



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی، حسابان، محاسبه حد در توابع کسری، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۹۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \sin 4x - \sin 2x}{x^3}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) -۲

(۴) -۴

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{8x}-2}$ کدام است؟

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) ۳

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان، پیوستگی توابع، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۹۳- تابع $y = \begin{cases} \frac{x^4 - 1}{x - \sqrt{x}} & x > 1 \\ a + [2x] & x < 1 \\ a + 1 & x = 1 \end{cases}$ به‌ازای کدام مقدار a در نقطه‌ی $x = 1$ پیوسته است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۲) ۷

(۱) ۸

(۴) هیچ مقدار a

(۳) $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان، خط مماس بر منحنی‌ها و مشتق توابع، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۹۴- با فرض مشتق‌پذیر بودن تابع f در $x = a$ ، حاصل حد عبارت $\frac{xf(x) - af(a)}{x - a}$ وقتی $x \rightarrow a$ همواره کدام است؟

(۲) $f(a) - af'(a)$

(۱) $f(a) + af'(a)$

(۴) $f'(a) - af(a)$

(۳) $f'(a) + af(a)$

۹۵- توابع $f(x) = x[x]$ و $g(x) = x^2[x]$ به ترتیب از راست به چپ در نقطه‌ی $x = 0$ از نظر مشتق پذیری چگونه‌اند؟ ([] ، علامت جزء صحیح

است.)

(۱) مشتق ناپذیر- مشتق ناپذیر

(۲) مشتق ناپذیر- مشتق پذیر

(۳) مشتق پذیر- مشتق ناپذیر

(۴) مشتق پذیر- مشتق پذیر

شما پاسخ نداده اید

۹۶- فاصله‌ی نقاط مشتق ناپذیر تابع $y = 2|x+1| + |x-3|$ از هم کدام است؟

(۱) ۱۶

(۲) ۸

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در کدام تابع دامنه‌ی f با دامنه‌ی f' برابر است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۱) $f(x) = |x^2 - 1|$

(۲) $f(x) = \sqrt{x-1}$

(۳) $f(x) = \frac{2x}{x-1}$

(۴) $f(x) = x - [x]$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر شیب خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در $x_0 = 1$ برابر با ۵ و $f(1) = 3$ باشد، آنگاه مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۳) ۳

(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، روش های محاسبه ی مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۹۹- اگر $f(x) = (\frac{x^2}{4} - 1)\sqrt[3]{4x^2}$ ، حاصل $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{f(\lambda+4) - f(4)}{\lambda}$ کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۶

(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- آهنگ تغییر قطر مربعی نسبت به مساحت آن، هنگامی که ضلع مربع برابر با $2\sqrt{3}$ است، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (۲)$$

$$2\sqrt{6} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{12} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، وضعیت دو خط نسبت به هم، در فضا ، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۲۱- کدام گزینه در فضا نادرست است؟

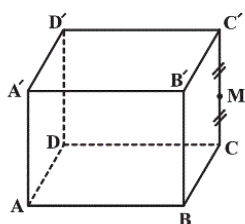
(۱) اگر صفحه‌ای یکی از دو خط موازی را قطع کند، آن‌گاه دیگری را هم قطع می‌کند.

(۲) اگر خطی یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.

(۳) اگر صفحه‌ای یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.

(۴) اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

شما پاسخ نداده اید



۱۲۲- در مکعب مستطیل شکل مقابل نقطه M وسط یال CC' است. وضع نسبی کدام دو خط نادرست است؟

(۲) AD' و BC' موازی

(۱) AC' و BD' متقاطع

(۴) AA' و BC متناظر

(۳) AD و BM موازی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- دو خط d و d' متناظرند. اگر روی خط d دو نقطه‌ی متمایز A و B و روی خط d' دو نقطه‌ی متمایز C و D را انتخاب کنیم، آن‌گاه امتداد

پاره‌خط‌های AC و BD چه وضعی نسبت به هم دارند؟

(۲) موازی یا متقاطع

(۱) لزوماً متناظر

(۴) متقاطع یا متناظر

(۳) متناظر یا موازی

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، مشخص کردن صفحه در فضا ، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۲۴- دو خط موازی d_1 و d_2 در صفحه‌ی P واقع‌اند و به ترتیب با خط‌های L_1 و L_2 متناظرند. کدام مورد همواره صحیح است؟

(۱) اگر خطی موازی با L_1 یا L_2 در صفحه‌ی P وجود داشته باشد، هر دو خط d_1 و d_2 را قطع می‌کند.

(۲) L_1 و L_2 در یک صفحه واقع‌اند.

(۳) اگر صفحه‌ای شامل L_1 و L_2 وجود داشته باشد، با صفحه‌ی P موازی است.

(۴) صفحه‌ی P با L_1 و L_2 متقاطع است.

شما پاسخ نداده‌اید

۱۲۵- دو خط موازی D و D' به تمامی در صفحه‌ی P قرار دارند و خط Δ با این دو خط متناظر و با صفحه‌ی P متقاطع است. چند خط وجود دارد که

سه خط D ، D' و Δ را قطع کند؟

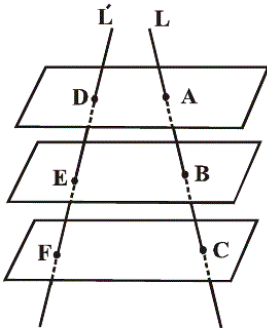
(۱) یک (۲) دو

(۳) حداکثر یک (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده‌اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، صفحه‌های موازی- تالس، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۲۶- مطابق شکل سه صفحه‌ی موازی، دو خط متناظر را قطع کرده‌اند. اگر $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{7}$ ، آنگاه مساحت مثلث AEB چه کسری از مساحت مثلث CEB است؟

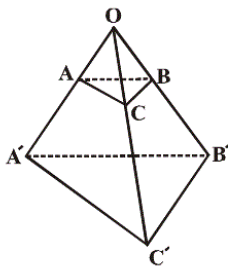


(۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده‌اید

۱۲۷- در شکل زیر، AB و BC به ترتیب با $A'B'$ و $B'C'$ موازیند و AC بر BC عمود است. اگر $A'C' = 2BC$ و $OB' = 4OB$ ، آنگاه



مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

(۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۴

(۳) $4\sqrt{3}$ (۴) ۸

شما پاسخ نداده‌اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، خط و صفحه عمود برهم، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۲۸- دو خط متناظر d و d' مفروض‌اند. اگر صفحه‌ی P بر خط d عمود باشد، کدام گزینه همواره نادرست است؟

(۱) خط d' به تمامی در صفحه‌ی P قرار دارد.

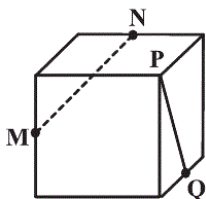
(۲) خط d' بر صفحه‌ی P عمود است.

(۳) خط d' صفحه‌ی P را قطع نمی‌کند.

(۴) خط d' صفحه‌ی P را در یک نقطه قطع می‌کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- در مکعب شکل زیر، نقاط M ، N و Q به ترتیب وسط‌های یال‌ها هستند. زاویه‌ی بین خط‌های MN و PQ کدام است؟



(۱) 60°

(۲) 45°

(۳) 90°

(۴) نمی‌توان تعیین کرد.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- خط L بر صفحه‌ی P واقع است، B و C دو نقطه‌ی متمایز در صفحه‌ی P هستند و خط BC در نقطه‌ی C بر L عمود است. نقطه‌ی A را

طوری در نظر می‌گیریم که AB بر صفحه‌ی P عمود باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) L بر AB عمود است ولی بر AC عمود نیست.

(۲) L بر هر دو خط AB و AC عمود است.

(۳) L بر AC عمود است ولی بر AB عمود نیست.

(۴) L بر هیچ کدام از دو خط BC و AC عمود نیست.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال دوجمله‌ای، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۴۱- فردی در آزمونی شرکت کرده است که ۱۰ سؤال صحیح- غلط دارد. اگر این شخص به سؤالات به طور شانسی جواب

دهد، احتمال آن‌که به نیمی از سؤالات پاسخ صحیح داده باشد، چقدر است؟

$$\frac{97}{128} \quad (۲)$$

$$\frac{63}{256} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{21}{64} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در مدرسه‌ای که نیمی از دانش‌آموزان، عضو تیم‌های فرهنگی، ورزشی هستند، اگر ۱۵ نفر از دانش‌آموزان به تصادف انتخاب شوند، به چه احتمالی حداقل

یک نفر و حداکثر ۱۴ نفر عضو تیم‌های فرهنگی، ورزشی می‌باشند؟

$$\frac{215-1}{215} \quad (1) \quad \frac{215-2}{215} \quad (2) \quad \frac{215-16}{215} \quad (3) \quad \frac{215-15}{215} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- تاس سالمی را ۸ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که برآمد تاس، حداقل ۵ بار عددی زوج باشد، کدام است؟

$$\frac{97}{256} \quad (1) \quad \frac{95}{256} \quad (2) \quad \frac{93}{256} \quad (3) \quad \frac{91}{256} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال غیر هم شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه گیری شانس - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۴۳- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای، $P(\{a\}) = m^2$ ، $P(\{b, c\}) = \frac{2}{9}$ ، $P(\{d\}) = 2m$ و تخصیص احتمال مقبول فرض شود، آن‌گاه

$P(\{a, d\})$ چند برابر $P(\{b, c\})$ است؟

$$1/5 \quad (1) \quad 2/5 \quad (2) \quad 3/5 \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- یک تاس به‌گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد کوچک‌تر از ۴، سه برابر احتمال وقوع هر عدد بزرگ‌تر یا مساوی ۴ است، اگر در یک

پرتاب این تاس، A پیشامد وقوع عددی زوج باشد، $P(A)$ کدام است؟

$$\frac{1}{12} \quad (1) \quad \frac{3}{12} \quad (2) \quad \frac{5}{12} \quad (3) \quad \frac{7}{12} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- سه شناگر a ، b و c با هم مسابقه می‌دهند. a و b دارای شانس مساوی هستند و شانس هر کدام از آن‌ها، ۲ برابر c است. احتمال برد شناگر b

یا c کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (1) \quad \frac{2}{5} \quad (2) \quad \frac{1}{5} \quad (3) \quad \frac{4}{5} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در یک تاس ناسالم، احتمال روشن شدن هر عدد، متناسب با تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن عدد است. احتمال آن که در یک بار پرتاب این تاس، عددی

مضرب ۳ ظاهر شود کدام است؟

$$\frac{1}{14} \quad (1) \quad \frac{1}{7} \quad (2) \quad \frac{3}{14} \quad (3) \quad \frac{3}{7} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال در فضاهای پیوسته، احتمال: اندازه گیری شانس - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۴۸- قطعه چوبی به طول $\sqrt{2}$ و چوب دیگری به طول $\sqrt{18}$ داریم. قطعه بزرگ‌تر را به تصادف از یک نقطه به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. با کدام احتمال ۳

قطعه‌ی موجود، تشکیل یک مثلث می‌دهند؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{1}{6} \quad (2) \quad \frac{1}{9} \quad (3) \quad \frac{1}{8} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- دو عدد مانند x و y به تصادف از بازه‌ی $[0, 4]$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که $|x - y| < 3$ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{16}$ (۲) $\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{31}{32}$ (۴) $\frac{1}{32}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- نقطه‌ی (x, y) را به‌طور تصادفی بر روی مثلثی به رأس‌های $(0, 0)$ و $(4, 0)$ و $(3, 2)$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که $x < 2y$ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، همسایگی های یک نقطه ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۱۵- مجموعه جواب نامعادله‌ی $x^2 - 1 > |x + 1|$ را به شکل یک همسایگی متقارن می‌نویسیم، اگر شعاع همسایگی را r و مرکز آن را a در نظر

بگیریم، حاصل $a + r$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، قضایای حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۲۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|2x - 3| + |3x|}{|3x + 1| - 4}$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، محاسبه حد در توابع کسری ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - |\sin x|}{x}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$ کدام است؟

$-\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \sin 4x - \sin 2x}{x^3}$ کدام است؟

-2 (۲) صفر (۱)

-4 (۴) 2 (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{8x-2}}$ کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۲) 3 (۱)

$\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۱۳- تابع $y = \begin{cases} \frac{x^4-1}{x-\sqrt{x}} & x > 1 \\ a + [2x] & x < 1 \\ a+1 & x = 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

7 (۲) 8 (۱)

هیچ مقدار a (۴) $3/5$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

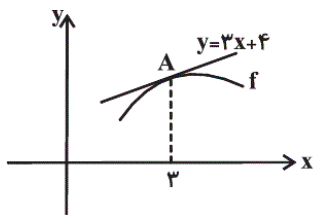
ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، خط مماس بر منحنی ها و مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۱۴- با فرض مشتق پذیر بودن تابع f در $x=a$ ، حاصل حد عبارت $\frac{xf(x)-af(a)}{x-a}$ وقتی $x \rightarrow a$ همواره کدام است؟

$f(a) - af'(a)$ (۲) $f(a) + af'(a)$ (۱)

$f'(a) - af(a)$ (۴) $f'(a) + af(a)$ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۱۱۹- با توجه به شکل مقابل، حاصل کدام یک از حدهای زیر قطعاً صحیح است؟

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 4}{x - 3} = 13 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = 4 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 3}{x - 3} = 3 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 13}{x - 3} = 3 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- فاصله‌ی نقاط مشتق‌ناپذیر تابع $y = 2|x+1| + |x-3|$ از هم کدام است؟

$$8 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$4\sqrt{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، تجانس ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۳۳- تحت تجانس به مرکز $(1, 2)$ ، نقطه $(3, a)$ به نقطه $(5, 6)$ تصویر می‌شود. نسبت این تجانس کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، تبدیل یافته‌ی خط و معادله‌ی آن ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۳۴- معادله‌ی دوران یافته‌ی نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم به مرکز $(1, -2)$ و با زاویه‌ی 180° درجه کدام است؟

$$x + y = 2 \quad (2)$$

$$y = -2 \quad (1)$$

$$x = 2 \quad (4)$$

$$x + y = -2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، اثبات با استفاده از ویژگی‌های تبدیل‌ها ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۳۵- برای اثبات کدام یک از قضیه‌های زیر از تبدیل انتقال استفاده نمی‌شود؟

(۱) اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند، زاویه‌های نظیر برابر خواهند بود.

(۲) زاویه‌های روبه‌رو به ضلع‌های مساوی در مثلث متساوی‌الساقین با یکدیگر برابرند.

(۳) مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث 360° است.

(۴) اگر چهارضلعی ABCD داشته باشیم $AB \parallel DC$ و $AB = DC$ ، آن‌گاه $AD = BC$.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، وضعیت دو خط نسبت به هم، در فضا، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۳۶- دو خط d و d' متناظرند. اگر روی خط d دو نقطه‌ی متمایز A و B و روی خط d' دو نقطه‌ی متمایز C و D را انتخاب کنیم، آن‌گاه امتداد

پاره‌خط‌های AC و BD چه وضعی نسبت به هم دارند؟

(۱) لزوماً متناظر (۲) موازی یا متقاطع

(۳) متناظر یا موازی (۴) متقاطع یا متناظر

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- کدام گزینه در فضا نادرست است؟

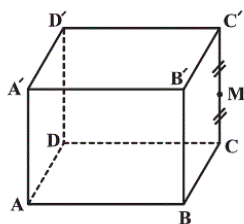
(۱) اگر صفحه‌ای یکی از دو خط موازی را قطع کند، آن‌گاه دیگری را هم قطع می‌کند.

(۲) اگر خطی یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.

