



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۱ ، شمارش ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۶۸- یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر «رو» بیاید، دو سکه و اگر «پشت» بیاید، یک تاس را می‌اندازیم. پیشامد آن که حداقل یکی از سکه‌ها «پشت» بیاید، چند زیرمجموعه دارد؟

۵۱۲ (۱) ۲۵۶ (۲) ۱۲۸ (۳) ۶۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۴- با ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ و کوچک‌تر از ۴۰۰۰ می‌توان نوشت؟

۱۰۰ (۱) ۸۶ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۶- یک کارخانه برای هر قطعه‌ی تولیدی خود یک شماره‌ی شناسه به صورت زیر می‌زند به طوری که هر ستاره بیانگر یک رقم غیر صفر، مربع بیانگر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیانگر یکی از حروف مجموعه‌ی $\{y, h, w, n, m, l, q, p, v, s, d, j, b, f\} = A$ است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره‌ی شناسه‌ی آن با رقم زوج شروع شود؟

| | |
|----------|--------------------------|
| ** ○ *** | <input type="checkbox"/> |
|----------|--------------------------|

۵۶×۹^۵ (۱) ۱۴×۹^۶ (۲) ۵۶×۹^۶ (۳) ۱۴×۹^۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۳- با ارقام ۰، ۸، ۵، ۴ و ۱ چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون ارقام تکراری می‌توان نوشت؟

۷۲ (۱) ۵۴ (۲) ۶۰ (۳) ۳۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، جایگشت ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۶۴- یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می‌تواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌وجود آورد. او از حاصل ترکیب‌های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می‌تواند تولید کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۶ (۴) ۲۸

شما پاسخ نداده اید

۶۶- تعداد جایگشت‌های شش حرفی واژه‌ی OLYMPIAD که در آن حروف صدادار (O,A,I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

- (۱) $6!$ (۲) $\frac{7!}{2!}$ (۳) $3 \times 5!$ (۴) $\frac{3 \times 6!}{2!}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی چند زیرمجموعه دارد که تعداد عضوهای آن حداقل ۳ عضو باشد؟

- (۱) $\binom{10}{3}$ (۲) $2^{10} - \binom{10}{3}$ (۳) ۹۶۸ (۴) ۹۶۹

شما پاسخ نداده اید

۵۷- در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) ۵! (۲) ۴! (۳) $5! \times 4!$ (۴) $5! \times 6!$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- از میان ۷ کشتی‌گیر و ۵ وزنه‌بردار، به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که حداقل یک نفر کشتی‌گیر باشد؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۰۰

شما پاسخ نداده اید

۵۹- از هر یک از شهرهای A, B, C, D و E، ۱۰ نفر به یک اردوگاه علمی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از آنها را انتخاب کرد مشروط به آنکه دو به دو غیر همشهری باشند؟

- (۱) 5×10^3 (۲) 10^4 (۳) 2×10^4 (۴) 8×10^3

شما پاسخ نداده اید

۶۰- ۶ جفت جوراب داریم. ۵ لنگه به تصادف از بین آنها خارج می‌کنیم. تعداد حالاتی که فقط یک جفت در بین آنها دیده شود، کدام است؟

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۴۸۰

شما پاسخ نداده اید

۶۱- اگر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$ باشد، n چه قدر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- روی محیط یک دایره n نقطه‌ی متمایز قرار دارد. اگر با این نقاط حداکثر ۵۶ مثلث متمایز بتوان رسم کرد، n کدام است؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۵- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) $\frac{n!}{(n-2)!} = n^2 - n$ ب) $4 \times 5! = 20!$

پ) $4! + 4! = 8!$ ت) $2! \times 3! = 6!$

ث) $0! = 0$

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، ترکیب ، شمارش، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۶۵- می‌خواهیم از بین دانش‌آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیش‌تر است؟

- ۲۸ (۱) ۱۱۲ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، احتمال یا اندازه‌گیری شانس ، آمار و احتمال - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۵۱- اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B') = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{7}{12}$ ۲ (۲) $\frac{5}{12}$ ۳ (۳) $\frac{7}{10}$ ۴ (۴) $\frac{6}{11}$

شما پاسخ نداده اید

۵۲- پنج نفر که دو نفر آنها خواهر یکدیگرند، به تصادف در یک ردیف می‌ایستند. احتمال آن که دو خواهر در اول و آخر ردیف قرار گرفته باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{20}$ (۲) $\frac{3}{20}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{1}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- می‌خواهیم از بین ۶ دانش‌آموز کلاس سوم و ۵ دانش‌آموز کلاس دوم، یک تیم چهار نفره به تصادف انتخاب کنیم. احتمال آن که یک دانش‌آموز کلاس سوم و ۳ دانش‌آموز کلاس دوم در تیم باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{11}$ (۲) $\frac{3}{11}$ (۳) $\frac{2}{13}$ (۴) $\frac{5}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- اگر فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ باشد و یک عدد به تصادف انتخاب کنیم، پیشامد آن که عدد انتخابی مضرب ۲ باشد ولی مضرب ۳ نباشد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۴۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۶

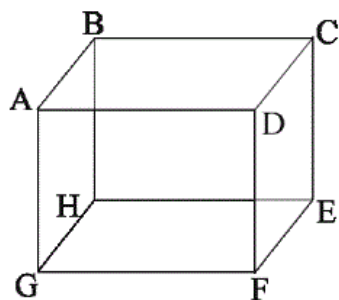
شما پاسخ نداده اید

۷۰- از بین ۵ مهره قرمز، ۳ مهره آبی و ۴ مهره سبز، ۳ مهره به تصادف باهم انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که حداقل ۲ مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{8}{11}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، خط، نقطه و صفحه، تجسم فضایی - ۱۳۹۶۰۲۱۵



۲۱۱- با توجه به مکعب مستطیل شکل زیر، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) AB و EF موازی‌اند.
 (۲) AG و CD متناظرند.
 (۳) EH و FD متقاطع‌اند.
 (۴) BC و AD موازی‌اند.

شما پاسخ نداده اید

۲۱۲- دو صفحه‌ی متمایز P و P' مفروضند. اگر سه نقطه‌ی متمایز A، B و C روی هر دو صفحه باشند، آن‌گاه چند صفحه شامل این سه نقطه وجود دارد؟

- (۱) ۳ (۲) فقط دو صفحه‌ی P و P' (۳) بی‌شمار (۴) حداکثر ۴

شما پاسخ نداده اید

۲۱۳- دو صفحه‌ی متقاطع R_1 و R_2 بر صفحه‌ی P عمودند و خط d موازی فصل مشترک R_1 و R_2 می‌باشد. وضعیت d نسبت به صفحه‌ی P چگونه است؟

- (۱) عمود (۲) موازی (۳) منطبق (۴) هر سه حالت ممکن است.

شما پاسخ نداده اید

۲۱۴- چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (الف) دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه، لزوماً باهم موازی‌اند.
 (ب) دو خط موازی با یک صفحه، لزوماً باهم موازی‌اند.
 (پ) دو صفحه‌ی عمود بر یک خط، لزوماً باهم موازی‌اند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۲۱۵- صفحه‌ی P قطعاً بر صفحه‌ی P' عمود است هرگاه:

- (۱) خطی از صفحه‌ی P ، بر فصل مشترک دو صفحه عمود باشد.
 (۲) خطی عمود بر P ، با P' موازی باشد.
 (۳) یک خط از صفحه‌ی P ، بر دو خط از صفحه‌ی P' عمود باشد.
 (۴) خطی در فضا وجود داشته باشد که بر هر دو صفحه‌ی P و P' عمود باشد.

