



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ، - ۱۳۹۶۰۲۰۱

۴۱- خطی دارای شیب ۲+ است. عرض از مبدأ آن کدام باشد تا از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۱۷ \\ ۳ \end{bmatrix}$ بگذرد؟ (نگاه به گذشته)

۳۷ (۱) ۳۱ (۲) -۳۷ (۳) -۳۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۲- خطی که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۹ \end{bmatrix}$ می‌گذرد، از کدام نقطه‌ی زیر نیز می‌گذرد؟ (نگاه به گذشته)

$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۱۰ \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} ۴ \\ -۱ \end{bmatrix}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۳- از نقطه‌ای به طول ۲ روی خط $۳x - ۲y = ۵$ ، خطی به مبدأ مختصات رسم می‌کنیم. شیب این خط کدام است؟

$\frac{۱}{۲}$ (۱) $\frac{۱}{۴}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۴- اگر محل تقاطع خط $۲(a+۱)x + ۳y = ۵$ با محور طول‌ها، نقطه‌ای به طول ۲ باشد، عرض نقطه‌ای از خط که طول ۱ واحد دارد کدام است؟

$\frac{۵}{۶}$ (۱) $\frac{۱}{۲}$ (۲) $\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۵}{۳}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۵- خط $(a-۲)x + (a+۳)y = ۱$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کرده است. این خط محور عرض‌ها را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۴ \\ ۰ \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۶- حاصل عبارت $\frac{a^2b^2-1}{a^2b^2-2ab+1} \times \frac{a^3b^2-a^2b}{2a^3b}$ همواره کدام است؟ همه‌ی عبارات تعریف شده‌اند.

$$\frac{ab+1}{2a} \quad (1) \qquad \frac{ab-1}{2a} \quad (2)$$

$$\frac{ab+1}{2(ab-1)} \quad (3) \qquad \frac{a(ab+1)}{ab-1} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۷- از ضرب معکوس کدام عبارت در عبارت $\frac{x^2-9}{3x+6}$ ، عبارت $\frac{x+3}{x+2}$ به دست می‌آید؟ همه‌ی عبارات و معکوس آن‌ها تعریف شده‌اند.

$$\frac{3}{x-3} \quad (1) \qquad \frac{x-2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{x-3}{3} \quad (3) \qquad \frac{6}{x-3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۸- حاصل عبارت $(\frac{1}{b} + \frac{4}{3b}) \div (\frac{3}{2b} - \frac{1}{b})$ کدام است؟ عبارت تعریف شده است.

$$\frac{7}{3} \quad (1) \qquad \frac{14}{3} \quad (2)$$

$$\frac{b}{3} \quad (3) \qquad \frac{b+1}{2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۹- نقاط برخورد خط $\frac{y}{4} + \frac{x}{3} = 1$ با دو محور مختصات همراه با مبدأ مختصات، تشکیل مثلث می‌دهند. تفاضل طول دو ارتفاع کوچک‌تر مثلث، چند واحد است؟

$$1 \quad (1) \qquad \frac{2}{5} \quad (2) \qquad \frac{3}{5} \quad (3) \qquad \frac{6}{5} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۰- اگر $A = \begin{bmatrix} a+1 \\ a-1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a-3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی یک خط راست باشند، نسبت طول پاره‌خط AB به طول پاره‌خط AC کدام است؟

$$2 \quad (1) \qquad \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2) \qquad \sqrt{5} \quad (3) \qquad \frac{1}{2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۱- اگر بدانیم عبارت $A = 5x^4 - ax^3 + bx^2 + a + b$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است، حاصل $b^2 - ab$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) صفر (۳) $\frac{25}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۵۲- حاصل عبارت $M = \frac{1}{a^2 + 2ab + b^2} \times [(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}) \div (\frac{1}{a} - \frac{1}{b})]$ همواره برابر کدام گزینه است؟ همهی عبارات تعریف شده‌اند.

- (۱) $\frac{ab}{a+b}$ (۲) $-\frac{ab}{a+b}$ (۳) $\frac{1}{(a+b)ab}$ (۴) $\frac{-1}{(a+b)ab}$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- عبارت $\frac{x^4z^4 + x^2z^4y^4 + y^4}{x^2z^4 + y^4 - xz^2y^2}$ پس از ساده شدن به کدام صورت درمی آید؟ عبارات تعریف شده‌اند.

- (۱) $x^2z^4 + y^4 - xz^2y^2$ (۲) $x^2z^4 + y^4 + xz^2y^2$ (۳) $\frac{x^2z^4 + y^4}{xz^2y^2}$ (۴) $\frac{xz^2y^4 + y^4}{x^2z^4 - xz^2y^2}$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- اگر $\frac{x}{x^2 - 16} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{x^2 - 16}$ باشد، مقدار B^A کدام است؟ $x \neq \pm 4$ است.

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۵- به ازای چه مقدار a ، با سه نقطه‌ی موجود $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1+2a \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} -1 \\ a \end{bmatrix}$ نمی‌توان یک مثلث ساخت؟

- (۱) $\frac{7}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{7}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- نقاط $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$ چهار رأس مربعی هستند. اگر دو ضلع AB و CD اضلاع روبه‌روی

یک‌دیگر باشند، معادله‌ی خط CD کدام است؟

- (۱) $y - 3 = 0$ (۲) $y + x = 0$ (۳) $y - x = 0$ (۴) $x - 3 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۵۷- کدام خطوط با یکدیگر موازی هستند؟

- (الف) $y = 4x - 2$ (ب) $y = 7x + 3$ (پ) $y = \sqrt{\frac{48}{3}}x + \pi$ (ت) $-y = 4x + 17$
- (۱) الف و ت (۲) پ و ت (۳) الف و پ (۴) ب و پ

شما پاسخ نداده اید

۵۸- از سه معادله‌ی روبه‌رو، میانگین اعداد x ، y و z کدام است؟

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 38 \\ 2x + 4y + 2z = 48 \\ 5x + 3y + 3z = 68 \end{cases}$$

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۵۹- حاصل عبارت زیر همواره کدام است؟

$$A = \frac{1 - t^6}{t^5 + t^4 + 2t^3 + 2t^2 + t + 1}$$

- (۱) $\frac{-1}{1+t}$ (۲) $\frac{1+t}{t^2+1}$
 (۳) $\frac{-1}{1-t}$ (۴) $\frac{1-t}{t^2+1}$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- مساحت یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر $\frac{\sqrt{3}}{4} + x\sqrt{3} + x^2\sqrt{3}$ و مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع دیگری برابر

$\frac{\sqrt{3}}{4} - x\sqrt{3} + x^2\sqrt{3}$ است. اختلاف محیط این دو مثلث کدام است؟ $x > 3$ است.

- (۱) $2x^2 - 1$ (۲) ۳
 (۳) $2x^2 + 1$ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی - سوالات موازی، - ۱۳۹۶۰۲۰۱

۶۱- نامعادله‌های $\begin{cases} x+1 \leq \frac{1-x}{4} \\ \frac{1-x}{4} < x+10 \end{cases}$ به ازای کدام مقادیر x برقرار و نمایش آن روی محور اعداد کدام است؟ (نگاه به گذشته)

و $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{39}{5} < x \leq -\frac{2}{5}\}$ (۱)

و $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{39}{5} \leq x \leq -\frac{2}{5}\}$ (۲)

و $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{39}{5} \leq x < -\frac{2}{5}\}$ (۳)

و $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{39}{5} < x \leq -\frac{2}{5}\}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- از مستطیلی به ابعاد $(x+3)$ و $(x+5)$ ، مستطیل دیگری به ابعاد $(x-1)$ و $(x+4)$ حذف کرده‌ایم. مساحت بخش باقی‌مانده

همواره کدام است؟ $(x > 1)$ (نگاه به گذشته)

$11x+13$ (۴)

$11x+19$ (۳)

$5x+19$ (۲)

$5x+13$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۳- مقدار m کدام باشد تا دو خط $2(y-m) = x+10$ و $y = (m+1)x+7$ یک‌دیگر را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کنند؟

-4 (۴)

-3 (۳)

-2 (۲)

-1 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۴- اگر شیب خط $y = (a-1)x+3$ برابر ۳ باشد، مقدار a کدام است؟

1 (۴)

2 (۳)

3 (۲)

4 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر سه نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ سه رأس یک مثلث باشند، شیب ضلع AB چند برابر شیب ضلع BC است؟

-3 (۴)

$-\frac{1}{3}$ (۳)

3 (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۶- به ازای کدام مقدار a ، نقطه‌ی تلاقی دو خط $(a+2)x+2y=3$ و $x+2(a+2)y=1$ ، روی محور x ها قرار می‌گیرد؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۶۷- عرض از مبدأ کدام خط، بیش‌تر از سایرین است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad 2y - x &= 3 \\ (2) \quad 6y &= 2x + 5 \\ (3) \quad 2y - 2x + 1 &= 0 \\ (4) \quad 3y &= 9x + 1 \end{aligned}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- پاسخ دستگاه معادلات مقابل، کدام است؟

$$\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 3y + 2x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad \begin{bmatrix} 2 \\ -\frac{3}{2} \\ 2 \end{bmatrix} & (2) \quad \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \\ (3) \quad \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix} & (4) \quad \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- اگر شیب خط گذرنده از نقاط $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 5-a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2a-1 \\ 7 \end{bmatrix}$ ، برابر صفر باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- برای حل دستگاه معادلات $\begin{cases} a^2x + (a+b)y = \frac{1}{2} \\ abx + (a-2)y = 3 \end{cases}$ به روش حذفی، معادله‌ی اول را در عدد ۲ و معادله‌ی دوم را در عدد ۳ ضرب

می‌کنیم. با جمع کردن طرفین دو معادله‌ی حاصل، $y = 2$ به دست می‌آید. با فرض این که a و b عضو مجموعه‌ی اعداد صحیح باشند، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۷۱- معادله‌ی خط گذرنده از نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و محل برخورد دو خط به معادلات $\begin{cases} d_1: 2y + x - 3 = 0 \\ d_2: y = x + 6 \end{cases}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= -\frac{1}{2}x + 3 \\ (2) \quad y &= \frac{1}{2}x + 5 \\ (3) \quad y - x &= 6 \\ (4) \quad y &= -x + 2 \end{aligned}$$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- شیب خطی که از دو نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3n \\ -5 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، برابر با ۲- و شیب خطی که از دو نقطه‌ی B و $C = \begin{bmatrix} 4 \\ -2a \end{bmatrix}$

می‌گذرد برابر با ۴ است. مقدار $a+n$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- احمد اگر ۳۰۰۰ تومان بیش‌تر پول داشت، مقدار پول او شش برابر پول خواهرش می‌شد. اگر خواهر احمد ۳۰۰۰ تومان بیش‌تر

پول داشت، مقدار پول او ۱۰۰۰ تومان بیش‌تر از پول احمد می‌شد. احمد و خواهرش روی هم چند تومان پول دارند؟

- (۱) ۲۰۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۴۰۰۰ (۴) ۵۰۰۰

شما پاسخ نداده اید

۷۴- خطی که موازی خط $3y = 5x - 3$ است و از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، از کدام نقطه‌ی زیر نیز عبور می‌کند؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 5 \\ 10 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 7 \\ 14 \end{bmatrix}$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- حاصل عبارت $\frac{a^2b^2 - 1}{a^2b^2 - 2ab + 1} \times \frac{a^2b^2 - a^2b}{2a^3b}$ همواره کدام است؟ همه‌ی عبارات تعریف شده است.

- (۱) $\frac{ab+1}{2a}$ (۲) $\frac{ab-1}{2a}$ (۳) $\frac{ab+1}{2(ab-1)}$ (۴) $\frac{a(ab+1)}{ab-1}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- از ضرب معکوس کدام عبارت در عبارت $\frac{x^2-9}{3x+6}$ عبارت $\frac{x+3}{x+2}$ به دست می‌آید؟ همه‌ی عبارات و معکوس آن‌ها تعریف

شده است.

- (۱) $\frac{x+3}{2}$ (۲) $\frac{x-2}{3}$ (۳) $\frac{x-3}{3}$ (۴) $\frac{x-3}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- از سه معادله‌ی روبه‌رو، میانگین اعداد x ، y و z کدام است؟

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 38 \\ 2x + 4y + 2z = 48 \\ 5x + 3y + 3z = 68 \end{cases}$$

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

$$A = \frac{1-t^4}{t^5+t^4+2t^3+2t^2+t+1}$$

$$\frac{1-t}{t^2+1} \quad (۴)$$

$$\frac{-1}{1-t} \quad (۳)$$

$$\frac{1+t}{t^2+1} \quad (۲)$$

$$\frac{-1}{1+t} \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- مساحت یک مثلث متساوی الاضلاع برابر $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + x\sqrt{3} + x^2\sqrt{3}$ و مساحت مثلث متساوی الاضلاع دیگری برابر

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - x\sqrt{3} + x^2\sqrt{3}$ است. اختلاف محیط این دو مثلث کدام است؟ $x > 3$ است.

$$۶ \quad (۴)$$

$$2x^2 + 1 \quad (۳)$$

$$۳ \quad (۲)$$

$$2x^2 - 1 \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر $A = \begin{bmatrix} a+1 \\ a-1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a-3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ روی یک خط راست باشند، نسبت طول پاره خط AB به طول پاره خط AC کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۱- (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

(نگاه به گذشته: سینا کروس)

$$y = 2x + b \text{ : معادله‌ی خط } \Rightarrow \text{ شیب خط} = 2$$

$$\Rightarrow 3 = 2 \times 17 + b \Rightarrow 3 - 34 = b \Rightarrow b = -31$$

خط از نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 17 \\ 3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد:

۴

۳

۲

۱

(نگاه به گذشته: محمد بمیرایی)

۴۲- (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۲ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

معادله‌ی هر خط به شکل $y = ax + b$ است. خط از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -1 \\ 9 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، پس:

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 1 = a \times 3 + b \Rightarrow 3a + b = 1$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 9 \end{bmatrix} \Rightarrow 9 = a \times (-1) + b \Rightarrow -a + b = 9$$

$$\begin{cases} 3a + b = 1 \\ a - b = -9 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین معادله‌ها}} 4a = -8 \Rightarrow a = -2$$

$$-2 - b = -9 \Rightarrow b = 7$$

$$\text{خط معادله‌ی } y = -2x + 7 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -2 \times 2 + 7 = -4 + 7 = 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \\ x = 4 \Rightarrow y = -2 \times 4 + 7 = -8 + 7 = -1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱

(محمد بمیرایی)

۴۳- (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

$$x = 2 \Rightarrow 3 \times 2 - 2y = 5$$

$$\Rightarrow -2y = 5 - 6$$

$$\Rightarrow -2y = -1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

شیب خطی که از نقطه‌ای به مختصات $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و مبدأ مختصات $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ می‌گذرد برابر است با:

۴

۳

۲

۱

(محمد بمیرایی)

در واقع خط مورد بحث محور طول‌ها را در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ قطع کرده است. در نتیجه:

$$\begin{cases} 2(a+1)x + 3y = 5 \\ y = 0, x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(a+1) \times 2 + 3 \times 0 = 5 \Rightarrow 4a + 4 = 5 \Rightarrow 4a = 1$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

معادله‌ی خط $\rightarrow 2\left(\frac{1}{4} + 1\right)x + 3y = 5$

نقطه به طول ۱ $\rightarrow 2\left(\frac{1}{4} + 1\right) + 3y = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 + 3y = 5 \Rightarrow 3y = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{6}$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

(محمد بمیرایی)

معادله‌ی محور طول‌ها (x ها)، $y = 0$ است. پس:

محل برخورد خط با محور طول‌ها $\xrightarrow{y=0} x = -1 \Rightarrow (a-2) \times (-1) + 0 = 1$

$$\Rightarrow -a + 2 = 1 \Rightarrow -a = -1 \Rightarrow a = 1$$

معادله‌ی خط $\rightarrow -x + 4y = 1$ محل برخورد با محور عرض‌ها $\xrightarrow{x=0} 4y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$ نقطه‌ی مورد نظر $\rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

۱ ۲ ۳ ۴

(محمد بمیرایی)

$$\frac{a^2b^2 - 1}{a^2b^2 - 2ab + 1} \times \frac{a^3b^2 - a^2b}{2a^3b} = \frac{(ab-1)(ab+1)}{(ab-1)^2} \times \frac{a^2b(ab-1)}{2a^3b}$$

$$= \frac{(ab-1)^2(ab+1) \times a^2b}{(ab-1)^2 \times 2a^3b} = \frac{ab+1}{2a}$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

(امیربهداد کتابی)

معکوس عبارت گویای مورد نظر را A در نظر می‌گیریم:

$$A \times \frac{x^2 - 9}{3x + 6} = \frac{x + 3}{x + 2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{x + 3}{x + 2} \div \frac{x^2 - 9}{3x + 6}$$

$$\Rightarrow A = \frac{x + 3}{x + 2} \times \frac{3x + 6}{x^2 - 9} = \frac{x + 3}{x + 2} \times \frac{3(x + 2)}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{3}{x - 3}$$

۱ ۳ ۲ ۴

(هومن صلواتی)

$$\left(\frac{1}{b} + \frac{4}{3b}\right) \div \left(\frac{3}{2b} - \frac{1}{b}\right) = \left(\frac{3+4}{3b}\right) \div \left(\frac{3-2}{2b}\right) = \frac{7}{3b} \div \frac{1}{2b}$$

$$= \frac{7}{3b} \times \frac{2b}{1} = \frac{14}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا رئوس مثلث را می‌یابیم:

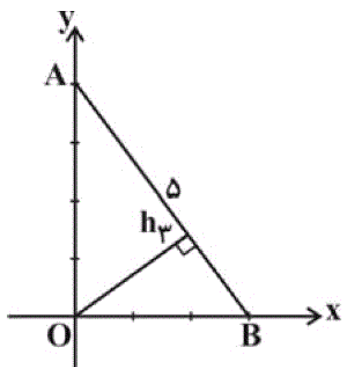
$$\left. \begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=4 \\ y=0 \Rightarrow x=3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مختصات رئوس مثلث}} A = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, O = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

پس طبق رابطه‌ی فیثاغورس مثلث OAB مثلثی قائم‌الزاویه با اضلاع ۳، ۴ و ۵ است که دو ارتفاع آن همان اضلاع قائمه‌اند، یعنی $h_1 = 4$ و $h_2 = 3$ است. طول ارتفاع سوم را از مساحت مثلث می‌یابیم، به این شکل که:

$$\Delta_{\text{مساحت } OAB} = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{5 \times h_3}{2} \Rightarrow h_3 = \frac{12}{5}$$

بنابراین دو ارتفاع کوچک‌تر مثلث، h_2 و h_3 هستند که تفاضل طول آن‌ها برابر است با:

$$h_2 - h_3 = 3 - \frac{12}{5} = \frac{15 - 12}{5} = \frac{3}{5}$$



۱ ۲ ۳ ۴

(سهیل مسن‌فان‌پور)

۵۰ - (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

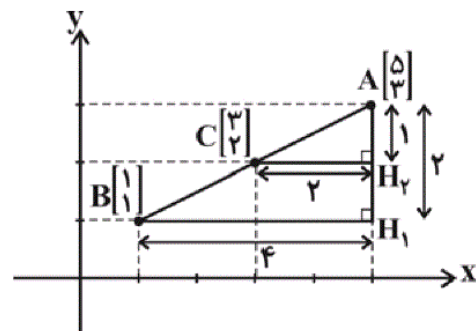
برای آن‌که نقاط A, B و C روی یک خط راست باشند، باید شیب AC و BC با هم برابر باشد. یعنی $m_{AC} = m_{BC}$ باشد. پس داریم:

$$\frac{(a-1)-2}{(a+1)-3} = \frac{1-2}{(a-3)-3} \Rightarrow \frac{a-3}{a-2} = \frac{-1}{a-6} \Rightarrow a^2 - 9a + 18 = 2 - a \Rightarrow a^2 - 8a + 16 = 0 \Rightarrow (a-4)^2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

حال مختصات نقاط را می‌یابیم و آن‌ها را رسم می‌کنیم. طبق اعداد روی شکل و رابطه‌ی فیثاغورس در دو مثلث ABH_1 و ACH_2 ، داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta_{ABH_1}: AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ \Delta_{ACH_2}: AC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$$



۱ ۲ ۳ ۴

(سهیل مسن‌فان‌پور)

۵۱ - (صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹ کتاب درسی - عبارتهای گویا)

عبارت $A(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش‌پذیر است.

پس: $A = 5x^2 - ax^3 + bx^2 + a + b = (x^2 - 1) \times (\text{عبارتی بر حسب } x)$

حال اگر $x^2 = 1$ باشد، طرف راست عبارت صفر است. پس طرف چپ نیز به ازای $x^2 = 1$ همواره صفر است. یعنی:

$$5 \times 1 - a \times 1 + b \times 1 + a + b = 0 \Rightarrow 5 - ax + 2b + a = 0$$

$$a = 0 \Rightarrow 5 + 2b = 0 \Rightarrow b = -\frac{5}{2}$$

ضریب x باید صفر باشد:

$$b^2 - ab = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

پس:

۱ ۲ ۳ ۴

$$M = \frac{1}{(a+b)^2} \times \left[\left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \div \left(\frac{b-a}{ab} \right) \right] = \frac{1}{(a+b)^2} \times \left[\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \times \frac{ab}{b-a} \right]$$

$$= \frac{1}{(a+b)^2} \times \frac{(b-a)(b+a)}{ab(b-a)} = \frac{1}{(a+b)ab}$$

۴

۳✓

۲

۱

۵۳ - (صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵ کتاب درسی - عبارتهای گویا)

(هومن صلواتی)

$$\frac{x^2 z^4 + x^2 z^2 y^2 + y^4}{x^2 z^2 + y^2 - xz^2 y^2} = \frac{(x^2 z^2)^2 + (y^2)^2 + 2x^2 z^2 y^2 - x^2 z^2 y^2}{x^2 z^2 + y^2 - xz^2 y^2} = \frac{(x^2 z^2 + y^2)^2 - (xy^2 z^2)^2}{x^2 z^2 + y^2 - xz^2 y^2}$$

$$= \frac{(x^2 z^2 + y^2 + xy^2 z^2)(x^2 z^2 + y^2 - xy^2 z^2)}{x^2 z^2 + y^2 - xz^2 y^2} = x^2 z^2 + y^2 + xy^2 z^2$$

۴

۳

۲✓

۱

۵۴ - (صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵ کتاب درسی - عبارتهای گویا)

(هومن صلواتی)

$$\frac{x}{x^2 - 16} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{x^2 - 16} \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 16} = \frac{A(x-4)}{x^2 - 16} + \frac{B}{x^2 - 16}$$

$$\Rightarrow x = Ax - 4A + B \Rightarrow \begin{cases} Ax = x \Rightarrow A = 1 \\ -4A + B = 0 \Rightarrow -4 + B = 0 \Rightarrow B = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B^A = 4^1 = 4$$

۴✓

۳

۲

۱

۵۵ - (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

(بنیامین قریشی)

تنها حالتی که نمی‌توان با سه نقطه‌ی تعریف‌شده یک مثلث ساخت آن است که سه نقطه روی یک خط راست قرار داشته باشند. وقتی سه نقطه روی یک خط قرار دارند، خط گذرنده از هر جفت آن‌ها شیب یکسانی دارد. بنابراین، اگر شیب خط AB را مساوی شیب خط BC قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$\text{شیب } AB = \frac{1+2a-0}{3-0} = \frac{1+2a}{3}$$

$$\text{شیب } BC = \frac{1+2a-a}{3-(-1)} = \frac{1+a}{3+1} = \frac{1+a}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1+2a}{3} = \frac{1+a}{4} \Rightarrow 4+8a = 3+3a \Rightarrow 5a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{5}$$

۴✓

۳

۲

۱

۵۶ - (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

(سسطمی نهم)

در مربع، اضلاع روبه‌رو با یک‌دیگر موازی هستند، بنابراین شیب ضلع CD با شیب ضلع AB برابر است، داریم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{1-1} = \frac{2}{0}$$

تعریف‌نشده: $\frac{2}{0}$

بنابراین ضلع AB موازی محور y ها بوده و معادله‌ی آن به شکل $x=1$ است، پس معادله‌ی ضلع CD نیز به صورت $x=a$ در می‌آید و چون این خط از نقطه‌ی $C=(3,3)$ نیز می‌گذرد، معادله‌ی آن به صورت $x=3$ خواهد بود.

۴✓

دکتود از سایت ریاضی سرا

۲

۱

خطوطی موازی هستند که شیب برابر داشته باشند. شیب خط‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) $y = 4x - 2 \Rightarrow$ شیب = ۴

ب) $y = 7x + 3 \Rightarrow$ شیب = ۷

پ) $y = \sqrt{\frac{48}{3}}x + \pi = \sqrt{16}x + \pi = 4x + \pi \Rightarrow$ شیب = ۴

ت) $-y = 4x + 17 \Rightarrow y = -4x - 17 \Rightarrow$ شیب = -۴

از آنجایی که موارد الف و پ، دارای شیب برابری هستند، با یکدیگر موازی‌اند.

۴

۳✓

۲

۱

(ممید اصفهانی)

۵۸ - (صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

$$-5x - 3y - 3z = -68$$

دو طرف معادله‌ی سوم را در منفی یک ضرب می‌کنیم:

حال این معادله را با معادله‌های اول و دوم جمع می‌کنیم:

$$(3x + 2y + z) + (2x + 4y + 2z) + (-5x - 3y - 3z) = 38 + 48 - 68$$

$$\Rightarrow 3y = 18 \Rightarrow y = 6$$

حال دو معادله‌ی اول به صورت زیر در می‌آیند:

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 12 + z = 38 \Rightarrow 3x + z = 26 \\ 2x + 24 + 2z = 48 \Rightarrow 2x + 2z = 24 \Rightarrow x + z = 12 \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱✓

(ممید اصفهانی)

۵۹ - (صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵ کتاب درسی - عبارت‌های گویا)

$$A = \frac{(1-t^2)(1+t^2)}{t^2(t+1)+2t^2(t+1)+(t+1)} = \frac{(1-t)(1+t)(1+t^2)}{(t^2+2t^2+1)(t+1)}$$

$$= \frac{(1-t)(1+t^2)}{(t^2+1)^2} = \frac{1-t}{t^2+1}$$

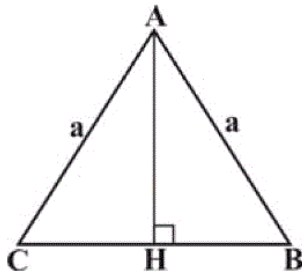
۴✓

۳

۲

۱

در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a ، ارتفاع یک رأس را رسم می‌کنیم. با توجه به تساوی ضلع‌های AB و AC و اشتراک AH ، دو مثلث ABH و ACH هم‌نهشتند.



$$CH = BH = \frac{a}{2}$$

یعنی:

از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث ABH ، داریم:

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow a^2 = AH^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow AH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow AH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

مساحت $\triangle ABC$ برابر است با نصف حاصلضرب ارتفاع در قاعده:

$$\frac{AH \times BC}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \times a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

حال می‌دانیم اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع a باشد، مساحت آن $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ است. فرض می‌کنیم طول ضلع مثلث اول b و

طول ضلع مثلث دوم c باشد. داریم:

$$b^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = x^2 \sqrt{3} + x\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow b^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$= (2x+1)^2 \Rightarrow b = 2x+1 \xrightarrow{\text{محیط مثلث}} 3 \times (2x+1) = 6x+3$$

$$c^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = x^2 \sqrt{3} - x\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow c^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$= (2x-1)^2 \Rightarrow c = 2x-1 \xrightarrow{\text{محیط مثلث}} 3 \times (2x-1) = 6x-3$$

$$(6x+3) - (6x-3) = 6$$

اختلاف محیط‌ها:

۴

۳

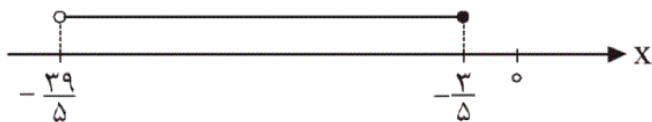
۲

۱

طرفین نامعادله‌ها را در عدد ۴ ضرب می‌کنیم و آن‌ها را جداگانه حل می‌کنیم. پس داریم:

$$\begin{cases} 4(x+1) \leq 1-x \\ 1-x < 4(x+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+4 \leq 1-x \\ 1-x < 4x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \leq -3 \Rightarrow x \leq -\frac{3}{5} \\ -5x < 39 \Rightarrow x > -\frac{39}{5} \end{cases}$$

بنابراین مجموعه‌ی جواب نامعادله به صورت $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{39}{5} < x \leq -\frac{3}{5} \right\}$ خواهد بود.



۱ ✓ ۲ ۳ ۴

(نگاه به گذشته: اضیبه انتفاعی)

۶۲- (صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵ کتاب درسی - عبارتهای جبری)

$$\text{مساحت مستطیل اولیه} = (x+3)(x+5) = x^2 + 3x + 5x + 15 = x^2 + 8x + 15$$

$$\text{مساحت مستطیل حذف شده} = (x-1)(x+4) = x^2 + 4x - x - 4 = x^2 + 3x - 4$$

$$\text{مساحت بخش باقی‌مانده} = (x^2 + 8x + 15) - (x^2 + 3x - 4) = x^2 + 8x + 15 - x^2 - 3x + 4 = 5x + 19$$

۱ ۲ ۳ ۴

(الهام غلامی)

۶۳- (صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

در هر دو معادله به جای x مقدار ۲ را قرار می‌دهیم. باید مقادیری که برای y به دست می‌آوریم، در دو معادله برابر باشد.

$$x = 2 \Rightarrow 2(y - m) = 2 + 10 \Rightarrow 2y - 2m = 12 \Rightarrow y = 6 + m$$

$$x = 2 \Rightarrow y = (m + 1) \times 2 + 7 \Rightarrow y = 2m + 2 + 7 \Rightarrow y = 2m + 9$$

$$\Rightarrow 2m + 9 = 6 + m \Rightarrow 2m - m = 6 - 9 \Rightarrow m = -3$$

۱ ۳ ۲ ۴

(الهام غلامی)

۶۴- (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

$$m = a - 1 \Rightarrow a - 1 = 3 \Rightarrow a = 4$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

(امدد دوست‌مسینی)

۶۵- (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 2}{-2 - 1} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3} \\ m_{BC} &= \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-1 - 1}{0 - (-2)} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m_{AB}}{m_{BC}} = \frac{\frac{1}{3}}{-1} = -\frac{1}{3}$$

۱ ۳ ۲ ۴

برای به دست آوردن نقطه‌ی تلاقی خط $x + 2(a + 2)y = 1$ و محور x ها در معادله‌ی خط مقدار $y = 0$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$x + 2(a + 2)y = x + 0 = 1 \Rightarrow x = 1$$

این نقطه، نقطه‌ی تلاقی خط $(a + 2)x + 2y = 3$ با محور x ها نیز هست: $(x = 1, y = 0)$

$$(a + 2)x + 2y = 3 \xrightarrow[y=0]{x=1} a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴

«۱» \Rightarrow عرض از مبدأ $= \frac{3}{2}$ $\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \Rightarrow 2y = x + 3 \Rightarrow 2y - x = 3$ گزینه‌ی «۱»

«۲» \Rightarrow عرض از مبدأ $= \frac{5}{6}$ $\Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{6} \Rightarrow 6y = 2x + 5 \Rightarrow 6y - 2x = 5$ گزینه‌ی «۲»

«۳» \Rightarrow عرض از مبدأ $= -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow y = x - \frac{1}{2} \Rightarrow 2y = 2x - 1 \Rightarrow 2y - 2x + 1 = 0$ گزینه‌ی «۳»

«۴» \Rightarrow عرض از مبدأ $= \frac{1}{3}$ $\Rightarrow y = 3x + \frac{1}{3} \Rightarrow 3y = 9x + 1 \Rightarrow 3y - 9x = 1$ گزینه‌ی «۴»

بنابراین مقدار عرض از مبدأ خط گزینه‌ی «۱» بیش‌تر از سایرین است.

۱ ۲ ۳ ۴

با جمع دو معادله، x حذف می‌شود.

$$\begin{cases} y - 2x = 5 \\ 3y + 2x = 3 \end{cases} \Rightarrow 4y = 8 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow 2 - 2x = 5 \Rightarrow 2x = 2 - 5 = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7 - (\Delta - a)}{2a - 1 - 3} = \frac{7 - \Delta + a}{2a - 4} \xrightarrow{m=0, a \neq 2} 7 + a = 0 \Rightarrow a = -7$$

۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} 2 \times a^2 x + (a+b)y = \frac{1}{2} \\ 3 \times abx + (a-2)y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a^2 x + (2a+2b)y = 1 \\ 3abx + (3a-6)y = 9 \end{cases}$$

$$(2a^2 + 3ab)x + (\Delta a + 2b - 6)y = 10$$

حال دو معادله‌ی حاصل را با هم جمع می‌کنیم:

طبق گفته‌ی صورت سؤال، با جمع دو معادله $y=2$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$2a^2 + 3ab = 0 \Rightarrow a(2a + 3b) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } 2a + 3b = 0$$

$$(\Delta a + 2b - 6)y = 10 \xrightarrow{y=2} \Delta a + 2b - 6 = 5 \Rightarrow \Delta a + 2b = 11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ \Delta a + 2b = 11 \xrightarrow{a=0} 2b = 11 \Rightarrow b = \frac{11}{2} \end{cases}$$

در صورت سؤال a و b اعداد صحیح فرض شده‌اند، بنابراین حالت $b = \frac{11}{2}$ و $a = 0$ پذیرفتنی نیست.

$$\begin{cases} 2a + 3b = 0 \\ \Delta a + 2b = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \times \{2a + 3b = 0\} \\ 3 \times \{\Delta a + 2b = 11\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4a - 6b = 0 \\ 15a + 6b = 33 \end{cases} \Rightarrow 11a = 33 \Rightarrow a = 3$$

$$2a + 3b = 0 \xrightarrow{a=3} 2 \times 3 + 3b = 0 \Rightarrow 3b = -6 \Rightarrow b = -2$$

حال مقادیر a ، b و y را در معادله‌ی اول دستگاه داده شده قرار می‌دهیم تا مقدار x به دست آید، داریم:

$$a^2 x + (a+b)y = \frac{1}{2} \xrightarrow{\substack{a=3, b=-2 \\ y=2}} (3)^2 x + (3-2)(2) = \frac{1}{2} \Rightarrow 9x = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{6}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{cases} y = x + 6 \\ 2y + x - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y - x = 6 \\ 2y + x = 3 \end{cases} \Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow y = 3$$

محل تلاقی دو خط را پیدا می‌کنیم:

$$y = x + 6 \xrightarrow{y=3} 3 = x + 6 \Rightarrow x = -3$$

حال باید معادله‌ی خطی را بنویسیم که از دو نقطه‌ی $A = (-2, 4)$ و $B = (-3, 3)$ بگذرد، ابتدا شیب این خط را پیدا می‌کنیم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{3 - 4}{-3 - (-2)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 4 = 1(x + 2) \Rightarrow y = x + 6 \Rightarrow y - x = 6$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-5 - 2a}{3n - 1} = -2 \Rightarrow 2a + 5 = -2 + 6n \Rightarrow 2a - 6n = -7$$

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-2a + 5}{4 - 3n} = 4 \Rightarrow -2a + 5 = 16 - 12n \Rightarrow 2a - 12n = -11$$

$$\begin{cases} 2a - 6n = -7 \\ 2a - 12n = -11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 6n = 7 \\ 2a - 12n = -11 \end{cases} \Rightarrow -6n = -4 \Rightarrow n = \frac{4}{6}$$

$$2a - 6n = -7 \xrightarrow{n = \frac{4}{6}} 2a - 6\left(\frac{4}{6}\right) = -7 \Rightarrow 2a - 4 = -7 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$a + n = -\frac{3}{2} + \frac{4}{6} = -\frac{9}{6} + \frac{4}{6} = -\frac{5}{6}$$

۴

۳✓

۲

۱

(سیدعلی مسینی)

۷۳- (صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

اگر پول احمد را x و پول خواهر او را y فرض کنیم، داریم:

$$\begin{cases} x + 3000 = 6y \\ y + 3000 = x + 1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 6y = -3000 \\ -x + y = -2000 \end{cases} \Rightarrow -5y = -5000 \Rightarrow y = 1000 \text{ تومان}$$

$$x + 3000 = 6y \xrightarrow{y=1000} x + 3000 = 6(1000) \Rightarrow x = 3000 \text{ تومان}$$

$$x + y = 3000 + 1000 = 4000 \text{ تومان}$$

۴

۳✓

۲

۱

(محمید اصفهانی)

۷۴- (صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

$$3y = 5x - 3 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - 1 \Rightarrow \text{شیب} = \frac{5}{3}$$

$$\text{خط جدید} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x + b \xrightarrow{\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}} 7 = \frac{5}{3} \times 3 + b \Rightarrow b = 7 - 5 = 2$$

$$\text{معادله‌ی خط جدید: } y = \frac{5}{3}x + 2 \xrightarrow{\begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix}} 12 = \frac{5}{3} \times 6 + 2$$

۴

۳✓

۲

۱

(محمد بمیرایی)

۷۵- (صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵ کتاب درسی - عبارتهای گویا)

$$\frac{a^2b^2 - 1}{a^2b^2 - 2ab + 1} \times \frac{a^3b^2 - a^2b}{2a^2b} = \frac{(ab-1)(ab+1)}{(ab-1)^2} \times \frac{a^2b(ab-1)}{2a^2b}$$

$$= \frac{(ab-1)(ab+1) \times a^2b}{(ab-1)^2 \times 2a^2b} = \frac{ab+1}{2a}$$

۴

۳

۲

۱✓

معکوس عبارت گویای مورد نظر را A در نظر می‌گیریم:

$$A \times \frac{x^2 - 9}{3x + 6} = \frac{x + 3}{x + 2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{x + 3}{x + 2} \div \frac{x^2 - 9}{3x + 6}$$

$$\Rightarrow A = \frac{x + 3}{x + 2} \times \frac{3x + 6}{x^2 - 9} = \frac{x + 3}{x + 2} \times \frac{3(x + 2)}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{3}{x - 3} \xrightarrow{\text{عبارت مورد نظر}} \frac{x - 3}{3}$$

۴

۳

۲

۱

(ممید اصفهانی)

۷۷- (صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی - خط و معادله‌های خطی)

$$-5x - 3y - 3z = -68$$

دو طرف معادله‌ی سوم را در منفی یک ضرب می‌کنیم:

حال این معادله را با معادله‌های اول و دوم جمع می‌کنیم:

$$(3x + 2y + z) + (2x + 4y + 2z) + (-5x - 3y - 3z) = 38 + 48 - 68$$

$$\Rightarrow 3y = 18 \Rightarrow y = 6$$

حال دو معادله‌ی اول به این شکل در می‌آیند:

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 12 + z = 38 \Rightarrow 3x + z = 26 \\ 2x + 24 + 2z = 48 \Rightarrow 2x + 2z = 24 \Rightarrow x + z = 12 \end{cases}$$

طرفین دو معادله‌ی حاصل را از هم کم می‌کنیم:

$$2x = 14 \Rightarrow x = 7$$

$$\xrightarrow{\text{در معادله‌ی دوم}} 7 + z = 12 \Rightarrow z = 5$$

$$\frac{x + y + z}{3} = \frac{7 + 6 + 5}{3} = 6$$

میانگین اعداد x، y و z:

۴

۳

۲

۱

(ممید اصفهانی)

۷۸- (صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۵ کتاب درسی - عبارات‌های گویا)

$$A = \frac{(1 - t^2)(1 + t^2)}{t^2(t + 1) + 2t^2(t + 1) + (t + 1)} = \frac{(1 - t)(1 + t)(1 + t^2)}{(t^2 + 2t^2 + 1)(t + 1)}$$

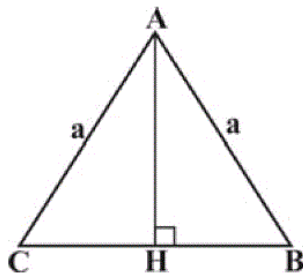
$$= \frac{(1 - t)(1 + t^2)}{(t^2 + 1)^2} = \frac{1 - t}{t^2 + 1}$$

۴

۳

۲

۱



در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a ، ارتفاع یک رأس را رسم می‌کنیم. با توجه به تساوی ضلع‌های AB و AC و اشتراک ضلع AH ، دو مثلث ABH و ACH به حالت وتر و یک ضلع هم‌نهشتند.

$$CH = BH = \frac{a}{2}$$

یعنی

از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث ABH ، داریم:

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow a^2 = AH^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow AH^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow AH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

مساحت $\triangle ABC$ برابر است با نصف حاصلضرب ارتفاع در قاعده:

$$\frac{AH \times BC}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \times a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

حال می‌دانیم اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع a باشد، مساحت آن $a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ خواهد بود. فرض می‌کنیم طول ضلع مثلث اول

b و طول ضلع مثلث دوم c باشد. داریم:

$$b^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = x^2 \sqrt{3} + x\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow b^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$= (2x+1)^2 \Rightarrow b = 2x+1 \xrightarrow{\text{محیط مثلث}} 3 \times (2x+1) = 6x+3$$

$$c^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = x^2 \sqrt{3} - x\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow c^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$= (2x-1)^2 \Rightarrow c = 2x-1 \xrightarrow{\text{محیط مثلث}} 3 \times (2x-1) = 6x-3$$

$$(6x+3) - (6x-3) = 6$$

اختلاف محیط‌ها:

۴ ✓

۳

۲

۱

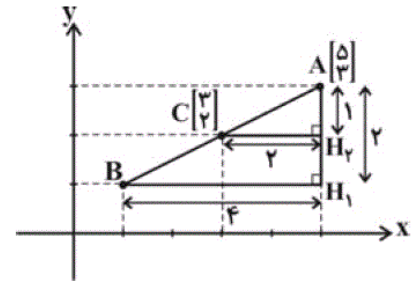
برای آن که نقاط A ، B و C روی یک خط راست باشند، باید شیب AC و BC با هم برابر باشد. یعنی $m_{AC} = m_{BC}$ باشد. پس داریم:

$$\frac{(a-1)-2}{(a+1)-3} = \frac{1-2}{(a-3)-3} \Rightarrow \frac{a-3}{a-2} = \frac{-1}{a-6} \Rightarrow a^2 - 9a + 18 = 2 - a \Rightarrow a^2 - 8a + 16 = 0 \Rightarrow (a-4)^2 = 0 \Rightarrow a = 4$$

حال مختصات نقاط را می‌یابیم و آن‌ها رسم می‌کنیم. طبق اعداد روی شکل و رابطه‌ی فیثاغورس در دو مثلث ABH_1 و ACH_2 ، داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta ABH_1 : AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\ \Delta ACH_2 : AC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$$



□ ۴

□ ۳

□ ۲

□ ۱ ✓

www.kanoon.ir