(۳) اگر صفحه‌ای یکی از دو صفحه موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.

(۴) اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

شما پاسخ نداده اید



۱۳۲- در مکعب مستطیل شکل مقابل نقطه M وسط یال CC' است. وضع نسبی کدام دو خط نادرست است؟

(۱) AC' و BD' متقاطع (۲) AD' و BC' موازی

(۳) AD و BM موازی (۴) AA' و BC متناظر

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- دو خط موازی d_1 و d_2 در صفحه P واقع اند و به ترتیب با خط‌های L_1 و L_2 متناظرند. کدام مورد همواره صحیح است؟

(۱) اگر خطی موازی با L_1 یا L_2 در صفحه P وجود داشته باشد، هر دو خط d_1 و d_2 را قطع می‌کند.

(۲) L_1 و L_2 در یک صفحه واقع‌اند.

(۳) اگر صفحه‌ای شامل L_1 و L_2 وجود داشته باشد، با صفحه P موازی است.

(۴) صفحه P با L_1 و L_2 متقاطع است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- دو خط موازی D و D' به تمامی در صفحه P قرار دارند و خط Δ با این دو خط متناظر و با صفحه P متقاطع است. چند خط وجود دارد که

سه خط D ، D' و Δ را قطع کند؟

(۱) یک

(۲) دو

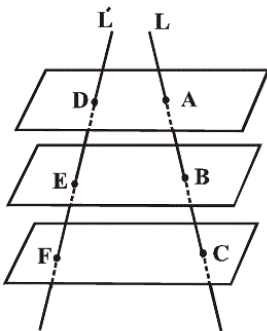
(۳) حداکثر یک

(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، صفحه‌های موازی- تالس، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۳۹- مطابق شکل سه صفحه موازی، دو خط متناظر را قطع کرده‌اند. اگر $\frac{DE}{DF} = \frac{3}{7}$ ، آنگاه مساحت مثلث AEB چه کسری از مساحت مثلث CEB است؟



است؟

(۲) $\frac{2}{3}$

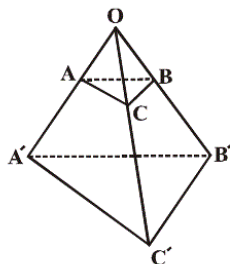
(۱) $\frac{3}{7}$

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در شکل زیر، AB و BC به ترتیب با $A'B'$ و $B'C'$ موازیند و AC بر BC عمود است. اگر $A'C' = 2BC$ و $OB' = 4OB$ ، آنگاه



مساحت مثلث $A'B'C'$ کدام است؟

(۲) ۴

(۱) $2\sqrt{3}$

(۴) ۸

(۳) $4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۱- قدر مطلق تفاضل حد چپ و راست تابع f به معادله $y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x - 1|}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

۲ (۱)

۴ (۳)

۳ (۲)

۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2}$ ، کدام است؟

$-\frac{3}{2}$ (۱)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۸۳- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 & ; x > 2 \\ ax - 1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته است؟

(۱) هر مقدار حقیقی a

(۲) هیچ مقدار a

(۳) فقط $a = -2$

(۴) فقط $a = 2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، خط مماس بر منحنی ها و مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۸۴- اگر $f'(-2) = 2$ ، مقدار $\lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{2(t+2)}$ کدام است؟

-۲ (۱)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۵- تابع با ضابطه $y = x\sqrt{x^2}$ از نظر پیوستگی و مشتق پذیری در صفر چگونه است؟

(۱) پیوسته و مشتق پذیر است.

(۲) پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست

(۳) نه پیوسته است و نه مشتق پذیر

(۴) فقط از راست پیوسته و از راست مشتق پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $f(x) = \frac{(x+1)h(x)}{(2x+1)h(2x+1)}$ ، $f'(-1)$ چقدر است؟ $(h(-1) \neq 0)$

-۲ (۱)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۲ (۴)

ریاضی ، حسابان-گواه ، روش های محاسبه ی مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۸۷- در تابع با ضابطه ی $f(x) = x\sqrt{x+|x-1|}$ ، مقدار $f'_+(1) + 3f'_-(1)$ ، کدام است؟

۲ (۱)	۳ (۲)
-------	-------

۴ (۳)	۵ (۴)
-------	-------

شما پاسخ نداده اید

۸۸- مقدار مشتق $y = \sqrt{x}\sqrt{x}(2x^{-2} + 1)$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

$\frac{-5}{4}$ (۱)	$\frac{-29}{12}$ (۲)
--------------------	----------------------

$\frac{-31}{12}$ (۳)	$\frac{-7}{4}$ (۴)
----------------------	--------------------

شما پاسخ نداده اید

۸۹- معادله ی خط قائم بر منحنی $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x$ ، در نقطه ای به طول ۱ واقع بر آن، کدام است؟

$y - 2x = 0$ (۱)	$2y - x = 0$ (۲)
------------------	------------------

$y + x = 3$ (۳)	$y + 2x = 4$ (۴)
-----------------	------------------

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، آهنگ تغییرات ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۹۰- در تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{36}{x^2}$ ، آهنگ متوسط تابع از $x_1 = 2$ تا $x_2 = 3$ چقدر از آهنگ لحظه ای آن در $x = \sqrt[3]{12}$ بیشتر است؟

۱ (۱)	۱/۵ (۲)
-------	---------

۲ (۳)	۲/۵ (۴)
-------	---------

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان گواه-سوالات موازی ، قضایای حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۰۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \left[\frac{1}{\sin x} \right]$ وقتی $x \rightarrow \frac{3\pi}{2}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

-۱ (۱)	-۲ (۲)
--------	--------

صفر (۳)	۱ (۴)
---------	-------

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- حد عبارت $\cos^2 x + [\tan^2 x]$ ، وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{3}$ کدام است؟ (نماد $[[]]$ به مفهوم جزء صحیح است.)

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴) حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان گواه-سوالات موازی ، محاسبه حد در توابع کسری ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۰۴- حد عبارت $\frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2}$ وقتی $x \rightarrow -2$ برابر کدام است؟

۱ (۱) $-\frac{3}{2}$ ۲ (۲) $-\frac{2}{3}$

۳ (۳) $\frac{2}{3}$ ۴ (۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{2 - \sqrt{4-x^2}}$ کدام است؟

۱ (۱) ۸ ۲ (۲) ۱۲

۳ (۳) ۱۶ ۴ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- قدرمطلق تفاضل حد چپ و راست تابع f به معادله $y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|}$ در نقطه $x=1$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۳

۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان گواه-سوالات موازی ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

۱۰۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sqrt{2x}}{2-x} & , x \neq 2 \\ a & , x = 2 \end{cases}$ ، به ازای کدام مقدار a در نقطه $x=2$ پیوسته است؟

۱ (۱) -۲ ۲ (۲) -۱

۳ (۳) $-\frac{1}{2}$ ۴ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2\sqrt{x}$ ، آنگاه $f'(4)$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$2 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر تابع f در x_0 مشتق پذیر و $-2 = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ ، مقدار $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0) - f(x_0-h)}{h}$ کدام است؟

$$2 - f(x_0) \quad (1)$$

$$2 + f(x_0) \quad (2)$$

$$-2 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- تابع f با رابطه $f(x) = x^2[x]$ (که در آن $[x]$ ، به معنی جزء صحیح است) تعریف شده، کدام یک از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟

(۱) f در نقطه $x=0$ مشتق چپ دارد ولی راست ندارد.

(۲) f در نقطه $x=0$ مشتق راست دارد ولی چپ ندارد.

(۳) f در نقطه $x=0$ نه مشتق چپ دارد و نه مشتق راست

(۴) f در نقطه $x=0$ دارای مشتق است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر $f(x) = x(x+1)(x+2)\dots(x+6)$ باشد، مقدار $f'(-5)$ کدام است؟

$$-720 \quad (1)$$

$$-120 \quad (2)$$

$$720 \quad (4)$$

$$120 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، محاسبه حد در توابع کسری ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

-۹۱

(مهمدمصطفی ابراهیمی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \sin 4x - \sin 2x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} (2 \sin 2x \cos 2x) - \sin 2x}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x (\cos 2x - 1)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x (1 - 2 \sin^2 x - 1)}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \times \frac{-2 \sin^2 x}{x^2} \right) = 2 \times (-2) = -4 \end{aligned}$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

-۹۲

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{8x-2}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{2\sqrt[3]{x}-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{2(\sqrt[3]{x}-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x+\sqrt{x})}{x(x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+1)(x^2+1)(x+\sqrt{x})}{x} = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

باید حد چپ و حد راست و مقدار تابع با هم برابر باشند، پس $a+1=8$ است که $a=7$ به دست می‌آید.

(حسابان - حد و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، حسابان، خط مماس بر منحنی‌ها و مشتق توابع، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

(کیا مقرر نیاک)

-۹۴

در صورت کسر، عبارت $\frac{xf(x) - af(a)}{x-a}$ را اضافه و کم می‌کنیم

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(x) - af(a) - af(x) + af(x)}{x-a}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{(xf(x) - af(x)) + (af(x) - af(a))}{x-a}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{(x-a)f(x)}{x-a} + \frac{a(f(x) - f(a))}{x-a} \right) = f(a) + af'(a)$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱

(کیا مقرر نیاک)

-۹۵

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x[x] - 0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0} [x] \Rightarrow \begin{cases} f'_+(0) = 0 \\ f'_-(0) = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{مشتق ناپذیر}$$

$$g'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2[x] - 0}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0} x[x] \Rightarrow g'(0) = 0 \text{ مشتق پذیر}$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱

نقاط مشتق‌ناپذیر همان ریشه‌های ساده عبارات داخل قدرمطلق است:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=4 \Rightarrow A=(-1, 4)$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow y=8 \Rightarrow B=(3, 8)$$

$$AB = \sqrt{(8-4)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \quad \text{پس:}$$

(مسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(حبیب شفیعی)

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

در گزینه‌ی «۱» دامنه‌ی f برابر R است، اما f' در $x = \pm 1$ موجود نیست.

در گزینه‌ی «۲» دامنه‌ی f برابر $(1, +\infty)$ است، اما $f' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

و در نتیجه دامنه‌ی f' برابر $(1, +\infty)$ می‌شود.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مرتضی روزبهانی)

با توجه به تعریف مشتق داریم:

$$f'(1) = 5 \quad \text{شیب خط مماس}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \frac{1}{x + 1} \right)$$

$$= f'(1) \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(مسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به تعریف مشتق داریم:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{f(\lambda + 4) - f(4)}{\lambda} = f'(4)$$

$$f'(x) = \frac{2x}{4} \times \sqrt[3]{4x^2} + \frac{8x}{3\sqrt[3]{(4x^2)^2}} \left(\frac{x^2}{4} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow f'(4) = \frac{2 \times 4}{4} \times \sqrt[3]{4 \times 4^2} + \frac{8 \times 4}{3\sqrt[3]{(4 \times 4^2)^2}} \left(\frac{4^2}{4} - 1 \right)$$

$$= 2 \times 4 + 2 = 10$$

(مسئله - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمربوار مسنی)

-۱۰۰

مساحت مربع بر حسب قطر آن برابر است با: (S را مساحت و d را قطر مربع در نظر می‌گیریم)

$$S = \frac{d^2}{2} \Rightarrow d^2 = 2S \Rightarrow d = \sqrt{2S}$$

چون ضلع مربع برابر $2\sqrt{3}$ است، مساحت آن برابر مجذور $2\sqrt{3}$ یعنی ۱۲ می‌شود.

$$d'_S = \frac{2}{2\sqrt{2S}} = \frac{1}{\sqrt{2S}} \xrightarrow{S=12} d'_S = \frac{1}{\sqrt{24}} = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

(مسئله - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه ۲، وضعیت دو خط نسبت به هم، در فضا، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

اگر خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، آنگاه با خط دیگری متقاطع یا متناظر است. سایر گزینه‌ها قضیه‌های کتاب درسی هستند.

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۱۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمداً ابراهیم کیتی زاده)

-۱۲۲

خط BC با خط AD موازی است، لذا خط BM نمی‌تواند با AD موازی باشد، زیرا از نقطه‌ی B ، نمی‌توان بیش‌تر از یک خط به موازات خط AD رسم کرد.

(هندسه ۲- اصل ۷- صفحه‌ی ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر امتداد دو پاره خط AC و BD متناظر نباشد، آن گاه یا موازی اند یا متقاطع و در هر صورت صفحه‌ای بر آن‌ها می‌گذرد و این بدان معنی است که چهار نقطه‌ی متمایز A ، B ، C و D بر یک صفحه مانند P قرار دارند و با توجه به این که نقاط A و B روی d و C و D روی d' هستند نتیجه می‌گیریم دو خط d و d' بر یک صفحه قرار دارند که این ناممکن است، چون دو خط متناظر در یک صفحه قرار نمی‌گیرند پس امتداد پاره‌خط‌های AC و BD متناظرند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳۳ و ۱۳۴)

 ۴

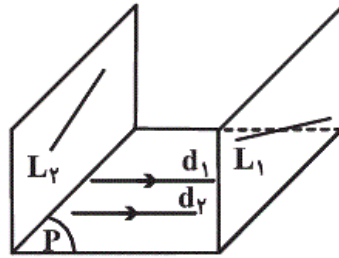
 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، مشخص کردن صفحه در فضا، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

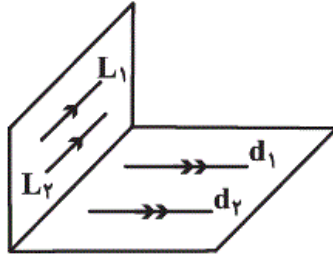
تحلیل گزینه‌های نادرست:



گزینه‌ی «۲»: L_1 و L_2 می‌توانند

متنافر و در نتیجه در دو صفحه متمایز

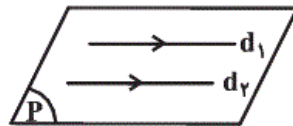
باشند.



گزینه‌ی «۳»: صفحه‌ی شامل L_1 و

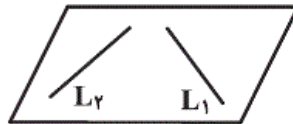
L_2 در صورت وجود می‌تواند با

صفحه‌ی P متقاطع نیز باشد.



گزینه‌ی «۴»: صفحه‌ی P می‌تواند با

L_1 و L_2 موازی باشد.



(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۵)

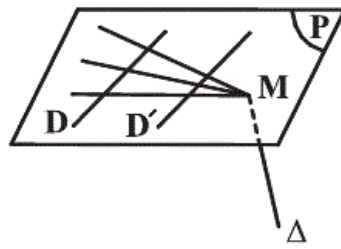
۴

۳

۲

۱ ✓

هر خط که دو خط موازی D و D' را



قطع کند به تمامی در صفحه P قرار

دارد و چون این خط، باید خط Δ را هم

قطع کند، نقطه‌ی تلاقی لزوماً نقطه‌ی M ،

محل تلاقی خط Δ و صفحه‌ی P خواهد بود. بنابراین، خطوط بی‌شماری که

از نقطه‌ی M می‌توان در صفحه‌ی P رسم کرد، غیر از خطی که از M به

موازات D و D' رسم می‌شود، سه خط D ، D' و Δ را قطع می‌کنند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۶)

۴ ✓

۳

۲

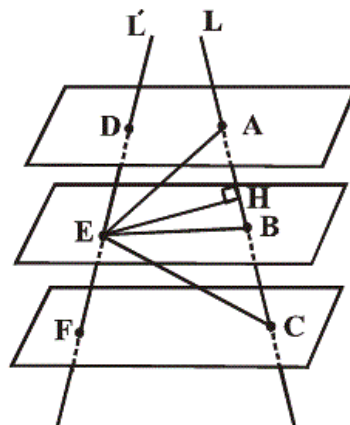
۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، صفحه‌های موازی- تالس، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

(علیرضا شریف‌فطیپی)

۱۲۶-

مطابق شکل داریم:



$$\frac{DE}{DF} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{DE}{EF} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow[\text{فضا}]{\text{قضیه‌ی تالس در}} \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S(AEB)}{S(CEB)} = \frac{\frac{1}{2} \times EH \times AB}{\frac{1}{2} \times EH \times BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$OB' = 4OB \Rightarrow \frac{OB}{OB'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{4} \xrightarrow{BC=1} B'C' = 4$$

مثلث $A'B'C'$ با مثلث ABC متشابه است، پس این مثلث نیز

قائم الزاویه است.

$$S(\Delta A'B'C') = \frac{1}{2} A'C' \times B'C' = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

(هندسه ۲- مسأله‌ی ۱۰- صفحه‌ی ۱۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، خط و صفحه عمود برهم، هندسه در فضا - ۱۳۹۶۰۲۱۵

(شروین سیاح‌نیا)

گزینه‌ی «۲» هرگز نمی‌تواند درست باشد، زیرا طبق فرض تست دو خط d و

d' متناظرند و خط d بر صفحه‌ی P عمود است. حال اگر خط d' هم بر

صفحه‌ی P عمود باشد، دو خط d و d' موازی خواهند بود که این خلاف

فرض است.

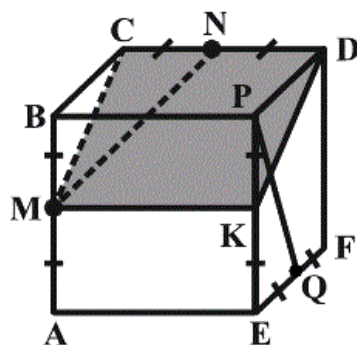
(هندسه ۲- نتیجه‌ی ۲- صفحه‌ی ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



وسط PE را K می‌نامیم، مطابق شکل

MK بر صفحه‌ی PEFM عمود است.

پس MK بر PQ عمود است. از طرفی

DK بر PQ عمود است، (زیرا

دوران‌یافته‌ی DK به مرکز نقطه‌ی تقاطع

قطرهای مربع PEFM و زاویه‌ی 90°

است) لذا PQ بر دو خط متقاطع DK و MK از صفحه CMKD

عمود است و MN در این صفحه قرار دارد پس $PQ \perp MN$.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۱)

۴

۳ ✓

۲

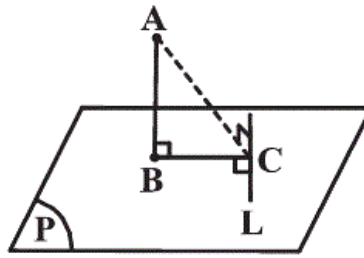
۱

خط AB بر صفحه‌ی P عمود است، پس بر تمامی خطوط این صفحه از

جمله خط L عمود است، یعنی $L \perp AB$.

از طرفی طبق فرض $L \perp BC$ ، چون خط L بر دو خط متقاطع از

صفحه‌ی مثلث ABC عمود است، پس L بر این صفحه عمود است.



در نتیجه L بر تمامی خطوط

صفحه‌ی ABC از جمله AC عمود

است.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال دو جمله‌ای، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۶۰۲۱۵

-۱۴۱

(سید وید زوالفقاری)

$$P(A) = \frac{\binom{10}{5}}{2^{10}} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!} = \frac{2 \times 9 \times 2 \times 7}{2^{10}} = \frac{63}{2^8} = \frac{63}{256}$$

(فیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۴۲

(امیر هوشنگ فمسه)

با توجه به فرمول احتمال دو جمله‌ای، اگر پیشامد مورد نظر را با A نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$P(A) = \frac{\binom{15}{1}}{2^{15}} + \frac{\binom{15}{2}}{2^{15}} + \dots + \frac{\binom{15}{14}}{2^{15}} = 1 - \frac{\binom{15}{0}}{2^{15}} - \frac{\binom{15}{15}}{2^{15}} = \frac{2^{15} - 2}{2^{15}}$$

(فیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین ابومحبوب)

در فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس، نیمی از حالت‌ها، عددی زوج رو می‌شود، بنابراین احتمال زوج آمدن تاس در هر پرتاب برابر $\frac{1}{2}$ است و مسأله از طریق احتمال دوجمله‌ای حل می‌شود. اگر حالت‌هایی را که تعداد زوج‌ها و فردها یکسان هستند کنار بگذاریم، در نیمی از حالت‌های باقی‌مانده، حداقل ۵ بار عدد زوج رو خواهد شد. داریم:

$$n(S) = 2^8 = 256$$

$$n(A) = \frac{2^8 - \binom{8}{4}}{2} = \frac{256 - 70}{2} = 93$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{93}{256}$$

(هپرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال غیر هم شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۶۰۲۱۵

(امیرحوشنگ فمسه)

چون تخصیص احتمال مقبول است، پس جمع احتمالات ۱ است.

$$m^2 + 2m + \frac{2}{9} = 1 \Rightarrow m^2 + 2m - \frac{7}{9} = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + \frac{28}{9}}}{2} = \frac{-2 \pm \frac{8}{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = -\frac{7}{3} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

m ای را قبول می‌کنیم که هر احتمال را در بازه‌ی [۰, ۱] قرار دهد.

$$\frac{P(\{a, d\})}{P(\{b, c\})} = \frac{m^2 + 2m}{\frac{2}{9}} = \frac{\frac{1}{9} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{9}} = \frac{7}{2} = 3.5$$

(هپرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سیروید زوالفقاری)

$$P(۴) = P(۵) = P(۶) = x$$

$$P(۱) = P(۲) = P(۳) = ۳x$$

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$$

$$\Rightarrow ۳x + ۳x + ۳x + x + x + x = ۱ \Rightarrow ۱۲x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۲}$$

$$P(A) = P(\{۲, ۴, ۶\}) = P(۲) + P(۴) + P(۶)$$

$$= ۳x + x + x = ۵x = \frac{۵}{۱۲}$$

(پیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سامان اسپهر م)

$$P(a) = P(b) = ۲x, P(c) = x \Rightarrow ۲x + ۲x + x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۵}$$

$$P(\{b, c\}) = P(b) + P(c) = \frac{۲}{۵} + \frac{۱}{۵} = \frac{۳}{۵}$$

(پیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$x + ۲x + ۲x + ۳x + ۲x + ۴x = ۱ \Rightarrow ۱۴x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۴}$$

$$P(\{۳, ۶\}) = P(۳) + P(۶) = \frac{۲}{۱۴} + \frac{۴}{۱۴} = \frac{۶}{۱۴} = \frac{۳}{۷}$$

(پیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال در فضاهای پیوسته، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۶۰۲۱۵

(سروش موثینی)

نتیجه‌ی تمرین ۱۰ صفحه‌ی ۱۰۸ کتاب درسی این است که احتمال تشکیل مثلث برابر نسبت طول دو قطعه خواهد بود:

$$P = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۱۸}} = \frac{\sqrt{۲}}{۳\sqrt{۲}} = \frac{۱}{۳}$$

(پیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سیدرفید زوالفقاری)

$$|x - y| < 3 \Rightarrow -3 < x - y < 3$$

$$a(S) = 4 \times 4 = 16$$

$$a(A) = 4 \times 4 - 2\left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) = 16 - 1 = 15$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{15}{16}$$

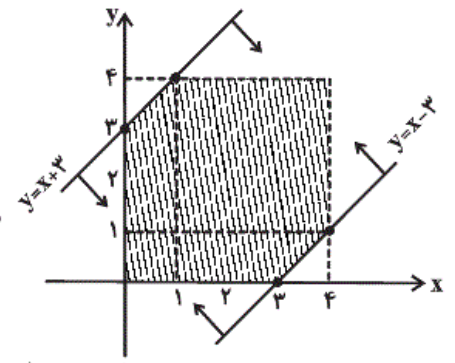
(پبروا احتمال - احتمال، اندازه گیری شانس - صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱ ✓



(سامان اسپورم)

فضای نمونه ای معادل مساحت مثلث OAB است، یعنی داریم:

$$a(S) = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

$$m_{AB} = \frac{2-0}{3-4} = -2$$

$$\Rightarrow AB \text{ معادله ی خط } : y - 0 = -2(x - 4)$$

$$\Rightarrow y = -2x + 8 \xrightarrow{x=2y} M \begin{array}{|l} 16 \\ 5 \\ 8 \\ 5 \end{array}$$

پیشامد تصادفی A معادل ناحیه ی هاشورخورده است. داریم:

$$a(A) = S_{OBM} = S_{OAB} - S_{OAM}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{8}{5} = 4 - \frac{16}{5} = \frac{4}{5}$$

$$P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{\frac{4}{5}}{4} = \frac{1}{5}$$

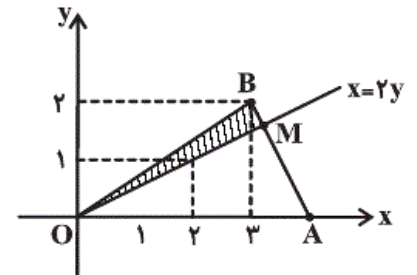
(پبروا احتمال - احتمال، اندازه گیری شانس - صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۴

۳

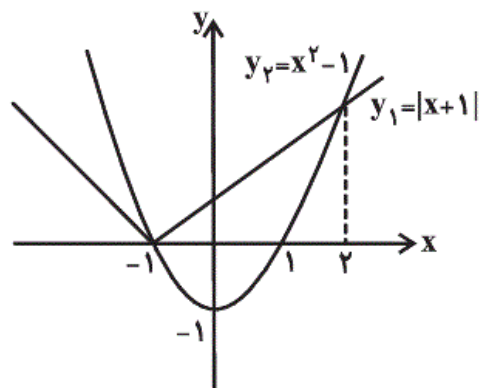
۲ ✓

۱



ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، همسایگی های یک نقطه ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

هر دو نمودار $y_1 = |x+1|$ و $y_2 = x^2 - 1$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



همانطور که مشاهده می‌شود جواب نامعادله به صورت بازه $(-1, 2)$

است. این بازه یک همسایگی به مرکز $a = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ و به شعاع

$$r = \frac{2 - (-1)}{2} = \frac{3}{2}$$

پس، است:

$$r + a = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، قضایای حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

-۱۲۰

(عزیزاله علی‌اصغری)

ابتدا مخرج را ساده می‌کنیم و دامنه‌ی تابع را حساب می‌کنیم:

$$[3x+1] - 4 = [3x] + 1 - 4 = 0 \Rightarrow [3x] = 3$$

$$\Rightarrow 3 \leq 3x < 4 \Rightarrow 1 \leq x < \frac{4}{3} \Rightarrow \text{دامنه} = \mathbb{R} - [1, \frac{4}{3})$$

تابع فقط در همسایگی سمت چپ ۱ تعریف شده است، پس حد آن در

$x = 1$ با حد چپ آن در این نقطه برابر است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[2x] - 3 + 3x}{[3x] - 3} = \frac{1 - 3 + 3}{2 - 3} = \frac{1}{-1} = -1$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، محاسبه حد در توابع کسری ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan x - |\sin x|}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan x - \sin x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x \left(\frac{1}{\cos x} - 1 \right)}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} \times \left(\frac{1}{\cos x} - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\cos x} - 1 \right) = 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

[۴] ✓
[۳]
[۲]
[۱]

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}{x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)} \times \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - 1 + x^2}}{4x \times \sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{4x\sqrt{2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{4x\sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{4x\sqrt{2}} = -\frac{1}{4\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{8} \end{aligned}$$

(مسابان- سر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۳)

[۴]
[۳]
[۲] ✓
[۱]

(معمدمصطفی ابراهیمی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} \sin 4x - \sin 2x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} (2 \sin 2x \cos 2x) - \sin 2x}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x (\cos 2x - 1)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x (1 - 2 \sin^2 x - 1)}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{x} \times \frac{-2 \sin^2 x}{x^2} \right) = 2 \times (-2) = -4 \end{aligned}$$

(مسابان- سر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

[۴] ✓
[۳]
[۲]
[۱]

(عزیزاله علی اصغری)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{8x}-2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{2\sqrt[3]{x}-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{2(\sqrt[3]{x}-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

حد چپ و راست و مقدار تابع را محاسبه می‌کنیم:

$$f(1) = a + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a + 1$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^4 - 1}{x - \sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x+\sqrt{x})}{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x+\sqrt{x})}{x^2 - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)(x+\sqrt{x})}{x(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+1)(x^2+1)(x+\sqrt{x})}{x} = 2 \times 2 \times 2 = 8 \end{aligned}$$

باید حد چپ و حد راست و مقدار تابع با هم برابر باشند، پس $a + 1 = 8$ است که $a = 7$ به دست می‌آید.

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، خط مماس بر منحنی ها و مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

در صورت کسر، عبارت $\frac{xf(x) - af(a)}{x - a} - \frac{af(x)}{x - a}$ را اضافه و کم می‌کنیم \rightarrow

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf(x) - af(a) - af(x) + af(x)}{x - a}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{(xf(x) - af(x)) + (af(x) - af(a))}{x - a}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{(x - a).f(x)}{x - a} + \frac{a(f(x) - f(a))}{x - a} \right) = f(a) + af'(a)$$

(مسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهری ملارمضانی)

-۱۱۹

با توجه به تعریف مشتق تابع f در نقطه‌ی $x = a$ داریم:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

حال با توجه به شکل موردنظر مشتق در نقطه‌ی $x = 3$ برابر شیب خط موردنظر ($m = 3$) است و عرض نقطه به طول $x = 3$ ، برابر $y(3) = 3 \times 3 + 4 = 13$ بنابراین:

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 13}{x - 3} = 3$$

(مسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمد امین نیافته)

-۱۱۶

نقاط مشتق‌ناپذیر همان ریشه‌های ساده عبارات داخل قدرمطلق است:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A = (-1, 4)$$

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 8 \Rightarrow B = (3, 8)$$

$$AB = \sqrt{(8 - 4)^2 + (3 - (-1))^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \quad \text{پس:}$$

(مسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$O(1,2)$ ، $A(3,a)$ و $A'(5,6)$ روی یک خط راست واقع‌اند، پس:

$$m_{OA} = m_{OA'} \Rightarrow \frac{a-2}{3-1} = \frac{6-2}{5-1} \Rightarrow a = 4$$

حال:

$$K = \frac{OA'}{OA} = \frac{\sqrt{(5-1)^2 + (6-2)^2}}{\sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2}} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = 2$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها - صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، تبدیل یافته‌ی خط و معادله‌ی آن، تبدیل‌ها - ۱۳۹۶۰۲۱۵

دوران 180° حول یک نقطه، همان بازتاب نسبت به آن نقطه است.

ضابطه‌ی بازتاب نسبت به نقطه‌ی (α, β) به صورت

$$T(x, y) = (2\alpha - x, 2\beta - y) \text{ است، پس:}$$

$$(\alpha, \beta) = (1, -2) \Rightarrow T(x, y) = (2 - x, -4 - y)$$

$$\begin{cases} X = 2 - x \Rightarrow x = 2 - X \\ Y = -4 - y \Rightarrow y = -4 - Y \end{cases}, y = -x$$

$$\Rightarrow -4 - Y = -2 + X \Rightarrow Y + X = -2$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، اثبات با استفاده از ویژگی‌های تبدیل‌ها، تبدیل‌ها - ۱۳۹۶۰۲۱۵

(مبتهی فقیقت‌لاری)

همانگونه که در اثبات قضایا و تمرین‌های کتاب آمده است، تنها برای

اثبات قضیه‌ی گزینه‌ی «۲» از تبدیل انتقال استفاده نمی‌شود (اثبات آن با

استفاده از تبدیل بازتاب انجام می‌شود).

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- مشابه تمرین صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۳۶-

(ابراهیم نبفی)

اگر امتداد دو پاره خط AC و BD متناظر نباشد، آن گاه یا موازی اند یا متقاطع و در هر صورت صفحه‌ای بر آن‌ها می‌گذرد و این بدان معنی است که چهار نقطه‌ی متمایز A ، B ، C و D بر یک صفحه مانند P قرار دارند و با توجه به این که نقاط A و B روی d و C و D روی d' هستند نتیجه می‌گیریم دو خط d و d' بر یک صفحه قرار دارند که این ناممکن

۱ ۲ ۳ ۴

۱۳۱-

(شروین سیاح‌نیا)

اگر خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، آنگاه با خط دیگری متقاطع یا متناظر است. سایر گزینه‌ها قضیه‌های کتاب درسی هستند.

(هندسه ۲- هندسه در فضا- صفحه‌ی ۱۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۳۲-

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

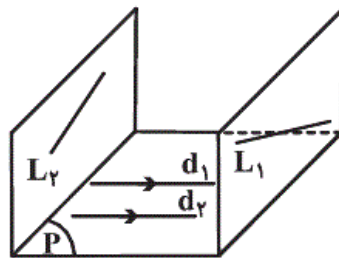
خط BC با خط AD موازی است، لذا خط BM نمی‌تواند با AD موازی باشد، زیرا از نقطه‌ی B نمی‌توان بیش‌تر از یک خط به موازات خط AD رسم کرد.

(هندسه ۲- هندسه در فضا- اصل ۷- صفحه‌ی ۱۳۶)

۱ ۲ ۳ ۴

(رضا عباسی اصل)

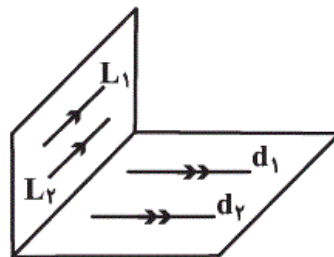
تحلیل گزینه‌های نادرست:



گزینه‌ی «۲»: L_1 و L_2 می‌توانند

متافر و در نتیجه در دو صفحه متمایز

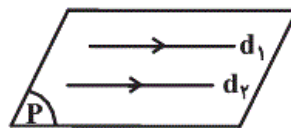
باشند.



گزینه‌ی «۳»: صفحه‌ی شامل L_1 و

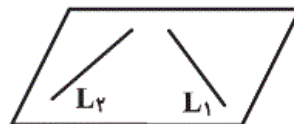
L_2 در صورت وجود می‌تواند با

صفحه‌ی P متقاطع نیز باشد.



گزینه‌ی «۴»: صفحه‌ی P می‌تواند با

L_1 و L_2 موازی باشد.



(هندسه ۲- هندسه در فضا- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

محل تلاقی خط Δ و صفحه‌ی P خواهد بود. بنابراین، خطوط بی‌شماری که

از نقطه‌ی M می‌توان در صفحه‌ی P رسم کرد، غیر از خطی که از M به

موازات D و D' رسم می‌شود، سه خط D ، D' و Δ را قطع می‌کنند.

(هندسه ۲- هندسه در فضا- صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۶)

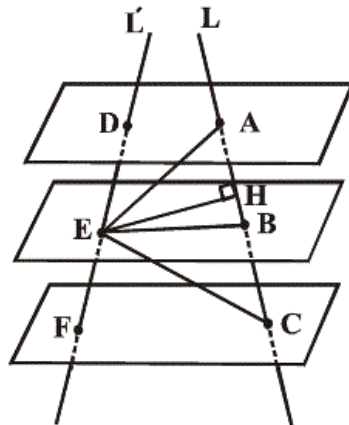
۴ ✓

۳

۲

۱

مطابق شکل داریم:



$$\frac{DE}{DF} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{DE}{EF} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow[\text{فضا}]{\text{قضیه ی تالس در}} \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S(AEB)}{S(CEB)} = \frac{\frac{1}{2} \times EH \times AB}{\frac{1}{2} \times EH \times BC} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۲- هندسه در فضا- صفحه‌های ۱۱۴۴ و ۱۱۴۵)

۴

۳

۲

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

$$OB' = 4OB \Rightarrow \frac{OB}{OB'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{4} \xrightarrow{BC=1} B'C' = 4$$

مثلث $A'B'C'$ با مثلث ABC متشابه است، پس این مثلث نیز

قائم‌الزاویه است.

$$S(\triangle A'B'C') = \frac{1}{2} A'C' \times B'C' = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

(هندسه ۲- هندسه در فضا- مسأله‌ی ۱۰- صفحه‌ی ۱۱۴۷)

۴

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۷۷)

$$y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x - 1|} = \frac{(2x + 1)(x - 1)}{|x - 1|}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} y &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x-1}{|x-1|} (2x+1) \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x-1}{x-1} (2x+1) \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1) = 3 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x-1}{-(x-1)} (2x+1) \right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-(2x+1)) = -3$$

پس:

$$\left| \lim_{x \rightarrow 1^+} y - \lim_{x \rightarrow 1^-} y \right| = |3 - (-3)| = 6$$

(حسابان- مر و پیوستگی توابع- صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱

راه حل اول: حد $\frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2}$ ابهام $\frac{0}{0}$ دارد، برای رفع ابهام

صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos^2 x - \sqrt{\cos x}}{x^2} \times \frac{\cos^2 x + \sqrt{\cos x}}{\cos^2 x + \sqrt{\cos x}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^4 x - \cos x}{x^2 (\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos^3 x - 1)}{x^2 (\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x (\cos x - 1)(\cos^2 x + \cos x + 1)}{x^2 (\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} \times \frac{\cos x (\cos^2 x + \cos x + 1)}{(\cos^2 x + \sqrt{\cos x})} \right) \\ &= -\frac{1}{2} \times \frac{1 \times 3}{2} = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

راه حل دوم: با استفاده از هم‌ارزی $\cos^m u \approx 1 - \frac{mu^2}{2}$ وقتی $u \rightarrow 0$

خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - x^2) - \left(1 - \frac{1}{4}x^2\right)}{x^2} = -\frac{3}{4}$$

(حسابان - سر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، حسابان-گواه، پیوستگی توابع، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

اگر تابع f بر مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته باشد، در نقطه‌ی $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \quad \text{نیز پیوسته است، یعنی:}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 & ; x > 2 \\ ax - 1 & ; x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax - 5) = 4 + 2a - 5 = 2a - 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax - 1) = 2a - 1$$

ملاحظه می‌شود که به ازای همه‌ی مقادیر حقیقی a ، تابع f در $x = 2$

پیوسته است (شرط $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$ برقرار است).

همچنین هر دو ضابطه، در همه‌ی نقاط تعریف خود پیوسته هستند.

بنابراین به ازای هر مقدار حقیقی a ، تابع f بر مجموعه‌ی اعداد حقیقی

پیوسته است.

(مسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، حسابان-گواه، خط مماس بر منحنی‌ها و مشتق توابع، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{2(t+2)} &= \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow -2} \frac{f(t) - f(-2)}{t - (-2)} \\ &= \frac{1}{2} f'(-2) = \frac{1}{2} (2) = 1 \end{aligned}$$

(مسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از آنجایی که $\sqrt{x^2} = |x|$ ، پس $y = x|x|$ ، این تابع در صفر پیوسته است، حال مشتق پذیری تابع را در صفر بررسی می‌کنیم:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x|x| - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$$

تابع در $x = 0$ مشتق پذیر است.

(مسئله‌بان - ترکیبی - صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{h(x)}{(2x+1)h(2x+1)} = \frac{h(-1)}{-h(-1)} = -1$$

(مسئله‌بان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، حسابان-گواه، روش‌های محاسبه‌ی مشتق توابع، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

(سراسری تهرانی - ۹۰)

ابتدا عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت کرده، سپس مشتق می‌گیریم.

$$x > 1 \Rightarrow x - 1 > 0 \Rightarrow f(x) = x\sqrt{x} + x - 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \times x + 1 \Rightarrow f'_+(1) = 1 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x < 1 \Rightarrow x - 1 < 0 \Rightarrow f(x) = x\sqrt{x} - x + 1$$

$$\Rightarrow f'(x) = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}} - 1 \Rightarrow f'_-(1) = 1 + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f'_+(1) + 3f'_-(1) = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$$

(مسئله‌بان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y = \sqrt{x} \sqrt{x} (2x^{-2} + 1) = \sqrt{x^{\frac{3}{2}}} (2x^{-2} + 1)$$

$$y = x^{\frac{3}{4}} (2x^{-2} + 1) = 2x^{-\frac{5}{4}} + x^{\frac{3}{4}}$$

$$y' = \frac{-10}{4} x^{-\frac{9}{4}} + \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{4}} \Rightarrow y'(1) = \frac{-10}{4} + \frac{3}{4} = \frac{-7}{4}$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۷۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تجربی خارج از کشور - ۸۵)

$$y(1) = 1 + 1 = 2$$

ابتدا عرض نقطه را می‌یابیم.

پس نقطه‌ی تماس $A(1, 2)$ است، پس شیب خط مماس برابر است با:

$$y = x^{-\frac{1}{2}} + x \Rightarrow y' = \frac{-1}{2} x^{-\frac{3}{2}} + 1$$

$$y'(1) = \frac{-1}{2} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \text{ و } m = -2$$

معادله‌ی خط قائم در نقطه‌ی A برابر است با:

$$y - 2 = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + 4 \Rightarrow y + 2x = 4$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، آهنگ تغییرات ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۲۱۵

$$f(x) = \frac{36}{x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{0 \times x^2 - 2x \times 36}{x^4} = \frac{-72}{x^3}$$

$$\Rightarrow f'(\sqrt[3]{12}) = \frac{-72}{12} = -6$$

بنابراین آهنگ متوسط تغییر، یک واحد از آهنگ لحظه‌ای بیشتر است.

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۸۲)

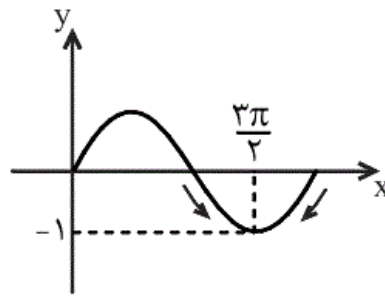
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان گواه-سوال‌ت موازی ، قضایای حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵



با توجه به نمودار تابع
 $y = \sin x$ در همسایگی
 نقطه‌ی $x = \frac{3\pi}{2}$ تابع با
 مقادیر بیش‌تر از (-1) به
 (-1) نزدیک می‌شود، لذا:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \left[\frac{1}{\sin x} \right] = \left[\frac{1}{(-1)^+} \right] = [(-1)^-] = -2$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی - ۹۵)

حدهای چپ و راست تابع را در $x = \frac{\pi}{3}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{3}\right)^-} \left[\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \right] \cos 3x + [\tan^2 x] \\ = [0^-] \cos \pi + \left[\left((\sqrt{3})^- \right)^2 \right] = (-1)(-1) + [3^-] = 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{3}\right)^+} \left[\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \right] \cos 3x + [\tan^2 x] \\ = [0^+] \cos \pi + \left[\left((\sqrt{3})^+ \right)^2 \right] = 0(-1) + [3^+] = 0 + 3 = 3 \end{aligned}$$

چون حدهای چپ و راست تابع برابر ۳ هستند، بنابراین حاصل حد تابع برابر ۳ است.

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان گواه-سوال‌ات موازی ، محاسبه حد در توابع کسری ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} \quad (\text{حد ابهام } \frac{0}{0} \text{ دارد})$$

صورت و مخرج را در مزدوج عبارت صورت ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{(x+2) \times (x - \sqrt{2x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-4)}{(x+2)(x - \sqrt{2x+8})} = \frac{-6}{-2-2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(مسئله‌بان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{2 - \sqrt{4-x^2}} \quad (\text{حد ابهام } \frac{0}{0} \text{ دارد})$$

ابتدا صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - \cos 3x) \times (2 + \sqrt{4-x^2})}{4 - (4-x^2)} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{x^2} \times (2 + \sqrt{4-x^2}) \end{aligned}$$

در صورت با استفاده از اتحاد مثلثاتی تبدیل جمع به ضرب، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin \frac{x+3x}{2} \sin \frac{x-3x}{2}}{x^2} \times 4 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin 2x \sin(-x)}{x^2} \times 4 \end{aligned}$$

اما $\sin(-x) = -\sin x$ ، پس:

$$= 8 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} \times \frac{\sin x}{x} = 16$$

(مسئله‌بان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$y = \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|} = \frac{(2x+1)(x-1)}{|x-1|}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} y &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x-1}{|x-1|} (2x+1) \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x-1}{x-1} (2x+1) \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1) = 3 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x-1}{-(x-1)} (2x+1) \right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-(2x+1)) = -3$$

پس:

$$\left| \lim_{x \rightarrow 1^+} y - \lim_{x \rightarrow 1^-} y \right| = |3 - (-3)| = 6$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان گواه-سوالات موازی ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۶۰۲۱۵

برای آن که تابع f در $x=2$ پیوسته باشد، باید:

$$\begin{aligned} f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{2x}}{2 - x} \quad (\text{حد ابهام } \frac{0}{0} \text{ دارد}) \end{aligned}$$

برای رفع ابهام از اتحادها و فاکتورگیری استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{2})}{-(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} \\ = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x}}{-(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

راه حل اول: در صورت کسر $f(x)$ را اضافه و کم می کنیم.

$$\begin{aligned} & \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(x+h) - f(x)) - (f(x-h) - f(x))}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{-h} \\ &= f'(x) + f'(x) = 2f'(x) \Rightarrow 2f'(x) = 2\sqrt{x} \\ &\Rightarrow f'(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(4) = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

راه حل دوم: اگر f در x_0 مشتق پذیر باشد، آنگاه با استفاده از فرمول

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + mh) - f(x_0 + nh)}{h} = (m - n)f'(x_0)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = (1 - (-1))f'(x)$$

داریم:

$$2f'(x) = 2\sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(4) = 2$$

لذا:

(مسئله - مشتق توابع - صفحه های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱

در این سؤال f در x_0 مشتق پذیر است، با فرض $-h = t$ وقتی

$h \rightarrow 0^-$ ، آنگاه $t \rightarrow 0^+$ ، پس:

$$\begin{aligned} & \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{-t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0 + t) - f(x_0)}{t} = -2 \end{aligned}$$

(مسئله - مشتق توابع - صفحه های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱

تعریف مشتق را می نویسیم:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 [x] - 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} x[x] = 0$$

بنابراین تابع در $x = 0$ مشتق پذیر است.

(مسئله - مشتق توابع - صفحه های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲

۱

با استفاده از تعریف مشتق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} f'(-5) &= \lim_{x \rightarrow -5} \frac{f(x) - f(-5)}{x + 5} \\ &= \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x(x+1)(x+2)\dots(x+6) - 0}{x + 5} \\ &= \lim_{x \rightarrow -5} x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+6) \\ \Rightarrow f'(-5) &= (-5)(-4)(-3)(-2)(-1)(1) = -(\Delta!) = -120 \end{aligned}$$

(مسابقه - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir