ) ۳

۰/۳۵ ) ۲

۰/۲۰ ) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در پرتاب دو تاس، پیشامدهای A، B و C بهترتب «مجموع دو تاس برابر ۶ باشد»، «هر دو تاس فرد بیایند» و «عدد تاس اول بزرگ‌تر از عدد تاس دوم باشد» می‌باشند. کدام دو پیشامد ناسازگار هستند؟

۴) هیچ کدام

C و B ) ۳

C و A ) ۲

B و A ) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- از مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی، یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد انتخابی برابر ۳ بخش‌پذیر باشد و لی بر ۵ بخش‌پذیر نباشد، چقدر است؟

$$\frac{13}{45} \text{ (۴)}$$

$$\frac{23}{90} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{10} \text{ (۲)}$$

$$\frac{4}{15} \text{ (۱)}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- دانشگاهی دارای ۶ دانشکده م مختلف است. اگر ۴ دانشجوی این دانشگاه را به تصادف انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد که حداقل ۲ نفر از آن‌ها دانشجوی یک دانشکده باشند؟

$$\frac{11}{18} \text{ (۴)}$$

$$\frac{13}{18} \text{ (۳)}$$

$$\frac{7}{18} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{18} \text{ (۱)}$$

شما پاسخ نداده اید

(علی اصغر شیرفی)

-۸۱

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \quad (1)$$

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{4} \rightarrow \begin{matrix} \text{طرفین را بـه توان دو} \\ \text{مـی رسانیم} \end{matrix}$$

$$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + \underbrace{2 \sin x \times \cos x}_{\sin 2x} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{25}{16} - 1 = \frac{9}{16} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{\frac{9}{16}} = \frac{32}{9}$$

(حسابان- مثلثات- صفحه های ۱۰۷ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

(مهدی مصطفی ابراهیمی)

-۸۲

$$\sin x + \cos 2x - 1 = \sin x + 1 - 2 \sin^2 x - 1$$

$$= \sin x - 2 \sin^2 x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x(1 - 2 \sin x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x_1 = \pi \\ \sin x = \frac{1}{2} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} \begin{cases} x_2 = \frac{\pi}{6} \\ x_3 = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

مجموع جوابها برابر با  $\pi + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = 2\pi$  است.

(حسابان- مثلثات- صفحه های ۱۰۷ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \\ \Rightarrow 1+b = 1-a+1 \Rightarrow a+b=1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \\ \Rightarrow 1+a+1 = -1+b \Rightarrow a-b=-2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{(2), (1)}{} \Rightarrow a = -1, b = 2 \Rightarrow 2b - a = 5$$

(مسابان - در و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۹)

۴

۳✓

۲

۱

(عباس امیدوار)

-۸۴

از آنجا که:  $\lim_{x \rightarrow 0} 2 \cos x = \lim_{x \rightarrow 0} (2 + x^2) = 2$  بنابراین طبق قضیه‌ی

فسرده‌گی داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)}{\lim_{x \rightarrow 0} f(x)} = \frac{1}{2}$$

(مسابان - در و پیوستگی - صفحه‌های ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷ و ۱۴۸)

۴✓

۳

۲

۱

(امیر هوشنگ سامان)

-۸۵

می‌دانیم:  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ , پس:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x + \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}{\sin x + \cos x} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

(مسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸ تا ۱۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{1+3x^2-x^3}}{(x-1)^2} \times \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1+3x^2-x^3}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1+3x^2-x^3}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - (1+3x^2-x^3)}{(x-1)^2 (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1+3x^2-x^3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x^2 + 3x - 1)}{(x-1)^2 (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1+3x^2-x^3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(x-1)^2 (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1+3x^2-x^3})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{1+3x^2-x^3}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{3}}{3} a = \frac{1}{2\sqrt[3]{2}} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

(مسابان - مر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۸)

۱

۲

۳

۴

(کاظم اجلالی)

-۸۷

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$$

اگر  $B(\alpha, \alpha - \frac{1}{\alpha})$  نقطه‌ی تماس باشد، داریم:

$$AB = f'(\alpha) \Rightarrow \frac{\alpha - \frac{1}{\alpha} - 1}{\alpha - 1} = 1 + \frac{1}{\alpha^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2 - \alpha - 1}{\alpha(\alpha - 1)} = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2} \Rightarrow \frac{\alpha^2 - \alpha - 1}{\alpha - 1} = \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha}$$

$$\Rightarrow \alpha^3 - \alpha^2 - \alpha = \alpha^3 - \alpha^2 + \alpha - 1$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

(مسابان - مشتق - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

۱

۲

۳

۴

باید نقاطی را پیدا کنیم که مشتق تابع در آن نقاط صفر است:

$$y' = \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

(مسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳، ۱۶۰ تا ۱۷۵ و ۱۸۲ تا ۱۸۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(نرا میرآفرود)

-۸۹

می‌دانیم  $f'(x) = 0 \sin^{-1} 2x + \cos^{-1} 2x = \frac{\pi}{2}$  است. پس  $\sin^{-1} 2x + \cos^{-1} 2x = \frac{\pi}{2}$  می‌باشد.

(مسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰ و ۱۷۵ تا ۱۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر هوشنگ خمسه)

-۹۰

می‌دانیم:

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\frac{\sin 35^\circ + \cos 35^\circ}{\cos 85^\circ - \sin 85^\circ} = \frac{\sqrt{2} \sin(45^\circ + 35^\circ)}{-\sqrt{2} \sin(85^\circ - 45^\circ)} = \frac{\sin 80^\circ}{-\sin 40^\circ}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \sin 40^\circ \cos 40^\circ}{-\sin 40^\circ} = -\sqrt{2} \cos 40^\circ$$

(مسابان - مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

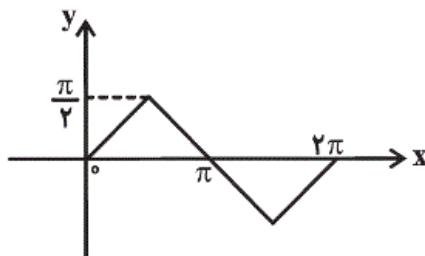
۲

۱

مطابق شکل، مساحت بین نمودار تابع و محور  $x$  ها در بازه  $[0, 2\pi]$  است:

برابر است با:

$$S = \frac{2\pi \times \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi^2}{2}$$



(مسابقات - مسئله های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

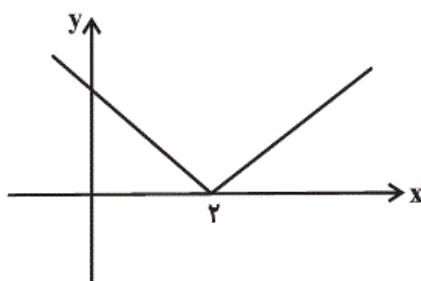
۳

۲ ✓

۱

در گزینه «۲» حاصل مشتق در  $x = 2$  برابر صفر است:

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)^2 - 0}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) = 0 \end{aligned}$$



گزینه «۳» دارای مشتق چپ و  
راست نابرابر در  $x = 2$  است که از  
نمودار آن هم مشخص است:

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2| - 0}{x - 2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{x - 2} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1 \end{cases}$$

(مسابقات - مشتق - مسئله های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

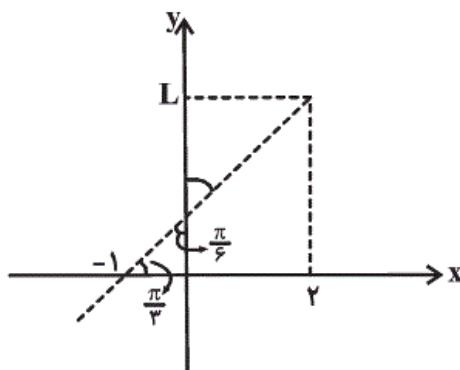
۳ ✓

۲

۱

اول از نمودار شیب خط مماس بر تابع  $y = f(x)$  را در  $x = 2$  به دست

می‌آوریم. به شکل توجه کنید:



شیب خط برابر  $\tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$  می‌باشد. به علاوه حالا با داشتن شیب خط

می‌توانیم مقدار آن را در  $x = 2$  به دست آوریم.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{L}{2 - (-1)} = \sqrt{3} \Rightarrow L = 3\sqrt{3}$$

$f'(2)$  برابر همان شیب خط مماس است که  $\sqrt{3}$  به دست آمده و

$f(2)$  هم برابر با  $L$  است که برابر  $3\sqrt{3}$  است، پس:

$$f(2) + f'(2) = 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

(مسابان - مشتق - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

برای محاسبه مشتق توابع قدرمطلقی در ریشه سادهی داخل قدرمطلق  
باید عبارت داخل قدرمطلق به ازای همسایگی چپ و راست نقطه  
موردنظر تعیین علامت شود.

$$x \rightarrow ۳^+ \Rightarrow \begin{cases} |x^2 - ۹| = x^2 - ۹ \\ [۳^+] = ۳ \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - ۹}{x + ۳} = \frac{(x - ۳)(x + ۳)}{x + ۳} = x - ۳$$

$$\Rightarrow f'_+(3) = ۱$$

$$x \rightarrow ۳^- \Rightarrow \begin{cases} |x^2 - ۹| = -(x^2 - ۹) \\ [۳^-] = ۲ \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{-(x^2 - ۹)}{x + ۲}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-(x - ۳)(x + ۳)}{x + ۲}$$

$$f'_-(3) = \lim_{x \rightarrow ۳^-} \frac{-(x - ۳) \times \frac{x + ۳}{x + ۲} - ۰}{x - ۳} = \lim_{x \rightarrow ۳^-} \left( -\frac{(x + ۳)}{x + ۲} \right) = -\frac{۶}{۵}$$

$$f'_+(3) - f'_-(3) = ۱ - \left(-\frac{۶}{۵}\right) = ۱ + \frac{۶}{۵} = \frac{۱۱}{۵}$$

(مسابقات-مشتق-صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

۱

۲

۳

۴

$$y - y_0 : y - y_0 = \frac{-1}{y'(3)}(x - x_0)$$

$$x_0 = ۳ \Rightarrow f(3) = ۰ \Rightarrow A = (3, ۰)$$

$$f'(x) = (x^2 - ۲x - ۳)' \sqrt[۳]{(x + ۵)^2} + (x^2 - ۲x - ۳)(\sqrt[۳]{(x + ۵)^2})'$$

$$f'(3) = (2 \times ۳ - ۲) \sqrt[۳]{8^2} + ۰ = ۴ \times ۴ = ۱۶$$

$$y - ۰ = -\frac{1}{16}(x - ۳) \Rightarrow ۱۶y = -x + ۳$$

$$\Rightarrow ۱۶y + x = ۳$$

(مسابقات-مشتق-صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

۱

۲

۳

۴

(امیر هوشنگ فردوس)

می‌دانیم:  $\frac{f'}{f^2} = \left(\frac{-1}{f}\right)'$ , پس کافی است ابتدا  $f$  را قرینه و معکوس کرده و سپس مشتق بگیریم.

$$-\frac{1}{f(x)} = \sin 2x \xrightarrow{\text{مشتق}} 2\cos 2x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{12}} 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(مسابان-مشتق-صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۰ و ۱۸۲ تا ۱۸۴)

۴

۳

۲✓

۱

(محمد مصطفی ابراهیم)

-۹۷-

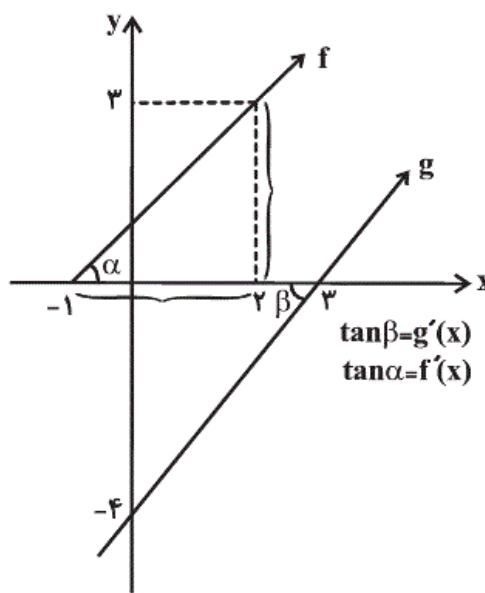
می‌دانیم مشتق  $(g(f(x))'$  برابر با  $g'(f(x))f'(x)$  است، حال اگر به جای  $x$  عدد ۲ بگذاریم:

$$h'(2) = f'(2)g'(f(2)) \Rightarrow h'(2) = f'(2)g'(3)$$

مقدار  $f(2)$  از روی شکل برابر ۳ است.چون  $f$  و  $g$  توابع خطی هستند، پس  $f'$  و  $g'$  همان تانژانت زاویه‌هاییاست که خطها با جهت مثبت محور  $X$  ها می‌سازند، پس:

$$f'(x) = \tan \alpha = \frac{3}{3} = 1 \quad \text{و} \quad g'(x) = \tan \beta = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow h'(2) = 1 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$



(مسابان-مشتق-صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$I^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \cos \alpha \Rightarrow I^2 = 2 - 2 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2 - I^2}{2} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2 - I^2}{2}\right)$$

حالا از  $\alpha$  نسبت به  $I$  مشتق می‌گیریم.

$$\alpha' = \frac{-2I}{2} \times \frac{-1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2 - I^2}{2}\right)^2}} \xrightarrow{I=1} \alpha'(1) = -1 \times \frac{-1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(مسابقات - مشتق - صفحه‌های ۱۷ و ۱۹)

۴

۳

۲

۱

از تابع  $y = x^3 f\left(\frac{3}{x}\right)$  نسبت به  $x$  مشتق می‌گیریم:

$$y' = 2xf\left(\frac{3}{x}\right) + \frac{-3}{x^2}f'\left(\frac{3}{x}\right) \times x^2$$

$$y'(3) = 6f(1) - 3f'(1) \quad (*)$$

در مورد  $x=1$ ، چون حاصل حد برابر با یک عدد شده است و حد عبارت مخرج کسر وقتی  $x \rightarrow 1$  برابر با صفر است، پس

حتماً حالت مبهم  $\frac{0}{0}$  رخ داده است:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1)-3}{1-1} = \frac{0}{0} \Rightarrow f(1) = 3 \quad (\text{I})$$

از طرفی داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \left( \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-3}{x-1} \right) \times \left( \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} \right)$$

$$= f'(1) \times \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow f'(1) = 4 \quad (\text{II})$$

$$\xrightarrow{(*)} y'(3) = 6f(1) - 3f'(1) \xrightarrow{(\text{II}), (\text{I})} y'(3) = 6(3) - 3(4) = 6$$

(مسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۷۵ و ۱۸۴ تا ۱۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

تابع  $f(x)$  اکیداً صعودی است پس برای پیدا کردن محل برخورد آن با

معکوسش کافیست آن را با خط  $x = y$  قطع بدهیم.

$$x - 3 + \sqrt{2x - 1} = x \Rightarrow \sqrt{2x - 1} = 3 \Rightarrow 2x - 1 = 9 \Rightarrow x = 5$$

تابع و معکوس آن در نقطه  $(5, 5)$  همدیگر را قطع می‌کنند، به علاوه

می‌دانیم:

$$(f^{-1})'(5) = \frac{1}{f'(5)}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{2}{2\sqrt{2x-1}} \xrightarrow{x=5} f'(5) = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(5) = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

(حسابان - مشتق - صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۴ و ۱۹۰)

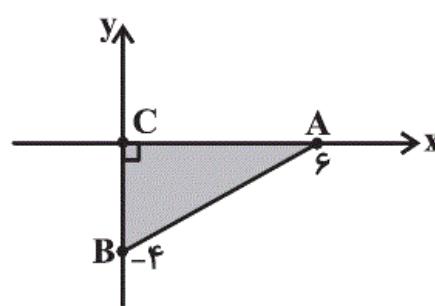
۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۶۰۲۲۲



مطابق شکل، مثلث ABC

قائم‌الزاویه است:

از طرفی تبدیل T یک انتقال است و انتقال مقدار مساحت را تغییر

نمی‌دهد و چون مثلث ABC قائم‌الزاویه و طول‌های اضلاع قائمه ۶ و ۴

$$S_{ABC} = \frac{6 \times 4}{2} = 12$$

می‌باشد، پس:

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{BD + CD = 6}{\boxed{BD = 3}} \quad \boxed{CD = 2}$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$$

$$\Rightarrow AD^2 = 6 \times 4 - 3 \times 2 = 18 \Rightarrow AD = 3\sqrt{2}$$

(هنریه: صفحه ۷۱ - دایره هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به همنهشتی دو مثلث  $OMH$  و  $OMT$  و عمود بودن  $MH$

بر  $MT$ ،  $\angle O'MH = 45^\circ$  است و چون زاویه  $H'$  با این زاویه

متقابل به رأس است، پس  $\angle O'MH' = 45^\circ$ . در مثلث قائم الزاویه  $O'MH'$  متساوی الساقین، طول وتر  $\sqrt{2}$  برابر طول اضلاع قائم است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta OMH : OH = R = 2 \Rightarrow OM = 2\sqrt{2} \\ \Delta O'MH' : O'H' = R' = 4 \Rightarrow O'M = 4\sqrt{2} \end{array} \right\}$$

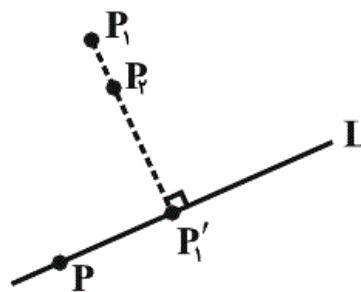
۴

۳

۲

۱ ✓

نگاشت  $M$  به صورت زیر نقاط صفحه را روی خط  $L$  تصویر می‌کند، که در آن اگر  $P \in L$  آن‌گاه تصویرش برخودش منطبق می‌شود. ( نقطه‌ی  $P$  در شکل) و در غیر این صورت تصویر نقطه‌ی  $L \not\in P_1$  بر نقطه‌ی  $P'_1$  که پای عمود رسم شده از  $P_1$  بر  $L$  است، واقع می‌شود. روشن است که تصویر هر نقطه‌ی دیگری که واقع بر عمود مرسوم از  $P_1$  بر  $L$  باشد بر نقطه‌ی  $P'_1$  منطبق می‌شود (مانند نقطه‌ی  $P_2$  در شکل). این نشان می‌دهد که  $M$  یک به یک نیست و ایزومنتری هم نیست، زیرا مطابق شکل  $P_1$  و  $P_2$  بر هم منطبق نیستند و طول پاره‌خط  $P_1P_2$  نااصر است، در صورتی که تصویر آن‌ها، هر دو بر  $P'_1$  منطبق است و فاصله‌ی تصاویرشان برابر صفر می‌شود.



(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۴

۳

۲✓

۱

معادله‌ی مجانس خط  $ax + by + c = 0$  در یک تجانس با نسبت  $k$  و به مرکز مبدأ مختصات، به صورت  $ax + by + ck = 0$  است.

$$3x + 6y - 8 = 0 \Rightarrow x + 2y - \frac{8}{3} = 0$$

$$\frac{-8}{3} = -3k \Rightarrow k = \frac{8}{9} \Rightarrow D(x, y) = \left(\frac{8}{9}x, \frac{8}{9}y\right)$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۲)

۴✓

۳

۲

۱

بازتاب نسبت به نقطه و تجانس هر دو شیب خط را حفظ می‌کند پس ترکیب آن‌ها شیب خط را حفظ می‌کند. بازتاب نسبت به نقطه ایزومتری است ولی تجانس با نسبت غیر از  $\pm 1$  ایزومتری نیست، پس ترکیب آن‌ها ایزومتری نیست و فقط گزینه‌ی «۴» می‌تواند جواب سؤال باشد.

(هندسه‌ی ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۱۹)

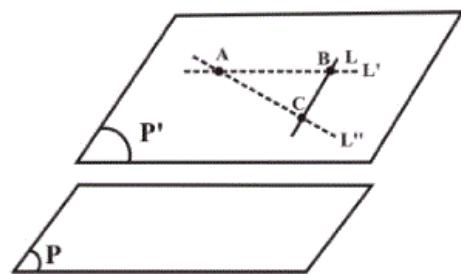
۴✓

۳

۲

۱

شکل رویه را در نظر می‌گیریم و



فرض می‌کنیم که  $L'$  و  $L''$  دو خط

متمايزند که از نقطه‌ی A گذشته و

با صفحه‌ی P موازي‌اند و خط L را به

ترتيب در نقاط B و C قطع کرده‌اند.

چون هر دو خط متقطع  $L'$  و  $L''$  با صفحه‌ی P موازي‌اند، پس صفحه‌ی

$P'$  شامل دو خط متقطع  $L'$  و  $L''$ ، موازي با صفحه‌ی P است در نتیجه

$P \parallel P'$ ، از طرفی دو نقطه‌ی B و C در صفحه‌ی  $P'$  و در نتیجه خط L به

تمامی در صفحه‌ی  $P'$  واقع است و می‌دانیم که اگر دو صفحه موازي

باشند، هر خط از يكی از اين دو صفحه با صفحه‌ی ديگر موازي است، پس

خط L موازي صفحه‌ی P است. از طرفی شکل بالا، مثال نقض مناسبی

برای رد گزینه‌های ديگر است.

(هنرسه-۲- هندسه‌ی فضائي- صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۴۷)

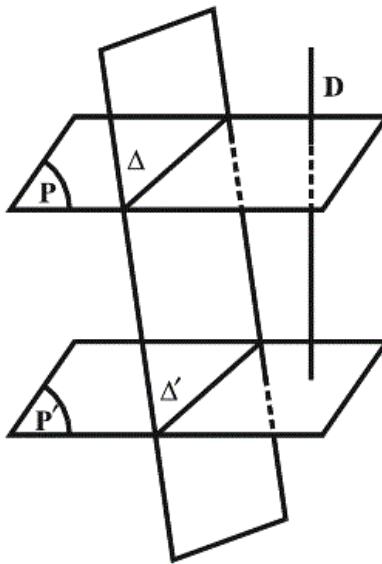
۴ ✓

۳

۲

۱

چون دو صفحه‌ی عمود بر یک خط،



با هم موازی‌اند، پس با توجه به تعاملد  $P$  و  $P'$  بر خط  $D$ ،  $P \parallel P'$ . از سوی دیگر هر صفحه‌ای که یکی از دو صفحه‌ی موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند و فصل مشترک این صفحات، با هم موازی هستند.

$$\Delta \parallel \Delta'$$

(هنرسه ۲ - هندسه‌ی فضایی: صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر  $CA = CB$ ، آنگاه نقطه‌ی  $C$  باید روی صفحه‌ی عمودمنصف پاره‌خط  $AB$  قرار گیرد. اگر خط  $d$  و صفحه‌ی عمودمنصف  $AB$ ، متقاطع باشند، مسئله یک جواب دارد. اگر خط  $d$  با صفحه‌ی عمودمنصف  $AB$  موازی بوده و در خارج آن قرار گیرد، مسئله فاقد جواب است و در صورتی که خط  $d$  بر صفحه‌ی عمودمنصف  $AB$ ، منطبق شود، مسئله بی‌شمار جواب دارد.

(هنرسه ۲ - هندسه‌ی فضایی: صفحه‌ی ۱۵۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(داریوش ناظمی)

اگر دو صفحه متقاطع باشند، در صورتی هر دو بر صفحه‌ای عمودند که  
فصل مشترکشان بر آن صفحه عمود باشد.

(هنرمه ۲ - هندسه‌ی فضایی: صفحه‌های ۱۵۵ تا ۱۵۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۶۰۲۲۲

(مانده کردستانی)

-۱۱۱

رابطه‌ی  $R$ ، هر سه ویژگی بازتابی، تقارنی و تعدی را دارا می‌باشد، پسیک رابطه‌ی همارزی است و دسته‌ی همارزی  $(3, 7)$  عبارت است از:

$$[(3, 7)] = \{(x, y) \mid x, y \in A, (x, y)R(3, 7)\}$$

$$(x, y)R(3, 7) \Rightarrow x - 3 = 7 - y \Rightarrow x + y = 10$$

$$[(3, 7)] = \{(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)$$

$$, (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1)\}$$

پس این دسته‌ی همارزی، ۹ عضو دارد.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۶۸ تا ۶۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم در انداختن سه تاس، تعداد حالت‌های فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = 6^3 = 216$$

پیشامد  $A$  که حاصلضرب ۳ عدد رو شده ۲۴ باشد، به صورت زیر است:

$$A = \begin{cases} (2, 3, 4) & \text{جایگشت‌های این ۳ عدد ۶ حالت دارد.} \\ (6, 4, 1) & \text{جایگشت‌های این ۳ عدد ۶ حالت دارد.} \\ (6, 2, 2) & \text{جایگشت‌های این ۳ عدد ۳ حالت دارد.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع حالت‌ها} = n(A) = 15$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{216} = \frac{5}{72}$$

(بیبر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۱

۲

۳

۴

اگر  $P(A) > 0.95$  ( پیشامد آن که اقلایک بار سکه پشت بیاید.)

متمن پیشامد  $A$  به صورت  $P(A') < 0.05$  پیشامد آن که اصلًا

سکه پشت نیاید.)