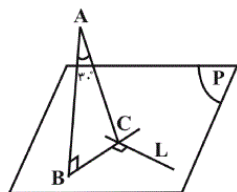
شما پاسخ نداده اید

۲۱۶- دو صفحه‌ی P و Q متقاطع‌اند و خط Δ با این دو صفحه اشتراک ندارد. می‌خواهیم خطی بر Δ عمود کنیم که با فصل مشترک صفحات P و Q موازی باشد، مسئله چند جواب دارد؟

- (۱) فاقد جواب (۲) الزاماً یک جواب (۳) بی‌شمار جواب (۴) دو جواب

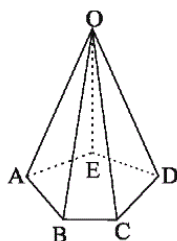
شما پاسخ نداده اید

۲۱۷- فرض کنید L یک خط در صفحه‌ی P و نقاط B و C دو نقطه‌ی متمایز در صفحه‌ی P باشند به طوری که BC در نقطه‌ی C بر خط L عمود باشد. اگر A نقطه‌ای در فضا باشد که AB بر صفحه‌ی P عمود باشد، آنگاه خط L با پاره‌خط AC چه زاویه‌ای می‌سازد؟ ($\hat{A} = 30^\circ$)



- (۱) 30° (۲) 60° (۳) 90° (۴) 45°

شما پاسخ نداده اید



۲۱۸- در هرم پنج‌وجهی شکل زیر با قاعده‌ی منتظم، چند جفت یال متنافر وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۲۱۹- کدام‌یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح نیست؟

- (۱) هرگاه خطی با فصل مشترک دو صفحه‌ی متقاطع موازی باشد با خود آن دو صفحه نیز موازی است.
 (۲) اگر صفحه‌ای با دو خط متقاطع موازی باشد با صفحه‌ی گذرنده از آن دو خط متقاطع نیز موازی است.
 (۳) هرگاه سه صفحه‌ی متمایز دوه‌دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه باشد.
 (۴) هر خط واقع بر یکی از دو صفحه متمایز موازی با صفحه‌ی دیگر موازی است.

شما پاسخ نداده اید

۲۲۰- چند صفحه می‌توان بر صفحه‌ی دلخواه P عمود رسم کرد به طوری که از دو نقطه‌ی دلخواه A و B عبور کنند؟

- (۱) صفر (۲) فقط یک (۳) بی‌شمار (۴) یک یا بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۲۲۱- دو خط D و D' خارج صفحه‌ی معلوم P داده شده‌اند. در کدام حالت، بر دو خط D و D' می‌توان همواره دقیقاً یک صفحه گذراند که

با صفحه‌ی P موازی باشد؟

(۱) D و D' باهم موازی باشند.

(۲) D و D' متقاطع باشند.

(۳) D و D' در یک طرف صفحه‌ی P بوده و تمام نقاط این دو خط از صفحه‌ی P به یک فاصله باشند.

(۴) D و D' برهم منطبق باشند.

شما پاسخ نداده اید

۲۲۲- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟

(۱) هرگاه خطی یکی از دو خط موازی را در فضا قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

(۲) از یک نقطه‌ی خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه‌ی مفروض عمود رسم کرد.

(۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متناظر موازی باشد، با خط دیگر متناظر است.

(۴) از هر نقطه‌ی بیرونی بر یک خط راست، تنها یک خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

شما پاسخ نداده اید

۲۲۳- دو صفحه‌ی P و P' بر صفحه‌ی Q عمودند. خط D فصل مشترک P و P' و خط D' فصل مشترک P و Q است. از نقطه‌ی A

واقع در صفحه‌ی Q ، خط Δ را بر صفحه‌ی P عمود می‌کنیم. خط Δ کدام ویژگی را ندارد؟

(۱) بر خط D' عمود است.

(۲) بر خط D عمود است.

(۳) بر صفحه‌ی Q منطبق است.

(۴) بر صفحه‌ی P' عمود است.

شما پاسخ نداده اید

۲۲۴- دو خط D و D' موازی‌اند و در صفحه‌ی P قرار دارند. خط Δ با دو خط D و D' متناظر است و صفحه‌ی P را در نقطه‌ی M قطع

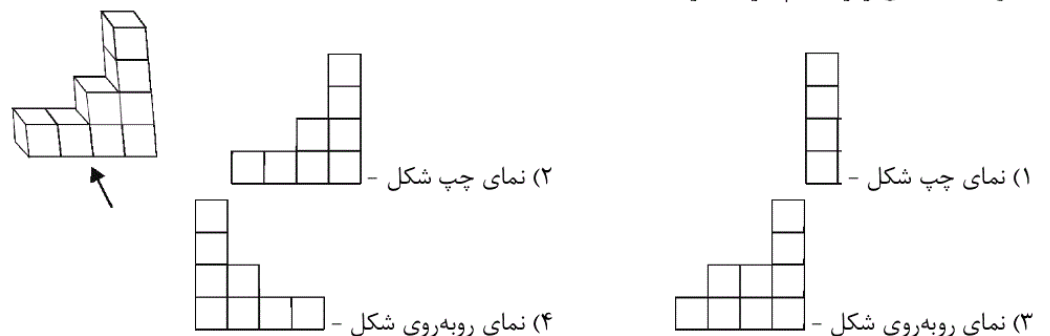
می‌کند. چند خط در فضا وجود دارد که هر سه خط D ، D' و Δ را قطع نماید؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی‌شمار

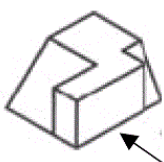
شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، تفکر تجسمی، تجسم فضایی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۲۲۵- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه درست است؟



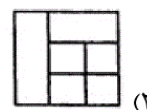
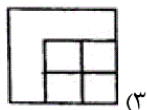
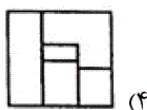
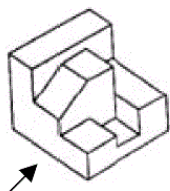
شما پاسخ نداده اید



۲۲۶- نمای روبه‌روی درست در شکل مقابل کدام است؟

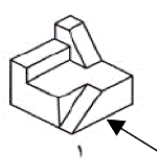
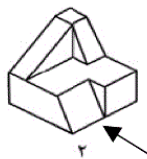


شما پاسخ نداده اید



شما پاسخ نداده اید

۲۲۸- تصاویر مجسم دو جسم داده شده است. در صورت رسم تصاویر سه نمای اجسام زیر، تصاویر کدام نماها یکسان خواهد بود؟



(۱) نمای روبه‌رو

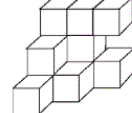
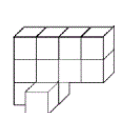
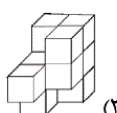
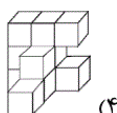
(۲) نمای چپ

(۳) نمای بالا

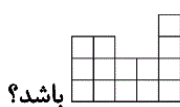
(۴) هیچ‌کدام

شما پاسخ نداده اید

۲۲۹- حجم کدام یک از سازه‌های زیر (که از مکعب‌های یکسان ساخته شده است) با بقیه متفاوت است؟



شما پاسخ نداده اید



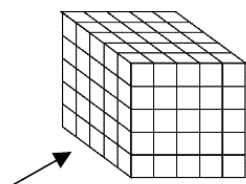
۲۳۰- در شکل زیر حداقل چند تا و حداکثر چند تا از مکعب‌های کوچک برداشته شود تا نمای بالا به صورت باشد؟

(۲) حداقل ۶۵ - حداکثر ۱۲۰

(۱) حداقل ۵۵ - حداکثر ۱۱۱

(۴) حداقل ۶۰ - حداکثر ۱۱۲

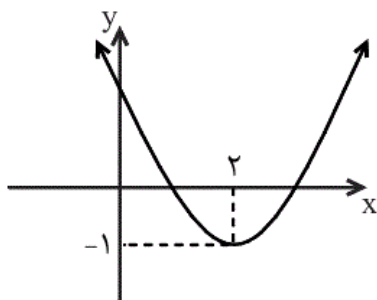
(۳) حداقل ۵۰ - حداکثر ۱۱۰



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، انواع تابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۷۱- معادله‌ی سهمی رسم شده در شکل زیر کدام می‌تواند باشد؟



(۱) $y = x^2 - 6x + 8$

(۲) $y = x^2 + 4x + 2$

(۳) $y = x^2 - 4x - 3$

(۴) $y = x^2 - 4x + 3$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- مساحت بین نمودار دو تابع $y_1 = |x - 2|$ و $y_2 = 3 - |x|$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۲/۵

(۱) ۳/۵

شما پاسخ نداده اید

$$-۷۳ \text{ اگر } h(x) = \begin{cases} 2ax+b & , \quad x \geq 3 \\ ax^2+bx+1 & , \quad 0 \leq x \leq 3 \\ -x+b+2a & , \quad x \leq 0 \end{cases} \text{ یک تابع باشد، حاصل } a-b \text{ کدام است؟}$$

- ۸ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) -۸ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-۸۸ \text{ برد تابع } f(x) = |1-x| + 4 \text{، چند عدد طبیعی را شامل نمی‌شود؟}$$

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-۸۹ \text{ اگر } f = \{(a^2+1, 5), (0, a^2+a-2), (a+b, 3)\} \text{ تابع همانی باشد، } a-b \text{ کدام است؟}$$

- ۷ (۴) -۷ (۳) -۵ (۲) ۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-۹۰ \text{ برد تابع } f(x) = \begin{cases} |x+1|-2 & ; \quad x > 1 \\ \frac{3}{2} & ; \quad -2 \leq x \leq 1 \\ x^2+5x+4 & ; \quad x < -2 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

- $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ (۴) $\left(-\frac{9}{4}, +\infty\right)$ (۳) $(0, +\infty)$ (۲) $\left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، شمارش ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

$$-۸۳ \text{ با ارقام } ۰, ۸, ۵, ۴ \text{ و } ۱ \text{ چند عدد ۵ رقمی و زوج بدون ارقام تکراری می‌توان نوشت؟}$$

- ۷۲ (۱) ۵۴ (۲) ۶۰ (۳) ۳۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

$$-۷۴ \text{ با ارقام } \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \text{ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی بزرگ‌تر از } 2000 \text{ و کوچک‌تر از } 4000 \text{ می‌توان نوشت؟}$$

- ۱۰۰ (۱) ۸۶ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۴۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- یک کارخانه برای هر قطعه‌ی تولیدی خود یک شماره‌ی شناسه به صورت زیر می‌زند به طوری که هر ستاره بیانگر یک رقم غیر صفر، مربع بیانگر یک عدد دو رقمی با ارقام یکسان و دایره بیانگر یکی از حروف مجموعه‌ی { ی ، ه ، و ، ن ، م ، ل ، ق ، ط ، ص ، س ، د ، ج ، ب ، الف } = A است. در این کارخانه چند قطعه می‌توان تولید کرد که شماره‌ی شناسه‌ی آن با رقم زوج شروع شود؟

| | |
|----------|---|
| ** ○ *** | □ |
|----------|---|

- (۱) 56×9^5 (۲) 14×9^6 (۳) 56×9^6 (۴) 14×9^5

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، جایگشت ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۷۷- در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه‌ی «بیله‌سوار»، حروف کلمه‌ی «سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

- (۱) $5!$ (۲) $4!$ (۳) $5! \times 4!$ (۴) $5! \times 6!$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- از میان ۷ کشتی‌گیر و ۵ وزنه‌بردار، به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که حداقل یک نفر کشتی‌گیر باشد؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۲۰۰

شما پاسخ نداده اید

۷۹- از هر یک از شهرهای A، B، C، D و E، ۱۰ نفر به یک اردوگاه علمی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از آنها را انتخاب کرد مشروط به آنکه دو به دو غیر همشهری باشند؟

- (۱) 5×10^3 (۲) 10^4 (۳) 2×10^4 (۴) 8×10^3

شما پاسخ نداده اید

۸۰- ۶ جفت جوراب داریم. ۵ لنگه به تصادف از بین آنها خارج می‌کنیم. تعداد حالاتی که فقط یک جفت در بین آنها دیده شود، کدام است؟

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۴۸۰

شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{1}{6}$ باشد، n چه قدر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۲- روی محیط یک دایره n نقطه‌ی متمایز قرار دارد. اگر با این نقاط حداکثر ۵۶ مثلث متمایز بتوان رسم کرد، n کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۷۵- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) $\frac{n!}{(n-2)!} = n^2 - n$ (ب) $4 \times 5! = 20!$

(پ) $4! + 4! = 8!$ (ت) $2! \times 3! = 6!$

(ث) $0! = 0$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۴- یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ مختلف سبز، قرمز، آبی و نارنجی در اختیار دارد. او با ترکیب دو، سه یا چهار قوطی متمایز می‌تواند دقیقاً یک رنگ جدید به‌وجود آورد. او از حاصل ترکیب‌های خود مجموعاً چند رنگ مختلف می‌تواند تولید کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۶ (۴) ۲۸

شما پاسخ نداده اید

۸۶- تعداد جایگشت‌های شش حرفی واژه‌ی OLYMPIAD که در آن حروف صدادار (O,A,I) یک در میان قرار گیرند، کدام است؟

(۱) $6!$ (۲) $\frac{7!}{2!}$ (۳) $3 \times 5!$ (۴) $\frac{3 \times 6!}{2!}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی چند زیرمجموعه دارد که تعداد عضوهای آن حداقل ۳ عضو باشد؟

(۱) $\binom{10}{3}$ (۲) $2^{10} - \binom{10}{3}$ (۳) ۹۶۸ (۴) ۹۶۹

شما پاسخ نداده اید

۸۵- می‌خواهیم از بین دانش‌آموزان سه کلاس ۴ نفره، یک تیم ۵ نفره برای مسابقات المپیاد انتخاب کنیم. در چه تعداد از حالت‌ها، تعداد افراد انتخاب شده از کلاس اول از مجموع نفرات انتخاب شده از هر دو کلاس دوم و سوم بیش‌تر است؟

۱۲۰ (۴)

۱۱۰ (۳)

۱۱۲ (۲)

۲۸ (۱)

شما پاسخ نداده اید

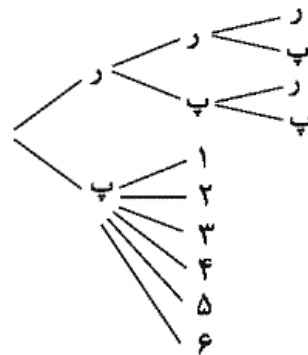
ریاضی ، ریاضی ۱ ، شمارش ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

-۶۸

«حسن نصرتی ناهوک»

با توجه به نمودار درختی زیر، فضای نمونه‌ای آزمایش مورد نظر دارای

۱۰ عضو است.



$A = \{ (ر, پ, ر), (ر, پ, پ), (ر, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (پ, ر, ۱), (پ, ر, ۲) \}$

$\{ (پ, ر, ۳), (پ, ر, ۴), (پ, ر, ۵), (پ, ر, ۶) \}$ و

$\Rightarrow n(A) = 9 \Rightarrow$ تعداد زیرمجموعه‌ها $= 2^9 = 512$

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پرتکرار»

برای آنکه عدد از ۲۰۰۰ بزرگتر و از ۴۰۰۰ کوچکتر باشد، باید رقم یکان هزار آن ۲ یا ۳ باشد. چون تکرار ارقام مجاز نیست، برای رقم صدگان ۵ حالت، رقم دهگان ۴ حالت و رقم یکان ۳ حالت داریم. طبق اصل ضرب داریم:

۲ یا ۳

$$\boxed{2} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3}$$

$$2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«کتاب پرتکرار»

برای عدد دو رقمی که ارقام آن یکسان هستند، ۹ حالت داریم (۹۹، ۲۲، ۳۳، ...، ۱۱). به جای دایره، ۱۴ حالت داریم و به جای اولین ستاره از سمت چپ، ۴ رقم {۲، ۴، ۶، ۸} و به جای هریک از دیگر ستاره‌ها ۹ رقم می‌تواند قرار گیرد. پس طبق اصل ضرب داریم:

$$* * * * * \\ 4 \times 9 \times \boxed{14} \times 9 \times 9 \times 9 \times \boxed{9} = 56 \times 9^5$$

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«شکيب رهبي»

برای آن که عدد حاصل زوج باشد، باید دو حالت را در نظر بگیریم. در حالت اول صفر در یکان است و در حالت دوم یکی از ارقام ۴ یا ۸ در مرتبه ی یکان است. طبق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{1} = 24$$

صفر در یکان
باشد

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{2} = 36$$

۴ یا ۸ در
یکان باشد

پس در کل، طبق اصل جمع، $36 + 24 = 60$ عدد طبق خواسته ی سؤال داریم.

(صفحه های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، جایگشت ، شمارش، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

«سهیل حسن خان پور»

اگر دو قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

اگر سه قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

اگر چهار قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! \times 0!} = 1$$

پس طبق اصل جمع، تعداد کل رنگ های جدید حاصل $6 + 4 + 1 = 11$ است.

(صفحه های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«داوود بوالحسنی»

کلمه‌ی **OLYMPIAD** دارای ۸ حرف است که ۳ حرف **O**، **I** و **A** صدا دارند، تعداد جایگشت‌های موردنظر که در آن جایگاه‌های اول، سوم و پنجم را با حروف صدادار و سایر خانه‌ها را با حروف بی‌صدا پر کنیم، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\boxed{3} \boxed{5} \boxed{2} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{3} = 3 \times 5!$$

صدادار صدادار صدادار

از طرفی می‌توان جایگاه اول، سوم و پنجم را با حروف بی‌صدا پر کرد. پس تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

$$2 \times (3 \times 5!) = 6 \times 5! = 6!$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

چون تعداد حالات اصلی زیاد است پس متمم را به دست می آوریم و از کل حالات کم می کنیم:

تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی

$$= 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۰ عضوی} = \binom{10}{0} = 1$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۱ عضوی} = \binom{10}{1} = 10$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2! \times 8!} = 45$$

= (تعداد زیرمجموعه‌های دارای حداقل ۳ عضو)

(تعداد زیرمجموعه‌های دارای صفر یا یک یا دو عضو) - (تعداد کل زیرمجموعه‌ها)

$$= 1024 - (1 + 10 + 45) = 968$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«کتاب پرتکرار»

-۵۷

حروف کلمه‌ی «سوار» و چهار حرف دیگر، در مجموع ۵! جایگشت دارند. همچنین خود حروف کلمه‌ی سوار، ۴! جایگشت دارند، پس طبق اصل ضرب، در کل ۵! × ۴! حالت وجود دارد.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«کتاب پرتکرار»

راه حل اول: حداقل یک نفر کشتی گیر باشد یعنی یا یک کشتی گیر و دو وزنه بردار، یا ۲ کشتی گیر و یک نفر وزنه بردار یا هر سه کشتی گیر باشند. داریم:

$$\begin{aligned} & \binom{7}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{7}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{3} \\ &= 7 \times \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{7!}{2! \times 5!} \times 5 + \frac{7!}{3! \times 4!} \\ &= 7 \times 10 + 21 \times 5 + 35 = 70 + 105 + 35 = 210 \end{aligned}$$

راه حل دوم: می‌توانیم از متمم استفاده کنیم:

همه وزنه بردار) $-n$ (کل) $= n$ (حداقل یک کشتی گیر) n

$$= \binom{12}{3} - \binom{5}{3} = 220 - 10 = 210$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

«کتاب پرتکرار»

ابتدا سه شهر از پنج شهر را انتخاب می‌کنیم. سپس از ده نفر در هر شهر انتخاب شده، یک نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{3} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲ ✓

۱

«کتاب پرتکرار»

راه حل اول: لنگه‌های انتخاب شده باید شامل یک جفت و ۳ لنگه‌ی غیر جفت باشند، پس ابتدا ۴ جفت انتخاب می‌کنیم و سپس از آن ۴ جفت، یک جفت را انتخاب می‌کنیم. از هر یک از سه جفت دیگر، یک لنگه جوراب انتخاب می‌کنیم. داریم:

$$\binom{6}{4} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 15 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

۴ ✓

۳

۲

۱

«سیمین کلاتریون»

$$\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2 \times 3} \Rightarrow n = 2$$

(صفحه‌های ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲✓

۱

«مهمربه‌یرایی»

برای رسم یک مثلث باید سه نقطه از بین نقاط انتخاب کنیم، پس:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)! \times 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)! \times 6} = 56$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 56$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 8 \times 7 \times 6 \Rightarrow n = 8$$

برای به‌دست آوردن $n = 8$ می‌توان گزینه‌ها را در تساوی آخر امتحان کرد.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲✓

۱

«کتاب پرتکرار»

الف) درست است. $\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n^2 - n$

ب) نادرست است. $4 \times 5! = 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 480 \neq 20!$

پ) $4! + 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 24 + 24 = 48 \neq 8!$ نادرست است.

