



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۱ ، شمارش ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۵۴- با ارقام  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ می‌توان نوشت؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۸۶ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

شما پاسخ نداده اید

۵۶- یک کارخانه برای هر قطعه‌ی تولیدی خود یک شماره‌ی شناسه به صورت زیر می‌زند به طوری که هر ستاره بیانگر یک رقم غیر صفر، مربع بیانگر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیانگر یکی از حروف مجموعه‌ی  $\{ ی , ه , و , ن , م , ل , ق , ط , ص , س , د , ج , ب , الف \} = A$  است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره‌ی شناسه‌ی آن با رقم زوج شروع شود؟

\*\*\* ○ \*\*\* □

- (۱)  $۵۶ \times ۹^۵$  (۲)  $۱۴ \times ۹^۶$  (۳)  $۵۶ \times ۹^۶$  (۴)  $۱۴ \times ۹^۵$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، دو سکه و اگر «پشت» بیاید، یک تاس را می‌اندازیم. پیشامد آن که حداقل یکی از سکه‌ها «پشت» بیاید، چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۵۱۲ (۲) ۲۵۶ (۳) ۱۲۸ (۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۶۳- با ارقام ۰، ۸، ۵، ۴ و ۱ چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون ارقام تکراری می‌توان نوشت؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، جایگشت ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۶۴- یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می‌تواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌وجود آورد. او از حاصل ترکیب‌های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می‌تواند تولید کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۶ (۴) ۲۸

شما پاسخ نداده اید

۶۶- تعداد جایگشت‌های شش حرفی واژه‌ی OLYMPIAD که در آن حروف صدادار (O,A,I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

- (۱)  $6!$  (۲)  $\frac{7!}{2!}$  (۳)  $3 \times 5!$  (۴)  $\frac{3 \times 6!}{2!}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی چند زیرمجموعه دارد که تعداد عضوهای آن حداقل ۳ عضو باشد؟

- (۱)  $\binom{10}{3}$  (۲)  $2^{10} - \binom{10}{3}$  (۳) ۹۶۸ (۴) ۹۶۹

شما پاسخ نداده اید

۵۷- در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) ۵! (۲) ۴! (۳)  $5! \times 4!$  (۴)  $5! \times 6!$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- از میان ۷ کشتی‌گیر و ۵ وزنه‌بردار، به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که حداقل یک نفر کشتی‌گیر باشد؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۰۰

شما پاسخ نداده اید

۵۹- از هر یک از شهرهای A, B, C, D و E، ۱۰ نفر به یک اردوگاه علمی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از آنها را انتخاب کرد مشروط به آنکه دو به دو غیر همشهری باشند؟

- (۱)  $5 \times 10^3$  (۲)  $10^4$  (۳)  $2 \times 10^4$  (۴)  $8 \times 10^3$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- ۶ جفت جوراب داریم. ۵ لنگه به تصادف از بین آنها خارج می‌کنیم. تعداد حالاتی که فقط یک جفت در بین آنها دیده شود، کدام است؟

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۴۸۰

شما پاسخ نداده اید

۶۱- اگر  $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$  باشد،  $n$  چه قدر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- روی محیط یک دایره  $n$  نقطه‌ی متمایز قرار دارد. اگر با این نقاط حداکثر ۵۶ مثلث متمایز بتوان رسم کرد،  $n$  کدام است؟

- ۷ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۵- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف)  $\frac{n!}{(n-2)!} = n^2 - n$       ب)  $4 \times 5! = 20!$

پ)  $4! + 4! = 8!$       ت)  $2! \times 3! = 6!$

ث)  $0! = 0$

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، ترکیب ، شمارش، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۶۵- می‌خواهیم از بین دانش‌آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیش‌تر است؟

- ۲۸ (۱)      ۱۱۲ (۲)      ۱۱۰ (۳)      ۱۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، احتمال یا اندازه‌گیری شانس ، آمار و احتمال - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۵۱- اگر  $P(A) = \frac{1}{3}$ ،  $P(B') = \frac{3}{4}$  و  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل  $P(A \cup B)$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{7}{12}$       ۲ (۲)  $\frac{5}{12}$       ۳ (۳)  $\frac{7}{10}$       ۴ (۴)  $\frac{6}{11}$

شما پاسخ نداده اید

۵۲- پنج نفر که دو نفر آنها خواهر یکدیگرند، به تصادف در یک ردیف می‌ایستند. احتمال آن که دو خواهر در اول

و آخر ردیف قرار گرفته باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{20}$  (۲)  $\frac{3}{20}$  (۳)  $\frac{3}{10}$  (۴)  $\frac{1}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- می‌خواهیم از بین ۶ دانش‌آموز کلاس سوم و ۵ دانش‌آموز کلاس دوم، یک تیم چهار نفره به تصادف انتخاب

کنیم. احتمال آن که یک دانش‌آموز کلاس سوم و ۳ دانش‌آموز کلاس دوم در تیم باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{11}$  (۲)  $\frac{3}{11}$  (۳)  $\frac{2}{13}$  (۴)  $\frac{5}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- اگر فضای نمونه‌ای  $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  باشد و یک عدد به تصادف انتخاب کنیم، پیشامد آن که عدد

انتخابی مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۴۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۶

شما پاسخ نداده اید

۷۰- از بین ۵ مهره‌ی قرمز، ۳ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی سبز، ۳ مهره به تصادف باهم انتخاب می‌کنیم. احتمال

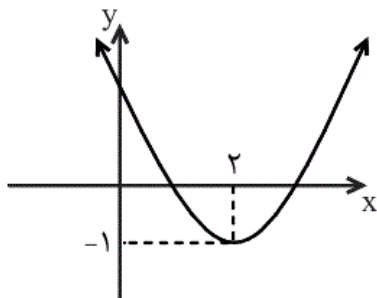
آن که حداقل ۲ مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{11}$  (۲)  $\frac{8}{11}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ -سوالات موازی ، انواع تابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۷۱- معادله‌ی سهمی رسم شده در شکل زیر کدام می‌تواند باشد؟



(۱)  $y = x^2 - 6x + 8$

(۲)  $y = x^2 + 4x + 2$

(۳)  $y = x^2 - 4x - 3$

(۴)  $y = x^2 - 4x + 3$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- مساحت بین نمودار دو تابع  $y_1 = |x-2|$  و  $y_2 = 3-|x|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳) ۲ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر  $h(x) = \begin{cases} 2ax+b & , x \geq 3 \\ ax^2+bx+1 & , 0 \leq x \leq 3 \\ -x+b+2a & , x \leq 0 \end{cases}$  یک تابع باشد، حاصل  $a-b$  کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۸۸- برد تابع  $f(x) = |1-x| + 4$ ، چند عدد طبیعی را شامل نمی‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر  $f = \{(a^2+1, 5), (0, a^2+a-2), (a+b, 3)\}$  تابع همانی باشد،  $a-b$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۵ (۳) -۷ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۹۰- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} |x+1|-2 & ; x > 1 \\ \frac{3}{2} & ; -2 \leq x \leq 1 \\ x^2+5x+4 & ; x < -2 \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $[-\frac{9}{4}, +\infty)$  (۲)  $(0, +\infty)$  (۳)  $(-\frac{9}{4}, +\infty)$  (۴)  $[\frac{3}{2}, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱-سوالات موازی ، شمارش ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۸۳- با ارقام ۰، ۸، ۵، ۴ و ۱ چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون ارقام تکراری می‌توان نوشت؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۰ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۷۶- یک کارخانه برای هر قطعه‌ی تولیدی خود یک شماره‌ی شناسه به صورت زیر می‌زند به طوری که هر ستاره بیانگر یک رقم غیر صفر، مربع بیانگر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیانگر یکی از حروف مجموعه‌ی {ی، ه، و، ن، م، ل، ق، ط، ص، س، د، ج، ب، الف} است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره‌ی شناسه‌ی آن با رقم زوج شروع شود؟

** ○ ***	□
----------	---

- (۱)  $۵۶ \times ۹۵$       (۲)  $۱۴ \times ۹۶$       (۳)  $۵۶ \times ۹۶$       (۴)  $۱۴ \times ۹۵$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- با ارقام {۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵} و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ می‌توان نوشت؟

- (۱) ۱۰۰      (۲) ۸۶      (۳) ۱۲۰      (۴) ۱۴۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱-سوال‌ت موازی، جایگشت، شمارش، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۷۵- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

- الف)  $\frac{n!}{(n-2)!} = n^2 - n$       ب)  $۴ \times ۵! = ۲۰!$   
 پ)  $۴! + ۴! = ۸!$       ت)  $۲! \times ۳! = ۶!$   
 ث)  $۰! = ۰$

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۷۷- در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) ۵!      (۲) ۴!      (۳)  $۵! \times ۴!$       (۴)  $۵! \times ۶!$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- از میان ۷ کشتی‌گیر و ۵ وزنه‌بردار، به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که حداقل یک نفر کشتی‌گیر باشد؟