پیشامد آن که اصلًا سکه پشت نیاید، معادل آن است که همهی پرتاپ‌ها

رو ظاهر شوند که احتمال آن در  $n$  بار پرتاپ سکه، برابر  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$  است.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{0.05}{100} \Rightarrow 2^n > 20 \Rightarrow \min(n) = 5$$

(بیر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شناس - صفحه‌های ۱۷ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱

احتمال آمدن اعداد به صورت  $P(1) = x$  ،  $P(2) = 4x$  ،  $P(3) = 9x$  ،  $P(4) = 16x$

می‌باشد، داریم:  $P(5) = 25x$  و  $P(6) = 36x$

$$P(\{2 \text{ یا } 3\}) = \frac{4x + 9x}{x + 4x + 9x + 16x + 25x + 36x} = \frac{13x}{91x} = \frac{1}{7}$$

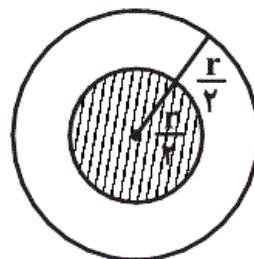
(بیر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شناس - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱



نقاطی از دایره که به مرکز آن نزدیک‌تر باشند

تا محیط دایره، مطابق شکل، درون دایره‌ای به

همان مرکز و به شعاع  $\frac{r}{2}$  قرار دارند.

$$P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{\pi(\frac{r}{2})^2}{\pi r^2} = \frac{1}{4}$$

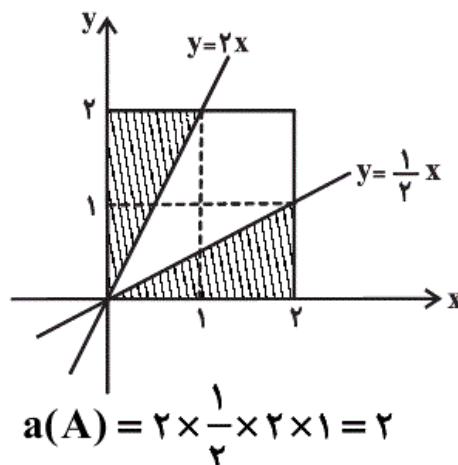
(ببر و احتمال- احتمال، اندازه‌گیری شناسن- صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓



فضای نمونه‌ای، مربعی به ضلع دو  
می‌باشد و پیشامد تصادفی این است

$\frac{y}{x} < \frac{1}{2}$  یا  $\frac{x}{y} < \frac{1}{2}$  باشد. پس

داریم:

$$a(S) = 2 \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(ببر و احتمال- احتمال، اندازه‌گیری شناسن- مشابه تمرین ۹- صفحه‌ی ۱۰۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر پیشامد ابتلا به بیماری قلبی را با  $A$  و پیشامد ابتلا به بیماری ریوی را با  $B$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{25} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{25} - \frac{1}{15} = \frac{1}{15}$$

$$P(A \Delta B) = P[(A - B) \cup (B - A)]$$

$$= P(A - B) + P(B - A) = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$$

تذکر: پیشامدهای  $B - A$  و  $A - B$  اشتراکی ندارند.

(جبر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

دو پیشامد ناسازگار، دو پیشامدی هستند که فاقد اشتراک باشند. داریم:

$$A \cap B = \{(1, 5), (3, 3), (5, 1)\}$$

$$A \cap C = \{(4, 2), (5, 1)\}$$

$$B \cap C = \{(3, 1), (5, 1), (5, 3)\}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

تعداد اعداد دو رقمی :  $n(S)$

اعداد دو رقمی مضرب ۳ :  $A$

اعداد دو رقمی مضرب ۵ :  $B$

$$n(A) = \left[ \frac{99}{3} \right] - \left[ \frac{9}{3} \right] = 33 - 3 = 30$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{99}{15} \right] - \left[ \frac{9}{15} \right] = 6 - 0 = 6$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 6 = 24$$

$$\Rightarrow P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$$

(بیبر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - مشابه تمرین ۱۳ - صفحه‌ی ۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر A پیشامد آن باشد که هیچ دو دانشجویی از میان این ۴ نفر،

دانشجوی یک دانشکده نباشند، داریم:

$$P(A) = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{6 \times 6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{18}$$

در این صورت پیشامد  $A'$  (متتم پیشامد A) آن خواهد بود که حداقل

۲ نفر، دانشجوی یک دانشکده باشند و احتمال این پیشامد برابر است با:

$$P(A') = 1 - P(A) = \frac{13}{18}$$

(بیر و اهتمال - اهتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۴)

۱

۲

۳

۴