



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، احتمال - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۰۲- تاسی را دوبار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده عددی اول باشد، کدام است؟

$$(1) \frac{13}{36} \quad (2) \frac{14}{36} \quad (3) \frac{15}{36} \quad (4) \frac{16}{36}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در یک کلاس ۲۰ نفره دو برادر حضور دارند. می‌خواهیم از میان دانش‌آموزان این کلاس یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم. چه قدر احتمال دارد حداقل یکی از این دو برادر در گروه انتخابی باشد؟

$$(1) \frac{69}{95} \quad (2) \frac{27}{95} \quad (3) \frac{91}{380} \quad (4) \frac{289}{380}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره پی‌درپی و بدون جای‌گذاری و به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و سوم هم‌رنگ باشند، کدام است؟

$$(1) \frac{4}{7} \quad (2) \frac{3}{7} \quad (3) \frac{3}{14} \quad (4) \frac{5}{14}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- خانواده‌ای دارای دو فرزند است. اگر بدانیم که حداقل یکی از این فرزندان پسر است، احتمال آن که این خانواده فرزند دختر داشته باشد، چه قدر است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{1}{3} \quad (3) \frac{1}{4} \quad (4) \frac{2}{3}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- ظرفی شامل ۳ مهره سیاه و ۵ مهره سفید است. دو تاس پرتاب می‌کنیم. اگر فقط یک تاس، مضرب ۳ ظاهر شود دو مهره و اگر هر دو تاس مضرب ۳ ظاهر شود، ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. در غیر این صورت مهره‌ای انتخاب نمی‌کنیم. با چه احتمالی دو مهره سفید خارج می‌شود؟

$$(1) \frac{55}{252} \quad (2) \frac{5}{28} \quad (3) \frac{55}{84} \quad (4) \frac{9}{28}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، ترکیبیات ، احتمال - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۰۱- هفت نقطه روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از بین این هفت نقطه انتخاب شده باشد؟

$$(1) 15 \quad (2) 21 \quad (3) 28 \quad (4) 35$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + 4x + a - 3$ محور x ها را در دو نقطه متمایز با طول مثبت قطع کند، رأس سهمی به‌ازای کدام مقادیر a ، زیر محور x ها قرار دارد؟

- (۱) $(-1, 0)$ (۲) $\emptyset$ (۳) $(-\infty, 0)$ (۴) $(-\frac{1}{4}, 0)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $f = \{(-1, -2), (0, 2), (2, 1)\}$ ، $g = \{(1, -1), (2, a^2 + a), (0, 1)\}$ و $(2, 2) \in fog$ باشد، مجموعه مقادیر a کدام است؟

- (۱) $\{1, 2\}$ (۲) $\{1, -2\}$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴) $\{0, -1\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- مساحت ایجاد شده بین نمودار تابع $y = x + 2|x|$ و خط $y = x + a$ برابر ۲ واحد مربع است. مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{2}$

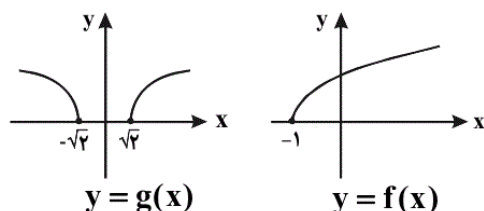
شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{25}}(x-3)}$ ، شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر نمودار دو تابع f و g به صورت زیر باشد، آنگاه دامنه تابع fog ، کدام است؟



- (۱) $[\sqrt{2}, +\infty)$
(۲) $\mathbb{R} - [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
(۳) $[0, +\infty)$
(۴) $\mathbb{R} - (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ و $g(x) = \cos^2 x$ ، تابع $f^{-1}(g(x))$ برای $0 < x < \frac{\pi}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\ln \tan x$ (۲) $\ln \cot x$ (۳) $2 \ln \cot x$ (۴) $2 \ln \tan x$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- معادله $\frac{\tan \frac{x}{2} + \cot \frac{x}{2}}{\cos x \cos^2 x} = 8$ چند جواب در فاصله $[0, \pi]$ دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در یک دنباله می‌دانیم $a_{n+1} = a_n + 2$ است. اگر $a_3 = -4$ باشد، مجموع ۸ جمله اول آن کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۸ (۳) -۴ (۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- بین دو عدد ۲ و ۴۸۶- چهار عدد طوری قرار می‌دهیم که همهٔ اعداد تشکیل دنبالهٔ هندسی دهند. مجموع این شش عدد کدام است؟

- (۱) ۳۶۴ (۲) -۳۶۴ (۳) ۱۲۱ (۴) -۱۲۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- دنبالهٔ $a_n = \left[\frac{\sin(2n\pi + \frac{\pi}{2})}{n} \right]$ چگونه است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است).

- (۱) نه صعودی و نه نزولی - واگرا
(۲) فقط نزولی - همگرا
(۳) هم صعودی و هم نزولی - همگرا
(۴) کراندار - واگرا

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، تابع و معادله‌ی درجه دوم ، توابع و معادلات - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۰۷- معادلهٔ درجهٔ دومی که ریشه‌های آن، مربع ریشه‌های معادلهٔ $x^2 - 5x - 2 = 0$ باشند، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 58x + 16 = 0$
(۲) $x^2 - 58x + 4 = 0$
(۳) $x^2 - 29x + 16 = 0$
(۴) $x^2 - 29x + 4 = 0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، مشتق ، مشتق توابع - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۲۲- جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی $\tan x = \sin 2x$ به صورت $x = k\pi + \frac{i\pi}{4}$ است. مجموعه مقادیر i کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\{0, 1, 3\}$ (۲) $\{1, 3\}$ (۳) $\{0, 1\}$ (۴) $\{1, 2, 3\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطهٔ $f(x) = x^2 + a\sqrt{x}$ ، وقتی x از ۱ به ۴ تغییر می‌کند، دو برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = ۱$ است. a کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر $f(x) = (\frac{\sqrt{x}}{x-3})^3$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(4) - f(x)}{4 - x}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{21}{4}$ (۳) -7 (۴) -21

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a.e^{2x} + 2b & , x \geq 0 \\ a \sin 3x + x & , x < 0 \end{cases}$ همواره مشتق پذیر باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- مشتق راست تابع $y = x |\cos 2x|$ در $x = \frac{\pi}{4}$ چقدر از مشتق چپ تابع در این نقطه بیش تر است؟

- (۱) π (۲) $-\pi$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $-\frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر $f(x) = \tan x$ و $g(x) = \sqrt{\frac{2x}{1+x^2}}$ باشد، آنگاه مشتق تابع $\text{gof}(x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{12}$ چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر $y = \frac{U}{2} \sqrt[3]{3U+2}$ و $U = x^2 + 2x - 1$ ، آنگاه مقدار $\frac{dy}{dx}$ به ازای $x = 1$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- معادله خط مماس بر تابع $y = x^3 - 5x^2 + 7x + 1$ در $x = 1$ واقع بر منحنی، وتری با چه طول روی سهمی $y = x^2 - 5x + 6$ جدا می کند؟

- (۱) $\sqrt{17}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{11}$ (۴) $\sqrt{19}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- معادله خط مماس بر منحنی به معادله $y + 70 = 2\sqrt{x} + 2y^2x^2 - 35 + x^3$ در نقطه $(4, 1)$ ، از نقطه $(\alpha, 10\alpha)$ می گذرد. α کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش دانشگاهی ، تابع جزء صحیح ، توابع و معادلات - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۱۰- اگر $\left| \frac{x-3}{2} \right| < 1$ باشد، حاصل $\left[\frac{x+2}{x} \right]$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) فقط ۳ (۲) فقط ۲ (۳) ۱ یا ۲ (۴) ۲ یا ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- حاصل عبارت $\log_2 \sqrt{5} + 9 \log_{\frac{625}{2}}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۹ (۳) ۹ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- نمودار تابع $f(x) = \log(ax + b)$ با دامنه $(-\infty, 1)$ را ۲ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم و سپس آن را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. اگر طول نقطه برخورد نمودار حاصل با نمودار f ، برابر $-\sqrt{5}$ باشد، آن‌گاه $f(-19)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $\log 9$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- جمعیت کره زمین در سال ۲۰۰۰، شش میلیارد نفر تخمین زده شده بود. اگر جمعیت پس از t سال (نسبت به سال ۲۰۰۰) از رابطه

$f(t) = Ae^{0.14t}$ به دست آید، در این صورت جمعیت کره زمین در سال ۲۰۵۰ تقریباً چند میلیارد نفر است؟ ($\ln 2 \simeq 0.7$)

- (۱) ۱۰ (۲) $10/5$ (۳) $11/5$ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲-

(معمدمهری مفسر زاده طبری)

مجموع دو تاس: ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲
 $\times \times \quad \times \quad \times \quad \times$

$$A = \left\{ \underbrace{(1,1), (1,2), (2,1)}_2, \underbrace{(1,3), (2,2), (3,1)}_3, \underbrace{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)}_5, \underbrace{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)}_7, \underbrace{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}_{11} \right\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36}$$

(پذیردهای تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷ و ۱۰ تا ۱۲)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۰۳-

(معمدمصطفی ابراهیمی)

با توجه به اصل متمم داریم:

$P(\text{هیچ کدام در گروه نباشند}) = 1 - P(\text{حداقل یکی از دو برادر در گروه باشد})$

حالا احتمال این که هیچ کدام از این دو برادر در گروه نباشند را به دست می‌آوریم:

این دو برادر را کنار می‌گذاریم، باید از ۱۸ نفر باقی‌مانده، ۳ نفر را انتخاب کنیم

که این کار به $\binom{18}{3}$ طریق امکان‌پذیر است.

$$P(\text{حداقل یکی از دو برادر در گروه نباشند}) = 1 - \frac{\binom{18}{3}}{\binom{20}{3}} = 1 - \frac{\frac{18 \times 17 \times 16}{3!}}{\frac{20 \times 19 \times 18}{3!}}$$

$$= 1 - \frac{17 \times 16}{20 \times 19} = 1 - \frac{17 \times 4}{5 \times 19} = 1 - \frac{68}{95} = \frac{95 - 68}{95} = \frac{27}{95}$$

(پذیردهای تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۰۴

(مسین ماهیلو)

چون رنگ مهره‌ی دوم اهمیتی ندارد، پس فرض می‌کنیم مهره‌ی دوم انتخاب نشده است. پس مسئله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

(دومی قرمز و اولی قرمز) P + (دومی آبی و اولی آبی) P = احتمال

$$= \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

(پدیده‌های تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۵

(مسین بسطام)

اگر فرزند پسر را با b و فرزند دختر را با g نشان دهیم، داریم:

$$S = \{bb, bg, gb\} \Rightarrow P = \frac{2}{3} : \text{احتمال موردنظر}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۶

(میثم حمزه لویی)

فقط یک تاس
مضرب ۳ بیاید

دو مهره انتخابی
از ظرف سفید باشد

$$\frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28}$$

هر دو تاس
مضرب ۳ بیاید

دو مهره از سه مهره انتخابی
از ظرف سفید باشد

$$\frac{\binom{5}{2} \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

در غیر این صورت

مهره‌ای انتخاب نمی‌شود

$$1 - \left(\frac{1}{9} + \frac{4}{9} \right) = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow P = \frac{4}{9} \times \frac{10}{28} + \frac{1}{9} \times \frac{15}{28} = \frac{55}{9 \times 28} = \frac{55}{252}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، ترکیبیات ، احتمال - ۱۳۹۶۰۱۱۸

تعداد مثلث‌های ممکن برابر تعداد حالت‌های انتخاب سه نقطه از ۷ نقطه موجود روی دایره است:

$$\text{تعداد حالت‌های رسم مثلث} = \binom{7}{3} = 35$$

(ترکیبیات) (ریاضی ۲، تمرین ۵، صفحه ۱۹۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع، توابع و معادلات - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(هسین اسفینی)

اولاً: نمودار سهمی، محور x ها را در دو نقطه متمایز با طول مثبت قطع کرده است. پس باید داشته باشیم:

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4a(a - 3) > 0$$

$$\xrightarrow{\div (-4)} \underbrace{a^2 - 3a - 4}_{(a-4)(a+1)} < 0 \Rightarrow -1 < a < 4$$

$$2) P > 0 \Rightarrow \frac{a-3}{a} > 0 \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a > 3$$

$$3) S > 0 \Rightarrow \frac{-4}{a} > 0 \Rightarrow a < 0$$

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(فرهاد حامی)

چون $(2, 2) \in \text{fog}$ ، بنابراین:

$$f(g(2)) = 2 \Rightarrow f(a^2 + a) = 2 \xrightarrow[\text{با توجه به تابع } f]{f(0)=2} a^2 + a = 0$$

$$\Rightarrow a(a+1) = 0 \Rightarrow a = 0, -1$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

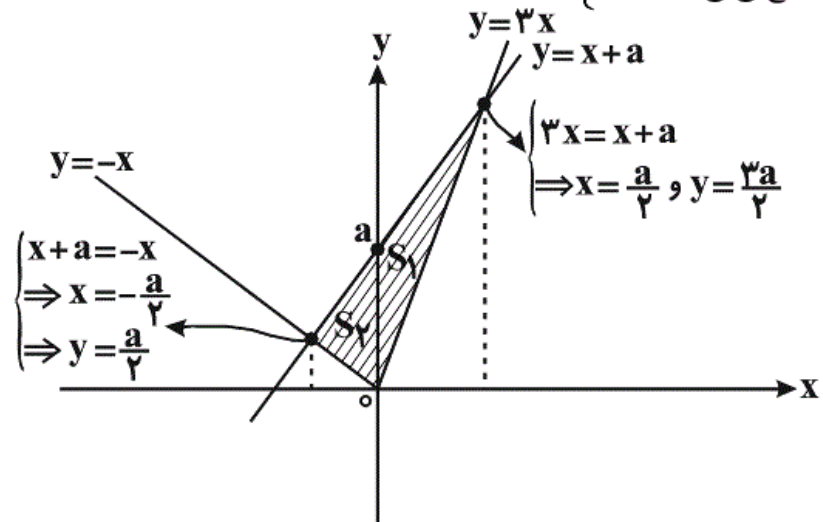
ابتدا نمودار $y = x + 2|x|$ را رسم می‌کنیم:

$$x + 2|x| = \begin{cases} 3x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} a \times \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times a = \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = 2\left(\frac{a^2}{4}\right) = 2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$



(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۴

۳

۲✓

۱

$$x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3 \quad (*)$$

و برای تعریف شدن عبارت $\sqrt{\log_{0.25}^{(x-3)}}$ ، باید:

$$\log_{0.25}^{(x-3)} \geq 0 \Rightarrow \log_{4^{-1}}^{(x-3)} \geq 0 \Rightarrow -\log_4^{(x-3)} \geq 0 \Rightarrow \log_4^{(x-3)} \leq 0$$

$$\Rightarrow \log_4^{(x-3)} \leq \log_4^1 \Rightarrow x - 3 \leq 1 \Rightarrow x \leq 4$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } (*)} D_f : 3 < x \leq 4$$

که فاصله‌ی به‌دست آمده، شامل تنها یک عدد طبیعی ($x = 4$) است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۴

۳

۲

۱✓

با توجه به نمودارها:

$$D_f = [-1, +\infty) \quad , \quad D_g = \mathbb{R} - (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \in \mathbb{R} - (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \mid \underbrace{g(x) \geq -1}_{\text{همواره برقرار است}}\} = \mathbb{R} - (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

همواره برقرار است.
(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیرحسین افشار)

$$y = \frac{e^x}{e^x + 1} \Rightarrow ye^x + y = e^x \Rightarrow (y-1)e^x = -y$$

$$\Rightarrow e^x = \frac{-y}{y-1} = \frac{y}{1-y}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین Ln می‌گیریم}} \text{Ln} e^x = \text{Ln} \frac{y}{1-y} \Rightarrow x = \text{Ln} \frac{y}{1-y}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = y = \text{Ln} \frac{x}{1-x}$$

$$f^{-1}(g(x)) = \text{Ln} \frac{\cos^2 x}{1 - \cos^2 x} = \text{Ln} \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \text{Ln} \cot^2 x = 2 \text{Ln} \cot x$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow \frac{4}{\sin^2 x \cos^2 x} = 8 \Rightarrow \frac{4}{\frac{1}{2} \sin 4x} = 8 \Rightarrow \frac{8}{\sin 4x} = 8$$

$$\xrightarrow{\sin 4x \neq 0} \sin 4x = 1 \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad x \in [0, \pi] \rightarrow x = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(معمدمصطفی ابراهیمی)

چون $a_{n+1} - a_n = 2$ می باشد، پس تفاضل هر ۲ جمله متوالی از دنباله برابر ۲ است. پس یک دنباله حسابی با قدرنسبت $d = 2$ داریم که جمله سوم آن برابر ۴- است. پس جمله اول آن $a_1 = -4 - 2(d) = -8$ می شود.

$$S_8 = \frac{8}{2}(2a_1 + 7d) = 4(-16 + 14) = 4(-2) = -8$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۶ تا ۱۰)

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه های ۳۰ تا ۴۲)

۴✓

۳

۲

۱

(مهرداد ملارمفانی)

ابتدا قدرنسبت دنباله هندسی را به دست آوریم:

$$q = 4 + \sqrt{\frac{-486}{2}} = \sqrt[5]{-243} = -3$$

حال مجموع شش جمله اول برابر است با:

$$S = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{2(1 - (-3)^6)}{1 - (-3)} = -364$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳

۲✓

۱

(میثم حمزه لویی)

دنباله $\{\sin(2n\pi + \frac{\pi}{2})\}$ به ازای مقادیر مختلف n مقداری برابر یک دارد. بنابراین:

$$a_n = [\frac{1}{n}]$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} [\frac{1}{n}] = 0 \Rightarrow \text{همگراست.}$$

۱, ۰, ۰, ۰, ...

از طرفی جملات دنباله به صورت مقابل هستند:

یعنی فقط جمله اول دنباله یک و سایر جملات صفر هستند. در نتیجه

دنباله نزولی است. (توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲✓

۱

فرض می‌کنیم x_1 و x_2 ، ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 5x - 2 = 0$ و همچنین y_1 و y_2 ، ریشه‌های معادله درجه دوم مورد نظر باشند، داریم:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 5 \\ P = x_1 x_2 = -2 \end{cases}, \quad \begin{cases} y_1 = x_1^2 \\ y_2 = x_2^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = y_1 + y_2 = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \\ = S^2 - 2P = 5^2 - 2(-2) = 29 \\ P' = y_1 y_2 = (x_1 x_2)^2 = P^2 = (-2)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{معادله‌ی مورد نظر: } x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 29x + 4 = 0$$

نکته: در حالت کلی، اگر مجموع و حاصلضرب ریشه‌های یک معادله درجه دوم به ترتیب برابر S و P باشد، می‌توان آن معادله درجه دوم را به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ در نظر گرفت.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴ ✓

۳

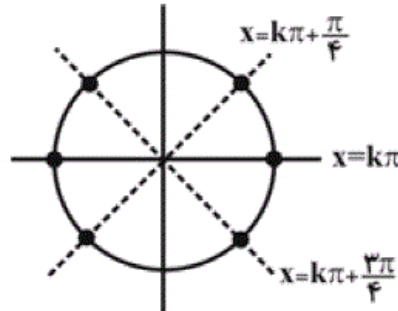
۲

۱

$$\tan x = \sin 2x \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} - 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x \left(\frac{1}{\cos x} - 2 \cos x \right) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x \left(\frac{1 - 2 \cos^2 x}{\cos x} \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$



موقعیت کمان‌های x را به طوری

که $\sin x = 0$ یا $\cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، در

دایره‌ی مثلثاتی رسم می‌کنیم.

همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود، جواب‌های این معادله به صورت

$$x = k\pi, x = k\pi + \frac{\pi}{4}, x = k\pi + \frac{3\pi}{4} \text{ هستند، پس با توجه به صورت}$$

سؤال و گزینه‌ها مجموعه‌ی مقادیر i به صورت $\{0, 1, 3\}$ است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱✓

$$f(x) = x^2 + a\sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = 2x + \frac{a}{2\sqrt{x}} \quad \text{و} \quad \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

آهنگ متوسط تغییر تابع f ، وقتی x از ۱ به ۴ تغییر می‌کند:

$$x_1 = 1, x_2 = 4 \Rightarrow \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{15 + a}{3}$$

$$f'(1) = 2 + \frac{a}{2} \quad \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع } f \text{ در } x = 1$$

$$\text{طبق فرض: } \frac{15 + a}{3} = 2\left(2 + \frac{a}{2}\right) \Rightarrow 15 + a = 12 + 3a \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\xrightarrow{x=4} f'(4) = 3\left(\frac{1}{4} - 2\right)\left(\frac{2}{1}\right)^2 = -21$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۴۰)

برای این که تابع f در $x=0$ مشتق پذیر باشد، باید:

۱- تابع در $x=0$ پیوسته باشد.

۲- مشتق چپ و راست تابع در $x=0$ برابر باشند.

پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$$

$$\Rightarrow ae^0 + 2b = a \sin 0 + 0 \Rightarrow a + 2b = 0$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ae^{2x} & , x > 0 \\ 2a \cos 2x + 1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = f'_-(0) \Rightarrow 2ae^0 = 2a \cos(0) + 1$$

$$\Rightarrow 2a = 2a + 1 \Rightarrow a = -1, b = \frac{1}{2}$$

پس $a + b = \frac{-1}{2}$ است.

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۴

۳

۲✓

۱

(مهرداد ملونری)

مشتق راست: وقتی x با مقادیر بیش‌تر از $\frac{\pi}{4}$ به آن نزدیک می‌شود، کمان

$2x$ در ناحیه‌ی دوم قرار می‌گیرد و در نتیجه علامت عبارت داخل قدرمطلق، منفی است، پس:

$$|\cos 2x| = -\cos 2x \Rightarrow y = -x \cos 2x \Rightarrow y' = -(\cos 2x - 2x \sin 2x)$$

$$\Rightarrow y'_+\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\left(\cos \frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{\pi}{4}\right) \sin \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

مشتق چپ: وقتی x با مقادیر کم‌تر از $\frac{\pi}{4}$ به آن نزدیک می‌شود، داریم:

$$|\cos 2x| = \cos 2x \Rightarrow y = x \cos 2x \Rightarrow y' = \cos 2x - 2x \sin 2x$$

$$\Rightarrow y'_-\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$y'_+\left(\frac{\pi}{4}\right) - y'_-\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

بنابراین:

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۴

۳

۲

۱✓

$$y' = \frac{2 \cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}} \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sqrt{\sin \frac{\pi}{6}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۳)

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(فسین فایلو)

-۱۲۸

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dU} \cdot \frac{dU}{dx} \quad (*)$$

$$U = x^2 + 2x - 1 \Rightarrow U \Big|_{x=1} = 2$$

$$\frac{dU}{dx} = 2x + 2 \Rightarrow \frac{dU}{dx} \Big|_{x=1} = 4$$

$$y = \frac{U}{2} \times \sqrt[3]{3U+2} \Rightarrow \frac{dy}{dU} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{3U+2} + \frac{U}{2} \times \frac{3}{3\sqrt[3]{(3U+2)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dU} \Big|_{U=2} = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{2}{2} \times \frac{3}{3 \times 4} = \frac{5}{4}$$

$$(*) \Rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_{x=1} = \frac{5}{4} \times 4 = 5$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سپهر حقیقت افشار)

-۱۲۹

با جایگذاری $x=1$ در تابع، عرض نقطه حاصل می‌شود: $(1, 4)$

برای یافتن شیب خط مماس باید از تابع موردنظر مشتق بگیریم:

$$y' = 3x^2 - 10x + 7 \Big|_{x=1} = 0 \xrightarrow{\text{معادله خط مماس}} y = 4$$

حال برای محاسبه طول وترى که خط $y=4$ روی سهمی موردنظر ایجاد می‌کند باید معادله تقاطع را تشکیل دهیم:

$$x^2 - 5x + 6 = 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0$$

طول وتر ایجاد شده فاصله ریشه‌های معادله تقاطع است: $(\alpha \text{ و } \beta \text{ ریشه‌های})$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{S^2 - 4P} = \sqrt{25 - 8} = \sqrt{17} \quad (\text{معادله فوق هستند.})$$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷، ۶۵ و ۶۶ - مشابه مسائل صفحه ۷۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\text{مشتق ضمنی} = \frac{-(3x^2 - 4y^2x + \frac{1}{\sqrt{x}})}{-4yx^2 - 1} = \frac{-(48 - 16 + \frac{1}{2})}{-64 - 1} = \frac{-(32/5)}{-65} = \frac{1}{2}$$

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow \alpha - 1 = \frac{1}{2}(10\alpha - 4) \Rightarrow \alpha - 1 = 5\alpha - 2$$

$$\Rightarrow 1 = 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۵، ۴۶، ۷۳ و ۷۹ تا ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع جزء صحیح، توابع و معادلات - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(میثم همزه‌لویی)

ابتدا حدود x را محاسبه می‌کنیم:

$$\left| \frac{x-3}{2} \right| < 1 \Rightarrow -1 < \frac{x-3}{2} < 1 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$$

حال حدود $\frac{x+2}{x}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$$

$$1 < x < 5 \Rightarrow \frac{1}{5} < \frac{1}{x} < 1 \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{5} < \frac{2}{x} < 2 \xrightarrow{+1} \frac{7}{5} < 1 + \frac{2}{x} < 3$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x+2}{x} \right] = \left[1 + \frac{2}{x} \right] = 1 \text{ یا } 2$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، توابع نمایی و لگاریتمی، توابع و معادلات - ۱۳۹۶۰۱۱۸

$$9^{\log \sqrt{5}} = (3^2)^{\log \sqrt{5}} = 3^{2 \times \frac{1}{2} \log 5} = 3^{\log 5} = 5$$

$$\log_{\frac{625}{2}} = \log_{5^{-1}}^4 = \frac{4}{-1} \log 5 = -4$$

$$\log_{\frac{625}{2}} + 9^{\log \sqrt{5}} = -4 + 5 = 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مسین اسفینی)

$$\text{دامنه } (-\infty, 1) \Rightarrow a(1) + b = 0 \Rightarrow b = -a \Rightarrow f(x) = \log a(x-1)$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به چپ}} \log a(x+2-1) = \log a(x+1)$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x \text{ ها}} y = -\log a(x+1)$$

$$\Rightarrow \log a(x-1) = -\log a(x+1) \Rightarrow \log a^2(x^2-1) = 0$$

$$\xrightarrow{x=-\sqrt{5}} a^2(5-1) = 1$$

$$\Rightarrow a = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \text{ درست است. ولی با توجه به دامنه } a = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \log\left(-\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{x=-19} f(-19) = \log 10 = 1$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

(توابع و معادلات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳ و ۱۰۲ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(محمدمصطفی ابراهیمی)

باید جمعیت را پس از ۵۰ سال به دست آوریم:

$$f(50) = 6 \times e^{\frac{14}{1000} \times 50} = 6 \times e^{0.7}$$

چون $\ln 2 \simeq 0.7$ است، پس $e^{0.7} \simeq 2$ می‌شود. پس:

$$f(50) = 6 \times e^{0.7} \simeq 6 \times 2 = 12$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸)

۴ ✓

۳

۲

۱