- (۱) ۲۱۰      (۲) ۲۲۰      (۳) ۱۸۰      (۴) ۲۰۰

شما پاسخ نداده اید

۷۹- از هر یک از شهرهای A, B, C, D, E و ۱۰ نفر به یک اردوگاه علمی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از آنها را انتخاب کرد مشروط به آنکه دو به دو غیر هم‌شهری باشند؟

- (۱)  $5 \times 10^3$  (۲)  $10^4$  (۳)  $2 \times 10^4$  (۴)  $8 \times 10^3$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- ۶ جفت جوراب داریم. ۵ لنگه به تصادف از بین آنها خارج می‌کنیم. تعداد حالاتی که فقط یک جفت در بین آنها دیده شود، کدام است؟

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۴۸۰

شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر  $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$  باشد،  $n$  چه قدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۲- روی محیط یک دایره  $n$  نقطه‌ی متمایز قرار دارد. اگر با این نقاط حداکثر ۵۶ مثلث متمایز بتوان رسم کرد،  $n$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۸۴- یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می‌تواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌وجود آورد. او از حاصل ترکیب‌های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می‌تواند تولید کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۶ (۴) ۲۸

شما پاسخ نداده اید

۸۶- تعداد جایگشت‌های شش حرفی واژه‌ی OLYMPIAD که در آن حروف صدادار (O, A, I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

- (۱)  $6!$  (۲)  $\frac{7!}{2!}$  (۳)  $3 \times 5!$  (۴)  $\frac{3 \times 6!}{2!}$

شما پاسخ نداده اید



۸۷- یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی چند زیرمجموعه دارد که تعداد عضوهای آن حداقل ۳ عضو باشد؟

- (۱)  $\binom{10}{3}$       (۲)  $2^{10} - \binom{10}{3}$       (۳) ۹۶۸      (۴) ۹۶۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ -سوالات موازی ، ترکیب ، شمارش، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۸۵- می‌خواهیم از بین دانش‌آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیش‌تر است؟

- (۱) ۲۸      (۲) ۱۱۲      (۳) ۱۱۰      (۴) ۱۲۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، شمارش ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

-۵۴

«کتاب پرتکرار»

برای آنکه عدد از ۲۰۰۰ بزرگتر و از ۴۰۰۰ کوچکتر باشد، باید رقم یکان هزار آن ۲ یا ۳ باشد. چون تکرار ارقام مجاز نیست، برای رقم صدگان ۵ حالت، رقم دهگان ۴ حالت و رقم یکان ۳ حالت داریم. طبق اصل ضرب داریم:

۲ یا ۳

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline ۲ & ۵ & ۴ & ۳ \\ \hline \end{array}$$

$$۲ \times ۵ \times ۴ \times ۳ = ۱۲۰$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

-۵۶

«کتاب پرتکرار»

برای عدد دو رقمی که ارقام آن یکسان هستند، ۹ حالت داریم (۹۹، ۲۲، ۳۳، ...، ۱۱). به جای دایره، ۱۴ حالت داریم و به جای اولین ستاره از سمت چپ، ۴ رقم {۲، ۴، ۶، ۸} و به جای هریک از دیگر ستاره‌ها ۹ رقم می‌تواند قرار گیرد. پس طبق اصل ضرب داریم:

$$* * * * * \\ ۴ \times ۹ \times \textcircled{۱۴} \times ۹ \times ۹ \times ۹ \times \boxed{۹} = ۵۶ \times ۹^۵$$

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

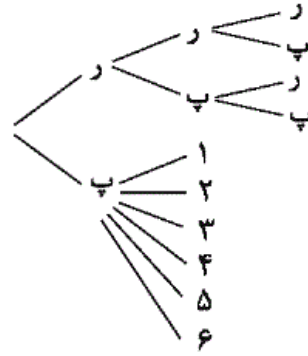
۴

۳

۲

۱

با توجه به نمودار درختی زیر، فضای نمونه‌ای آزمایش مورد نظر دارای ۱۰ عضو است.



$A = \{ (ر, پ), (پ, ر), (ر, ر), (پ, پ), (ر, ر, ر), (پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (پ, پ, ر), (ر, ر, پ), (پ, ر, پ), (ر, پ, پ), (پ, پ, پ), (ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶), (پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶) \}$

$$\Rightarrow n(A) = 9 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^9 = 512$$

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (شمارش برون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«شکلیب رهیبی»

برای آن که عدد حاصل زوج باشد، باید دو حالت را در نظر بگیریم. در حالت اول صفر در یکان است و در حالت دوم یکی از ارقام ۴ یا ۸ در مرتبه‌ی یکان است. طبق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$$

صفر در یکان  
باشد

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 36$$

۴ یا ۸ در  
یکان باشد

پس در کل، طبق اصل جمع،  $36 + 24 = 60$  عدد طبق خواسته‌ی سؤال داریم.

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش برون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۶۴-

«سهیل حسن خان پور»

اگر دو قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

اگر سه قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

اگر چهار قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! \times 0!} = 1$$

پس طبق اصل جمع، تعداد کل رنگ‌های جدید حاصل  $6 + 4 + 1 = 11$  است.

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

۶۶-

«داوود بوالحسنی»

کلمه‌ی **OLYMPIAD** دارای ۸ حرف است که ۳ حرف **O**، **I** و **A** صدا دارند، تعداد جایگشت‌های موردنظر که در آن جایگاه‌های اول، سوم و پنجم را با حروف صدادار و سایر خانه‌ها را با حروف بی‌صدا پر کنیم، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{3} \boxed{5} \boxed{2} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{3} = 3 \times 5!$$

صدادار صدادار صدادار

از طرفی می‌توان جایگاه اول، سوم و پنجم را با حروف بی‌صدا پر کرد. پس تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

$$2 \times (3 \times 5!) = 6 \times 5! = 6!$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

چون تعداد حالات اصلی زیاد است پس متمم را به دست می آوریم و از کل حالات کم می کنیم:

تعداد کل زیرمجموعه های یک مجموعه ی ۱۰ عضوی

$$= 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه های } 0 \text{ عضوی} = \binom{10}{0} = 1$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه های } 1 \text{ عضوی} = \binom{10}{1} = 10$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه های } 2 \text{ عضوی} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2! \times 8!} = 45$$

= (تعداد زیرمجموعه های دارای حداقل ۳ عضو)

(تعداد زیرمجموعه های دارای صفر یا یک یا دو عضو) - (تعداد کل زیرمجموعه ها)

$$= 1024 - (1 + 10 + 45) = 968$$

(صفحه های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«کتاب پرتکرار»

-۵۷

حروف کلمه ی «سوار» و چهار حرف دیگر، در مجموع ۵! جایگشت دارند. همچنین خود حروف کلمه ی سوار، ۴! جایگشت دارند، پس طبق اصل ضرب، در کل ۵! × ۴! حالت وجود دارد.

(صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«کتاب پرتکرار»

راه حل اول: حداقل یک نفر کشتی گیر باشد یعنی یا یک کشتی گیر و دو وزنه بردار، یا ۲ کشتی گیر و یک نفر وزنه بردار یا هر سه کشتی گیر باشند. داریم:

$$\binom{7}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{7}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{3}$$

$$= 7 \times \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{7!}{2! \times 5!} \times 5 + \frac{7!}{3! \times 4!}$$

$$= 7 \times 10 + 21 \times 5 + 35 = 70 + 105 + 35 = 210$$

راه حل دوم: می‌توانیم از متمم استفاده کنیم:

همه وزنه بردار)  $-n$  (کل)  $= n$  (حداقل یک کشتی گیر)  $n$

$$= \binom{12}{3} - \binom{5}{3} = 220 - 10 = 210$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

«کتاب پرتکرار»

ابتدا سه شهر از پنج شهر را انتخاب می‌کنیم. سپس از ده نفر در هر شهر انتخاب شده، یک نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{3} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲ ✓

۱

«کتاب پرتکرار»

راه حل اول: لنگه‌های انتخاب شده باید شامل یک جفت و ۳ لنگه‌ی غیر جفت باشند، پس ابتدا ۴ جفت انتخاب می‌کنیم و سپس از آن ۴ جفت، یک جفت را انتخاب می‌کنیم. از هر یک از سه جفت دیگر، یک لنگه جوراب انتخاب می‌کنیم. داریم:

$$\binom{6}{4} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 15 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

۴ ✓

۳

۲

۱

«سیمین کلاتریون»

$$\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2 \times 3} \Rightarrow n = 2$$

(صفحه‌های ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲✓

۱

«مهمربه‌یرایی»

برای رسم یک مثلث باید سه نقطه از بین نقاط انتخاب کنیم، پس:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)! \times 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)! \times 6} = 56$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 56$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 8 \times 7 \times 6 \Rightarrow n = 8$$

برای به‌دست آوردن  $n = 8$  می‌توان گزینه‌ها را در تساوی آخر امتحان کرد.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲✓

۱

«کتاب پرتکرار»

الف) درست است.  $\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n^2 - n$

ب) نادرست است.  $4 \times 5! = 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 480 \neq 20!$

پ)  $4! + 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 24 + 24 = 48 \neq 8!$  نادرست است.

ت) نادرست است.  $2! \times 3! = 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 \neq 6!$

ث) نادرست است.  $0! = 1 \neq 0$

(صفحه‌های ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱✓

برای این که تعداد افراد منتخب از کلاس اول از مجموع هر دو کلاس دیگر بیش تر باشد، باید از کلاس اول ۳ نفر یا ۴ نفر را انتخاب کنیم.

$$n(A) = \binom{4}{3} \times \binom{8}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{8}{1}$$

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{8!}{2! \times 6!} + \frac{4!}{4! \times 0!} \times \frac{8!}{1! \times 7!}$$

انتخاب ۱ نفر از انتخاب ۴ نفر از انتخاب ۲ نفر از انتخاب ۳ نفر از  
کلاس دوم و سوم کلاس اول کلاس دوم و سوم کلاس اول

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} \times \frac{8 \times 7 \times 6!}{2 \times 1 \times 6!} + 1 \times \frac{8 \times 7!}{1 \times 7!}$$

$$\Rightarrow n(A) = 4 \times 28 + 1 \times 8 = 112 + 8 = 120$$

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۹ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، احتمال یا اندازه گیری شانس ، آمار و احتمال - ۱۳۹۶۰۲۱۵

«کتاب پرتکرار»

-۵۱

$$P(B') = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 - P(B) = \frac{3}{4} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$$

برای هر دو پیشامد ناسازگار  $A$  و  $B$  داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

پس در این سوال:

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

(صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓



«کتاب پرتکرار»

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، پنج نفر در کنار هم به  $5!$  حالت جایگشت دارند.

مطابق شکل زیر، پنج موقعیت برای قرار گرفتن در نظر گرفته و تعداد حالت‌های امکان‌پذیر برای هر موقعیت را با شروع از موقعیت ۱ داخل مربع نوشته‌ایم (در موقعیت ۱)، یکی از دو خواهر می‌تواند قرار بگیرد و در موقعیت ۵ خواهر دیگر. در موقعیت ۲ یکی از سه فرد باقیمانده و در موقعیت ۳ یکی از دو فرد باقیمانده و در موقعیت ۴ آخرین نفر قرار می‌گیرد. پس اگر پیشامد مورد نظر در این حالت را  $A$  بنامیم، طبق اصل ضرب:

$$n(A) = 2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 12$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{5!} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{2} & \times & \boxed{3} & \times & \boxed{2} & \times & \boxed{1} & \times & \boxed{1} \\ \textcircled{1} & & \textcircled{2} & & \textcircled{3} & & \textcircled{4} & & \textcircled{5} \end{array}$$

(صفحه‌های ۱۲۰، ۱۲۱ و ۱۴۶ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پرتکرار»

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای، انتخاب ۴ نفر از میان ۱۱ نفر (۶ دانش‌آموز کلاس سوم و ۵ دانش‌آموز کلاس دوم) برابر است با:

$$n(S) = \binom{11}{4} = \frac{11!}{4!7!} = \frac{7! \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{2 \times 3 \times 4 \times 7!} = 330$$

انتخاب یک دانش‌آموز از میان شش دانش‌آموز کلاس سوم به  $\binom{6}{1}$

حالت و انتخاب سه دانش‌آموز از میان پنج دانش‌آموز کلاس دوم به  $\binom{5}{3}$

حالت امکان‌پذیر است.

۴

۳

۲

۱

«مهمر بگیری»

$S$  از فضای نمونه‌ای  $A = \{2, 4, 6, \dots, 100\}$ : اعداد مضرب ۲

$$\Rightarrow n(A) = 50$$

عددی که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳ باشد، مضرب ۶ است.

$$B = \{6, 12, \dots, 96\} \Rightarrow n(B) = 16$$

اعدادی که مضرب ۲ باشند ولی مضرب ۳ نباشند برابر  $A - B$  است،

پس:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \quad \underline{\underline{A \cap B = B}}$$

$$n(A) - n(B) = 50 - 16 = 34$$

(صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۷ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

۴

۳

۲

۱ ✓

«مهمر بگیری»

-۷۰

ابتدا احتمال آن که رنگ سه مهره متمایز باشد را به دست می‌آوریم:

$$n(S) = \binom{5+3+4}{3} = \binom{12}{3}$$

$$= \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2} = 220$$

$$n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 5 \times 3 \times 4 = 60$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$

متمم پیشامد  $A$  یعنی  $A'$ ، پیشامد آن که حداقل دو مهره هم‌رنگ

باشند، است. پس:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ و ۱۴۶ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

۴

۳

۲ ✓

۱

«کتاب پرتکرار»

اگر نمودار تابع  $y = x^2$  را ابتدا دو واحد به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم، نمودار داده شده حاصل می‌شود.

$$y = x^2 \xrightarrow{\text{دو واحد به راست}} y = (x-2)^2$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به پایین}} y = (x-2)^2 - 1 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 4 - 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3$$

پس معادله‌ی سهمی داده شده برابر با  $y = x^2 - 4x + 3$  می‌تواند باشد.

(صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

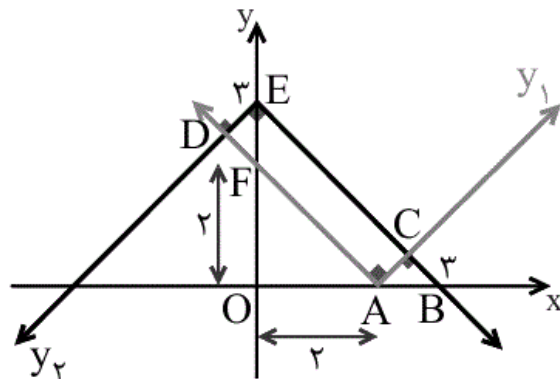
 ۲

 ۱

«کتاب پرتکرار»

-۷۲

برای رسم نمودار  $y_1 = |x-2|$ ، نمودار تابع  $y = |x|$  را دو واحد به راست منتقل می‌کنیم. همچنین برای رسم نمودار  $y_2 = 3 - |x|$ ، نمودار تابع  $y = -|x|$  را سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم.



مساحت مثلث EDF با مساحت مثلث ABC برابر است؛ بنابراین برای محاسبه‌ی مساحت مستطیل ACED کافی است مساحت مثلث OFA را از مساحت مثلث OBE کم کنیم.

$$S_{OEB} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$S_{OFA} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

$$\Rightarrow S_{ACED} = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای اینکه  $h$ ، ضابطه‌ی یک تابع باشد، باید مقدار تابع در هر دو ضابطه‌ی بالا و میانی به‌ازای  $x = ۳$  یکسان باشد:

$$\begin{cases} \text{در ضابطه‌ی بالا } x = ۳ : h(۳) = ۶a + b \\ \text{در ضابطه‌ی وسط } x = ۳ : h(۳) = ۹a + ۳b + ۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۶a + b = ۹a + ۳b + ۱ \Rightarrow ۳a + ۲b = -۱ \quad (*)$$

همین شرایط در  $x = ۰$ ، باید برای ضابطه‌های وسط و پایین رخ دهد.

$$\begin{cases} \text{در ضابطه‌ی وسط } x = ۰ : h(۰) = ۰ + ۰ + ۱ \\ \text{در ضابطه‌ی پایین } x = ۰ : h(۰) = ۰ + b + ۲a \end{cases} \Rightarrow b + ۲a = ۱ \quad (**)$$

با توجه به معادله‌های  $(*)$  و  $(**)$  خواهیم داشت:

$$\times(-۲) \begin{cases} ۳a + ۲b = -۱ \\ b + ۲a = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۳a + ۲b = -۱ \\ -۲b - ۴a = -۲ \end{cases}$$

دو معادله را با هم جمع می‌کنیم.

$$-a = -۳ \Rightarrow a = ۳ \xrightarrow{b+۲a=۱} b + ۶ = ۱ \Rightarrow b = -۵$$

$$a - b = ۳ - (-۵) = ۸$$

(صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

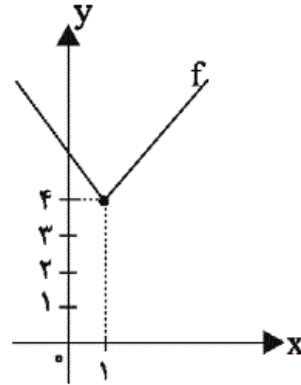
۱

ابتدا، نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم. می‌دانیم  $|1-x| = |x-1|$ .

بنابراین نمودار تابع  $f(x) = |x-1| + 4$  را می‌توان با انتقال تابع

$y = |x|$  به اندازه‌ی یک واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا

رسم کرد.



همان‌طور که در شکل مشخص است، برد این تابع شامل مقادیر طبیعی

۱، ۲، ۳ و ۴ نیست.

(صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

«ممد بهیرایی»

-۸۹

در تابع همانی  $f(x) = x$  است. پس:

$$a^2 + 1 = 5 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \quad (1)$$

$$0 = a^2 + a - 2 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = -2$$

$$a + b = 3 \Rightarrow -2 + b = 3 \Rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow a - b = -2 - 5 = -7$$

(صفحه‌ی ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

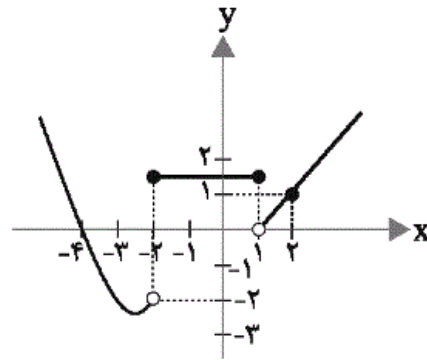
تابع  $|x+1|$  در بازه‌ی  $x > 1$  همواره مثبت است. بنابراین علامت قدرمطلق آن را برمی‌داریم:

$$y = |x+1| - 2 = (x+1) - 2 = x-1 \xrightarrow{\text{دو نقطه}} \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=0 \\ x=2 \Rightarrow y=1 \end{cases}$$

$$y = x^2 + 5x + 4 = x^2 + 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 4$$

$$= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{سه نقطه}} \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{9}{4} \\ x = -2 \Rightarrow y = -2 \\ x = -4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

با توجه به عبارات به دست آمده، حال نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



بنابراین تابع همواره از  $-\frac{9}{4}$  بزرگ‌تر یا مساوی است و همه‌ی نقاط بزرگ‌تر یا مساوی با آن را پوشش می‌دهد.

$$f \text{ برد} = \left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$$

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«شکلیب ریپی»

برای آن که عدد حاصل زوج باشد، باید دو حالت را در نظر بگیریم. در حالت اول صفر در یکان است و در حالت دوم یکی از ارقام ۴ یا ۸ در مرتبه‌ی یکان است. طبق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{1} = 24$$

صفر در یکان

باشد

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{2} = 36$$

۴ یا ۸ در

یکان باشد

پس در کل، طبق اصل جمع،  $36 + 24 = 60$  عدد طبق خواسته‌ی سؤال داریم.

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳✓

۲

۱

«کتاب پرتکرار»

-۷۶

برای عدد دو رقمی که ارقام آن یکسان هستند، ۹ حالت داریم (۹۹، ...، ۲۲، ۱۱). به جای دایره، به جای دایره، ۱۴ حالت داریم و به جای اولین ستاره از سمت چپ، ۴ رقم {۲، ۴، ۶، ۸} و به جای هریک از دیگر ستاره‌ها ۹ رقم می‌تواند قرار گیرد. پس طبق اصل ضرب داریم:

\* \* \* \* \*

$$4 \times 9 \times (14) \times 9 \times 9 \times 9 \times [9] = 56 \times 9^5$$

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱✓

«کتاب پرتکرار»

-۷۴

برای آنکه عدد از ۲۰۰۰ بزرگتر و از ۴۰۰۰ کوچکتر باشد، باید رقم یکان هزار آن ۲ یا ۳ باشد. چون تکرار ارقام مجاز نیست، برای رقم صدگان ۵ حالت، رقم دهگان ۴ حالت و رقم یکان ۳ حالت داریم. طبق اصل ضرب داریم:

۳ یا ۲

$$[2] [5] [4] [3]$$

$$2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳✓

۲

۱

-۷۵

«کتاب پرتکرار»

الف)  $\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n^2 - n$ . درست است.

ب)  $4 \times 5! = 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 480 \neq 20!$  نادرست است.

پ)  $4! + 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 24 + 24 = 48 \neq 8!$  نادرست است.

ت)  $2! \times 3! = 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 \neq 6!$  نادرست است.

ث)  $0! = 1 \neq 0$  نادرست است.

(صفحه‌های ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

-۷۷

«کتاب پرتکرار»

حروف کلمه‌ی «سوار» و چهار حرف دیگر، در مجموع ۵! جایگشت دارند. همچنین خود حروف کلمه‌ی سوار، ۴! جایگشت دارند، پس طبق اصل ضرب، در کل ۵! × ۴! حالت وجود دارد.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

$$\binom{7}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{7}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{3}$$

$$= 7 \times \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{7!}{2! \times 5!} \times 5 + \frac{7!}{3! \times 4!}$$

$$= 7 \times 10 + 21 \times 5 + 35 = 70 + 105 + 35 = 210$$

راه حل دوم: می‌توانیم از متمم استفاده کنیم:

(همه وزنه‌بردار) - n (کل) = n (حداقل یک کشتی گیر) n

$$= \binom{12}{3} - \binom{5}{3} = 220 - 10 = 210$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱



«کتاب پرتکرار»

ابتدا سه شهر از پنج شهر انتخاب می‌کنیم. سپس از ده نفر در هر شهر انتخاب شده، یک نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{3} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲ ✓

۱

«کتاب پرتکرار»

-۸۰

راه حل اول: لنگه‌های انتخاب شده باید شامل یک جفت و ۳ لنگه‌ی غیر جفت باشند، پس ابتدا ۴ جفت انتخاب می‌کنیم و سپس از آن ۴ جفت، یک جفت را انتخاب می‌کنیم. از هر یک از سه جفت دیگر، یک لنگه جوراب انتخاب می‌کنیم. داریم:

$$\binom{6}{4} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 15 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

راه حل دوم: ابتدا یک جفت انتخاب می‌کنیم. سپس از بین ۵ جفت باقی‌مانده، ۳ جفت انتخاب می‌کنیم و از هر یک از این سه جفت، یک جوراب انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 6 \times 10 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

(صفحه‌های ۱۲۰، ۱۲۱ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴ ✓

۳

۲

۱

«سیمین کلانتریون»

-۸۱

$$\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2 \times 3} \Rightarrow n = 2$$

(صفحه‌ی ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲ ✓

۱

برای رسم یک مثلث باید سه نقطه از بین نقاط انتخاب کنیم، پس:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)! \times 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)! \times 6} = 56$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 56$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 8 \times 7 \times 6 \Rightarrow n = 8$$

برای به دست آوردن  $n = 8$  می توان گزینه ها را در تساوی آخر امتحان کرد.

(صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«سویل حسن فان پور»

اگر دو قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

اگر سه قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

اگر چهار قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! \times 0!} = 1$$

پس طبق اصل جمع، تعداد کل رنگ های جدید حاصل  $6 + 4 + 1 = 11$  است.

(صفحه های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

کلمه‌ی **OLYMPIAD** دارای ۸ حرف است که ۳ حرف **O**، **I** و **A** صدا دارند، تعداد جایگشت‌های موردنظر که در آن جایگاه‌های اول، سوم و پنجم را با حروف صدادار و سایر خانه‌ها را با حروف بی‌صدا پر کنیم، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{3} \boxed{5} \boxed{2} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{3} = 3 \times 5!$$

صدادار صدادار صدادار

از طرفی می‌توان جایگاه اول، سوم و پنجم را با حروف بی‌صدا پر کرد. پس تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

$$2 \times (3 \times 5!) = 6 \times 5! = 6!$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

چون تعداد حالات پیشامد اصلی زیاد است پس متمم پیشامد را به دست می‌آوریم و از کل حالات کم می‌کنیم:

تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی

$$= 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 0 \text{ عضوی} = \binom{10}{0} = 1$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 1 \text{ عضوی} = \binom{10}{1} = 10$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 2 \text{ عضوی} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2! \times 8!} = 45$$

= (تعداد زیرمجموعه‌های دارای حداقل ۳ عضو)

(تعداد زیرمجموعه‌های دارای صفر یا یک یا دو عضو) - (تعداد کل زیرمجموعه‌ها)

$$= 1024 - (1 + 10 + 45) = 968$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ترکیب ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

برای این که تعداد افراد منتخب از کلاس اول از مجموع هر دو کلاس دیگر بیشتر باشد، باید از کلاس اول یا ۳ نفر یا ۴ نفر را انتخاب کنیم.

$$n(A) = \binom{4}{3} \times \binom{8}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{8}{1}$$

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{8!}{2! \times 6!} + \frac{4!}{4! \times 0!} \times \frac{8!}{1! \times 7!}$$

انتخاب ۱ نفر از انتخاب ۴ نفر از انتخاب ۲ نفر از انتخاب ۳ نفر از  
کلاس دوم و سوم کلاس اول کلاس دوم و سوم کلاس اول

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} \times \frac{8 \times 7 \times 6!}{2 \times 1 \times 6!} + 1 \times \frac{8 \times 7!}{1 \times 7!}$$

$$\Rightarrow n(A) = 4 \times 28 + 1 \times 8 = 112 + 8 = 120$$

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۹ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir