



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۳۱- در اثبات حکم $(1 + \sqrt{2})^n \geq 1 + (n+1)\sqrt{2}$ به روش استقرای تعمیم یافته برای اعداد طبیعی $n \geq 2$ ، از کدام نامساوی بدینه استفاده می‌کنیم؟

$$k+1 \geq 0 \quad (4) \quad k-1 \geq 0 \quad (3) \quad k\sqrt{2} \geq 1 \quad (2) \quad k\sqrt{2} + 1 \geq 0 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در اثبات نامساوی $|x+y| \leq |x| + |y|$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه‌ی همواره درست می‌رسیم؟

$$\begin{aligned} xy &\leq |xy| \quad (2) & (x+y)^r &\geq 0 \quad (1) \\ |xy| &\geq 0 \quad (4) & |x+y|^r &= (x+y)^r \quad (3) \end{aligned}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- مجموعه‌ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ مفروض است. حداقل تعداد اعضای مجموعه‌ی $A \subseteq S$ چه قدر باشد، تا قطعاً دو عضو آن نسبت به هم اول باشند؟

$$151 \quad (4) \quad 101 \quad (3) \quad 51 \quad (2) \quad 49 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۳۴- مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ ، دارای چند زیرمجموعه‌ی شامل f و فاقد e است؟

$$48 \quad (4) \quad 32 \quad (3) \quad 24 \quad (2) \quad 16 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- دو مجموعه‌ی $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 4\}$ و $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 3m\}$ مفروض‌اند. اگر $C \subseteq B$ و $C \subseteq A$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی C حداقل چند عضو می‌تواند داشته باشد؟

$$4 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه‌ی جهانی باشد، آن‌گاه چند مجموعه‌ی مانند A وجود دارد به گونه‌ای که $A \cup \{1\} = A \cap \{1, 2\}$ باشد؟

$$8 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \text{ هیچ} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- حاصل $[A \cup B] - [A \cap (A \cup B)]$ همواره برابر کدام‌یک از مجموعه‌های زیر است؟

$$A \Delta B \quad (4) \quad A' \cup B' \quad (3) \quad A \cap B \quad (2) \quad A \cup B \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- برای سه مجموعه‌ی A ، B و C ، حاصل $(A \cup B) - C$ همواره برابر کدام مجموعه است؟

$$B \quad (4) \quad C' \quad (3) \quad B' \quad (2) \quad C \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- اگر $A = \{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}\}$ و $B = \{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}\}$ باشد، آن‌گاه مجموعه $[A \cap B] \Delta [B \cup (A \cap B)]$ چند زیر مجموعه‌ی سرهی ناتهی دارد؟

- ۶) ۴ ۲) ۳ ۱) ۲ ۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۲۲ نفر در آزمون جبر و ۱۴ نفر در آزمون هندسه شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هیچ یک از آزمون‌ها شرکت نکرد
باشند، چند نفر فقط در آزمون هندسه شرکت کرده‌اند؟

- ۵) ۴ ۴) ۳ ۳) ۲ ۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۸۴- حاصل $(1 - \sqrt{2})^6 + (\sqrt{2} + 1)^6$ کدام است؟

- ۱۹۶) ۲ ۱۸۲) ۱

- ۲۰۴) ۴ ۱۹۸) ۳

شما پاسخ نداده اید

۸۲- در یک دنباله‌ی اعداد $a_1 = 2$ و به ازای $n \geq 2$ داریم $a_n = 3a_{n-1} - 1$ ، حاصل $\frac{a_{10} - a_9}{a_5 - a_4}$ کدام است؟

- ۸۱) ۲ ۲۷) ۱

- ۷۲۹) ۴ ۲۴۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۹۶- اگر $\cos^2 5x = m - 1$ و $-\frac{\pi}{15} \leq x \leq \frac{\pi}{20}$ باشد، حدود m کدام است؟

- $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$) ۲ $[\frac{5}{4}, 2]$) ۱

- $[\frac{3}{2}, 2]$) ۴ $[\frac{1}{4}, \frac{5}{4}]$) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $\cot 4x = 2$ باشد، حاصل $\sin 4x$ کدام است؟

- $\frac{24}{25}$) ۲ $\frac{25}{32}$) ۱

- $\frac{13}{25}$) ۴ $\frac{7}{25}$) ۳

شما پاسخ نداده اید

$$(k \in \mathbb{Z}) \text{ جواب کلی معادله } \cos(\pi - x) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \sin(\pi + x) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin^2 \frac{5\pi}{4} \text{ کدام است؟}$$

$$2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad (1)$$

$$k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad \frac{k\pi}{2} \pm \frac{2\pi}{3} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

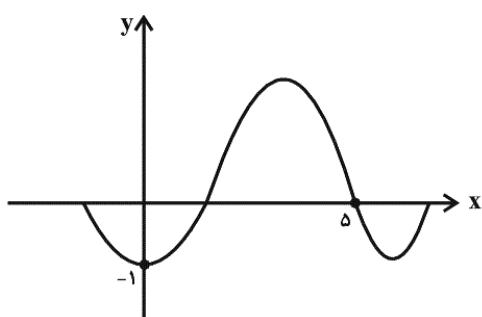
$$x = \frac{\pi}{\lambda} \sin^{-1}(\cos \Delta x \cos \delta x - \sin \Delta x \sin \delta x) \text{ کدام است؟} \quad (99)$$

$$\frac{3\pi}{8} \quad (2) \quad \frac{\pi}{8} \quad (1)$$

$$-\frac{3\pi}{8} \quad (4) \quad -\frac{\pi}{8} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$y = 1 + a \cos(b\pi x) \text{ می باشد. حاصل } a + b \text{ کدام است؟} \quad (100)$$



$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

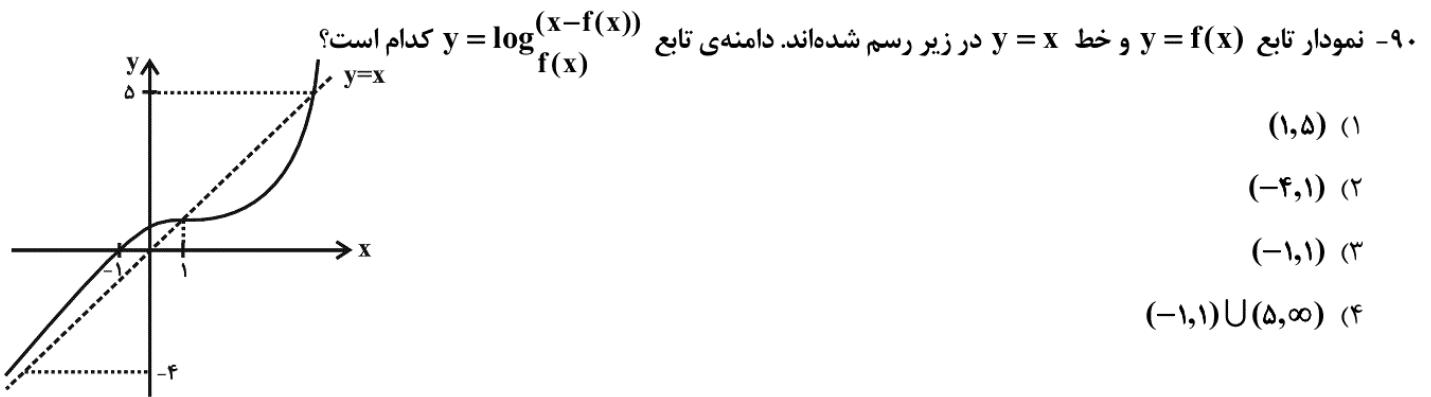
$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۰۱۰۷



$$(1,5) \quad (1)$$

$$(-4,1) \quad (2)$$

$$(-1,1) \quad (3)$$

$$(-1,1) \cup (5,\infty) \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۱- اگر داشته باشیم $\log_{\frac{x}{3}}^{x^3-4} = 3$ ، حاصل عبارت $\log_{\frac{x}{3}}^{x^4-5}$ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

$-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۵- اگر $x^5 = 200$ باشد، آنگاه $[x]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

۳ (۲) ۲ (۱)

۵ (۴) ۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۹۱- اگر $f(x) = \log_2 \frac{x-a}{bx+3}$ یک تابع فرد باشد، آنگاه حاصل $(f^{-1})^0 < 0$ کدام است؟ (۰ < a < b)

$\frac{41}{17}$ (۲) $\frac{39}{17}$ (۱)

$\frac{45}{17}$ (۴) $\frac{43}{17}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۲- اگر دامنه‌ی تابع $(-1, 3] \cup [2, 4]$ برابر باشد، دامنه‌ی تابع $h(x) = 3f(x^2) - g(|x| + 1)$ کدام است؟

$[0, \sqrt{5}]$ (۲) $[-3, -\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5}, 3]$ (۱)

$[-\sqrt{5}, -1] \cup [1, \sqrt{5}]$ (۴) $[2, 3]$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۳- اگر $g(x) = \sin \pi x$ و $f(x) = x - [x]$ باشد، برد تابع gof کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

$[0, 1]$ (۲) $[-1, 1]$ (۱)

$[-1, -\frac{1}{2}]$ (۴) $[-1, 0]$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-94 \text{ - اگر } (gof^{-1})(x) = \sqrt[3]{2x^5 + 1} \text{ باشد، حاصل } (fog^{-1})(x) \text{ کدام است؟}$$

$$1-f^{-1}(\sqrt[4]{x-1}) \quad (2) \quad \frac{(x-1)^{\frac{3}{4}}}{2} \quad (1)$$

$$1-g^{-1}(\sqrt[4]{x-1}) \quad (4) \quad \sqrt[4]{\frac{x^3-1}{2}} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۱۵۷

$$-85 \text{ - مجموع جواب‌های معادله } x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ کدام است؟}$$

$$2 \quad (2) \quad -2 \quad (1)$$

$$-1 \quad (4) \quad 1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-86 \text{ - معادله محور تقارن تابع } f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + \dots + (x-10)^2 \text{ کدام است؟}$$

$$x = -\frac{55}{2} \quad (2) \quad x = \frac{55}{2} \quad (1)$$

$$x = -\frac{11}{2} \quad (4) \quad x = \frac{11}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-87 \text{ - نمودار تابع } y = \begin{cases} |x - \frac{x}{|x|}| & ; x \neq 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases} \text{ از دو نیم خط و دو پاره خط تشکیل شده است. مجموع طول دو پاره خط کدام است؟}$$

$$\sqrt{2} \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

$$4 \quad (4) \quad 2\sqrt{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-88 \text{ - حاصل ضرب جواب‌های حقیقی معادله } (x+1)(2x+5) = \sqrt{-(x+3)(2x+1)} \text{ کدام است؟}$$

$$2 \quad (2) \quad -2 \quad (1)$$

$$7 \quad (4) \quad \frac{7}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

$$-89 \text{ - مجموعه جواب نامعادله } 2^x < \sqrt{5-x} \text{ کدام است؟}$$

$$(-\infty, 1] \quad (2) \quad (-\infty, 1) \quad (1)$$

$$(1, +\infty) \quad (4) \quad [1, +\infty) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۳ در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع ۲۰ جمله‌ی اول با مجموع ۳۵ جمله‌ی اول برابر است. نسبت جمله‌ی اول به قدر نسبت این دنباله برابر

کدام است؟

-۹ (۱)

-۱۸ (۳)

-۲۷ (۴)

-۱۲ (۲)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدلسازی ، آمار و مدلسازی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۱ - کدام گزینه در مورد خطای اندازه‌گیری صحیح نیست؟

- (۱) خطای اندازه‌گیری هیچ‌گاه صفر نمی‌شود.
- (۲) خطای اندازه‌گیری لزوماً از واحد اندازه‌گیری کمتر است.
- (۳) وسایل اندازه‌گیری را نمی‌توان دقیق‌تر کرد.
- (۴) وسایل اندازه‌گیری هیچ‌گاه به دقت کامل نمی‌رسند.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲ - اعضای یک جامعه با اعداد ۲۵ تا ۴۰ مشخص شده‌اند؛ برای انتخاب عدد تصادفی، اگر ماشین حساب عدد ۵۷۲ / ۰ را نشان دهد، عضوی

با کدام شماره انتخاب می‌گردد؟

۳۲ (۱)

۳۴ (۳)

۳۳ (۲)

۳۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳ - کدام یک از گزینه‌های زیر، متغیر تصادفی نیست؟

- (۱) افرادی که در یک ساختمان زندگی می‌کنند.
- (۲) رنگ اتومبیل‌های یک ساختمان
- (۳) مزه‌ی غذا
- (۴) وضعیت تأهل کارمندان یک شرکت

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴ - در یک نمونه‌ی آماری با چهار دسته، جدول فراوانی به صورت زیر است:

x_i	۱۰-۱۵	۱۵-۲۰	۲۰-۲۵	۲۵-۳۰
f_i	۴	a	b	۱۰

اگر فراوانی تجمعی دسته سوم برابر 20° و فراوانی نسبی آن $\frac{1}{3}$ باشد، آن‌گاه در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی متعلق به دسته‌ی دوم کدام

است؟

۶۰° (۱)

۷۵° (۳)

۹۰° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- ۵ داده‌ی آماری در ۵ دسته طبقه‌بندی شده‌اند. فراوانی نسبی دسته‌ی آخر برابر $1/0.0625$ است. اگر 30 داده‌ی دیگر کوچک‌تر از میانه به آن‌ها افزوده شود، فراوانی و فراوانی نسبی دسته‌ی آخر کدام است؟

- ۰/۰۶۲۵ و ۸) ۴ ۰/۱ و ۸) ۳ ۰/۰۶۲۵ و ۵) ۲ ۰/۱ و ۵) ۱

شما پاسخ نداده اید

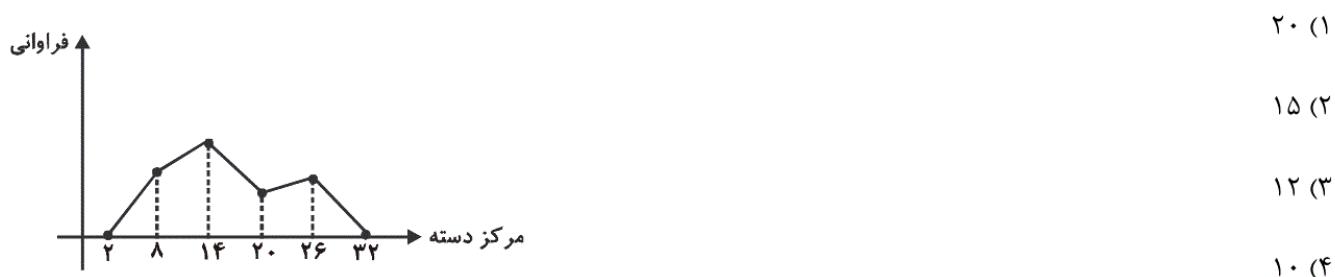
۱۰۶- در نمودار ساقه و برگ مقابل، میانگین داده‌های کم‌تر از مُد کدام است؟

ساقه	برگ				
۱	۰	۴	۴	۵	۷
۲	۱	۳	۴	۶	۶
۳	۵	۷			

- ۱۷/۷۵) ۴ ۱۷/۵) ۳ ۱۷/۲۵) ۲ ۱۶/۷۵) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی زیر، 72 باشد، فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر کدام است؟



- ۲۰) ۱
۱۵) ۲
۱۲) ۳
۱۰) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر 20 و میانگین داده‌های $1, x_1 + 2, x_2 + 3, \dots, x_n + n$ برابر 30 باشد.

n کدام است؟

- ۲۰) ۴ ۱۹) ۳ ۱۵) ۲ ۱۰) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر مجموع انحرافات $2, 4, 6, 10, 15$ از 6 برابر 5 - باشد، آنگاه واریانس این داده‌ها کدام است؟

- ۸) ۴ ۶) ۳ ۵) ۲ ۳) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- 100 مربع داریم که میانگین و واریانس طول اضلاع آن‌ها به ترتیب 10 و 1 می‌باشد. در صورتی که طول اضلاع همگی ده درصد

افزایش پیدا کند، مجموع مساحت مربع‌های جدید کدام است؟

- ۱۲۲۲۱) ۴ ۱۲۱۲۱) ۳ ۱۱۲۲۱) ۲ ۱۱۱۲۱) ۱

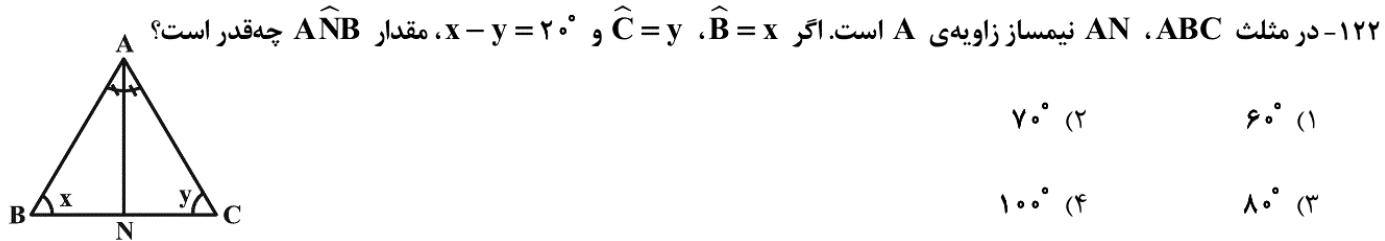
شما پاسخ نداده اید

۱) متساوی‌الاضلاع

۲) متساوی‌الساقین

۳) قائم‌الزاویه

شما پاسخ نداده اید



۱) 70°

۲) 60°

۳) 100°

۴) 80°

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۱)، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۲۸- اندازه‌ی قطر مکعبی با اندازه‌ی قطر مستطیلی به یال‌های $\sqrt{3}$ ، $2\sqrt{5}$ و ۵ برابر است. حجم این مکعب کدام است؟

۱) $64\sqrt{3}$

۲) $27\sqrt{6}$

۳) $81\sqrt{3}$

۴) $48\sqrt{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- یک استوانه‌ی قائم به ارتفاع ۲ و شعاع قاعده‌ی $\sqrt{3}$ در داخل مخروطی قائم به شعاع قاعده‌ی $\sqrt{27}$ با کمترین ارتفاع ممکن جای

گرفته است. حجم ناحیه‌ی بین مخروط و استوانه کدام است؟

۱) 18π

۲) 15π

۳) 21π

۴) 24π

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- کره‌ای به مرکز O و به شعاع R را با صفحه‌ی P به فاصله $2\sqrt{5}$ واحد از نقطه‌ی O قطع کرده‌ایم. یک دایره به محیط 8π ، روی کره

ایجاد شده است. نسبت عدد حجم این کره به عدد مساحت آن، کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$

۲) $\frac{4}{3}$

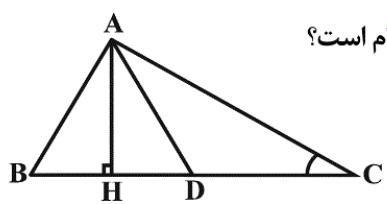
۳) $\frac{2}{3}$

۴) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۲۳- در مثلث زیر، از رأس A عمود BC را بر ضلع BC فرود می‌آوریم و نقطه‌ی D روی ضلع AC را چنان انتخاب می‌کنیم که



AB = AD = DC باشد. اگر $BH = 4\sqrt{3}$ و $\hat{C} = 30^\circ$ کدام است؟

- | | |
|------------------|------------------|
| $24\sqrt{3}$ (۲) | $72\sqrt{3}$ (۱) |
| $48\sqrt{3}$ (۴) | $36\sqrt{3}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- در ذوزنقه‌ی متساوی الساقین ABCD، نسبت قاعده‌ها برابر $\frac{3}{2}$ و زاویه‌ی مجاور به قاعده 60° است. بر روی ساق‌های AD و BC، مثلث‌های متساوی الاضلاع 'ADA' و 'BCB' را ساخته‌ایم. نسبت مساحت A'B'CD به مساحت ABCD کدام است؟ (A' و B' خارج ذوزنقه قرار دارند).

- | | | | |
|----------|---------|---------|---------|
| ۲/۲۵ (۴) | ۱/۸ (۳) | ۱/۶ (۲) | ۱/۴ (۱) |
|----------|---------|---------|---------|

شما پاسخ نداده اید

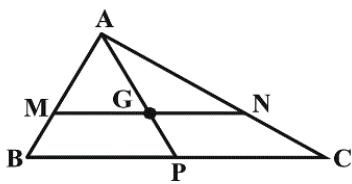
ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۲۵- مثلث‌های A'B'C' و ABC متشابه‌اند. اگر طول ضلع‌های مثلث ABC، ۵، ۸ و ۱۱ سانتی‌متر و محیط مثلث A'B'C' برابر ۶۰ سانتی‌متر باشد، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث A'B'C' چه قدر است؟

- | | |
|--------------------|--------------------|
| $\frac{3}{5}$ (۲) | $\frac{2}{5}$ (۱) |
| $\frac{4}{25}$ (۴) | $\frac{9}{25}$ (۳) |

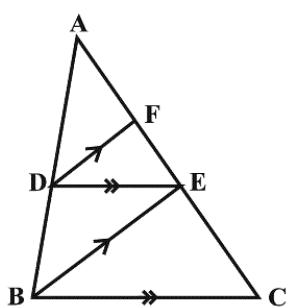
شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر BC || MN و G مرکز ثقل مثلث است. نسبت مساحت مثلث AMN به ۴ ضلعی BMNC کدام است؟



- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{4}{9}$ (۲) | $\frac{4}{5}$ (۱) |
| $\frac{3}{5}$ (۴) | $\frac{5}{9}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید



۱۲۷- در شکل مقابل با فرض $\frac{DE}{BC} = \frac{6}{25}$ ، حاصل $\frac{EF}{AC} =$ کدام می‌تواند باشد؟

- | | |
|---------|---------|
| ۰/۳ (۲) | ۰/۲ (۱) |
| ۰/۵ (۴) | ۰/۴ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- طول یک مداد برابر ۸۰ میلیمتر (با خطای اندازه‌گیری E_1) و قطر قاعده‌ی آن برابر ۱۰ میلیمتر (با خطای اندازه‌گیری E_2) است. کدام مدل زیر برای حجم آن برحسب میلیمتر مکعب مناسب است؟ (از تراشیدگی سر مداد صرف نظر کنید).

$$\begin{array}{ll} ۲۰۰۰\pi + ۸۰۰\pi E_1 + ۱۲۸۰۰\pi E_2 & ۲۰۰۰\pi + ۲۵\pi E_1 + ۴۰\pi E_2 \\ ۸۰۰۰\pi + ۸۰\pi E_1 + ۱۲۸۰۰\pi E_2 & ۸۰۰۰\pi + ۲۵\pi E_1 + ۴۰\pi E_2 \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در مورد نوع متغیرهای زیر، کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ صحیح است؟
«دمای اتاق، مزه‌ی غذا، تعداد حرف «م» در سؤالات این آزمون، RH خون»

- (۱) کیفی اسمی- کیفی ترتیبی- کمی گستته- کیفی اسمی
- (۲) کمی پیوسته- کیفی اسمی- کمی گستته- کیفی ترتیبی
- (۳) کمی پیوسته- کیفی اسمی- کمی گستته- کیفی اسمی
- (۴) کیفی ترتیبی- کیفی اسمی- کمی گستته- کیفی ترتیبی

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده‌های یک نمونه‌ی آماری $\frac{17}{2}$ و $\frac{22}{6}$ هستند. اگر کران پایین دسته‌ی دوم $\frac{17}{8}$ باشد، مرکز دسته‌ی آخر کدام است؟

$$22/4(4) \quad 22/3(3) \quad 21/8(2) \quad 21/7(1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- داده‌های جدول زیر، داده‌های آماری پیوسته هستند. چند درصد داده‌ها، در فاصله‌ی $(5-21)/5$ قرار دارند؟

مرکز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۳	۲۶
فراوانی تجمعی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰

$$40(4) \quad 30(3) \quad 25(2) \quad 20(1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- کدام گزینه در مورد نمودار مستطیلی نادرست است؟

- (۱) نمودار مستطیلی همواره متقانن است.
- (۲) این نمودار برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب است.
- (۳) مساحت مستطیل‌ها متناسب با فراوانی دسته‌ها است.
- (۴) قاعده‌ی هر مستطیل روی محور افقی برابر طول آن دسته است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- جدول زیر، درصد فراوانی نسبی گروه‌خونی افراد یک جامعه است. در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مرکزی مربوط به گروه‌خونی O چند درجه است؟

گروه خونی	A	B	AB	O
درصد فراوانی نسبی	۲۴	$27/5$	۳۶	a

$$54(2) \quad 45(1) \\ 72(4) \quad 63(3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- تعدادی داده‌ی آماری در ۹ طبقه با طول ۴، دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۸ داده بین چارک اول و سوم به آن‌ها اضافه شود و یک واحد از طول دسته‌ها کم کنیم، در دسته‌بندی جدید تعداد دسته‌ها کدام است؟

$$13(4) \quad 12(3) \quad 11(2) \quad 10(1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

$$29/5(4) \quad 29(3) \quad 28/5(2) \quad 28(1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- پانزده داده‌ی آماری با واریانس ۱۲ و ده داده‌ی آماری دیگر با واریانس $7/6$ را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده‌ی حاصل کدام است؟

$$3/20(4) \quad 3/25(3) \quad 3/50(2) \quad 3/10(1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر ۲۰ داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۷ واحد از هر کدام کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید، $1/5$ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع داده‌های قبلی کدام است؟

۴۲۰ (۴)

۳۵۰ (۳)

۲۸۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(عزیز الله علی اصغری)

-۱۳۱

$$P(k) : (1 + \sqrt{2})^k \geq 1 + (k+1)\sqrt{2}$$

$$P(k+1) : (1 + \sqrt{2})^{k+1} \geq 1 + (k+2)\sqrt{2}$$

طرفین فرض را در $(1 + \sqrt{2})$ ضرب می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$(1 + \sqrt{2})^{k+1} \geq (1 + (k+1)\sqrt{2})(1 + \sqrt{2})$$

بنابراین برای اثبات حکم کافی است، داشته باشیم:

$$(1 + (k+1)\sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \geq 1 + (k+2)\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 1 + \sqrt{2} + (k+1)\sqrt{2} + 2(k+1) \geq 1 + (k+2)\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 1 + (k+2)\sqrt{2} + 2(k+1) \geq 1 + (k+2)\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2(k+1) \geq 0 \Rightarrow k+1 \geq 0$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

(مفهومه کرائی)

-۱۳۲

$$|x+y| \leq |x| + |y| \xrightarrow{\text{توان ۲}} |x+y|^2 \leq (|x| + |y|)^2$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 \leq |x|^2 + |y|^2 + 2|x||y|$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy \leq x^2 + y^2 + 2|x||y| \Rightarrow xy \leq |x||y|$$

$$\Rightarrow xy \leq |xy|$$

رابطه‌ی اخیر بدیهی است، پس اثبات مسئله به روش بازگشتی صورت می‌گیرد.

(تمامی روابط، برگشت پذیر هستند).

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱

(نوید مبیری)

از میان عضوهای S ، نیمی از آنها (۱۰۰ تا) فرد و نیمی دیگر زوج هستند.
 اگر E و O به ترتیب نشانگر زیرمجموعه‌ی عددهای زوج و فرد از S باشد، آنگاه $S = E \cup O = \{1, 3, 5, \dots, 199\} \cup \{2, 4, 6, \dots, 200\}$. پس اگر مثلاً تعداد اعداد زوج را تعداد لانه‌های کبوتر در نظر بگیریم، آنگاه بنابر اصل لانه‌ی کبوتر، با انتخاب ۱۰۱ عدد از میان عضوهای S ، قطعاً می‌دانیم که حداقل دو عدد یافت می‌شوند که نسبت به هم اول باشند.

تذکر: دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول هستند، پس یک عدد فرد، نسبت به دو عدد زوج مجاور خود، قطعاً اول است.

(ببرواهتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(مهمو، رضا اسلامی)

بدون در نظر گرفتن e و f ، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $\{a, b, c, d\}$ ، برابر $= 2^4$ است. کافی است به هر کدام از این ۱۶ زیرمجموعه، عضو f را اضافه کنیم تا زیرمجموعه‌های شامل f به دست آید. واضح است که تمامی این زیرمجموعه‌ها قادر e هستند.

(ببرواهتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(نوید مبیری)

اگر $C \subseteq (A \cap B)$ ، آنگاه $C \subseteq B$ و $C \subseteq A$ در اینجا با توجه به این که :

$$A = \{m \in Z \mid m^2 - 3m \leq 0\} = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{x \in Z \mid |x+1| < 4\} = \{-4, -3, \dots, 1, 2\}$$

پس $A \cap B = \{0, 1, 2\}$. از این رو حداقل تعداد عضوهای C می‌تواند برابر تعداد عضوهای $A \cap B$ باشد، یعنی ۳ است.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹ و ۴۰ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیرحسین ابومصوب)

با توجه به تساوی $A \cup \{1\} = A \cap \{1, 2\}$ ، رابطه $A \cup \{1\} \subseteq A \cap \{1, 2\}$ برقرار است و داریم:

$$\{1\} \subseteq A \cup \{1\} \subseteq A \cap \{1, 2\} \subseteq A \Rightarrow \{1\} \subseteq A$$

$$A \subseteq A \cup \{1\} \subseteq A \cap \{1, 2\} \subseteq \{1, 2\} \Rightarrow A \subseteq \{1, 2\}$$

بنابراین تنها مجموعه‌های ممکن برای A عبارتند از $\{1\}$ و $\{1, 2\}$.

(پیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیرحسین ابومصوب)

طبق روابط جبر مجموعه‌ها داریم:

$$[(A \cup B) - A] \cup [(A \cup B) - B]$$

$$= [(A \cup B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B']$$

$$= [(\underbrace{A \cap A'}_{\emptyset}) \cup (B \cap A')] \cup [(\underbrace{A \cap B'}_{\emptyset}) \cup (B \cap B')]$$

$$= (B - A) \cup (A - B) = A \Delta B$$

(پیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سیدمحسن خاطمی)

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

$$C \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow B \cap C' = B$$

$$(A \cup B) - C = B - C = B \cap C' = B$$

(پیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(نوید مهدی)

می‌دانیم $B \cup (A \cap B) = B$ و $A \cap (A \cup B) = A$ پس داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \Delta [B \cup (A \cap B)] = A \Delta B$$

با توجه به عضوهای A و B می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} A \Delta B &= (A - B) \cup (B - A) = \{\{\phi, \{\phi\}\}\} \cup \{\{\{\phi\}\}\} \\ &= \{\{\phi, \{\phi\}\}, \{\{\phi\}\}\} \end{aligned}$$

که مجموعه‌ای دو عضوی است و دارای $2^2 = 4$ زیر مجموعه‌ی سرهی ناتهی است.

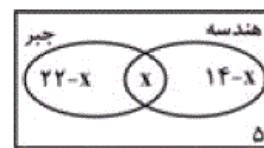
(پیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(هنریک سرکیسیان)

اگر تعداد شرکت کننده‌ها در هر دو درس جبر و هندسه را X فرض کنیم،

می‌توانیم نمودار ون را مطابق شکل زیر ترسیم کنیم:



$$(22 - X) + X + (14 - X) + 5 = 30 \Rightarrow X = 11$$

در نتیجه:

بنابراین تعداد کسانی که فقط در آزمون هندسه شرکت کرده‌اند، برابر است با:

$$14 - 11 = 3$$

(پیرو اهمیت - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۱۴ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(محمد رضا توجه)

$$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$

$$(a-b)^6 = a^6 - 6a^5b + 15a^4b^2 - 20a^3b^3 + 15a^2b^4 - 6ab^5 + b^6$$

$$\Rightarrow (a+b)^6 + (a-b)^6 = 2(a^6 + 15a^4b^2 + 15a^2b^4 + b^6)$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2} + 1)^6 + (\sqrt{2} - 1)^6 = 2(8 + 60 + 30 + 1) = 2 \times 99 = 198$$

(مسابقات همایش های معارف و نامعارف: صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$n \geq 2$$

ابتدا چند جمله‌ی اول دنباله را می‌نویسیم:

$$n = 2 \Rightarrow a_2 = 3a_1 - 1 = 3(2) - 1 = 5$$

$$n = 3 \Rightarrow a_3 = 3(5) - 1 = 14$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = 3(14) - 1 = 41$$

مشاهده می‌کنیم $a_4 - a_3 = 3^3$ و $a_3 - a_2 = 3^2$ ، $a_2 - a_1 = 3$ پس

نتیجه می‌گیریم $a_n - a_{n-1} = 3^{n-1}$ لذا داریم:

$$\frac{a_1 - a_4}{a_5 - a_4} = \frac{3^9}{3^4} = 3^5 = 243$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۶۰۱۰۷

$$\frac{-\pi}{15} \leq x \leq \frac{\pi}{20} \xrightarrow{x=5x} -\frac{\pi}{3} \leq 5x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \cos 5x \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq \cos^2 5x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq m - 1 \leq 1 \Rightarrow \frac{5}{4} \leq m \leq 2$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱

$$\cot x = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

راه حل اول:

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{2 \left(\frac{1}{2}\right)}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5}$$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{3}{5}$$

$$\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x \Rightarrow \sin 4x = 2 \left(\frac{4}{5}\right) \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{24}{25}$$

راه حل دوم:

$$\cot x = 2 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{2}$$

$$\cot x - \tan x = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 2 \cot 2x$$

$$\Rightarrow \cot 2x = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan 2x = \frac{4}{3}$$

$$\sin 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 + \tan^2 2x} = \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1 + \frac{16}{9}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{25}{9}} = \frac{24}{25}$$

(مسابقات - مسئله های ۱۰ تا ۲۴)

۱

۳

۲ ✓

۱

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$-\sin^2 \frac{\Delta\pi}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

(ریاضی ۲ - مثالات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷ و مسابان - مثالات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

✓

(محمد علیزاده)

-۹۹

$$\sin^{-1}(\cos(6x + \Delta x)) = \sin^{-1}(\cos 11x) \xrightarrow[x=\frac{\pi}{11}]{} \sin^{-1}(\cos \frac{11\pi}{11})$$

$$\sin^{-1}(\cos(\frac{8\pi + 3\pi}{11})) = \sin^{-1}(\cos(\pi + \frac{3\pi}{11})) = \sin^{-1}(-\cos \frac{3\pi}{11})$$

$$= -\sin^{-1}(\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{11})) = -\sin^{-1}(\sin \frac{\pi}{11}) = -\frac{\pi}{11}$$

(۱۳۰ تا ۱۳۷ و ۱۳۴ تا ۱۳۶ - مثالات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

✓

مقدار تابع در $x = 0$ برابر ۱ است.

$$y(0) = -1 \Rightarrow 1 + a \cos(0) = 1 + a = -1 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به صورت $y = 1 - 2 \cos(b\pi x)$ خواهد بود.

مقدار تابع در $x = 5$ برابر صفر است و این نقطه دومین جایی است که تابع برابر

صفر می‌شود. تابع $y = 1 - 2 \cos x$ ابتدا در $x = \frac{\pi}{3}$ و سپس در

برابر صفر می‌شود. پس اگر در عبارت $(b\pi x)$ مقدار x را برابر ۵ بگذاریم،

باید برابر $\frac{5\pi}{3}$ باشد:

$$b\pi(5) = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$a + b = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۰۱۰۷

$$y = \log_{f(x)}^{x-f(x)} \Rightarrow D_y = \begin{cases} x - f(x) > 0 \\ f(x) > 0 \\ f(x) \neq 1 \end{cases}$$

$$f(x) > 0 \xrightarrow{\text{نمودار}} x \in (-1, \infty) \quad (1)$$

$$x - f(x) > 0 \Rightarrow x > f(x) \xrightarrow{\text{نمودار}} x \in (1, 5) \quad (2)$$

$$f(x) \neq 1 \Rightarrow x \neq 1 \quad (3)$$

اشتراك مي گيريم:

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow x \in (-1, \infty) \cap (1, 5) = (1, 5)$$

(ریاضی ۲ - علم ریتم: صفحه های ۹۲ تا ۱۰۵)

۱

۲

۳

۴ ✓

(عزيز الله على اصحابي)

-۸۱-

$$\log_{\gamma}^{x^{\delta}-\delta} = 3 \Rightarrow x^{\delta} - \delta = 3^3 \Rightarrow x^{\delta} = 3^3 + \delta \Rightarrow x = 2$$

$$\log_{x^3}^{x^{\gamma}-\gamma} = \frac{x-\gamma}{3} \log_3^{\gamma} = \log_{2^3}^{\gamma} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲ - علم ریتم: صفحه های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۱

۲

۳

۴ ✓

(امیر هوشک فمسه)

$$5^x = 200 \Rightarrow \log_5^{200} = x$$

از طرفی می‌دانیم $5^4 < 200 < 5^3$ می‌باشد. پس

$\log_5^{200} < \log_5^4 < \log_5^3$ به عبارتی و در نهایت

$\log_5^{200} = 3$ می‌باشد.

(ریاضی ۲ - لاریتم: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۰۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(فریدون ساعتی)

-۹۱

$$f(-x) = -f(x) \Rightarrow \log_{\gamma} \frac{-x-a}{-bx+3} = -\log_{\gamma} \frac{x-a}{bx+3}$$

$$\log_{\gamma} \frac{bx+3}{x-a} \Rightarrow \frac{-x-a}{-bx+3} = \frac{bx+3}{x-a} \xrightarrow{a,b<0} \begin{cases} b=-1 \\ a=-3 \end{cases}$$

$$f(x) = \log_{\gamma} \frac{x+3}{3-x} \Rightarrow f^{-1}(t) : t = \log_{\gamma} \frac{x+3}{3-x}$$

$$\Rightarrow \frac{x+3}{3-x} = \gamma^t \Rightarrow 48 - 16x = x + 3 \Rightarrow 17x = 45$$

$$\Rightarrow x = \frac{45}{17} \Rightarrow f^{-1}(t) = \frac{45}{17}$$

(ریاضی ۲ - لاریتم: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۹ و حسابان - تابع: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹ و ۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا دامنهٔ تابع $f(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 6 \Rightarrow -3 \leq 2x - 1 \leq 5$$

حالا دامنهٔ $f(x^2)$ را به دست می‌آوریم:

$$-3 \leq x^2 \leq 5 \Rightarrow x^2 \leq 5 \Rightarrow -\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$$

دامنهٔ تابع $g(x)$ برابر $[2, 4]$ است. دامنهٔ $g(|x|+1)$ را پیدا می‌کنیم:

$$2 \leq |x| + 1 \leq 4 \Rightarrow 1 \leq |x| \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ \text{یا} \\ -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

حالا برای به دست آوردن دامنهٔ $h(x)$ باید بین دامنه‌های به دست آمده

اشتراک بگیریم.

$$[-\sqrt{5}, \sqrt{5}] \cap ([-3, -1] \cup [1, 3]) = [-\sqrt{5}, -1] \cup [1, \sqrt{5}]$$

(مسابقات - تابع: صفحه‌های ۵۴ و ۶۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا دو تابع f و g را با هم ترکیب می‌کنیم:

$$(gof)(x) = g(f(x)) = \sin \pi(x - [x])$$

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow 0 \leq \pi(x - [x]) < \pi$$

چون کمان سینوس در نواحی اول و دوم می‌باشد، همواره \sin بین صفر و یک

$$R_{gof} = [0, 1]$$

می‌باشد. پس:

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۵ و ۹۶ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲✓

۱

$$(fog^{-1})(x) = \sqrt[5]{2x^5 + 1} \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}(\sqrt[5]{2x^5 + 1})$$

$$\Rightarrow x = (gof^{-1})(\sqrt[5]{2x^5 + 1})$$

اگر فرض کنیم، $x = \sqrt[5]{\frac{t^5 - 1}{2}}$ آنگاه $\sqrt[5]{2x^5 + 1} = t$ خواهد بود.

$$(gof^{-1})(t) = \sqrt[5]{\frac{t^5 - 1}{2}} \Rightarrow (gof^{-1})(x) = \sqrt[5]{\frac{x^5 - 1}{2}}$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۵ و ۱۹ تا ۹۵)

۴

۳✓

۲

۱

معادله را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$(x^2 - x)^2 + 2(x^2 - x) - 3 = 0$$

با قرار دادن $x^2 - x = t$ داریم:

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1, \quad t = -3$$

$$x^2 - x = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = 1$$

معادله جواب ندارد.

(حسابان - مهاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

(محمد رضا توبه)

$$f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + \dots + (x-10)^2$$

$$= (x^2 - 2x + 1) + (x^2 - 4x + 4) + \dots + (x^2 - 20x + 100)$$

$$= 10x^2 - 2x(1+2+\dots+10) + k$$

$$= 10x^2 - 2x\left(\frac{1+10}{2}\right) + k = 10x^2 - 110x + k$$

معادله محور تقارن تابع درجه‌ی دوم $y = ax^2 + bx + c$ برابر

$$x = \frac{-(-110)}{2 \times 10} = \frac{110}{20} = 5.5 \quad \text{می‌باشد: } x = -\frac{b}{2a}$$

(حسابان - مهاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳✓

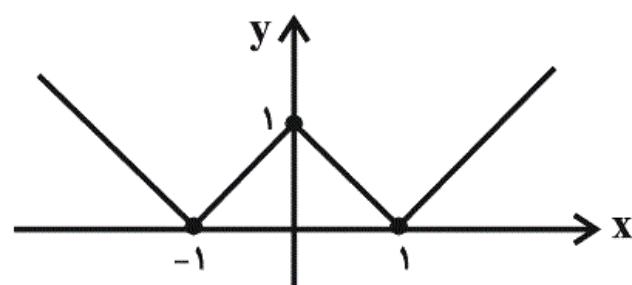
۲

۱

ضابطه‌ی تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = \begin{cases} \left| x - \frac{x}{x} \right| & ; x > 0 \\ \left| x - \frac{x}{-x} \right| & ; x < 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases} = \begin{cases} |x - 1| & ; x > 0 \\ |x + 1| & ; x < 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع را به کمک انتقال می‌توان رسم کرد:



واضح است که طول هر یک از پاره‌خط‌ها برابر $\sqrt{2}$ و مجموع طول دو پاره‌خط

$2\sqrt{2}$ است.

(مسابقات - مهاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵)

۴

۳✓

۲

۱

$$(x+1)(2x+5) = \sqrt{-(x+3)(2x+1)}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 7x + 5 = \sqrt{-(2x^2 + 7x + 3)}$$

$$\frac{2x^2 + 7x + 3 = t}{\rightarrow t + 2 = \sqrt{-t}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} t^2 + 4t + 4 = -t$$

$$\Rightarrow t^2 + 5t + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -4 \end{cases} \quad \text{غایق}$$

$$2x^2 + 7x + 3 = -1 \Rightarrow 2x^2 + 7x + 4 = 0 \Rightarrow p = \frac{4}{2} = 2$$

(مسابقات همکاری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ و ۲۸ تا ۳۰)

۱

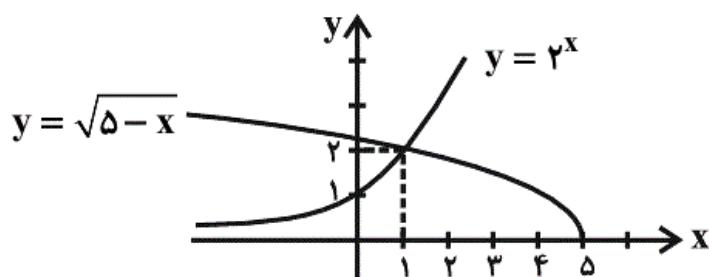
۲

۳

۴

چون دو طرف نامعادله از یک نوع نیستند (یکی تابع نمایی و دیگری رادیکالی) حل

این نامعادله به روش هندسی راحت‌تر می‌باشد.



در بازه‌ی $(-\infty, 1)$ نمودار $y = \sqrt{5 - x}$ پایین‌تر از نمودار $y = 2^x$ قرار

گرفته است، پس مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی فوق بازه‌ی $(-\infty, 1)$ است.

لازم به ذکر است که در نقطه‌ی $x = 1$ دو تابع مقادیر برابر دارند. پس این نقطه

نمی‌تواند در مجموعه‌ی جواب نامعادله باشد.

(همایش - مهاسبات هیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(محمد رضا توجه)

$$S_{\gamma} = S_{35} \Rightarrow \frac{2}{2}(2a_1 + 19d) = \frac{35}{2}(2a_1 + 34d)$$

$$2 \cdot (2a_1 + 19d) = 35(2a_1 + 34d) \xrightarrow{\div 5} 4(2a_1 + 19d)$$

$$= 4(2a_1 + 34d)$$

$$8a_1 + 76d = 14a_1 + 238d \Rightarrow -6a_1 = 162d \Rightarrow \frac{a_1}{d} = -27$$

(حسابان - مهاسبات هیبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(عزیز الله علی اصغری)

-۱۰۱

وسایل اندازه‌گیری را همیشه می‌توان دقیق‌تر کرد ولی هیچ‌گاه دقت آن به اندازه‌ای نخواهد رسید که خطای اندازه‌گیری را صفر کند.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

 ۴ ۳✓ ۲ ۱

(محمد جواد محسنی)

-۱۰۲

۴۰ - ۲۵ + ۱ = ۱۶

$$\frac{16 \times 0.9 / 152}{572} = 9 \rightarrow 9 + 1 = 10$$

پس دهمین عضو جامعه باید انتخاب شود، که عدد ۳۴ است.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

 ۴ ۳✓ ۲ ۱

(عزیز الله علی اصغری)

-۱۰۳

در گزینه‌ی «۱» به هیچ موضوعی در مورد افراد ساکن در یک ساختمان اشاره نشده است. پس متغیر تصادفی نیست.

(آمار و مدل‌سازی - متغیرهای تصادفی: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱✓

(حسین فرازی)

فراآنی تجمعی دسته‌ی سوم $f = f + a + b \Rightarrow a + b + f = ۲۰$

$$\Rightarrow a + b = ۱۶ \quad (*)$$

$$b = \frac{b}{14+a+b} \stackrel{*}{\Rightarrow} \frac{b}{14+16} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow b = ۱۰ \Rightarrow a = ۶$$

$$\alpha_i = f_i \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha_y = \frac{a}{N} \times ۳۶۰^\circ = \frac{6}{3} \times ۳۶۰^\circ$$

$$= \frac{۳۶۰^\circ}{5} = ۷۲^\circ$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و پدول فرااآنی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷ و نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی ایمان)

چون داده‌های جدید به دسته‌ی آخر ربطی ندارند (دسته‌ی آخر بعد از میانه است) پس فرااآنی دسته‌ی آخر تغییر نمی‌کند.

$$\frac{f_5}{n_1} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{f_5}{50} = \frac{1}{10} \Rightarrow f_5 = 5$$

حال فرااآنی نسبی دسته‌ی آخر در داده‌های جدید برابر است با:

$$\frac{f_5}{n_1 + 30} = \frac{5}{50 + 30} = \frac{5}{80} = 0.0625$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و پدول فرااآنی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶ و شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سروش هوئینی)

مد ۲۶ است و داده‌های کمتر از آن ۱۰, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۱, ۲۳, ۲۴ هستند.

$$\bar{x} = \frac{10 + 14 + 14 + 15 + 17 + 21 + 23 + 24}{8}$$

$$= \frac{138}{8} = \frac{69}{4} = 17.25$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹، ۱۱۵ تا ۱۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میثم همزه لوین)

می‌دانیم که مساحت نمودار مستطیلی یک سری داده‌ی آماری، برابر مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی آن داده‌هاست. از طرفی اختلاف بین مرکزهای دو دسته‌ی متولی در نمودار چندبر فراوانی، برابر طول دسته‌ها در نمودار مستطیلی است.

$$\text{طول دسته‌ها در نمودار مستطیلی} = 8 - 2 = 6$$

$$\text{فراوانی کل} \times \text{طول دسته‌ها} = \text{مساحت نمودار مستطیلی} = 72$$

$$\Rightarrow \text{فراوانی کل} = 72 \Rightarrow (\text{فراوانی کل}) \times 6 = 12$$

$$12 = \text{فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر} = \text{فراوانی کل}$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۲ تا ۹۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(حسین فرزابی)

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{X} \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = 2 \cdot n$$

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^n x'_i}{n} &= \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (1 + 2 + \dots + n)}{n} \\ &= \frac{2 \cdot n + \frac{n(n+1)}{2}}{n} \Rightarrow 2 + \frac{n+1}{2} = 3 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 1 \Rightarrow n = 19 \end{aligned}$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(رضا عباسی اصل)

$$\sum_{i=1}^5 (x_i - 6) = -5 \Rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i - \sum_{i=1}^5 6 = -5$$

$$\Rightarrow (2 + 4 + 6 + x + 1) - 5 \times 6 = -5 \Rightarrow x = 3$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{25}{5} = 5 \quad \text{پس داده‌ها عبارتند از } 1, 2, 3, 4, 6, \text{ حال:}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{9 + 4 + 1 + 1 + 25}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های پرآنگشتی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(حسین فرازی)

$$\bar{x} = (1/1)(\bar{x}_{\text{قدیم}}) = (1/1)(10) = 11$$

$$\sigma^2 = (1/1)^2 \cdot (\sigma_{\text{قدیم}}^2) = (1/21)(1) = 1/21$$

از طرفی

$$\sigma^2 = \bar{x}^2 - (\bar{x}_{\text{جدید}})^2 \Rightarrow \bar{x}^2 = (1/21) + (11)^2 = 122/21$$

 \bar{x} ها، همان مساحت مربع ها می باشد.

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{100} x_i^2}{100} \Rightarrow \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 10 \cdot (122/21) = 12221$$

نکته: اگر همه داده ها در عدد K ضرب شود، میانگین K برابر واریانس K^2 برابر می شود.

(آمار و مدل سازی - شاخص های پرآندگی: صفحه های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۱ ، استدلال (هندسه‌ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(محمدابراهیم کیتی زاده)

-۱۲۱-

اندازه زاویه خارجی رأس C ، برابر است با $\hat{C} = 180^\circ$.از طرفی داریم: $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ - \hat{C}$. بنابراین:

$$\hat{A} + \hat{B} = 2\hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

پس مثلث ABC همواره متساوی الساقین است.

(هندسه ۱ - استدلال: صفحه های ۲۲، ۲۱ و ۲۰)

۴

۳

۲✓

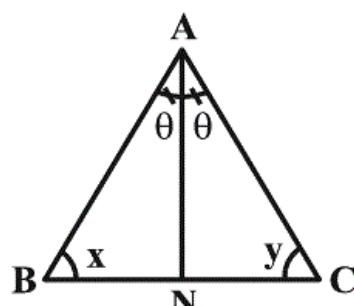
۱

$$\widehat{BAN} = \widehat{CAN} = \emptyset$$

فرض کنیم:

در هر مثلث اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی برابر است با مجموع اندازه‌های دو زاویه‌ی

داخلی غیرمجاورش داریم:



$$\hat{ANC} = \theta + x$$

$$\hat{A}NB = \theta + y$$

$$\widehat{ANC} - \widehat{ANB} = x - y = 4^\circ.$$

$$\angle \text{ANC} + \angle \text{ANB} = 180^\circ$$

$$\mathfrak{r} \widehat{\text{ANC}} \equiv \mathfrak{r} \cdot \cdot \circ \Rightarrow \widehat{\text{ANC}} \equiv \lambda \cdot \cdot \circ \Rightarrow \widehat{\text{ANB}} \equiv \lambda \cdot \circ$$

(هنرسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

1

✓

۲

1

ریاضی، هندسه ۱، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۱)، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(نوجہ میری)

- 128

اگر a را اندازه‌ی یال مکعب بگیریم، باید داشته باشیم:

اندازهی قطر مکعب مستطیل = اندازهی قطر مکعب

$$\Rightarrow a\sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{5})^2 + 5^2} \Rightarrow a\sqrt{3} = \sqrt{48}$$

$$\Rightarrow a\sqrt{r} = r\sqrt{r} \Rightarrow a = r$$

پس حجم مکعب برابر است با

(هندسه ۱ - شکل های خضاب، صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

۱۳

۳

۲

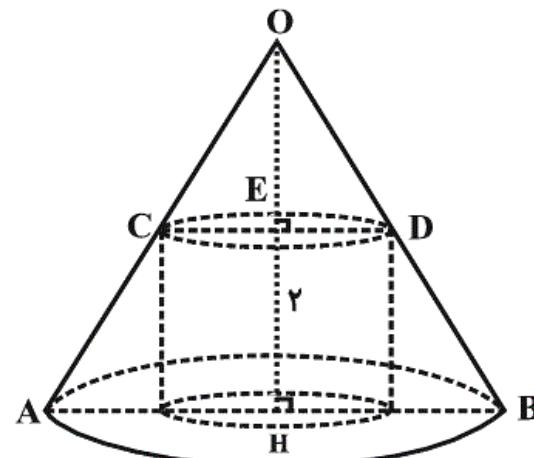
1

بنا به فرض $DE = \sqrt{3}$ و $EH = 2$. مخروط با کمترین ارتفاع که استوانه را داخل خود دارد به صورت زیر می‌باشد. بنابراین فرض $BH = \sqrt{27}$. بنا به قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{DE}{BH} = \frac{OE}{OH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \frac{OE}{2+OE} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{OE}{2+OE} \Rightarrow OE = 1$$

$$V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{27})^2 \times (2+1) - \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 2$$

$$= 27\pi - 6\pi = 21\pi$$



(هنرسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۳۵، ۱۳۶ و ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱✓

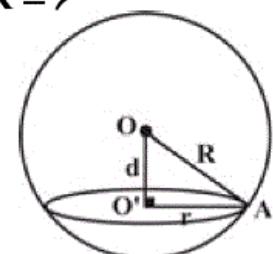
اگر کره را توسط صفحه‌ای قطع کنیم، آنگاه مطابق شکل زیر، دایره‌ای به مرکز O' و به شعاع r ایجاد می‌شود.

$$2\pi r = \text{محیط دایره} \Rightarrow 2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$$

$$\triangle OAO' : OA^2 = OO'^2 + O'A^2$$

$$\Rightarrow R^2 = d^2 + r^2 = (2\sqrt{5})^2 + 4^2 = 36 \Rightarrow R = 6$$

$$\Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{1}{3}R = 2$$



(هنرسه ۱ - شکل‌های فضایی: مشابه فعالیت ۷-۴ صفحهٔ ۱۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

چون $\triangle ABD$ متساوی الساقین است، پس AH عمود منصف ضلع BD است و

دو مثلث AHD و ABH با یکدیگر همنهشتند. در نتیجه به کمک

مثلث‌های متساوی الساقین ADC و ABD خواهیم داشت:

$$\hat{C} = \hat{D}\hat{A}C = \hat{D}\hat{A}H = 30^\circ$$

$$BH = HD = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{\text{ضلع رویه روی زاویه } 30^\circ}{DH} \rightarrow \begin{cases} AD = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} = DC \\ AH = DH \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 12 \end{cases}$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2}(8\sqrt{3} \times 12) = 48\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱ - مساحت و قفسیه‌ی فیثاغورس: صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۵)

۴ ✓

۳

۲

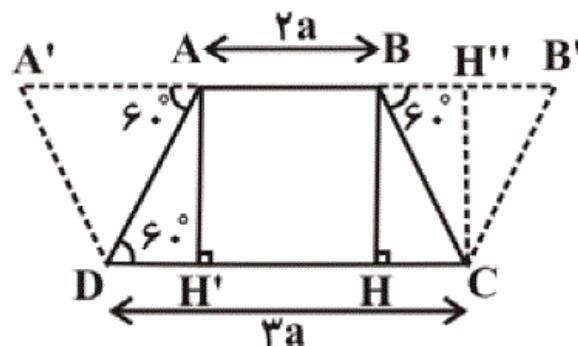
۱

فرض کنیم $a = AB = 2a$ و $DC = 3a$ باشد. اولاً $ABHH'$ یک مستطیل است

. $HC + DH' = a$ و در نتیجه $HH' = 2a$ پس

اما $HC + DH' = BB' = AA'$ نماد مساحت باشد خواهیم

داشت:



$$\frac{S_{A'B'CD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}(A'B' + CD)BH}{\frac{1}{2}(AB + CD)BH} = \frac{\frac{1}{2}(2a + 3a)2a}{\frac{1}{2}(2a + 3a)2a} = \frac{5a}{5a} = 1/4$$

(هندسه ۱ - مساحت و قسمیه فیثاغورس: صفحه‌های ۵۰ و ۶۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۱، تشابه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

محیط مثلث ABC برابر است با $24 = 5 + 8 + 11$. بنابراین نسبت تشابه دو

مثلث از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$k = \frac{\Delta_{ABC} \text{ محیط}}{\Delta_{A'B'C'} \text{ محیط}} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

در نتیجه نسبت مساحت‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{\Delta_{ABC}}}{S_{\Delta_{A'B'C'}}} = k^2 = \frac{4}{25}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴ ✓

۳

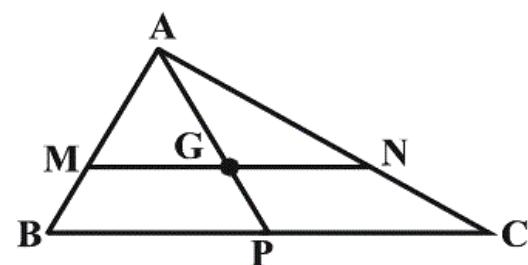
۲

۱

(مبیر محمدی نویسن)

$$\frac{AG}{AP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{S_{\Delta_{AMN}}}{S_{\Delta_{ABC}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta_{AMN}}}{S_{BMNC}} = \frac{4}{5}$$



(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۷)

۴

۳

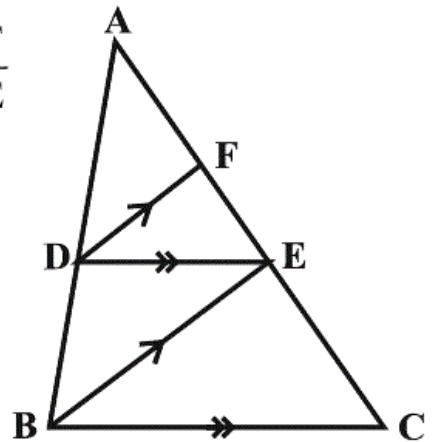
۲

۱ ✓

$$\Delta ABC : DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

$$\Delta ABE : DF \parallel BE \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE}$$

$$= \frac{AE - EF}{AE} = 1 - \frac{EF}{AE}$$



از نسبت‌های فوق نتیجه می‌شود و داریم:

$$\frac{EF}{AC} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{EF}{AE} \times \frac{AE}{AC} = \frac{6}{25} \Rightarrow \left(1 - \frac{DE}{BC}\right) \frac{DE}{BC} = \frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 - \left(\frac{DE}{BC}\right) + \frac{6}{25} = 0 \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{24}{25}}}{2} = \frac{1 \pm \frac{1}{5}}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{DE}{BC} = \frac{\frac{6}{5}}{2} = \frac{3}{5} = +/6 \\ \text{یا} \\ \frac{DE}{BC} = \frac{\frac{4}{5}}{2} = \frac{2}{5} = +/4 \end{cases}$$

(هنرمه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

مدل طول مداد و قطر قاعده‌ی آن به ترتیب به صورت $E_1 + 80$ و $E_2 + 10$ است.

$$\text{شعاع قاعده} = \frac{E_2 + 10}{2} = 5 + \frac{E_2}{2}$$

$$\text{مساحت قاعده} = \pi \left(5 + \frac{E_2}{2} \right)^2 = \pi (25 + 5E_2 + \frac{E_2^2}{4})$$

$$\approx \pi (25 + 5E_2) = 25\pi + 5\pi E_2$$

$$\text{حجم مداد} \approx (25\pi + 5\pi E_2)(80 + E_1)$$

$$= 2000\pi + 25\pi E_1 + 400\pi E_2 + 5\pi E_1 E_2$$

$$\approx 2000\pi + 25\pi E_1 + 400\pi E_2$$

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

-۱۱۲-

دماهی اتاق: کمی پیوسته، مزه‌ی غذا: کیفی اسمی، تعداد حرف «م» در سوالات این

آزمون: کمی گسسته، RH خون: کیفی اسمی

(آمار و مدل‌سازی - متغیرهای تصادفی: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

از آنجایی که کوچکترین داده‌ی آماری ۲/۱۷ و کران پایین دسته‌ی دوم ۸/۱۷ است، پس طول هر دسته برابر است با:

$$۱۷ / ۸ - ۱۷ / ۲ = ۰ / ۶ = \text{طول هر دسته}$$

بنابراین کران پایین دسته‌ی آخر برابر است با:

$$\text{کران پایین دسته‌ی آخر} = ۲۲ / ۶ - x \Rightarrow x = ۲۲ / ۶ - ۰ / ۶ = ۲۲ / ۳$$

بنابراین:

$$\text{کران بالا} + \text{کران پایین} = \frac{\text{مرکز دسته‌ی آخر}}{۲}$$

$$= \frac{۲۲ / ۶ + ۲۲}{۲} = ۲۲ / ۳$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و پدوف فراوانی: صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱

(سراسری تبریز ۱۷)

-۱۱۴-

فاصله‌ی (۱۸/۵-۲۱/۵) همان دسته‌ی سوم است. داریم:

$$f_3 : \text{فراوانی مطلق دسته‌ی سوم} = ۲۵ - ۱۳ = ۱۲$$

$$\frac{۱۲ \times ۱۰۰}{۴۰} = \text{درصد داده‌هایی که در دسته‌ی سوم قرار می‌گیرند} = ۳۰.$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و پدوف فراوانی: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آیین آمار و مدل‌سازی - سؤال ۳۵۸)

-۱۱۵-

نمودار مستطیلی می‌تواند متقارن و یا نامتقارن باشد.

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

۴

۳

۲

۱

جمع درصد فراوانی نسبی همواره برابر ۱۰۰ می‌باشد.

$$۲۴ + ۲۷ / ۵ + ۳۶ + a = 100 \Rightarrow a = ۱۲ / ۵$$

$$\frac{۱۲ / ۵}{۱۰۰} = \frac{x}{۳۶^{\circ}} \Rightarrow x = \frac{۳۶^{\circ} \times ۱۲ / ۵}{۱۰۰} = ۴۵^{\circ}$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{\text{دامنهٔ تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} = \frac{۴}{۹} = \frac{\text{طول دسته‌ها}}{\text{دامنهٔ تغییرات}}$$

$$\Rightarrow ۳۶ = \text{دامنهٔ تغییرات}$$

کوچک‌ترین داده - بزرگ‌ترین داده = دامنهٔ تغییرات

چارک اول و سوم بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده قرار دارند و بنابراین اضافه

کردن ۸ داده بین چارک اول و سوم تاثیری در کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده و

در نتیجه تاثیری در دامنهٔ تغییرات ندارد.

$$36 = 3 \Rightarrow 3 = \frac{36}{\text{تعداد دسته‌ها}}$$

$$36 = \frac{3}{\text{تعداد دسته‌ها}} = 12$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲ و

شانصهای مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

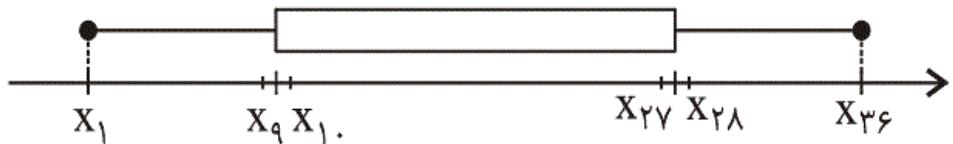
اگر داده‌ها را با x_1, \dots, x_{36} نشان دهیم آن‌گاه

$$\text{میانه} = \frac{x_{18} + x_{19}}{2} \xrightarrow{\text{زوج}} \text{تعداد داده‌ها} = 36$$

$$\text{تعداد داده‌ها در نیمه‌ی اول یا در نیمه‌ی دوم} \xrightarrow{\text{زوج}} 18 =$$

$$Q_1 = \frac{x_1 + x_{1.}}{2}$$

$$Q_3 = \frac{x_{18} + x_{19}}{2}$$



$$\frac{x_1 + \dots + x_9}{9} = 22 \Rightarrow x_1 + \dots + x_9 = 198$$

$$\frac{x_{18} + \dots + x_{36}}{9} = 30 \Rightarrow x_{18} + \dots + x_{36} = 270$$

$$\frac{(x_1 + \dots + x_9) + (x_{1.} + \dots + x_{17}) + (x_{18} + \dots + x_{36})}{36} = 27 / 5$$

$$\Rightarrow \frac{198 + x_{1.} + \dots + x_{17} + 270}{36} = 27 / 5$$

$$x_{1.} + \dots + x_{17} = 36 \times 27 / 5 - 198 = 990 - 198 = 792$$

$$\Rightarrow \frac{x_{1.} + \dots + x_{17}}{18} = \frac{792}{18} = 44$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲

۱

$$\sigma^2 = \frac{(x_{15} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(x_{15} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15}$$

$$\Rightarrow (x_{15} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 = 15 \times 10 = 150$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 + (x_{16} - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{25}$$

$$= \frac{180 + 150}{25} = \frac{330}{25} = 13.2 \Rightarrow$$

$$\sigma = \sqrt{13.2} = 3.6$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های پراکندگی؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱

اگر \bar{x}_1 و σ_1 به ترتیب میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه باشند با دو برابر

کردن داده‌های آماری و سپس کم کردن ۷ واحد از هر کدام خواهیم داشت

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}$$

$$\bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 - 7, \quad \sigma_2 = 2\sigma_1$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} = \frac{2\sigma_1}{2\bar{x}_1 - 7} \Rightarrow 1/\delta \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} = \frac{2\sigma_1}{2\bar{x}_1 - 7} \Rightarrow$$

$$1/\delta\sigma_1(2\bar{x}_1 - 7) = 2\sigma_1\bar{x}_1 \Rightarrow$$

$$2\sigma_1\bar{x}_1 - 1/\delta\sigma_1 = 2\sigma_1\bar{x}_1 \Rightarrow$$

$$\sigma_1\bar{x}_1 = 1/\delta\sigma_1 \Rightarrow \bar{x}_1 = 1/\delta$$

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \Rightarrow 1/\delta = \frac{x_1 + \dots + x_{10}}{10} \Rightarrow$$

$$x_1 + \dots + x_{10} = 210$$

(آمار و مدل سازی - شاخص‌های پراکنده‌گی: صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۵۸)

۱

۲

۳

۴ ✓