



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

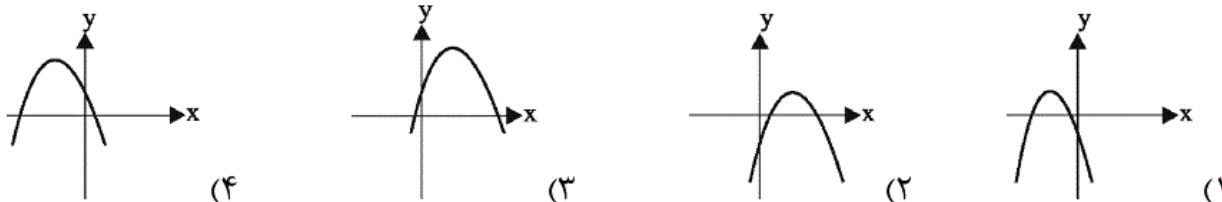
...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۶۱- نمودار تابع $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



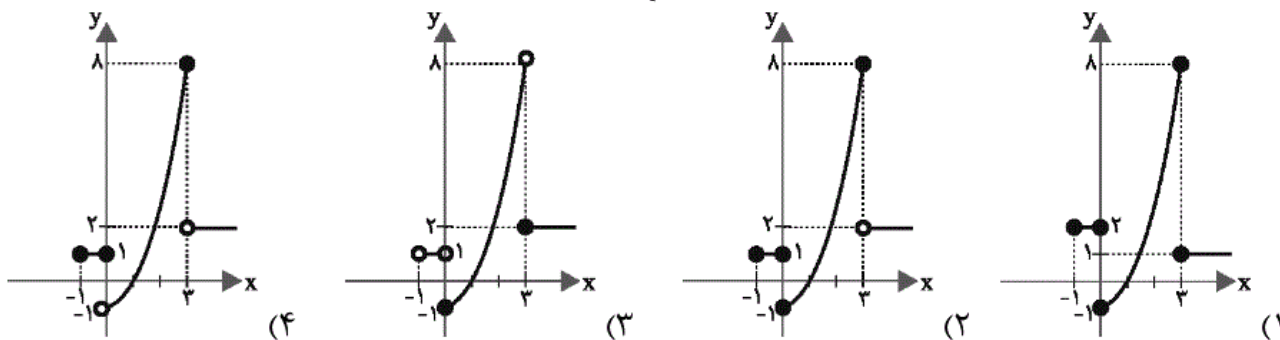
شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر $f(x) = (a-b)x + a + b$ یک تابع همانی باشد، $3a + 2b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۳- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1, & 0 < x \leq 3 \\ 2, & x > 3 \end{cases}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۶۴- نمودار تابع $y = -|x-4| + 2$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۶۵- برد تابع $f(x) = (a-b-1)x^2 + (b-2)x + a+c-1$ مجموعه‌ی تک‌عضوی $R_f = \{2c-a\}$ و دامنه‌ی آن

مجموعه‌ی اعداد حقیقی است. در این صورت $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۶۶- یک تانکر گاز از یک استوانه به ارتفاع ۸ متر و دو نیم‌کره به شعاع r متر در دو انتهای استوانه تشکیل شده است. حجم تانکر برحسب تابعی از r کدام است؟

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 8\pi r^2 \quad (2) \qquad V(r) = \frac{2\pi r^3}{3} + 4\pi r^2 \quad (1)$$

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 4\pi r^2 \quad (4) \qquad V(r) = \pi r^3 + \pi r^2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

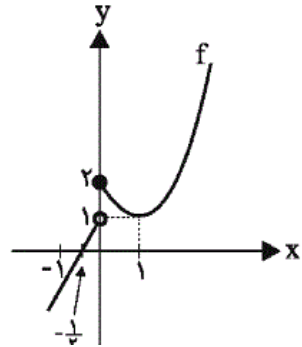
۶۷- کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 2x - 4 & x < 2 \end{cases} \quad (2) \qquad f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 0 \\ x + 3 & x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$h(x) = \begin{cases} |x| + 1 & x \leq -2 \\ x^2 + 1 & x \geq -2 \end{cases} \quad (4) \qquad k(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- مطابق شکل زیر، نمودار تابع f از یک خط و بخشی از یک سهمی تشکیل شده است. حاصل عبارت



کدام است؟ $\frac{f(3) - f(4)}{-f(-1) + f(-3/5)}$

(1) 1
(2) 2
(3) -2
(4) -1

شما پاسخ نداده اید

۶۹- نمودار تابع $y = |x - 1|$ را یک واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را روی محور x ها، ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. در این صورت ضابطه‌ی تابع جدید کدام است؟

(1) $y = |x + 1| - 1$ (2) $y = -|x - 3| + 1$ (3) $y = -|x + 1| + 1$ (4) $y = |x - 1| - 1$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- اگر $f(x) = |x + 1| - 2$ و دامنه‌ی f بازه‌ی $[1, 3]$ باشد، آن‌گاه برد تابع f کدام است؟

(1) $[0, 2]$ (2) $[0, 1]$ (3) $[1, 2]$ (4) $[1, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۵۱- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و صفر چند عدد چهاررقمی زوج کم‌تر از ۴۲۰۰ (تکرار ارقام مجاز باشد) می‌توان نوشت؟

- (۱) ۶۸۹ (۲) ۳۶۰ (۳) ۳۶۵ (۴) ۶۶۰

شما پاسخ نداده اید

۵۲- با اعداد صفر، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه‌رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت که مضرب ۵ باشد؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۵۶

شما پاسخ نداده اید

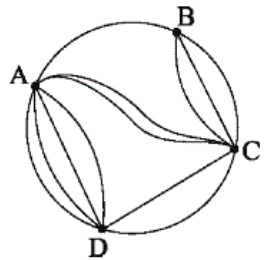
۵۳- فردی با حروف الفبای فارسی یا انگلیسی می‌تواند یک رمز سه‌حرفی بسازد اما یا تمامی حروف باید فارسی باشند یا انگلیسی. چند حالت برای این رمز وجود دارد؟ (۳۲ حرف فارسی و ۲۶ حرف انگلیسی وجود دارد.)

(۱) $32^3 + 26^3$ (۲) $(32 \times 26)^3$

(۳) 58^3 (۴) $(32 \times 31 \times 30) + (26 \times 25 \times 24)$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- شخصی قصد دارد تا از نقطه‌ی A به نقطه‌ی C سفر کند. اگر مسیرهای مستقیم از A به C مسدود شده باشد، به چند طریق این عمل ممکن است؟ (از هر نقطه حداکثر یک‌بار می‌توان عبور کرد.)



(۱) ۸

(۲) ۱۳

(۳) ۱۰

(۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱، جایگشت، شمارش، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۰۱

۵۶- چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف a, b, c, d, e, f وجود دارد به طوری که حروف a و b و c همواره کنار هم و حروف d و f نیز همواره کنار هم باشند؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۱۲ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۵۸- جواب کدام گزینه $\binom{4}{2} \times \binom{5}{3}$ است؟

۱) تعداد اعداد ۵ رقمی که با استفاده از اعضای مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 8, 9\}$ بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت به طوری که ۲ رقم زوج و ۳ رقم فرد داشته باشد.

۲) انتخاب مجموعه‌ای دو عضوی از اعداد اول یک‌رقمی یا انتخاب مجموعه‌ی سه‌عضوی از اعداد فرد یک‌رقمی.

۳) انتخاب یک کد ۵ حرفی شامل ۳ حرف از مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e\}$ و ۲ حرف از مجموعه‌ی $\{A, B, C, D\}$ بدون تکرار حروف.

۴) انتخاب ۳ عضو از مجموعه‌ی اعداد فرد یک‌رقمی و انتخاب ۲ عضو از مجموعه‌ی اعداد زوج یک‌رقمی.

شما پاسخ نداده اید

۵۹- با حروف کلمه‌ی improve چند کلمه‌ی هفت‌حرفی بدون توجه به معنی کلمه می‌توان نوشت که با حرف

i شروع شده و حروف کلمه‌ی pro در کنار هم باشند؟

۱) ۱۴۴ (۲) ۴۲۰ (۳) ۵۷۶ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، ترکیب ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۰۱

۶۰- در یک کنفرانس بین‌المللی افرادی از ایران و ۵ کشور دیگر حضور دارند. از هر کشور ۳ نفر اما از ایران ۴

نفر دعوت هستند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر را برای سخنرانی انتخاب کرد طوری که هیچ دو نفر

سخنران ملیت یکسان نداشته و یکی از آن‌ها ایرانی باشد؟

۱) ۳۶۰ (۲) ۹۶۹ (۳) ۴۲۰ (۴) ۱۲۰

شما پاسخ نداده اید

۵۷- از بین افراد یک گروه، تصمیم به انتخاب ۴ نفر داریم. به طوری که شخص A حتماً حضور داشته باشد و

شخص B حضور نداشته باشد. اگر به ۸۴ طریق قادر به این کار باشیم، چند نفر در این گروه حضور دارند؟

۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۵۵- در کیسه‌ای ۶ مهره‌ی قرمز، ۲ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی سبز وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از کیسه

خارج کنیم، در چند حالت امکان دارد ۳ مهره هم‌رنگ باشند؟

۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۱۸ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

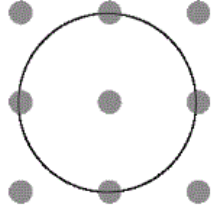
ریاضی ، هندسه ۱ ، مساحت و کاربردهای آن ، چندضلعی ها - ۱۳۹۶۰۲۰۱

۲۲۸- در یک چندضلعی شبکه‌ای در صورتی که ۸ نقطه به نقاط درونی اضافه کنیم و ۴ نقطه از نقاط مرزی کم کنیم، چندضلعی شبکه‌ای دیگر ایجاد می‌شود که مساحت آن، $\frac{2}{5}$ برابر مساحت چندضلعی شبکه‌ای اولیه است. تعداد نقاط مرزی چندضلعی شبکه‌ای اولیه، چند مقدار متفاوت می‌تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۲۲۹- اگر برای تخمین مساحت دایره‌ی زیر به شعاع ۱cm، فاصله بین نقاط شبکه را نصف کنیم، مساحت

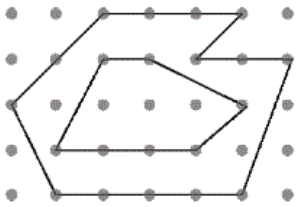


تخمینی نسبت به مساحت اولیه چند درصد افزایش می‌یابد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۲۳۰- در شکل زیر مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای، چه کسری از مساحت چندضلعی بزرگ‌تر است؟



- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{25}{36}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{23}{36}$

شما پاسخ نداده اید

۲۱۱- فرمول محاسبه‌ی مساحت چندضلعی‌های شبکه‌ای به فرمول ... معروف است و از آن برای تعیین مساحت اشکال ... نیز به‌طور ... استفاده می‌شود.

- (۱) شبکه‌ای - منظم هندسی - دقیق (۲) پیک - منظم هندسی - تقریبی
(۳) شبکه‌ای - نامنظم هندسی - تقریبی (۴) پیک - نامنظم هندسی - تقریبی

شما پاسخ نداده اید

۲۱۲- اگر مساحت یک چهارضلعی شبکه‌ای برابر $\frac{4}{5}$ و تعداد نقاط درونی آن برابر ۳ باشد؛ تعداد نقاط مرزی آن کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

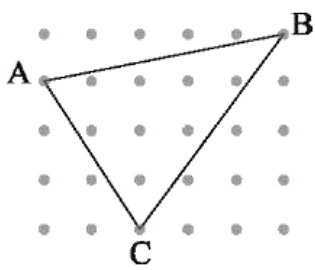
۲۱۳- یک مستطیل شبکه‌ای که اندازه‌ی ضلع‌های آن به ترتیب ۵ و ۴ واحد هستند، مفروض است. اگر تعداد

نقاط مرزی این مستطیل، برابر ۱۸ باشد، تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۲۲۲- در شکل مقابل، طول ارتفاع نظیر ضلع متوسط مثلث کدام است؟



$$\frac{17}{\sqrt{13}} \quad (2)$$

$$\frac{17}{5} \quad (4)$$

$$\frac{14}{15} \quad (1)$$

$$\frac{17}{\sqrt{20}} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۲۲۳- مجموع تعداد نقاط مرزی و نقاط درونی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۸ است. حداکثر مساحت این چندضلعی کدام است؟

$$4/5 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

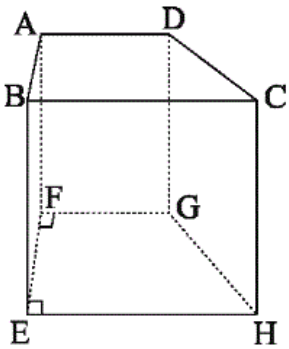
$$5/5 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، خط ، نقطه و صفحه ، تجسم فضایی - ۱۳۹۶۰۲۰۱

۲۲۴- شکل زیر یک منشور قائم با قاعده‌ی دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه را نمایش می‌دهد. در این منشور، صفحه‌ی ABCD بر ... صفحه عمود و خط GH با ... خط متناظر است.



(۱) سه - چهار

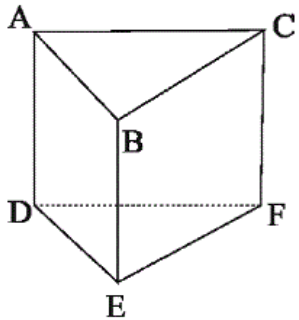
(۲) چهار - چهار

(۳) سه - پنج

(۴) چهار - پنج

شما پاسخ نداده اید

۲۲۵- شکل زیر یک منشور قائم با قاعده‌ی مثلث را نشان می‌دهد. چه تعداد از جمله‌های زیر درست‌اند؟



(الف) BC و DF متناظرند.

(ب) AB و EF موازی‌اند.

(ج) صفحه‌ی ABC و صفحه‌ی BCFE باهم موازی‌اند.

(د) سه جفت خط AB، AD و DE دویه‌دو متقاطع‌اند.

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۲۲۶- دو خط متناظر d_1 و d_2 و نقطه‌ی A غیرواقع بر این دو خط داده شده‌اند. چند خط از نقطه‌ی A می‌توان رسم کرد که با هر دو خط d_1 و d_2 موازی باشد؟

$$4 \quad (بی\ شمار)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$0 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۲۲۷- کدام گزینه درباره‌ی سه صفحه‌ی متمایز دوجه‌دو متقاطع نادرست است؟

- (۱) ممکن است فصل مشترک‌هایشان دوجه‌دو موازی باشند.
- (۲) ممکن است فصل مشترک‌هایشان برهم منطبق باشد.
- (۳) ممکن است فصل مشترک‌هایشان دوجه‌دو متناظر باشند.
- (۴) ممکن است فصل مشترک‌هایشان در یک نقطه هم‌رس باشند.

شما پاسخ نداده اید

۲۱۴- اگر هیچ صفحه‌ای در فضا وجود نداشته باشد که از هر چهار نقطه‌ی A، B، C و D بگذرد، آن‌گاه وضعیت دو خط AB و CD کدام است؟

- (۱) همواره متناظرند
- (۲) همواره موازی‌اند
- (۳) همواره متقاطع‌اند
- (۴) موازی یا متقاطع‌اند

شما پاسخ نداده اید

۲۱۵- دو صفحه‌ی P و Q برهم عمودند، خط d بر صفحه‌ی P عمود بوده و خط d' با دو صفحه هیچ نقطه‌ی اشتراکی ندارد. کدام گزینه درست است؟

- (۱) خط d با صفحه‌ی Q موازی و خط d' با فصل مشترک P و Q موازی است.
- (۲) خط d بر صفحه‌ی Q عمود و خط d' با فصل مشترک P و Q موازی است.
- (۳) خط d بر صفحه‌ی Q عمود و خط d' با فصل مشترک P و Q متناظر است.
- (۴) خط d با صفحه‌ی Q موازی و خط d' با فصل مشترک P و Q متناظر است.

شما پاسخ نداده اید

۲۱۶- نقطه‌ی A خارج از صفحه‌ی P قرار دارد. از این نقطه به ترتیب از راست به چپ، چند خط و چند صفحه می‌توان عمود بر صفحه‌ی P رسم کرد؟

- (۱) یک - بی‌شمار
- (۲) یک - یک
- (۳) بی‌شمار - یک
- (۴) بی‌شمار - بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۲۱۷- اگر دو خط متمایز L و L' با صفحه‌ی P موازی باشند، آن‌گاه وضعیت L و L' کدام است؟

- (۱) همواره موازی‌اند
- (۲) همواره متقاطع‌اند
- (۳) همواره متناظرند
- (۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

۲۱۸- از یک نقطه خارج خط L، چند صفحه‌ی موازی با خط L می‌توان رسم کرد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۲۱۹- از دو خط متمایز L_1 و L_2 ، تنها یک صفحه عبور می‌کند. از نقطه‌ای خارج این صفحه چند خط می‌توان رسم کرد که هر دو خط را قطع کند؟

- (۱) دقیقاً یکی
- (۲) حداکثر یکی
- (۳) صفر
- (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۲۲۰- دو وجه مقابل یک مکعب را در نظر می‌گیریم. تعداد جفت ضلع‌های متناظر این وجه‌ها کدام است؟

۱۰ (۴)

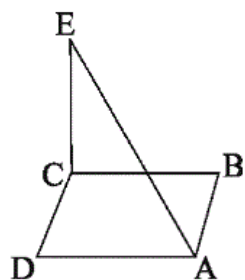
۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۱- پاره‌خط EC به طول ۶ بر صفحه‌ی مربع ABCD عمود است. اگر $AB = 4$ ، آن‌گاه طول EA کدام است؟



$2\sqrt{13}$ (۲)

$2\sqrt{17}$ (۱)

$4\sqrt{7}$ (۴)

$2\sqrt{7}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱- سوالات موازی، دامنه و برد تابع، تابع - ۱۳۹۶۰۲۰۱

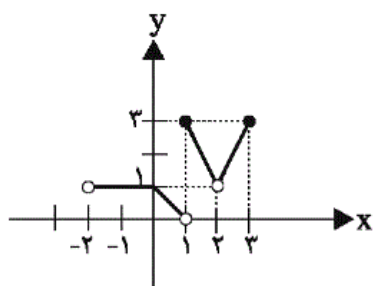
۷۷- دامنه‌ی تابع زیر کدام است؟

$(-2, 3]$ (۱)

$(-2, 2) \cup (2, 3]$ (۲)

$(-2, 3)$ (۳)

$[-2, 3)$ (۴)



شما پاسخ نداده اید

۷۸- اگر برد تابع خطی $f(x) = -6x + 4$ ، مجموعه‌ی $R_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$ باشد، دامنه‌ی آن کدام است؟

$(-\frac{2}{3}, +\infty)$ (۴)

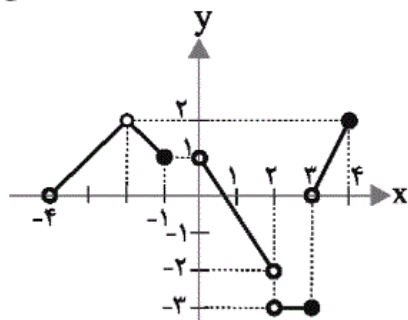
$(\frac{2}{3}, +\infty)$ (۳)

$(-\infty, -\frac{2}{3})$ (۲)

$(-\infty, \frac{2}{3})$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- اگر برد و دامنه‌ی تابع زیر را به ترتیب با R و D نشان دهیم، مجموعه‌ی $R - D$ شامل چند عدد صحیح است؟



است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر دامنه‌ی توابع زیر برابر با مجموعه‌ی اعداد فرد یک‌رقمی باشد، برد کدام تابع اعضای متمایز کم‌تری دارد؟

$$y = x^2 - 4x \quad (۲)$$

$$y = x + 2 \quad (۱)$$

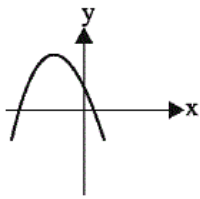
$$y = |x + 1| - 3 \quad (۳)$$

(۴) تعداد اعضای متمایز برد هر سه گزینه یکسان است.

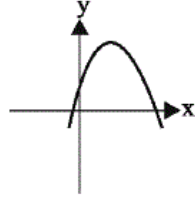
شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱-سوال‌ت موازی، انواع تابع، تابع - ۱۳۹۶۰۲۰۱

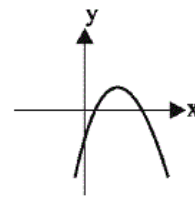
۸۱- نمودار تابع $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



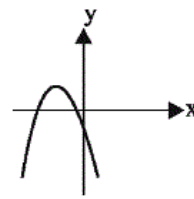
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $f(x) = (a-b)x + a + b$ یک تابع همانی باشد، $3a + 2b$ کدام است؟

(۴) ۱

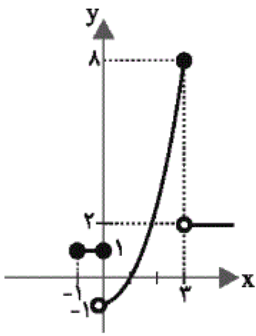
(۳) $\frac{3}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

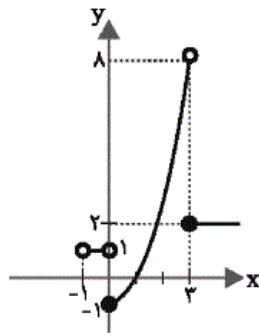
(۱) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

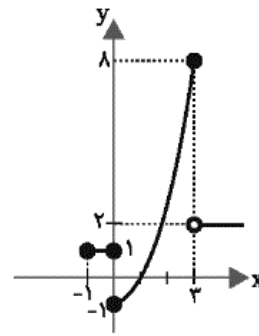
۸۳- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1 & , 0 < x \leq 3 \\ 2 & , x > 3 \end{cases}$ کدام است؟



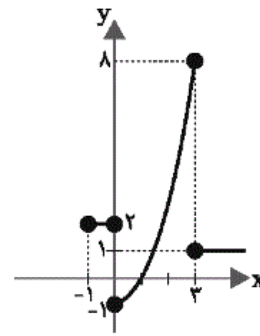
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- نمودار تابع $y = -|x-4| + 2$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

شما پاسخ نداده اید

۸۵- برد تابع $f(x) = (a-b-1)x^2 + (b-2)x + a+c-1$ مجموعه‌ی تک‌عضوی $R_f = \{2c-a\}$ و دامنه‌ی آن

مجموعه‌ی اعداد حقیقی است. در این صورت $a+b+c$ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۸

(۲) ۹

(۱) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۸۶- یک تانکر گاز از یک استوانه به ارتفاع ۸ متر و دو نیم‌کره به شعاع r متر در دو انتهای استوانه تشکیل شده است. حجم تانکر برحسب تابعی از r کدام است؟

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 8\pi r^2 \quad (2) \qquad V(r) = \frac{2\pi r^3}{3} + 4\pi r^2 \quad (1)$$

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 4\pi r^2 \quad (4) \qquad V(r) = \pi r^3 + \pi r^2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

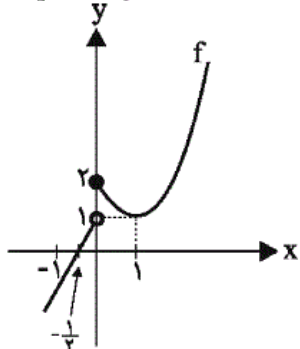
۸۷- کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

$$g(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 2x - 4 & x < 2 \end{cases} \quad (2) \qquad f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 0 \\ x + 3 & x \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$h(x) = \begin{cases} |x| + 1 & x \leq -2 \\ x^2 + 1 & x \geq -2 \end{cases} \quad (4) \qquad k(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- مطابق شکل زیر، نمودار تابع f از یک خط و بخشی از یک سهمی تشکیل شده است. حاصل عبارت



کدام است؟ $\frac{f(3) - f(4)}{-f(-1) + f(-3/5)}$

(1) 1
(2) 2
(3) -2
(4) -1

شما پاسخ نداده اید

۸۹- نمودار تابع $y = |x - 1|$ را یک واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می‌کنیم. سپس نمودار را روی محور x ها، ۲ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. در این صورت ضابطه‌ی تابع جدید کدام است؟

(1) $y = |x + 1| - 1$ (2) $y = -|x - 3| + 1$ (3) $y = -|x + 1| + 1$ (4) $y = |x - 1| - 1$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر $f(x) = |x + 1| - 2$ و دامنه‌ی f بازه‌ی $[1, 3]$ باشد، آن‌گاه برد تابع f کدام است؟

(1) $[0, 2]$ (2) $[0, 1]$ (3) $[1, 2]$ (4) $[1, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ بازه‌ی $(-1, 5)$ باشد، برد این تابع کدام است؟

(1) $(-1, 8)$ (2) $[0, 9]$ (3) $[0, 9]$ (4) $[-1, 8)$

شما پاسخ نداده اید

۷۱- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و صفر چند عدد چهاررقمی زوج کم‌تر از ۴۲۰۰ (تکرار ارقام مجاز باشد) می‌توان نوشت؟

- (۱) ۶۸۹ (۲) ۳۶۰ (۳) ۳۶۵ (۴) ۶۶۰

شما پاسخ نداده اید

۷۲- با اعداد صفر، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه‌رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت که مضرب ۵ باشد؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۳۶ (۳) ۴۵ (۴) ۵۶

شما پاسخ نداده اید

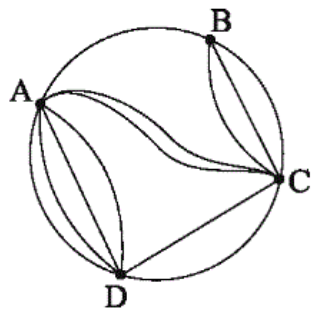
۷۳- فردی با حروف الفبای فارسی یا انگلیسی می‌تواند یک رمز سه‌حرفی بسازد اما یا تمامی حروف باید فارسی باشند یا انگلیسی. چند حالت برای این رمز وجود دارد؟ (۳۲ حرف فارسی و ۲۶ حرف انگلیسی وجود دارد.)

(۱) $۳۲^۳ + ۲۶^۳$ (۲) $(۳۲ \times ۲۶)^۳$

(۳) $۵۸^۳$ (۴) $(۳۲ \times ۳۱ \times ۳۰) + (۲۶ \times ۲۵ \times ۲۴)$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- شخصی قصد دارد تا از نقطه‌ی A به نقطه‌ی C سفر کند. اگر مسیرهای مستقیم از A به C مسدود شده باشد، به چند طریق این عمل ممکن است؟ (از هر نقطه حداکثر یک‌بار می‌توان عبور کرد.)



- (۱) ۸ (۲) ۱۳ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

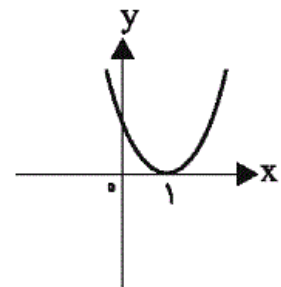
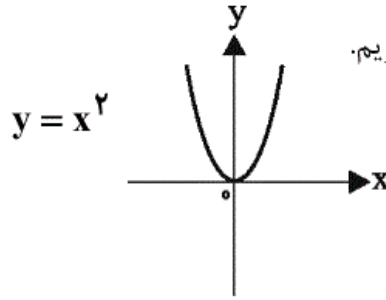
۷۵- با ارقام صفر، ۳، ۵، ۶ و ۸ چند عدد سه‌رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۳۰ (۴) ۴۸

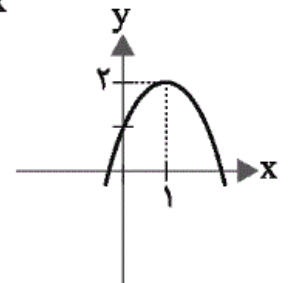
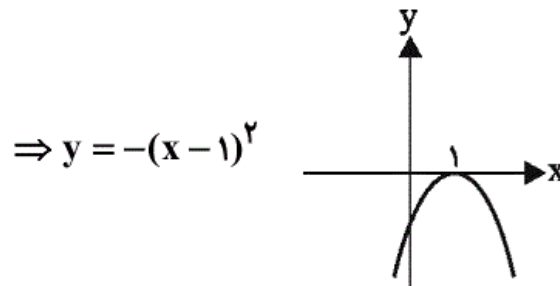
شما پاسخ نداده اید

«علی سلمانی»

با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = x^2$ ، نمودار تابع $y = -(x-1)^2 + 2$ را به دست می آوریم.



$\Rightarrow y = (x-1)^2$



$\Rightarrow f(x) = -(x-1)^2 + 2$

توجه کنید که نمودار گزینه ی «۲» نادرست است چون با $f(0) = -1 + 2 = 1$ مطابقت ندارد.

(صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

ضابطه‌ی تابع همانی $f(x) = x$ است. بنابراین:

$$\frac{f(x)=(a-b)x+a+b}{f(x)=x} \rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=0 \end{cases} \Rightarrow 2a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$a+b=0 \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} b=-\frac{1}{2}$$

$$3a+2b = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

(صفحه‌ی ۱۱۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱ ✓

«فائزه رضایی بقا»

در بازه‌ی $[-1, 0]$ نمودار تابع به صورت خط افقی با عرض برابر با یک است. در بازه‌ی $(0, 3]$ نمودار تابع به صورت بخشی از سهمی به معادله‌ی

$$y_1 = x^2 - 1$$

است. مقدار تابع y_1 در صفر برابر با -1 و در $x = 3$ برابر با 8 است. توجه کنید که چون $x = 0$ جزو بازه‌ی $(0, 3]$ نیست نمودار سهمی را در این نقطه به صورت توخالی رسم می‌کنیم. در بازه‌ی

$(3, +\infty)$ نمودار تابع به صورت خطی افقی با عرض برابر با 2 است.

توجه کنید که $x = 3$ نیز جزو بازه‌ی $(3, +\infty)$ نیست و خط در این نقطه باید توخالی رسم شود. با توجه به توضیحات داده شده نمودار گزینه‌ی «۴» جواب است.

(صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۱۳ کتاب درسی) (تابع)

۴ ✓

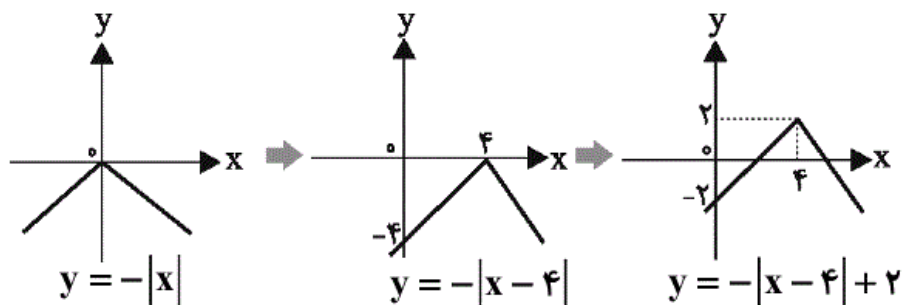
۳

۲

۱

«حسن نصرتی ناهوک»

با انتقال نمودار تابع $y = -|x|$ داریم:



(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

«رہیم مشتاق نظم»

چون دامنه‌ی تابع f برابر با \mathbf{R} و برد آن تک‌عضوی است یعنی تابع، تابع ثابت است و مقادیر آن به \mathbf{x} وابسته نیست. بنابراین باید ضرایب \mathbf{x}^2 و \mathbf{x} صفر باشند. یعنی:

$$\begin{cases} \mathbf{b} - 2 = 0 \Rightarrow \mathbf{b} = 2 \\ \mathbf{a} - \mathbf{b} - 1 = 0 \Rightarrow \mathbf{a} - 2 - 1 = 0 \Rightarrow \mathbf{a} = 3 \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر \mathbf{a} و \mathbf{b} در f داریم:

$$f(x) = c + 2$$

از طرفی چون برد تابع f برابر با $\{2c - 3\}$ است، پس:

$$2c - 3 = c + 2 \Rightarrow c = 5$$

۴

۳

۲

۱

«ایمان پینی فروشان»

حجم تانکر برابر است با:

حجم استوانه + (حجم هر نیم کره) $\times 2 = V(r) =$ حجم تانکر

$$= V(r) = 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right) + \pi r^2 \times 8$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 8\pi r^2$$

توجه کنید که حجم استوانه از رابطه‌ی «مساحت قاعده \times ارتفاع» قابل محاسبه است.

(صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۶ کتاب درسی) (تابع)

۴

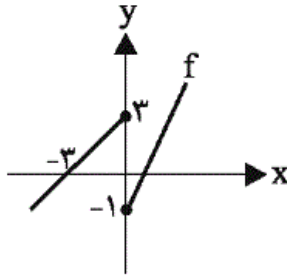
۳

۲

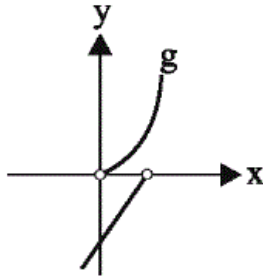
۱

نمودار هر گزینه را رسم می‌کنیم:

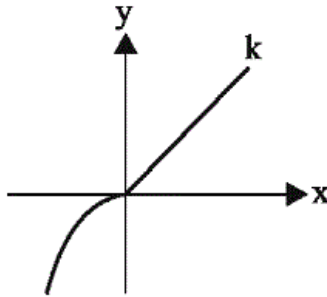
گزینه‌ی «۱»:



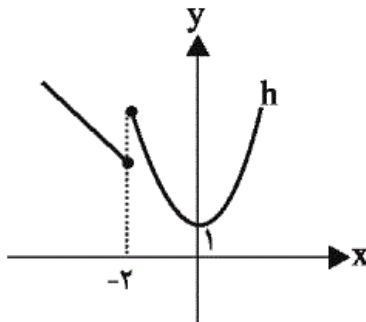
گزینه‌ی «۲»:



گزینه‌ی «۳»:



گزینه‌ی «۴»:



با توجه به نمودارها، تنها گزینه‌ی «۳» تابع است.

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

از روی نمودار، معادله‌ی این تابع را می‌نویسیم:

برای x های بزرگ‌تر یا مساوی صفر یک سهمی با رأس $(1, 1)$ و $c = 2$

داریم. برای عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ خواهیم داشت:

$$c = 2$$

$$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a \quad (1)$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{-(b^2 - 4a(2))}{4a} = 1 \Rightarrow \frac{-b^2 + 8a}{4a} = 1$$

$$\Rightarrow b^2 = 4a \xrightarrow{(1)} (-2a)^2 = 4a$$

$$\Rightarrow 4a^2 = 4a \Rightarrow 4a(a-1) = 0 \xrightarrow{a>0} a = 1$$

$$\xrightarrow{(1)} b = -2 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 2$$

و برای x های منفی خطی داریم که از دو نقطه‌ی $(0, 1)$ و $(-\frac{1}{2}, 0)$

می‌گذرد. معادله‌ی آن را می‌نویسیم:

$$y = 2x + 1$$

حال ضابطه‌ی تابع $f(x)$ به دست می‌آید:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & , x \geq 0 \\ 2x + 1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$f(3) = (3)^2 - 2(3) + 2 = 5, f(4) = (4)^2 - 2(4) + 2 = 10$$

$$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1, f(-3/5) = 2(-3/5) + 1 = -6/5$$

$$\text{حاصل عبارت: } \frac{5 - (10)}{-(-1) - (-6/5)} = \frac{-5}{-5} = 1$$

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱ ✓

«رهمیم مشتاق نظم»

-۶۹

$$y = |x-1| \xrightarrow{\substack{\text{یک واحد در راستای} \\ \text{محور } y \text{ ها به سمت پایین}}} y = |x-1| - 1$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{دو واحد در راستای محور} \\ \text{X ها به سمت چپ}}} y = |x+2-1| - 1$$

$$\Rightarrow y = |x+1| - 1 \xrightarrow{\text{نسبت به X ها قرینه}}$$

$$y = -|x+1| + 1$$

(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

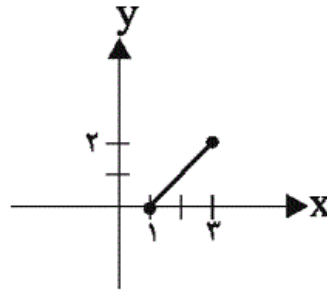
۲

۱

با توجه به دامنه‌ی $D_f = [1, 3]$ داریم:

$$y(1) = 0$$

$$y(3) = 2$$



$$\Rightarrow \text{برد تابع: } R_f = [0, 2]$$

(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، شمارش ، شمارش ، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۰۱

۵۱-

«رہیم مشتاق نظم»

برای آن که اعداد حاصل زوج باشند رقم یکان آن‌ها باید صفر یا ۲ یا ۴ باشد. همچنین برای آن که عدد حاصل از ۴۲۰۰ کمتر باشد، دو حالت زیر را داریم:

حالت اول: رقم یکان هزار برابر با ۴ و رقم صدگان برابر با صفر یا یک است.

$$\begin{array}{cccc} ۴ & ۰,۱ & ۰,۲,۴ & \\ \hline ۱ & ۲ & ۶ & ۳ \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{تعمیم اصل ضرب: } ۱ \times ۲ \times ۶ \times ۳ = ۳۶$$

حالت دوم: رقم یکان هزار برابر با ۱ یا ۲ یا ۳ باشد:

$$\begin{array}{cccc} ۱,۲,۳ & & ۰,۲,۴ & \\ \hline ۳ & ۶ & ۶ & ۳ \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{تعمیم اصل ضرب: } ۳ \times ۶ \times ۶ \times ۳ = ۹ \times ۳۶ = ۳۲۴$$

$$\Rightarrow \text{اصل جمع: } ۳۲۴ + ۳۶ = ۳۶۰$$

توجه کنید که در هر حالت از اصل ضرب استفاده کردیم و در نهایت دو حالت را طبق اصل جمع، باهم جمع کردیم.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«حسن نهمرتی ناهوک»

اعدادی مضرب ۵ هستند که رقم یکان آن‌ها صفر یا ۵ باشند، پس هر کدام را به‌طور جداگانه با استفاده از تعمیم اصل ضرب محاسبه می‌کنیم و سپس با استفاده از اصل جمع پاسخ نهایی را به‌دست می‌آوریم.

رقم یکان صفر: $\boxed{5} \boxed{4} \boxed{1}$

$$\Rightarrow ۲۰ = ۵ \times ۴ \times ۱ = \text{تعداد اعداد مضرب ۵ با رقم یکان صفر}$$

رقم یکان ۵: $\boxed{4} \boxed{4} \boxed{1}$

$$\Rightarrow ۱۶ = ۴ \times ۴ \times ۱ = \text{تعداد اعداد مضرب ۵ با رقم یکان ۵}$$

$$\text{تعداد کل اعداد} = ۲۰ + ۱۶ = ۳۶$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

$\boxed{4}$

$\boxed{3}$

$\boxed{2} \checkmark$

$\boxed{1}$

«عزیزالله علی‌اصغری»

اگر این فرد از زبان فارسی برای رمز خود استفاده کند، داریم:

$$۳۲^۳ = ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۲: \text{تعداد حالت‌ها با حروف فارسی}$$

و اگر از حروف انگلیسی استفاده کند، داریم:

$$۲۶^۳ = ۲۶ \times ۲۶ \times ۲۶: \text{تعداد حالت‌ها با حروف انگلیسی}$$

$$۳۲^۳ + ۲۶^۳: \text{تعداد کل حالات}$$

توجه کنید که در هر حالت تکرار حروف مجاز است زیرا در رمزها حروف تکراری هم وجود دارد، البته اگر در صورت سؤال ذکر شود که حروف متمایزند باهم، حروف را متمایز در نظر می‌گیریم.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

$\boxed{4}$

$\boxed{3}$

$\boxed{2}$

$\boxed{1} \checkmark$

چون مسیرهای مستقیم از A به C مسدود است، پس تنها از مسیرهای ABC یا ADC می‌توانیم به C برسیم.

$$\text{حالت ABC: } \frac{1}{\text{B به A}} \times \frac{3}{\text{C به B}} = 3$$

$$\text{حالت ADC: } \frac{4}{\text{D به A}} \times \frac{2}{\text{C به D}} = 8$$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد راه‌های رسیدن از A به C (به‌جز مسیرهای مستقیم) برابر $8 + 3 = 11$ حالت خواهد بود.

(صفحه‌ی ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

سه حرف **c**، **b** و **a** را در بسته‌ی (۱) در کنار هم فرض می‌کنیم. این حروف در داخل بسته‌ی (۱) به $۳!$ حالت جایگشت دارند. همچنین حروف **f** و **d** را در بسته‌ی (۲) در کنار هم قرار می‌دهیم. این دو حرف نیز در داخل بسته‌ی (۲) به $۲!$ حالت جایگشت دارند. حرف **e** که باقی مانده است به همراه بسته‌های (۱) و (۲)، سه شیء را تشکیل می‌دهند که باهم $۳!$ جایگشت دارند. در نهایت طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\text{حالت } ۳! \times ۲! \times ۳! = ۶ \times ۲ \times ۶ = ۷۲$$

بسته‌ی (۱)

$$\text{حالت } ۳! = ۶ \Rightarrow \boxed{\boxed{\quad} \boxed{\quad} \boxed{\quad}} \Rightarrow \text{c, b و a کنار هم}$$

بسته‌ی (۲)

$$\text{حالت } ۲! = ۲ \Rightarrow \boxed{\boxed{\quad} \boxed{\quad}} \Rightarrow \text{f و d کنار هم}$$

$$\text{حالت } ۳! = ۶ \Rightarrow \boxed{\text{a,b,c بسته‌ی (۱)}} \boxed{\text{d,f بسته‌ی (۲)}} \text{e}$$

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

هر گزینه را بررسی می‌کنم:

گزینه‌ی «۱»: انتخاب ارقام مورد نظر برابر $\binom{4}{2} \times \binom{5}{3}$ حالت دارد اما جایگشت ۵ رقم انتخاب شده برابر $5!$ است که جواب $5! \times \binom{4}{2} \times \binom{5}{3}$ می‌شود.

گزینه‌ی «۲»: مجموعه‌ی اعداد اول یک‌رقمی به صورت $\{2, 3, 5, 7\}$ است که انتخاب دو تای آن‌ها $\binom{4}{2}$ حالت دارد. همچنین مجموعه‌ی اعداد فرد یک‌رقمی به صورت $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ است که برای انتخاب ۳ عدد از آن‌ها $\binom{5}{3}$ حالت داریم. چون در صورت سؤال، بین انتخاب‌ها از کلمه‌ی «یا» استفاده شده است پس طبق اصل جمع جواب $\binom{4}{2} + \binom{5}{3}$ می‌شود.

گزینه‌ی «۳»: انتخاب حروف مورد نظر برابر $\binom{4}{2} \times \binom{5}{3}$ است اما جایگشت حروف برابر $5!$ است که جواب $5! \times \binom{4}{2} \times \binom{5}{3}$ می‌شود.

گزینه‌ی «۴»: انتخاب سه عضو از $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ، $\binom{5}{3}$ حالت دارد و انتخاب دو عضو از $\{2, 4, 6, 8\}$ ، $\binom{4}{2}$ حالت دارد که طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها $\binom{4}{2} \times \binom{5}{3}$ است.

(صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«سهیل حسن خان پور»

حرف **i** به جای حرف اول از سمت چپ قرار می‌گیرد و در نتیجه حرف اول تنها یک حالت دارد. حروف کلمه ی **pro** را در کنار هم در یک بسته قرار می‌دهیم. این سه حرف در کنار هم **۳!** جایگشت دارند. این بسته با حروف باقی مانده یعنی **mve**، چهار شیء را تشکیل می‌دهند که باهم **۴!** جایگشت دارند. در نهایت طبق اصل ضرب تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$۱! \times ۳! \times ۴! = ۱۴۴$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی ۱، ترکیب، شمارش، بدون شمردن - ۱۳۹۶۰۲۰۱

-۶۰

«سهیل حسن خان پور»

برای این تیم ۳ نفره که یکی از آن‌ها ایرانی است، باید ۲ نفر از کشورهای خارجی حضور داشته باشند. با توجه به متفاوت بودن ملیت این دو نفر ابتدا ۲ کشور از بین ۵ کشور خارجی انتخاب می‌کنیم. سپس از هر کدام از این کشورها ۱ نفر را از بین ۳ نفر انتخاب می‌کنیم. در پایان ۱ نفر ایرانی نیز از بین ۴ نفر انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{۵}{۲} \times \binom{۳}{۱} \times \binom{۳}{۱} \times \binom{۴}{۱} = ۱۰ \times ۳ \times ۳ \times ۴ = ۳۶۰ \text{ حالت}$$

(انتخاب ۱ نفر (انتخاب ۱ نفر از (انتخاب ۱ نفر از (انتخاب
ایرانی از بین ۴ ۳ نفر افراد کشور ۳ نفر افراد کشور ۲ کشور از
نفر ایرانی) خارجی دوم) خارجی اول) ۵ کشور)

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

«مهمربوار مصنی»

اگر تعداد اعضای گروه را n در نظر بگیریم، با انتخاب شخص A ، تعداد اعضای باقی‌مانده $n-1$ نفر می‌شود و حق انتخاب 3 نفر دیگر را داریم، چون شخص B را نمی‌توانیم برداریم، پس باید 3 نفر از $n-2$ نفر انتخاب کنیم. داریم:

$$\binom{n-2}{3} = 84 \Rightarrow \frac{(n-2)!}{3!(n-5)!} = 84$$

$$\Rightarrow \frac{(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)!}{6 \times (n-5)!} = 84$$

$$\Rightarrow (n-2)(n-3)(n-4) = 6 \times 84$$

$$\Rightarrow (n-2)(n-3)(n-4) = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

حاصل ضرب 3 عدد متوالی برابر $2^3 \times 3^2 \times 7$ شده است. پس باید آن را به شکل سه عدد متوالی بنویسیم که می‌شود:

$$(n-2)(n-3)(n-4) = 9 \times 8 \times 7$$

$$\Rightarrow n-2 = 9 \Rightarrow n = 11$$

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

«مهمربیرایی»

برای آن که سه مهره هم‌رنگ باشند، باید هر سه مهره قرمز یا هر سه مهره سبز باشند. بنابراین تعداد حالاتی که هر سه مهره هم‌رنگ باشند، برابر است با:

$$\binom{6}{3} + \binom{4}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!} + \frac{4!}{1! \times 3!} = 20 + 4 = 24$$

(صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و کاربردهای آن، چندضلعی‌ها - ۱۳۹۶۰۲۰۱

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 4 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{b}{2} + i = 5 \quad (*)$$

از آنجا که تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه‌ای حداقل برابر ۳ است، پس داریم:

$$b - 4 \geq 3 \Rightarrow b \geq 7$$

بنابراین مقادیر قابل قبول در رابطه‌ی (*) عبارت‌اند از:

$$i = 0, b = 10 \quad \text{یا} \quad i = 1, b = 8$$

یعنی تنها دو مقدار برای b وجود دارد.

(صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ کتاب درسی) (پندرضلعی‌ها)

۴

۳

۲

۱

«رضا عباسی اصل»

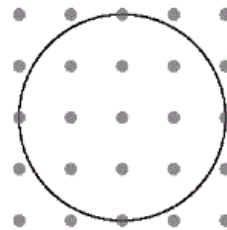
-۲۲۹

در حالی که فاصله بین نقاط شبکه ۱cm است، داریم:

$$b = 4, i = 1$$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = 2 + 1 - 1 = 2 \text{ cm}^2$$

اگر فاصله بین نقطه‌های شبکه را نصف کنیم (شکل زیر) داریم:



$$S = \frac{4}{2} + 9 - 1 = 10 \cdot \left(\frac{1}{2} \text{ cm}\right)^2 = 2.5 \text{ cm}^2$$

$$\text{درصد افزایش} = \frac{2.5 - 2}{2} \times 100 = 25$$

(صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ کتاب درسی) (پندرضلعی‌ها)

۴

۳

۲

۱

«ممد ظاهر شعاعی»

مساحت چندضلعی بزرگتر را S و مساحت چندضلعی کوچکتر را S'

می‌نامیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= i + \frac{b}{2} - 1 = 12 + \frac{14}{2} - 1 = 18 \\ S' &= i + \frac{b}{2} - 1 = 3 + \frac{7}{2} - 1 = 5/5 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow S - S' = 18 - 5/5 = 12/5$$

$$\frac{S - S'}{S} = \frac{12/5}{18} = \frac{25}{36}$$

(صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ کتاب درسی) (چندضلعی‌ها)

۴

۳

۲✓

۱

«مبینا عبیری»

-۲۱۱

طبق متن کتاب درسی در صفحه‌ی ۷۰، فرمول $S = \frac{b}{2} + i - 1$ به

فرمول پیک معروف است و از آن برای محاسبه‌ی تقریبی مساحت اشکال نامنظم هندسی نیز استفاده می‌شود.

(صفحه‌ی ۷۰ کتاب درسی) (چندضلعی‌ها)

۴✓

۳

۲

۱

«ممد بهیرایی»

-۲۱۲

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{i=3} 4/5 = \frac{b}{2} + 3 - 1$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 2/5 \Rightarrow b = 5$$

(صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ کتاب درسی) (چندضلعی‌ها)

۴

۳

۲✓

۱

مساحت مستطیل برابر است با:

$$S = 4 \times 5 = 20$$

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i \Rightarrow 20 = \frac{18}{2} - 1 + i \Rightarrow i + 8 = 20 \Rightarrow i = 12$$

(صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ کتاب درسی) (پند ضلعی‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left. \begin{aligned} AB &= \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} \\ BC &= \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \\ AC &= \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB > BC > AC$$

BC ضلع متوسط است، پس داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times h_a \Rightarrow \frac{17}{2} = \frac{1}{2} \times 5 \times h_a \Rightarrow h_a = \frac{17}{5}$$

(صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ کتاب درسی) (پند ضلعی‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«علی فتح آبادی»

-۲۲۳

$$i + b = 8 \Rightarrow i = 8 - b$$

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow S = \frac{b}{2} + 8 - b - 1 = 7 - \frac{b}{2}$$

بدیهی است زمانی S بیشترین است که b کمترین مقدار را داشته باشد. چون کمترین مقدار b برابر ۳ می‌باشد، پس:

$$S = 7 - \frac{3}{2} = 5 / 2$$

(صفحه‌های ۶۹ و ۷۰ کتاب درسی) (پند ضلعی‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

صفحه‌ی ABCD بر صفحه‌های AB EF ، AD GF ، BC HE و CD GH عمود است. خط GH با خطوط AD ، BC ، AB ، BE و AF متناظر است.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

الف) BC و DF متناظرند.

ب) AB و EF متناظرند.

ج) صفحه‌ی ABC و صفحه‌ی BCFE در خط BC مشترک هستند، پس متقاطع‌اند.

د) دو خط AB و DE موازی‌اند، پس متقاطع نیستند.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۶ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

هیچ خطی از نقطه‌ی A نمی‌توان رسم کرد که موازی هر دو خط متناظر d_1 و d_2 باشد، زیرا در غیر این صورت، دو خط d_1 و d_2 موازی یکدیگر می‌شوند که این خلاف فرض است.

تذکر: دو خط موازی با یک خط، موازی یکدیگرند.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

 ۴

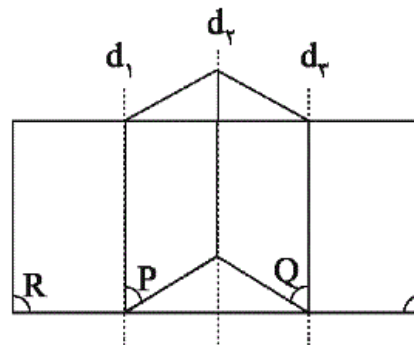
 ۳

 ۲

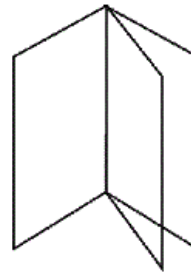
 ۱

حالت‌های مختلفی که ۳ صفحه‌ی متمایز دوجه‌دو متقاطع، می‌توانند داشته باشند را بررسی می‌کنیم:

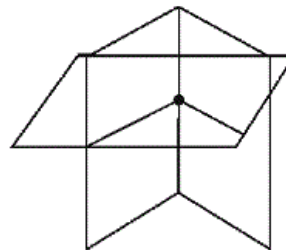
گزینه‌ی «۱»: ۳ خط d_1 ، d_2 و d_3 دوجه‌دو موازی هستند.



گزینه‌ی «۲»: فصل مشترک‌ها برهم منطبق هستند.



گزینه‌ی «۴»: فصل مشترک‌ها در یک نقطه هم‌رسند.



(صفحه‌ی ۸۲ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«مهم‌د بهیرایی»

-۲۱۴

چون چهار نقطه‌ی مورد نظر هیچ‌گاه در یک صفحه قرار نمی‌گیرند، پس دو خط موازی یا متقاطع نیستند و در نتیجه متناظرند.

(صفحه‌های ۷۹ و ۸۱ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

خط d با صفحهی Q موازی است. همچنین چون خط d' با صفحات P و Q موازی است، پس با فصل مشترک آنها یعنی خط d' نیز موازی است.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳ کتاب درسی) (تقسم فضایی)

۴

۳

۲

۱✓

از یک نقطه خارج صفحهی P ، تنها یک خط می‌توان عمود بر آن صفحه رسم کرد اما هر صفحه‌ای که شامل این خط مفروض باشد، بر صفحهی P عمود است، پس بی‌شمار صفحه وجود دارد که از نقطه‌ی A بگذرد و بر صفحهی P عمود باشد.

(صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶ کتاب درسی) (تقسم فضایی)

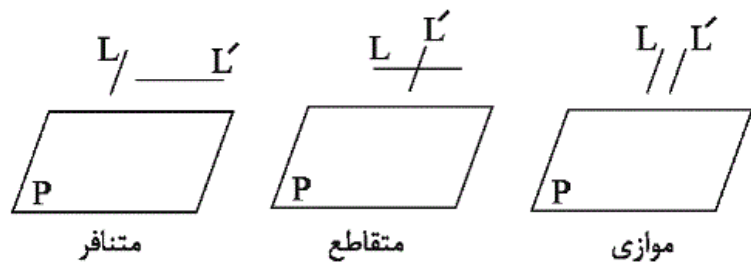
۴

۳

۲

۱✓

دو خط متمایز L و L' با صفحهی P موازی‌اند، پس این دو خط می‌توانند متناظر، متقاطع یا موازی باشند.



(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (تقسم فضایی)

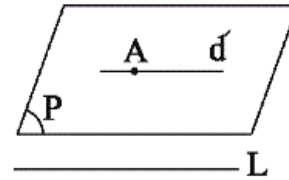
۴✓

۳

۲

۱

از نقطه‌ی A خارج از خط L ، تنها یک خط مانند d' موازی خط L می‌توان رسم کرد. هر صفحه مانند P که از خط d' بگذرد، با خط L موازی است. بدیهی است که بی‌شمار صفحه از خط d' می‌گذرد.



(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

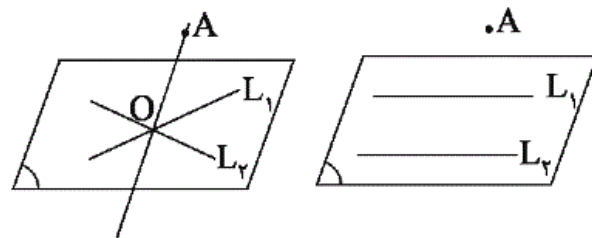
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون یک صفحه‌ی منحصر به فرد از دو خط می‌گذرد، لذا دو خط موازی یا متقاطع‌اند. در حالتی که دو خط متقاطع باشند، از نقطه‌ی A ، یک خط می‌توان رسم کرد که دو خط را قطع کند و در حالت موازی بودن از نقطه‌ی A نمی‌توان خطی رسم کرد که دو خط را قطع کند.



(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

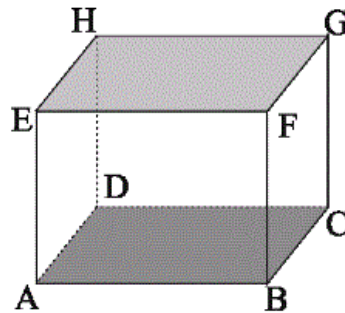
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مطابق شکل دو وجه $ABCD$ و $EFGH$ را در نظر می‌گیریم. ضلع AB در وجه $ABCD$ با ضلع‌های GF و EH در وجه $EFGH$ متناظر است.



پس هر ضلع وجه پایین با دو ضلع وجه بالا متناظر است، لذا ۸ جفت ضلع متناظر در وجه‌های مزبور وجود دارد.

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

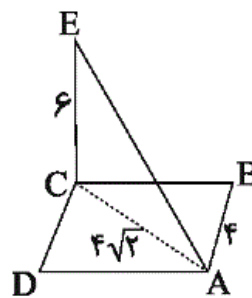
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون EC بر صفحه‌ی $ABCD$ عمود است، پس بر تمام خطوط آن از جمله AC عمود است و $\widehat{ECA} = 90^\circ$. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی AEC بنابر قضیه‌ی فیثاغورس داریم:



$$EA^2 = EC^2 + AC^2 = 6^2 + (4\sqrt{2})^2 = 68$$

$$\Rightarrow EA = 2\sqrt{17}$$

توجه داشته باشید که طول قطر مربعی به ضلع a برابر است با $a\sqrt{2}$.

(صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶ کتاب درسی) (تقسیم فضایی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۷۷

«مهمدرضا کشاورزی»

تصویر نمودار تابع روی محور x ها، دامنه‌ی تابع است. در این سؤال توجه کنید که نقطه‌ای به طول $x = 2$ به صورت توخالی است و جزو دامنه‌ی تابع نیست.

$$\text{دامنه: } (-2, 3] - \{2\} = (-2, 2) \cup (2, 3]$$

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

-۷۸

«حسن نصرتی ناهوک»

طبق برد تابع، داریم:

$$y > 0 \Rightarrow -6x + 4 > 0 \Rightarrow -6x > -4$$

$$\Rightarrow x < \frac{4}{6} \Rightarrow x < \frac{2}{3} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{2}{3})$$

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

-۷۹

«ایمان پینی فروشان»

تصویر نمودار بر روی محور y ها برابر با برد تابع و تصویر آن بر روی محور x ها برابر با دامنه‌ی تابع است. پس:

$$R = (-2, 2] \cup \{-3\}$$

$$D = (-4, -2) \cup (-2, -1] \cup (0, 2) \cup (2, 4]$$

$$R - D = (-1, 0] \cup \{2\}$$

پس:

$R - D$ شامل دو عدد صحیح (عدد صفر و ۲) است.

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

«عزیز الله علی اصغری»

دامنه: $D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

با توجه به صورت سؤال داریم:

برد تک تک توابع را می نویسیم:

گزینه‌ی «۱»:

$$y = x + 2$$

$$R = \{3, 5, 7, 9, 11\} \text{ عضو } 5$$

گزینه‌ی «۲»:

$$y = x^2 - 4x$$

$$R = \{-3, -3, 5, 21, 45\} \text{ عضو } 4$$

گزینه‌ی «۳»:

$$y = |x + 1| - 3$$

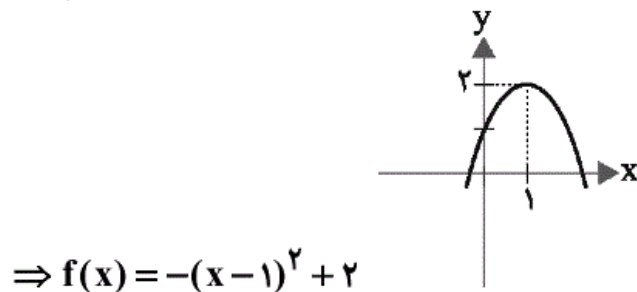
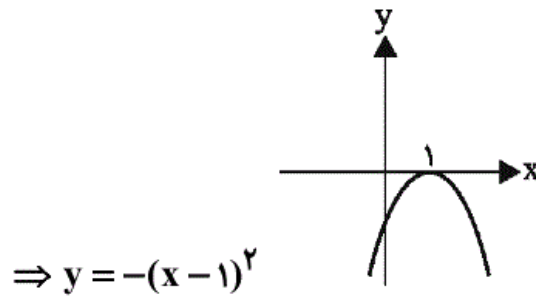
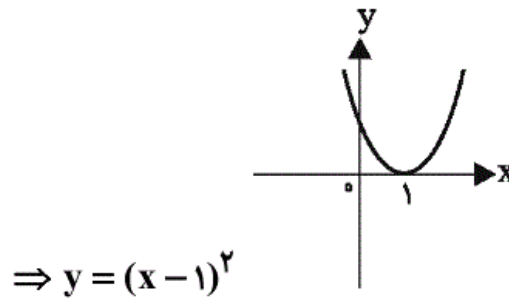
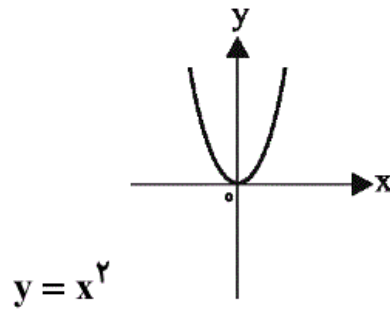
$$R = \{-1, 1, 3, 5, 7\} \text{ عضو } 5$$

پس تعداد اعضای برد تابع گزینه‌ی «۲» از بقیه کم‌تر است.

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، انواع تابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۲۰۱

با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = x^2$ ، نمودار تابع $y = -(x-1)^2 + 2$ را به دست می‌آوریم.



توجه کنید که نمودار گزینه‌ی «۲» نادرست است چون با $f(0) = -1 + 2 = 1$ مطابقت ندارد.

(صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ضابطه‌ی تابع همانی $f(x) = x$ است. بنابراین:

$$\frac{f(x)=(a-b)x+a+b}{f(x)=x} \rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=0 \end{cases} \Rightarrow 2a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$a+b=0 \xrightarrow{a=\frac{1}{2}} b=-\frac{1}{2}$$

$$3a+2b = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

(صفحه‌ی ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«فائزه رضایی بقا»

-۸۳

 ۴

 ۳

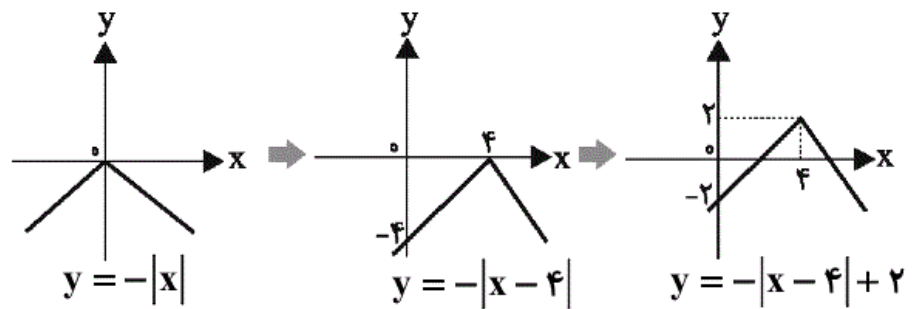
 ۲

 ۱

«حسن نصرتی ناهوک»

-۸۴

با انتقال نمودار تابع $y = -|x|$ داریم:



(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«رهیم مشتاق نظم»

چون دامنه‌ی تابع f برابر با R و برد آن تک‌عضوی است یعنی تابع، تابع ثابت است و مقادیر آن به x وابسته نیست. بنابراین باید ضرایب x^2 و x صفر باشند. یعنی:

$$\begin{cases} b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ a - b - 1 = 0 \Rightarrow a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر a و b در f داریم:

$$f(x) = c + 2$$

از طرفی چون برد تابع f برابر با $\{2c - 3\}$ است، پس:

$$2c - 3 = c + 2 \Rightarrow c = 5$$

بنابراین:

$$a + b + c = 10$$

(صفحه‌ی ۱۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«ایمان پینی فروشان»

حجم تانکر برابر است با:

حجم استوانه + (حجم هر نیم‌کره) $\times 2 = V(r)$ = حجم تانکر

$$= V(r) = 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right) + \pi r^2 \times 8$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 8\pi r^2$$

توجه کنید که حجم استوانه از رابطه‌ی «مساحت قاعده \times ارتفاع» قابل محاسبه است.

(صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۶ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

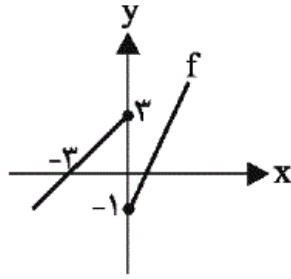
 ۳

 ۲

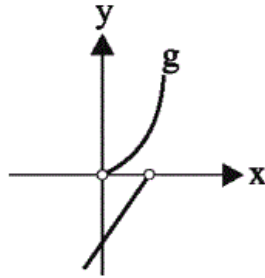
 ۱

نمودار هر گزینه را رسم می کنیم:

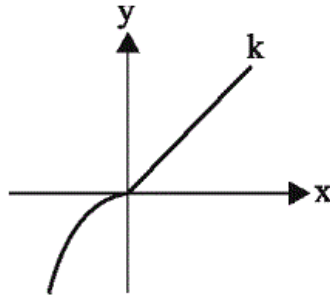
گزینه ۱: «۱»:



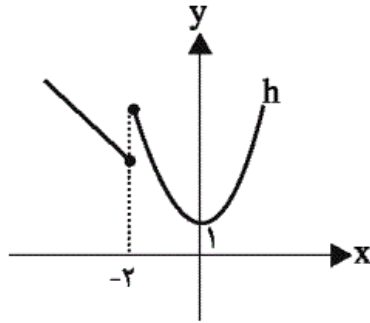
گزینه ۲: «۲»:



گزینه ۳: «۳»:



گزینه ۴: «۴»:



با توجه به نمودارها، تنها گزینه ۳ تابع است.

(صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

و برای x های منفی خطی داریم که از دو نقطه‌ی $(0, 1)$ و $(-\frac{1}{2}, 0)$

می‌گذرد. معادله‌ی آن را می‌نویسیم:

$$y = 2x + 1$$

حال ضابطه‌ی تابع $f(x)$ به دست می‌آید:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & , x \geq 0 \\ 2x + 1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$f(3) = (3)^2 - 2(3) + 2 = 5, f(4) = (4)^2 - 2(4) + 2 = 10$$

$$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1, f(-3/5) = 2(-3/5) + 1 = -6/5$$

$$\text{حاصل عبارت: } \frac{5 - (10)}{-(-1) - 6} = \frac{-5}{-5} = 1$$

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

«ریم مشتاق نظم»

-۸۹

$$y = |x - 1| \xrightarrow[\text{محور } y \text{ ها به سمت پایین}]{\text{یک واحد در راستای}} y = |x - 1| - 1$$

$$\xrightarrow[\text{X ها به سمت چپ}]{\text{دو واحد در راستای محور}} y = |x + 2 - 1| - 1$$

$$\Rightarrow y = |x + 1| - 1 \xrightarrow{\text{نسبت به X ها قرینه}} \rightarrow$$

$$y = -|x + 1| + 1$$

(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

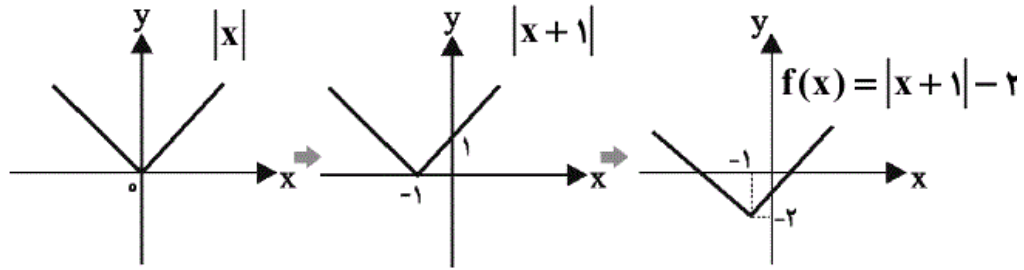
۳

۲

۱

با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = |x|$ نمودار تابع

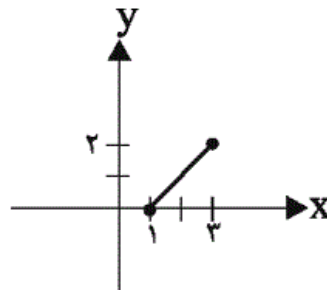
$f(x) = |x + 1| - 2$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به دامنه‌ی $D_f = [1, 3]$ داریم:

$y(1) = 0$

$y(3) = 2$



\Rightarrow برد تابع: $R_f = [0, 2]$

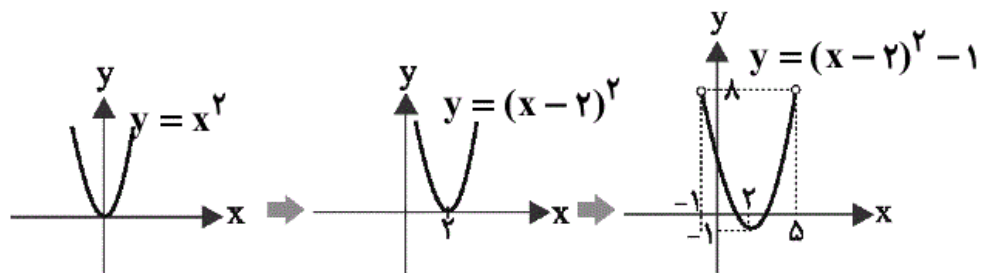
(صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱



پس برد تابع f برابر با $(-1, 8)$ است.

(صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

«ریم مشتاق نظم»

برای آن که اعداد حاصل زوج باشند رقم یکان آن‌ها باید صفر یا ۲ یا ۴ باشد. همچنین برای آن که عدد حاصل از ۴۲۰۰ کم‌تر باشد، دو حالت زیر را داریم:

حالت اول: رقم یکان هزار برابر با ۴ و رقم صدگان برابر با صفر یا یک است.

$$\begin{array}{cccc} ۴ & ۰,۱ & ۰,۲,۴ & \\ \boxed{۱} & \boxed{۲} & \boxed{۶} & \boxed{۳} \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{تعمیم اصل ضرب: } ۱ \times ۲ \times ۶ \times ۳ = ۳۶$$

حالت دوم: رقم یکان هزار برابر با ۱ یا ۲ یا ۳ باشد:

$$\begin{array}{cccc} ۱,۲,۳ & & ۰,۲,۴ & \\ \boxed{۳} & \boxed{۶} & \boxed{۶} & \boxed{۳} \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{تعمیم اصل ضرب: } ۳ \times ۶ \times ۶ \times ۳ = ۹ \times ۳۶ = ۳۲۴$$

$$\Rightarrow \text{اصل جمع: } ۳۲۴ + ۳۶ = ۳۶۰$$

توجه کنید که در هر حالت از اصل ضرب استفاده کردیم و در نهایت دو حالت را طبق اصل جمع، باهم جمع کردیم.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

«حسن نصرتی ناهوک»

اعدادی مضرب ۵ هستند که رقم یکان آن‌ها صفر یا ۵ باشند، پس هرکدام را به‌طور جداگانه با استفاده از تعمیم اصل ضرب محاسبه می‌کنیم و سپس با استفاده از اصل جمع پاسخی را به‌دست می‌آوریم.

$$\text{رقم یکان صفر: } \boxed{۵} \boxed{۴} \boxed{۱}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد اعداد مضرب ۵ با رقم یکان صفر} = ۵ \times ۴ \times ۱ = ۲۰$$

$$\text{رقم یکان ۵: } \boxed{۴} \boxed{۴} \boxed{۱}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد اعداد مضرب ۵ با رقم یکان ۵} = ۴ \times ۴ \times ۱ = ۱۶$$

$$\text{تعداد کل اعداد} = ۲۰ + ۱۶ = ۳۶$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱

اگر این فرد از زبان فارسی برای رمز خود استفاده کند، داریم:

$$۳۲^۳ = ۳۲ \times ۳۲ \times ۳۲: \text{تعداد حالت‌ها با حروف فارسی}$$

و اگر از حروف انگلیسی استفاده کند، داریم:

$$۲۶^۳ = ۲۶ \times ۲۶ \times ۲۶: \text{تعداد حالت‌ها با حروف انگلیسی}$$

$$۳۲^۳ + ۲۶^۳: \text{تعداد کل حالات}$$

توجه کنید که در هر حالت تکرار حروف مجاز است زیرا در رمزها حروف تکراری هم وجود دارد، البته اگر در صورت سؤال ذکر شود که حروف متمایزند باهم، حروف را متمایز در نظر می‌گیریم.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳

۲

۱ ✓

«سهیل حسن خان پور»

چون مسیرهای مستقیم از A به C مسدود است، پس تنها از مسیرهای ABC یا ADC می‌توانیم به C برسیم.

$$\text{حالت } ABC: \frac{۱}{B \text{ به } A} \times \frac{۳}{C \text{ به } B} = ۳$$

$$\text{حالت } ADC: \frac{۴}{D \text{ به } A} \times \frac{۲}{C \text{ به } D} = ۸$$

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد راه‌های رسیدن از A به C (به جز مسیرهای مستقیم) برابر $۸ + ۳ = ۱۱$ حالت خواهد بود.

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴ ✓

۳

۲

۱

«سهیل حسن خان پور»

عدد صفر نمی‌تواند در جایگاه صدگان قرار گیرد. بنابراین مهم است که رقم یکان صفر باشد یا یکی از ارقام ۶ و ۸. بنابراین این حالات را جداگانه با استفاده از تعمیم اصل ضرب محاسبه می‌کنیم:

$$\text{صفر در یکان باشد: } \frac{۴}{\text{یکان صدگان}} \times \frac{۳}{\text{یکان}} \times \frac{۱}{\text{یکان}} = ۱۲$$

$$\text{صفر در یکان نباشد: } \frac{۳}{\text{یکان صدگان}} \times \frac{۳}{\text{یکان}} \times \frac{۲}{\text{یکان}} = ۱۸$$

بنابراین طبق اصل جمع در کل $۱۸ + ۱۲ = ۳۰$ عدد سه‌رقمی زوج با این ارقام وجود دارد.

(صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴ کتاب درسی) (شمارش بدون شمردن)

۴

۳ ✓

۲

۱