ت) نادرست است. $2! \times 3! = 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 \neq 6!$

ث) نادرست است. $0! = 1 \neq 0$

(صفحه‌های ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱✓

برای این که تعداد افراد منتخب از کلاس اول از مجموع هر دو کلاس دیگر بیش تر باشد، باید از کلاس اول ۳ نفر یا ۴ نفر را انتخاب کنیم.

$$n(A) = \binom{4}{3} \times \binom{8}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{8}{1}$$

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{8!}{2! \times 6!} + \frac{4!}{4! \times 0!} \times \frac{8!}{1! \times 7!}$$

انتخاب ۱ نفر از انتخاب ۴ نفر از انتخاب ۲ نفر از انتخاب ۳ نفر از
کلاس دوم و سوم کلاس اول کلاس دوم و سوم کلاس اول

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} \times \frac{8 \times 7 \times 6!}{2 \times 1 \times 6!} + 1 \times \frac{8 \times 7!}{1 \times 7!}$$

$$\Rightarrow n(A) = 4 \times 28 + 1 \times 8 = 112 + 8 = 120$$

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۹ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، احتمال یا اندازه گیری شانس ، آمار و احتمال - ۱۳۹۶۰۲۱۵

«کتاب پرتکرار»

-۵۱

$$P(B') = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 - P(B) = \frac{3}{4} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$$

برای هر دو پیشامد ناسازگار A و B داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

پس در این سوال:

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

(صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«کتاب پرتکرار»

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، پنج نفر در کنار هم به $5!$ حالت جایگشت دارند.

مطابق شکل زیر، پنج موقعیت برای قرار گرفتن در نظر گرفته و تعداد حالت‌های امکان‌پذیر برای هر موقعیت را با شروع از موقعیت ۱ داخل مربع نوشته‌ایم (در موقعیت ۱)، یکی از دو خواهر می‌تواند قرار بگیرد و در موقعیت ۵ خواهر دیگر. در موقعیت ۲ یکی از سه فرد باقیمانده و در موقعیت ۳ یکی از دو فرد باقیمانده و در موقعیت ۴ آخرین نفر قرار می‌گیرد. پس اگر پیشامد مورد نظر در این حالت را A بنامیم، طبق اصل ضرب:

$$n(A) = 2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 12$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{5!} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{2} & \times & \boxed{3} & \times & \boxed{2} & \times & \boxed{1} & \times & \boxed{1} \\ \textcircled{1} & & \textcircled{2} & & \textcircled{3} & & \textcircled{4} & & \textcircled{5} \end{array}$$

(صفحه‌های ۱۲۰، ۱۲۱ و ۱۴۶ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

۴ ✓

۳

۲

۱

«کتاب پرتکرار»

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای، انتخاب ۴ نفر از میان ۱۱ نفر (۶ دانش‌آموز کلاس سوم و ۵ دانش‌آموز کلاس دوم) برابر است با:

$$n(S) = \binom{11}{4} = \frac{11!}{4!7!} = \frac{7! \times 8 \times 9 \times 10 \times 11}{2 \times 3 \times 4 \times 7!} = 330$$

انتخاب یک دانش‌آموز از میان شش دانش‌آموز کلاس سوم به $\binom{6}{1}$

حالت و انتخاب سه دانش‌آموز از میان پنج دانش‌آموز کلاس دوم به $\binom{5}{3}$

حالت امکان‌پذیر است.

۴

۳

۲

۱

«مهمرب بفرایی»

S از فضای نمونه‌ای $A = \{2, 4, 6, \dots, 100\}$: اعداد مضرب ۲

$$\Rightarrow n(A) = 50$$

عددی که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۳ باشد، مضرب ۶ است.

$$B = \{6, 12, \dots, 96\} \Rightarrow n(B) = 16$$

اعدادی که مضرب ۲ باشند ولی مضرب ۳ نباشند برابر $A - B$ است،

پس:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \quad \underline{\underline{A \cap B = B}}$$

$$n(A) - n(B) = 50 - 16 = 34$$

(صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۷ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

۴

۳

۲

۱ ✓

«مهمرب بفرایی»

-۷۰

ابتدا احتمال آن که رنگ سه مهره متمایز باشد را به دست می‌آوریم:

$$n(S) = \binom{5+3+4}{3} = \binom{12}{3}$$

$$= \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9! \times 3 \times 2} = 220$$

$$n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 5 \times 3 \times 4 = 60$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$

متمم پیشامد A یعنی A' ، پیشامد آن که حداقل دو مهره هم‌رنگ

باشند، است. پس:

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ و ۱۴۶ کتاب درسی) (آمار و احتمال)

۴

۳

۲ ✓

۱

در گزینه‌ی «۳» دو خط **EH** و **FD** در یک صفحه قرار نمی‌گیرند پس متناظرند.

(صفحه‌ی ۷۹ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

چون دو صفحه متمایزند و شامل سه نقطه‌ی **A**، **B** و **C** می‌باشند، در نتیجه دو صفحه متقاطع‌اند و این سه نقطه روی فصل مشترک دو صفحه قرار دارند. بنابراین بی‌شمار صفحه شامل این سه نقطه وجود دارد زیرا از هر خط بی‌شمار صفحه می‌گذرد.

(صفحه‌ی ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

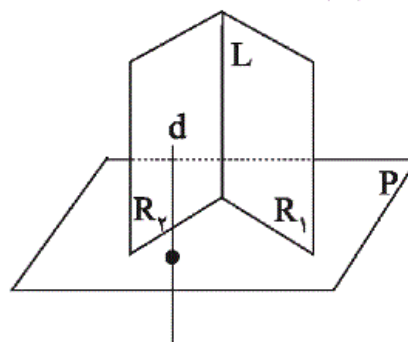
۱

می‌دانیم فصل مشترک دو صفحه‌ی متقاطع که بر یک صفحه‌ی سوم عمود باشند، بر آن صفحه عمود است. بنابراین هرگاه **L** فصل مشترک **R_۱** و **R_۲** باشد، داریم:

$$\begin{cases} R_1 \perp P \\ R_2 \perp P \end{cases} \Rightarrow L \perp P$$

$$\begin{cases} d \parallel L \\ L \perp P \end{cases} \Rightarrow d \perp P$$

(صفحه‌ی ۸۳ کتاب درسی)



۴

۳

۲

۱✓

موارد (الف) و (ب) نادرست است، زیرا دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه می‌توانند موازی یا متقاطع باشند و همچنین دو خط موازی با یک صفحه می‌توانند دارای هریک از حالت‌های موازی، متقاطع یا متناظر باشند.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

گزینه‌ی «۲» درست است زیرا اگر خطی مانند d بر P عمود و با P' موازی باشد حتماً در P' خطی مانند d' موازی d وجود دارد که بر P عمود است، پس شرط عمود بودن دو صفحه‌ی P و P' که عمود بودن خطی از یکی بر دیگری است خودبه‌خود برقرار است.

گزینه‌ی (۱) نادرست است زیرا اگر خطی از P بر فصل مشترک P و P' عمود باشد شرط عمود بودن بر صفحه را ندارد و باید بر دو خط متقاطع از آن عمود باشد.

گزینه‌ی (۳) نادرست است زیرا صفحه‌ی P به شرطی بر P' عمود است که خطی مانند d از آن بر P' عمود باشد و شرط عمود بودن d بر P' عمود بودن d بر دو خط متقاطع از P' عمود باشد (نه هر دو خط دلخواه)

گزینه‌ی (۴) نادرست است چون اگر دو صفحه‌ی P و P' بر یک خط عمود باشند، آن‌گاه موازی یک‌دیگرند.

(صفحه‌ی ۸۳ کتاب درسی)

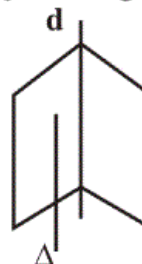
□۴

□۳

□۲✓

□۱

چون خط Δ با هر دو صفحه‌ی P و Q اشتراک ندارد، پس با هر دوی آن‌ها موازی است و در نتیجه با فصل مشترک آن‌ها (خط d) هم موازی خواهد بود (شکل زیر). حال صفحه‌ای عمود بر خط Δ را در نظر بگیرید (به دلخواه)، در این صورت این صفحه بر d هم عمود خواهد بود، از آن جا که هر خط عمود بر Δ در این صفحه بر خط d هم عمود است، پس مسئله فاقد جواب است.



(صفحه‌ی ۸۲ کتاب درسی)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

«رضا شریف‌فطیپی»

خط AB بر صفحه‌ی P عمود است، پس بر خط L واقع در صفحه‌ی P نیز عمود است. از طرفی خط L بر BC عمود می‌باشد، در نتیجه

خط L بر دو خط متقاطع از صفحه‌ی $\triangle ABC$ عمود است، پس بر

صفحه‌ی $\triangle ABC$ عمود است و در نتیجه L بر AC عمود می‌باشد.

(اثبات فوق مستقل از زوایای A و C است.)

(صفحه‌های ۱۲ و ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«علی فتح‌آبادی»

یال‌های جانبی همه در نقطه‌ی O هم‌رسند و لذا نمی‌توانند متنافر باشند. یال‌های قاعده نیز همه در یک صفحه‌اند و متنافر نیستند. هر یال جانبی (مانند OE) با دو یال قاعده متقاطع است (EA و ED) و با سه یال دیگر متنافر است (AB ، BC و CD). بنابراین:

$3 \times$ تعداد یال‌های جانبی = تعداد جفت یال‌های متنافر

$$= 5 \times 3 = 15$$

(صفحه‌ی ۷۹ کتاب درسی)

۴✓

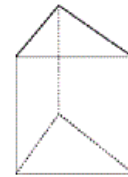
۳

۲

۱

«رضا عباسی اصل»

گزینه‌ی «۳»، همواره برقرار نیست. سه‌وجه جانبی منشور قائم زیر دوجه‌دو متقاطع‌اند ولی نقطه‌ی مشترک ندارند. سایر گزینه‌ها همواره صحیح هستند.



(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«اریوش ناظمی»

بر خطی که بر صفحه‌ای عمود باشد، بی‌شمار صفحه می‌توان عبور داد که بر این صفحه عمود باشد، پس اگر خطی که از دو نقطه‌ی A و B می‌گذرد بر صفحه‌ی P عمود باشد، بی‌شمار صفحه می‌توان عبور داد که بر صفحه P عمود باشد، ولی اگر خطی که از دو نقطه‌ی A و B می‌گذرد بر صفحه‌ی P عمود نباشد، تنها یک صفحه می‌توان عبور داد که بر صفحه‌ی P عمود گردد.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

«محمد ابراهیم گیتی‌زاده»

گزینه‌های «۱» و «۲»: با دو خط D و D' یک صفحه تشکیل می‌شود اما این صفحه لزوماً با صفحه‌ی P موازی نیست.

گزینه‌ی «۳»: اگر اقلماً دو نقطه‌ی متمایز از خط D و دو نقطه‌ی متمایز از خط D' ، از صفحه‌ی P به یک فاصله باشند، این دو خط در یک صفحه موازی با صفحه‌ی P قرار می‌گیرند که در این صورت، دو خط D و D' یا متقاطع هستند و یا باهم موازی می‌باشند.

گزینه‌ی «۴»: بر یک خط، صفحه‌های بی‌شماری عبور می‌کند.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶ کتاب درسی)

۴

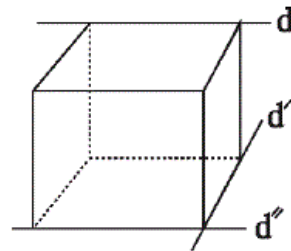
۳ ✓

۲

۱

«رضا عباسی اصل»

در صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند دیگری را هم قطع می‌کند اما در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند الزاماً دیگری را قطع نمی‌کند. پس گزینه‌ی «۱» صحیح نیست.



گزینه‌ی «۲» درست است زیرا اگر از نقطه‌ی خارج صفحه، خطی بر آن صفحه عمود رسم کنیم، هر صفحه‌ی شامل این خط، بر صفحه‌ی مفروض عمود است.

گزینه‌ی «۳» الزاماً درست نیست. در مکعب شکل زیر d و d' متناظرند، d با d'' موازی است در حالی که با d' متناظر نیست.

گزینه‌ی «۴» درست نیست زیرا از هر نقطه‌ی غیرواقع بر یک خط راست، بی‌شمار خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

(صفحه‌ی ۷۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۲۲۳

«مهد ابراهیم گیتی زاده»

گزینه‌های «۱» و «۲»: خط Δ که بر صفحه P عمود می‌باشد بر هر خط این صفحه عمود است.

گزینه «۳»: اگر دو صفحه P و Q برهم عمود باشند و از نقطه‌ی A واقع در صفحه‌ی Q خطی بر صفحه‌ی P عمود کنیم، این خط بر صفحه‌ی Q منطبق خواهد بود.

گزینه «۴»: خط Δ فقط بر یک خط از صفحه‌ی P' (خط D) عمود است، بنابراین لزوماً بر صفحه‌ی P' عمود نیست.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۲۲۴

«مهد ابراهیم گیتی زاده»

تمام خطوطی که از نقطه‌ی M در صفحه‌ی P رسم می‌شوند، غیر از یکی از آن‌ها که موازی D و D' است، با سه خط D ، D' و Δ متقاطع‌اند.

(صفحه‌های ۷۹ و ۸۰ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

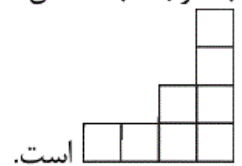
۱

ریاضی، هندسه ۱، تفکر تجسمی، تجسم فضایی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

-۲۲۵

«مهد بهیرایی»

با توجه به شکل نمای چپ شکل است و نمای روبه‌رو به شکل



(صفحه‌های ۱۱ تا ۹۰ کتاب درسی)

۴

۳

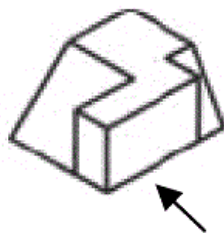
۲

۱ ✓

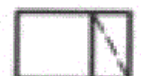
-۲۲۶

«عمیدرضا مظاهری»

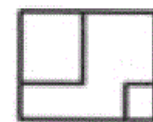
گزینه «۳» نمای روبه‌رو و گزینه «۱» نمای دید از پشت حجم است.



نمای روبه‌رو



نمای چپ



نمای بالا

(صفحه‌های ۱۱ تا ۹۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

تصویر جسم از نمای بالا، تصویر گزینه‌ی «۲» است.

(صفحه‌های ۱۱ تا ۹۰ کتاب درسی)

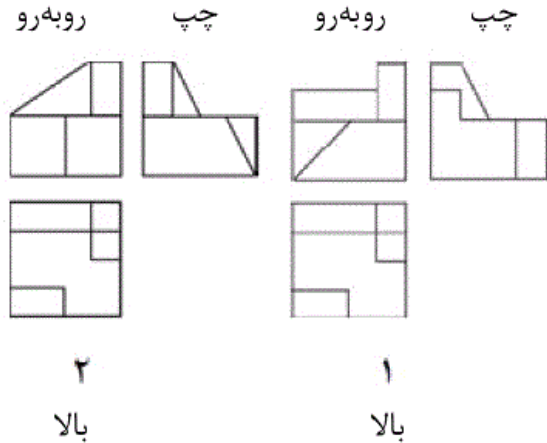
۴

۳

۲✓

۱

با توجه به سه نمای رسم شده از هر دو جسم، گزینه‌ی «۳» صحیح است.
نماهای بالای این دو جسم یکسان است.



(صفحه‌های ۱۱ تا ۹۰ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

سازه‌های گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» از ۱۱ مکعب ساخته شده‌اند. در حالی که سازه‌ی گزینه‌ی «۱» از ۱۲ مکعب ساخته شده است.

(صفحه‌های ۱۹ و ۹۰ کتاب درسی)

۴

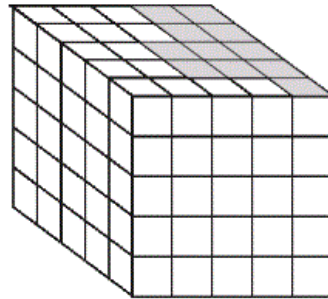
۳

۲

۱✓

«مهمبر بهیرایی»

برای آن که نمای بالای خواسته شده به دست آید باید حداقل تمام مکعب‌های هاشورخورده و مکعب‌های زیر آن برداشته شود یعنی حداقل $55 = 11 \times 5$. از ردیف مکعب‌های هاشورخورده حداقل یکی باید بماند پس حداکثر مکعب‌هایی که می‌توان برداشت:



$$55 + 14 \times 4 = 55 + 56 = 111$$

(صفحه‌های ۹۰ و ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، انواع تابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

-۷۱

«کتاب پرتکرار»

اگر نمودار تابع $y = x^2$ را ابتدا دو واحد به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم، نمودار داده شده حاصل می‌شود.

$$y = x^2 \xrightarrow{\text{دو واحد به راست}} y = (x - 2)^2$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به پایین}} y = (x - 2)^2 - 1 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 4 - 1$$

$$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 3$$

پس معادله‌ی سهمی داده شده برابر با $y = x^2 - 4x + 3$ می‌تواند باشد.

(صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ کتاب درسی) (تابع)

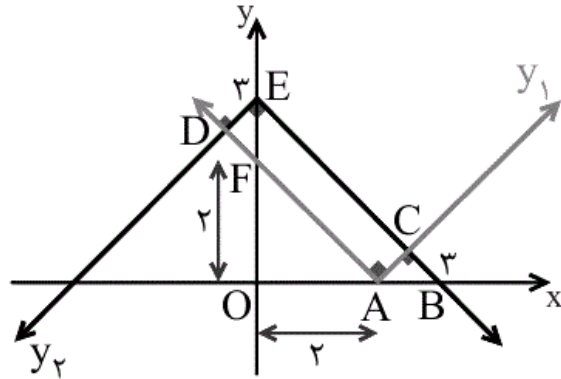
۴ ✓

۳

۲

۱

برای رسم نمودار $y_1 = |x - 2|$ ، نمودار تابع $y = |x|$ را دو واحد به راست منتقل می‌کنیم. همچنین برای رسم نمودار $y_2 = 3 - |x|$ ، نمودار تابع $y = -|x|$ را سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم.



مساحت مثلث EDF با مساحت مثلث ABC برابر است؛ بنابراین برای محاسبه‌ی مساحت مستطیل $ACED$ کافی است مساحت مثلث OFA را از مساحت مثلث OBE کم کنیم.

$$S_{OEB} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$S_{OFA} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

$$\Rightarrow S_{ACED} = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای اینکه h ، ضابطه‌ی یک تابع باشد، باید مقدار تابع در هر دو ضابطه‌ی بالا و میانی به‌ازای $x = 3$ یکسان باشد:

$$\begin{cases} \text{در ضابطه‌ی بالا } x = 3 : h(3) = 6a + b \\ \text{در ضابطه‌ی وسط } x = 3 : h(3) = 9a + 3b + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6a + b = 9a + 3b + 1 \Rightarrow 3a + 2b = -1 \quad (*)$$

همین شرایط در $x = 0$ ، باید برای ضابطه‌های وسط و پایین رخ دهد.

$$\begin{cases} \text{در ضابطه‌ی وسط } x = 0 : h(0) = 0 + 0 + 1 \\ \text{در ضابطه‌ی پایین } x = 0 : h(0) = 0 + b + 2a \end{cases} \Rightarrow b + 2a = 1 \quad (**)$$

با توجه به معادله‌های (*) و (**):

$$\begin{cases} 3a + 2b = -1 \\ b + 2a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 2b = -1 \\ -2b - 4a = -2 \end{cases}$$

دو معادله را با هم جمع می‌کنیم.

$$-a = -3 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{b+2a=1} b + 6 = 1 \Rightarrow b = -5$$

$$a - b = 3 - (-5) = 8$$

(صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

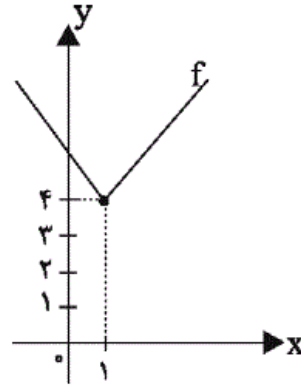
۱

ابتدا، نمودار تابع f را رسم می‌کنیم. می‌دانیم $|1-x| = |x-1|$.

بنابراین نمودار تابع $f(x) = |x-1| + 4$ را می‌توان با انتقال تابع

$y = |x|$ به اندازه‌ی یک واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا

رسم کرد.



همان‌طور که در شکل مشخص است، برد این تابع شامل مقادیر طبیعی

۱، ۲، ۳ نیست.

(صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

«ممد بهیرایی»

-۸۹

در تابع همانی $f(x) = x$ است. پس:

$$a^2 + 1 = 5 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \quad (1)$$

$$0 = a^2 + a - 2 \Rightarrow (a+2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = -2$$

$$a + b = 3 \Rightarrow -2 + b = 3 \Rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow a - b = -2 - 5 = -7$$

(صفحه‌ی ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

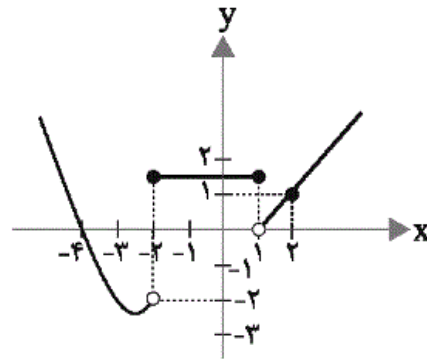
تابع $|x+1|$ در بازه‌ی $x > 1$ همواره مثبت است. بنابراین علامت قدرمطلق آن را برمی‌داریم:

$$y = |x+1| - 2 = (x+1) - 2 = x - 1 \xrightarrow{\text{دو نقطه}} \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

$$y = x^2 + 5x + 4 = x^2 + 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 4$$

$$= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{سه نقطه}} \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{9}{4} \\ x = -2 \Rightarrow y = -2 \\ x = -4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

با توجه به عبارات به دست آمده، حال نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



بنابراین تابع همواره از $-\frac{9}{4}$ بزرگ‌تر یا مساوی است و همه‌ی نقاط بزرگ‌تر یا مساوی با آن را پوشش می‌دهد.

$$f \text{ برد} = \left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$$

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«شکيب رهبي»

برای آن که عدد حاصل زوج باشد، باید دو حالت را در نظر بگیریم. در حالت اول صفر در یکان است و در حالت دوم یکی از ارقام ۴ یا ۸ در مرتبه‌ی یکان است. طبق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{1} = 24$$

صفر در یکان

باشد

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 \times \underline{2} = 36$$

۴ یا ۸ در

یکان باشد

پس در کل، طبق اصل جمع، $36 + 24 = 60$ عدد طبق خواسته‌ی سؤال داریم.

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«کتاب پرتکرار»

-۷۴

برای آنکه عدد از ۲۰۰۰ بزرگتر و از ۴۰۰۰ کوچکتر باشد، باید رقم یکان هزار آن ۲ یا ۳ باشد. چون تکرار ارقام مجاز نیست، برای رقم صدگان ۵ حالت، رقم دهگان ۴ حالت و رقم یکان ۳ حالت داریم. طبق اصل ضرب داریم:

۳ یا ۲

$$\boxed{2} \boxed{5} \boxed{4} \boxed{3}$$

$$2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«کتاب پرتکرار»

-۷۶

برای عدد دو رقمی که ارقام آن یکسان هستند، ۹ حالت داریم (۹۹، ۹۰، ۲۲، ۳۳، ...، ۱۱). به جای دایره، ۱۴ حالت داریم و به جای اولین ستاره از سمت چپ، ۴ رقم {۲، ۴، ۶، ۸} و به جای هریک از دیگر ستاره‌ها ۹ رقم می‌تواند قرار گیرد. پس طبق اصل ضرب داریم:

$$* * \quad * * * \\ 4 \times 9 \times \boxed{14} \times 9 \times 9 \times 9 \times \boxed{9} = 56 \times 9^5$$

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۷۷

«کتاب پرتکرار»

حروف کلمه‌ی «سوار» و چهار حرف دیگر، در مجموع ۵! جایگشت دارند. همچنین خود حروف کلمه‌ی سوار، ۴! جایگشت دارند، پس طبق اصل ضرب، در کل ۵!×۴! حالت وجود دارد.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

$$\binom{7}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{7}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{3}$$

$$= 7 \times \frac{5!}{2! \times 3!} + \frac{7!}{2! \times 5!} \times 5 + \frac{7!}{3! \times 4!}$$

$$= 7 \times 10 + 21 \times 5 + 35 = 70 + 105 + 35 = 210$$

راه حل دوم: می‌توانیم از متمم استفاده کنیم:

(همه وزنه‌بردار) - n (کل) = n (حداقل یک کشتی‌گیر)

$$= \binom{12}{3} - \binom{5}{3} = 220 - 10 = 210$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

-۷۹

«کتاب پرتکرار»

ابتدا سه شهر از پنج شهر انتخاب می‌کنیم. سپس از ده نفر در هر شهر انتخاب شده، یک نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{3} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} \times \binom{10}{1} = \frac{5!}{2! \times 3!} \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پرتکرار»

راه حل اول: لنگه‌های انتخاب شده باید شامل یک جفت و ۳ لنگه‌ی غیر جفت باشند، پس ابتدا ۴ جفت انتخاب می‌کنیم و سپس از آن ۴ جفت، یک جفت را انتخاب می‌کنیم. از هر یک از سه جفت دیگر، یک لنگه جوراب انتخاب می‌کنیم. داریم:

$$\binom{6}{4} \times \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 15 \times 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

راه حل دوم: ابتدا یک جفت انتخاب می‌کنیم. سپس از بین ۵ جفت باقی‌مانده، ۳ جفت انتخاب می‌کنیم و از هر یک از این سه جفت، یک جوراب انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{6}{1} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 6 \times 10 \times 2 \times 2 \times 2 = 480$$

(صفحه‌های ۱۲۰، ۱۲۱ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«سیمین کلانتریون»

$$\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{(n-1)!}{(n+1)n(n-1)!} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2 \times 3} \Rightarrow n = 2$$

(صفحه‌ی ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

برای رسم یک مثلث باید سه نقطه از بین نقاط انتخاب کنیم، پس:

$$\binom{n}{3} = \frac{n!}{(n-3)! \times 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)! \times 6} = 56$$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 56$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 8 \times 7 \times 6 \Rightarrow n = 8$$

برای به دست آوردن $n = 8$ می توان گزینه ها را در تساوی آخر امتحان کرد.

(صفحه های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«کتاب پرتکرار»

-۷۵

الف) درست است. $\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n^2 - n$

ب) نادرست است. $4 \times 5! = 4 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 480 \neq 20!$

پ) $4! + 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 24 + 24 = 48 \neq 8!$ نادرست است.

ت) نادرست است. $2! \times 3! = 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 \neq 6!$

ث) نادرست است. $0! = 1 \neq 0$

(صفحه ی ۱۲۸ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر دو قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

اگر سه قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3! \times 1!} = 4$$

اگر چهار قوطی متمایز باهم ترکیب شوند:

$$\binom{4}{4} = \frac{4!}{4! \times 0!} = 1$$

پس طبق اصل جمع، تعداد کل رنگ‌های جدید حاصل $6 + 4 + 1 = 11$ است.

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

کلمه‌ی **OLYMPIAD** دارای ۸ حرف است که ۳ حرف **O**، **I** و **A** صدا دارند، تعداد جایگشت‌های موردنظر که در آن جایگاه‌های اول، سوم و پنجم را با حروف صدادار و سایر خانه‌ها را با حروف بی‌صدا پر کنیم، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\boxed{3} \boxed{5} \boxed{2} \boxed{4} \boxed{1} \boxed{3} = 3 \times 5!$$

صدادار صدادار صدادار

از طرفی می‌توان جایگاه اول، سوم و پنجم را با حروف بی‌صدا پر کرد. پس تعداد کل جواب‌ها برابر است با:

$$2 \times (3 \times 5!) = 6 \times 5! = 6!$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون تعداد حالات پیشامد اصلی زیاد است پس متمم پیشامد را به دست می‌آوریم و از کل حالات کم می‌کنیم:

تعداد کل زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی ۱۰ عضوی

$$= 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 0 \text{ عضوی} = \binom{10}{0} = 1$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 1 \text{ عضوی} = \binom{10}{1} = 10$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های } 2 \text{ عضوی} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8!}{2! \times 8!} = 45$$

= (تعداد زیرمجموعه‌های دارای حداقل ۳ عضو)

(تعداد زیرمجموعه‌های دارای صفر یا یک یا دو عضو) - (تعداد کل زیرمجموعه‌ها)

$$= 1024 - (1 + 10 + 45) = 968$$

(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ترکیب ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۱۵

برای این که تعداد افراد منتخب از کلاس اول از مجموع هر دو کلاس دیگر بیشتر باشد، باید از کلاس اول یا ۳ نفر یا ۴ نفر را انتخاب کنیم.

$$n(A) = \binom{4}{3} \times \binom{8}{2} + \binom{4}{4} \times \binom{8}{1}$$

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{8!}{2! \times 6!} + \frac{4!}{4! \times 0!} \times \frac{8!}{1! \times 7!}$$

انتخاب ۱ نفر از انتخاب ۴ نفر از انتخاب ۲ نفر از انتخاب ۳ نفر از
کلاس دوم و سوم کلاس اول کلاس دوم و سوم کلاس اول

$$\Rightarrow n(A) = \frac{4 \times 3!}{3! \times 1} \times \frac{8 \times 7 \times 6!}{2 \times 1 \times 6!} + 1 \times \frac{8 \times 7!}{1 \times 7!}$$

$$\Rightarrow n(A) = 4 \times 28 + 1 \times 8 = 112 + 8 = 120$$

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۹ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir