



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

- ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۸۱ - مجموع تمام جملات یک دنباله هندسی نامتناهی ۷ است. اگر مجموع همه جملات زوج آن برابر ۳ باشد، مجموع

جمله‌ی اول و قدرنسبت دنباله کدام است؟

۱)  $\frac{4}{3}$       ۲)  $\frac{12}{7}$

۳)  $\frac{5}{2}$       ۴)  $\frac{7}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ویژگی ها و رسم توابع قدرمطلقی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۸۲ - خط  $y = k$  نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 4x|$  را دقیقاً در ۳ نقطه قطع می‌کند. مقدار  $k$  کدام است؟

۱)  $\frac{3}{2}$       ۲)  $4$

۳)  $\frac{9}{2}$       ۴)  $\frac{11}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تعریف و تشخیص تابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۸۳ - اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{-2x^2 + ax + b}{x^2 + 1}}$  باشد، آنگاه حاصل  $a + b$  کدام است؟

۱)  $10$       ۲)  $12$

۳)  $14$       ۴)  $-12$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۸۵ اگر  $\{(-2, -2), (2, -2)\}$  کدام است؟ باشد، آنگاه مجموع مقادیر متمایز برد  $(f+g)(2)$

-۲ (۲)

-۴ (۱)

۴ (۴)

-۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، حسابان ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۸۶ اگر  $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$  و  $g(x) = 4x^3 + 2x$  ، حاصل  $(g \circ f)(x)$  کدام می‌تواند باشد؟

-۲ (۲)

$\frac{5}{2}$  (۱)

۲ (۴)

$-\frac{5}{4}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۴ اگر  $f-g = \{(3, 7), (4, 6), (5, 1)\}$  و  $f+g = \{(3, 1), (4, 2), (5, -1)\}$  آنگاه دامنهٔ تابع  $\frac{1}{f}$  شامل چند عدد حقیقی است؟

۲ (۲)

۳ (۱)

۴) قبل تشخیص نمی‌باشد.

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، حسابان ، توابع صعودی و نزولی ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۸۷ نمودار تابع  $y = |x - \frac{x}{|x|}|$  در کدام بازهٔ زیر نزولی است؟

$[1, +\infty)$  (۲)

$[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$  (۰)

$[-1, 0)$  (۴)

$(0, 1]$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، حسابان ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۸۸- برد تابع  $f(x) = 2^{x+1}$  را به بازه‌ی  $[a, b]$  محدود کرده‌ایم تا برای تابع  $g(x) = \sqrt{6 - 2x}$  ترکیب  $gof^{-1}$  تعریف شود. حداقل مقدار  $(b - a)$  کدام است؟

است؟

۶ (۲)

۳ (۱)

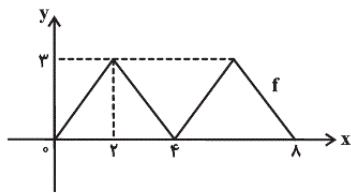
۱۶ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع چند جمله‌ای و توابع متناوب ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۸۹- دوره‌ی تناوب تابع  $f$  برابر با  $T = 4$  است. اگر قسمتی از نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد، آن‌گاه حاصل (۱۳۹۵) f کدام است؟



۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تابع پله‌ای و تابع جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۹۰- اگر  $x[x] = 5$  باشد، آن‌گاه  $x - [x]$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است).

۱ (۲)

۱) صفر

۳ (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، چهارضلعی‌ها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۱۰۱- هر زاویه‌ی داخلی یک چند ضلعی منتظم  $160^\circ$  است. این چند ضلعی چند قطر دارد؟

۱۳۵ (۲)

۱۵۲ (۱)

۱۷۰ (۴)

۱۴۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- طول یک مستطیل، دو برابر عرض آن است. از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی این مستطیل یک چهارضلعی پدید می‌آید، نسبت مساحت دایره‌ی

محیطی این چهارضلعی به مساحت مستطیل کدام است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{16} \quad (4)$$

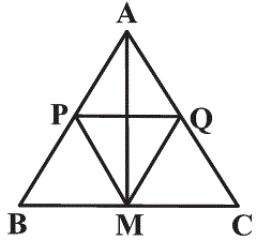
$$\frac{\pi}{8} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۳- در شکل زیر M وسط ضلع BC و MP و MQ به ترتیب نیمسازهای  $\hat{A}MB$  و  $\hat{AMC}$  هستند. اگر  $AQ = 0 / 75QC$ ، آن‌گاه مساحت مثلث

چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$$\frac{12}{49} \quad (2)$$

$$\frac{15}{49} \quad (1)$$

$$\frac{3}{7} \quad (4)$$

$$\frac{4}{7} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۴- از نقطه‌ی O، درون مثلث ABC که در آن  $BC > AB > AC$ ، عمودهای OP، OQ و OR را به ترتیب بر BC، AC و AB وارد کرده‌ایم.

کدام گزینه درست است؟

$$Q\hat{O}R > P\hat{O}Q > P\hat{O}R \quad (2)$$

$$Q\hat{O}R > P\hat{O}R > P\hat{O}Q \quad (1)$$

$$P\hat{O}Q > Q\hat{O}R > P\hat{O}R \quad (4)$$

$$P\hat{O}R > P\hat{O}Q > Q\hat{O}R \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضایای مربوط به همرسی در مثلث ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۲- در مثلث ABC، اگر M وسط ضلع BC و O نقطه‌ی همرسی میانه‌ها باشد، آن‌گاه مساحت مثلث OMC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\frac{1}{9} \quad (4)$$

$$\frac{1}{12} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، مکان هندسی نقاطی معلوم در صفحه و فضای استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۵- B و C دو نقطه‌ی ثابت و A نقطه‌ای متغیر از یک صفحه‌اند. با تغییر نقطه‌ی A، مکان هندسی نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های مثلث ABC کدام است؟

دو خط موازی BC

خطی عمود بر BC

دایره‌ای مماس بر BC

دایره‌ی به قطر BC

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، چندضلعی محیطی، دایره - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول ضلع‌های قائمه‌ی ۶ و ۸ واحد، شعاع دایره‌ی محاطی مماس بر وتر و امتداد دو ضلع زاویه‌ی قائمه، چند واحد است؟

$$6 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

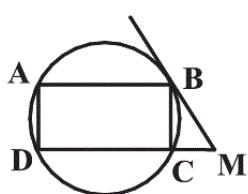
$$12 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، زاویه‌های مرکزی، محاطی و ظلی، دایره - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۸- در شکل زیر، ABCD مستطیل است. مماس رسم شده از نقطه‌ی B بر دایره، امتداد ضلع DC را در نقطه‌ی M قطع می‌کند. اگر  $\hat{BMC} = \alpha$  آن‌گاه زاویه‌ی بین دو قطر مستطیل کدام است؟



$$2\alpha \quad (2)$$

$$\alpha \quad (1)$$

$$90^\circ + \frac{\alpha}{2} \quad (4)$$

$$90^\circ - \alpha \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- چهار نقطه‌ی A، B، C و D را روی محیط یک دایره در نظر می‌گیریم، اگر طول وترهای AC و BD با شعاع دایره برابر باشد و  $\hat{BDC} = 75^\circ$

آن‌گاه زاویه‌های بین مماس‌های رسم شده بر دایره از نقاط C و D، چند درجه است؟

۹۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۲۰ (۴)

۶۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، کمان در خور یک زاویه، دایره - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۰۹- کمان در خور زاویه‌ی  $150^\circ$ ، رو به رو به پاره خطی به طول a، بخشی از دایره‌ای به شعاع r است. نسبت  $\frac{a}{r}$  برابر با کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۱ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، استقرای ریاضی، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۱۱- در اثبات حکم  $1 + (\sqrt{2})^n \geq 1 + (n+1)\sqrt{2}$  به روش استقرای تعمیم یافته برای عدد طبیعی  $n \geq 2$ ، از کدام

نامساوی بدیهی استفاده می‌کنیم؟

$k\sqrt{2} \geq 1$  (۲)

$k\sqrt{2} + 1 \geq 0$  (۱)

$k+1 \geq 0$  (۴)

$k-1 \geq 0$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، اصل لانه کبوتری، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۱۲- حداقل چند عدد طبیعی متمایز باید داشته باشیم تا مطمئن شویم که حداقل دو عدد در میان آن‌ها وجود دارد که مجموع یا تفاضل آن‌ها بر ۷ بخش‌پذیر باشد؟

۵ (۲)

۶ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، عضویت و زیرمجموعه بودن، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۲۰-اگر  $A \cup B$  دارای ۱۲ عضو و  $A \Delta B$  دارای ۶ عضو باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $B - A$  چند عضو دارد؟

۴ (۲)

۵ (۱)

۱ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد زیرمجموعه‌ها و مجموعه‌ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۱۳-اگر  $A$  مجموعه‌ای دارای ۳ زیرمجموعه‌ی سره باشد،  $P(P(A))$  چند زیرمجموعه دارد؟

۲۵۶ (۲)

۱۶ (۱)

۲۲۵۶ (۴)

۲۱۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، جبر مجموعه‌ها و قوانین ترکیبی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۱۱۴-اگر  $A = \{\{f\}, \{a\}, a\}$  و  $B = \{a, f\}$  باشد،  $A \cup B$  چند زیرمجموعه دارد؟

۱۶ (۲)

۳۲ (۱)

۴ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵-اگر  $A_n = [n-1, n+3]$  باشد، بمازای کدام مقدار طبیعی  $k$ ، حاصل  $\bigcup_{n=2}^k A_n$  برابر  $[1, 10]$  می‌شود؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

۵ (۲)

۱) هیچ مقدار

۹ (۴)

۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶-اگر  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  مجموعه‌ی جهانی باشد، آن‌گاه چند زیرمجموعه مانند  $A$  وجود دارد به‌گونه‌ای که  $A \cap \{1, 2\} = \emptyset$  باشد؟

۲ (۲)

۱) هیچ

۸ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷-حاصل عبارت  $[A \cap (B \cup A)] \cap (A \cup C)$ ، همواره کدام است؟

B (۲)

A (۱)

$B \cap C$  (۴)

$A \cap B$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸-اگر  $B = \{a, b\}$  و  $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ ، آن‌گاه تعداد اعضای کدام‌یک از مجموعه‌های زیر بیشتر از سایرین است؟

$A - B$  (۲)

$A - \{B\}$  (۱)

$A \Delta B$  (۴)

$A - \{A\}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹-متتم مجموعه‌ی  $A' \Delta B$ ، همواره کدام است؟

$A' \cap B'$  (۲)

$A' - B'$  (۱)

$A \Delta B$  (۴)

$A \Delta B'$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۱ - باقی‌مانده‌ی تقسیم عبارت  $x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1$  بر  $x+1$  برابر ۴ است،  $a$  کدام است؟

-۱ (۲)

-۴ (۱)

۴ (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، ویژگی‌ها و رسم توابع قدرمطلقی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۹۲ - مجموعه جواب نامعادله‌ی  $|x-2| - 2x < 0$ ، به صورت کدام بازه است؟

(-۱, ۲) (۲)

(-۱, ۱) (۱)

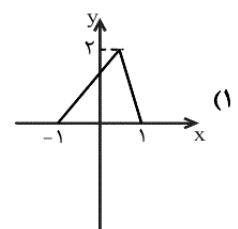
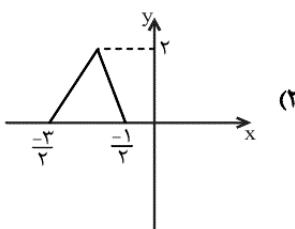
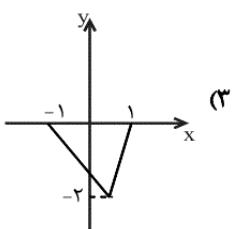
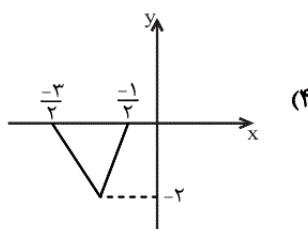
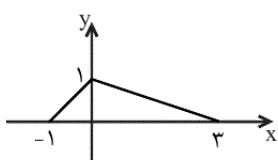
(۱, ۲) (۴)

(۰, ۲) (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۹۳ - اگر نمودار تابع  $f$  مانند شکل مقابل باشد، نمودار تابع  $y = -2f(x-2)$  کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۹۴ - اگر  $f(x) = x^3 + x$  و  $g(x) = \sqrt{4x+1}$  ، آنگاه مساحت ناحیهٔ محدود به نمودار تابع  $gof$  و خط به معادلهٔ  $y = 3$  کدام است؟

۴) ۲

۳) ۱

۶) ۴

۴/۵) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۵ - اگر  $f(x) = \sqrt{3-x}$  و  $g(x) = \log_2(x^3 + 2x)$  باشند، دامنهٔ تابع  $fog$  کدام است؟

[−۲, ۰] ۲

[−۴, ۲] ۱

[−۴, −۲] ∪ (۰, ۲] ۴

[−۴, −۱] ∪ (۱, ۲] ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۶ - ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع زوج و فرد ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

$$f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{ax} & ; x < 0 \end{cases}$$
 به ازای کدام مقادیر  $a$  ، ضابطهٔ یک تابع فرد است؟

۴) ۲

-۴) ۱

a) هیچ مقدار

±۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۷ - ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع صعودی و نزولی ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

۹۸ - اگر  $f(x) = -x + [x]$  و  $g(x) = 2^x$  ، آنگاه برد تابع  $gof$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

$\left[\frac{1}{2}, 1\right)$  ۲

$\left(\frac{1}{2}, 1\right]$  ۱

[۱, ۲) ۴

(۱, ۲] ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۹ - ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

$$-97 - \text{ضابطه} \text{ وارون تابع } y = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases} \text{ کدام است؟}$$

$$y = -x^r ; x < 0 \quad (3)$$

$$y = x|x| ; x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

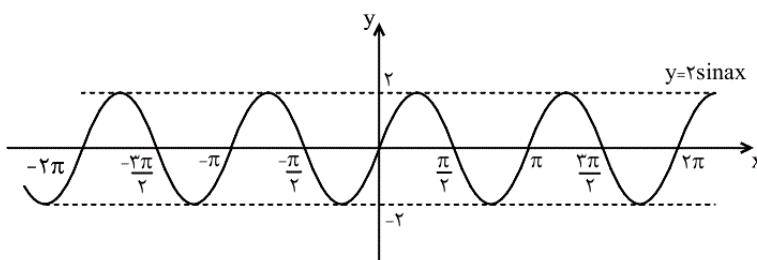
$$y = \pm x|x| ; x \in \mathbb{R} \quad (4)$$

$$y = \pm x^r ; x \in \mathbb{R} \quad (5)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع چند جمله ای و توابع متناوب ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

- ۹۸ - در شکل مقابل  $|a|$  کدام است؟



۱ (۱)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، تابع پله ای و تابع جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

- ۹۹ - اگر  $f(x) = [x]$ ، مجموعه مقادیر  $f(x - f(x))$  کدام است؟ ( )، علامت جزء صحیح است.

{1} (۲)

{0} (۱)

{-1, 0, 1} (۴)

{0, 1} (۳)

شما پاسخ نداده اید

(محمد طاهر شعاعی)

-۸۱

روش اول: فرض می کنیم  $a$  جمله‌ی اول و  $q$  قدرنسبت دنباله‌ی هندسی مطلوب باشد، بنابراین فرض داریم:

$$\begin{cases} a + aq + aq^2 + \dots = \gamma \\ aq + aq^2 + aq^3 + \dots = \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{1-q} = \gamma \\ \frac{aq}{1-q^2} = \beta \end{cases}$$

دو طرف رابطه را برابر می کنیم.

$$\frac{1-q^2}{q(1-q)} = \frac{\gamma}{\beta} \Rightarrow \frac{1+q}{q} = \frac{\gamma}{\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{q} = \frac{4}{3} \Rightarrow q = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a}{1-\frac{3}{4}} = \gamma \Rightarrow a = \frac{\gamma}{\frac{1}{4}} \text{ و } a + q = \frac{\gamma}{\frac{1}{4}} + \frac{3}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} & a + aq + aq^2 + \dots \\ &= (a + aq + aq^2 + \dots) + (aq + aq^2 + aq^3 + \dots) \\ & \gamma = \frac{aq + aq^2 + aq^3 + \dots}{q} + (aq + aq^2 + aq^3 + \dots) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{3}{q} + \beta \Rightarrow q = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a}{1-q} = \gamma \Rightarrow \frac{a}{1-\frac{3}{4}} = \gamma \Rightarrow a = \frac{\gamma}{\frac{1}{4}} \text{ و } a + q = \frac{\gamma}{\frac{1}{4}} + \frac{3}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

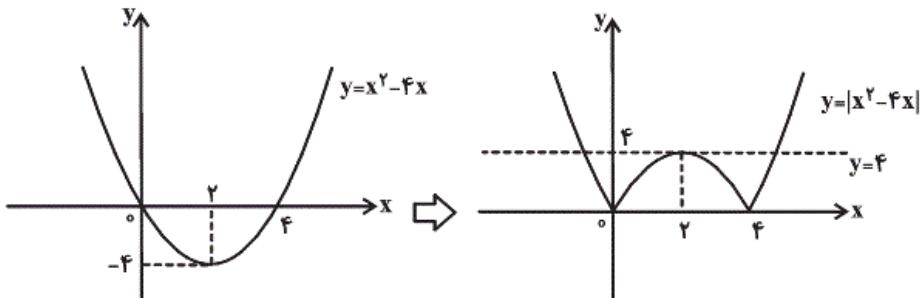
(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

-۸۲

(علی شهرابی)

ابتدا نمودار تابع  $y = x^2 - 4x$  را رسم می کنیم و سپس قسمت های منفی

نمودار را نسبت به محور  $x$  ها قرینه می کنیم:



بنابراین  $k = 4$  می باشد.

(حسابان- محاسبات هیبری، معادلات و نامعادلات- صفحه های ۳۴۷ تا ۳۴۹)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابان ، تعریف و تشخیص توابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

-۸۳

(محمد مصطفی ابراهیمی)

خرج کسر  $\frac{-2x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$  همواره مثبت است. پس برای یافتن دامنه

باید صورت کسر را نامنفی قرار دهیم.

$$-2x^2 + ax + b \geq 0$$

جواب نامعادلهای فوق طبق فرض سؤال بازهی  $[-2, 3]$  می باشد. پس

$$-2x^2 + ax + b = 0 \quad \text{ریشه های } x_1 = -2 \text{ و } x_2 = 3$$

راه حل اول:

$$-2x^2 + ax + b = -2(x+2)(x-3) = -2(x^2 - x - 6)$$

$$= -2x^2 + 2x + 12 \Rightarrow a = 2, b = 12 \Rightarrow a + b = 14$$

راه حل دوم:

$$-2x^2 + ax + b = 0 \quad \text{صدق کنند.}$$

بعد از حل دستگاه دو معادله دو مجهول به جواب می رسیم.

(حسابان- ترکیبی- صفحه های ۳۴۹، ۳۵۰ و ۳۵۱ تا ۳۵۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۸۵

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$f + g = \{(0, -5), (1, 5), (2, 1)\}$$

$$2f = \{(-1, 2), (0, 0), (1, 4), (2, -4)\}$$

$$(f + g) \circ (2f) = \{(-1, 1), (0, -5)\}$$

پس مجموع مقادیر متمایز برد برابر  $-4 = 1 + (-5)$  است.

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۶

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\begin{cases} f(g(\lambda)) = \sqrt[3]{\lambda} + \lambda = 10 \\ f(g(\lambda)) = 4g^2(\lambda) + 3g(\lambda) \end{cases} \Rightarrow 4g^2(\lambda) + 3g(\lambda) = 10$$

$$\Rightarrow 4g^2(\lambda) + 3g(\lambda) - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (4g(\lambda) - 5)(g(\lambda) + 2) = 0 \Rightarrow g(\lambda) = \frac{5}{4} \text{ یا } g(\lambda) = -2$$

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۷

(محمد رضا توجه)

با جمع کردن دو تابع  $f + g$  و  $f - g$  ظاهرًا خواهیم داشت:

$$(f + g) + (f - g) = 2f = \{(3, 8), (4, 8), (5, 0)\}$$

پس این‌طور به نظر می‌رسد که:

$$\frac{1}{f} = \left\{ \left(3, \frac{1}{4}\right), \left(4, \frac{1}{4}\right) \right\}$$

یعنی دامنه آن شامل دو عدد است ولی با دقت بیشتر می‌توان فهمید که چون دامنه‌های  $f + g$  و  $f - g$  اشتراک دامنه‌های  $f$  و  $g$  است، دامنه  $f$  شامل اعداد دیگری هم می‌تواند باشد که با دامنه  $g$  مشترک نباشند. پس

$\frac{1}{f}$  هم می‌تواند شامل زوج‌های بیشتری باشد. به‌طور کلی می‌توان گفت چون

دامنه  $f$  مشخص نیست، پس دامنه  $\frac{1}{f}$  مشخص نیست.

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۶۹ تا ۶۴)

۴ ✓

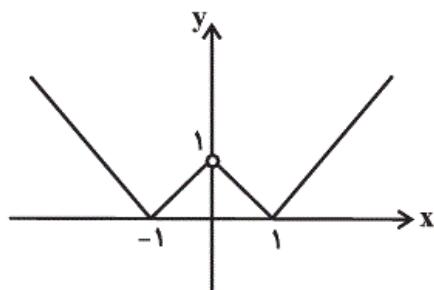
۳

(کاظم اجلالی)

-۸۷

ابتدا با تعیین علامت  $|x|$ ، رابطه‌ی تابع را دو ضابطه‌ای می‌کنیم:

$$y = \left| x - \frac{x}{|x|} \right| = \begin{cases} \left| x - \frac{x}{x} \right| & x > 0 \\ \left| x - \frac{x}{-x} \right| & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} |x - 1| & x > 0 \\ |x + 1| & x < 0 \end{cases}$$

نمودار در بازه‌های  $[-1, 0)$  و  $(0, 1]$  اکیداً نزولی است.

(حسابان-ترکیبی-صفحه‌های ۳۵ و ۴۰ تا ۴۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا معکوس تابع  $f(x) = \gamma^{x+1}$  را می‌یابیم:

$$f(x) = \gamma^{x+1} \Rightarrow y = \gamma^{x+1} \Rightarrow \log_\gamma^y = \log_\gamma^{\gamma^{x+1}}$$

$$\Rightarrow \log_\gamma^y = x + 1 \Rightarrow x = \log_\gamma^y - 1 = \log_\gamma^y - \log_\gamma^\gamma = \log_\gamma^{\frac{y}{\gamma}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_\gamma^{\frac{x}{\gamma}}$$

برای آن‌که ترکیب  $gof^{-1}$  قابل انجام باشد، باید دامنه‌ی  $f^{-1}$  را

بیابیم:

$$D_{gof^{-1}} = \left\{ x \in D_{f^{-1}} \mid f^{-1} \in D_g \right\} = \left\{ x \in (0, +\infty) \mid f^{-1} \in D_g \right\}$$

دامنه‌ی تابع  $g(x) = \sqrt{6 - 2x}$  برابر است با:

$$6 - 2x \geq 0 \Rightarrow 6 \geq 2x \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_g = \{x \mid x \leq 3\}$$

بنابراین:

$$f^{-1} \in D_g \Rightarrow \log_\gamma^{\frac{x}{\gamma}} \leq 3 \Rightarrow \frac{x}{\gamma} \leq 3 \Rightarrow x \leq 16$$

$$D_{gof^{-1}} = \{x \in (0, +\infty) \mid x \leq 16\}$$

$$\Rightarrow D_{gof^{-1}} = (0, +\infty) \cap (-\infty, 16] = (\underbrace{0}_{a}, \underbrace{16}_{b}]$$

$$\Rightarrow \max(b - a) = 16 - 0 = 16$$

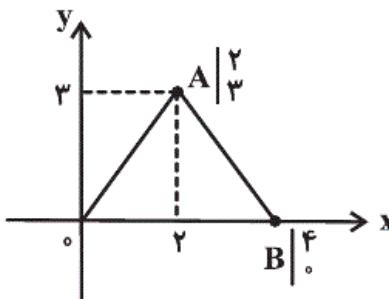
(مسابان - تابع - صفحه‌های ۶۹، ۷۳ و ۱۵ تا ۴۷)



نمودار  $f$  متناوب با دوره‌ی تناوب ۴ است، بنابراین:

$$f(0) = f(4) = f(8) = \dots$$

$$f(1395) = f(4 \times 348 + 3) = f(3)$$



برای محاسبه‌ی  $f(3)$  کافی است معادله‌ی خط  $AB$  را بنویسیم و به جای  $x$  عدد ۳ بگذاریم.

$$m_{AB} = \frac{3-0}{1-4} = -\frac{3}{3}$$

$$y-0 = -\frac{3}{3}(x-4) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{3}(x-4)$$

$$f(3) = -\frac{3}{3}(3-4) = \frac{3}{3}$$

(حسابان-تابع-صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

لذا:

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، تابع پله‌ای و تابع جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

است. می‌دانیم  $[x] = 5$  عدد صحیح می‌باشد پس می‌تواند ۱ ± یا  $\pm 2$  یا ... باشد.

$$[x] = 1 \Rightarrow x = 5$$

$$[x] = 2 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$[x] = 3 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

به همین ترتیب سایر مقادیر برای  $x$  برقرار نیست، پس فقط  $x = \frac{5}{2}$  قابل

قبول است. حالا اگر  $x = \frac{5}{2}$  باشد، حاصل  $[x] - x$  را می‌یابیم:

$$\frac{5}{2} - \left[ \frac{5}{2} \right] = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

(حسابان-تابع-صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۱

(سروش موئینی)

$$\text{هر زاویهٔ داخلی } n\text{-ضلعی منتظم} = \frac{n-2}{n} \times 180^\circ = 160^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{n-2}{n} = \frac{16}{18} \Rightarrow n = 18$$

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{18 \times 15}{2} = 9 \times 15 = 135$$

(هندسه -۲ - استدلال در هندسه - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳

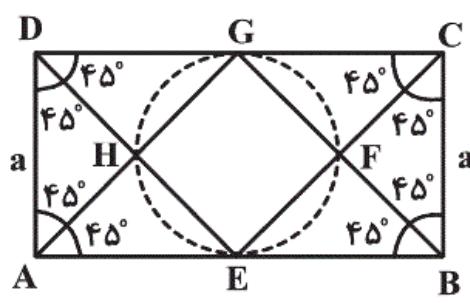
۲✓

۱

-۱۰۶

(محمد راهبر شعاعی)

چهارضلعی EFGH مربعی است که طول قطر آن برابر با قدر مطلق تفاضل طول و عرض مستطیل، یعنی  $|2a - a| = a$  است. شعاع دایرهٔ گذرنده از رأس‌های این مربع نصف طول قطر مربع، یعنی برابر  $\frac{a}{2}$  است، بنابراین داریم:



$$\frac{\text{مساحت دایره}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{\pi(\frac{a}{2})^2}{a \times 2a} = \frac{\pi}{8}$$

(هندسه -۲ - استدلال در هندسه - صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

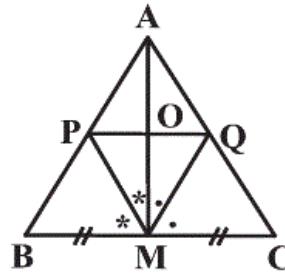
۴

۳✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} \text{MP} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{MB} \text{ نیمساز} \\ \text{MQ} \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} \text{ نیمساز} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC}$$



عکس تالس  $\rightarrow PQ \parallel BC$

$$\begin{aligned} \frac{AQ}{QC} &= \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AQ}{QC + AQ} = \frac{3}{4+3} \\ \Rightarrow \frac{AQ}{AC} &= \frac{3}{7} = \frac{PQ}{BC} \end{aligned}$$

و از تساوی اخیر نتیجه می‌گیریم که اگر ارتفاع وارد بر  $BC$  در مثلث  $ABC$  برابر  $h$  باشد، ارتفاع وارد بر  $PQ$  در مثلث  $PMQ$  برابر  $\frac{4}{7}h$  است.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_{PMQ}}{\Delta_{ABC}} &= \frac{\frac{1}{2}(\frac{4}{7}h) \times PQ}{\frac{1}{2}(h) \times BC} = \frac{\frac{4}{7}h}{h} \times \frac{PQ}{BC} \\ &= \frac{4}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{12}{49} \end{aligned}$$

(هندرسه ۲ - استدلال در هندسه - صفحه ۱۵ - مسئله ۲۲)

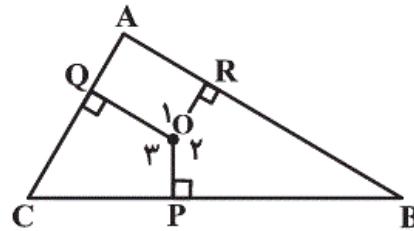
۴

۳

۲ ✓

۱

(علی ساوهی)



می‌دانیم که در مثلث  $ABC$  :  $BC > AB > AC$   
در نتیجه  $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$

از طرفی، در هر چهارضلعی محدب، مجموع زاویه‌ها  $360^\circ$  است. به عنوان

مثال در چهارضلعی  $CPOQ$  داریم:

$$\hat{C} + \hat{O}_3 + \hat{P} + \hat{Q} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} + \hat{O}_3 + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{C} + \hat{O}_3 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_3 = 180^\circ - \hat{C}$$

به همین ترتیب نتیجه می‌شود که:

$$\begin{cases} \hat{O}_2 = 180^\circ - \hat{B} \\ \hat{O}_1 = 180^\circ - \hat{A} \end{cases}$$

در نتیجه با توجه به شرط  $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$  خواهیم داشت:

$$\hat{O}_2 > \hat{O}_3 > \hat{O}_1 \Rightarrow P\hat{O}R > P\hat{O}Q > Q\hat{O}R$$

(هنرسه ۲ - استدلال در هنرسه - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

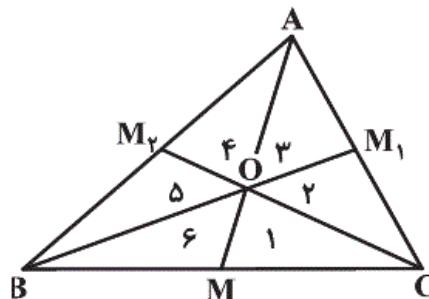
۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضایای مربوط به همرسی در مثلث ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷



از برخورد سه میانهای مثلث  $ABC$ ،  
شش مثلث شماره‌گذاری شده با رأس  
مشترک  $O$ ، (نقطه‌ی همرسی میانه‌های  
مثلث) به دست می‌آید که مساحت هر  
کدام، یک‌ششم مساحت مثلث  $ABC$   
است.

(هنرسه - استدلال در هندسه - صفحه‌ی ۳۶)

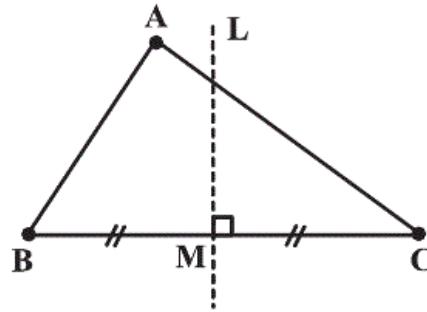
۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، مکان هندسی نقاطی معلوم در صفحه و فضا ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۰۱۰۷



نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌ها روی

عمودمنصف  $BC$  واقع است. چون  
نقاط  $B$  و  $C$  ثابت هستند، پس  
عمودمنصف  $BC$  ثابت است در  
نتیجه نقطه‌ی تلاقی عمودمنصف‌ها  
همواره روی عمودمنصف  $BC$   
است.

(هنرسه - استدلال در هندسه - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۶)

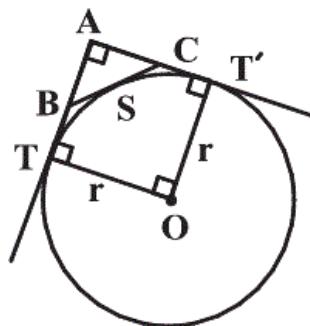
۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، چندضلعی محیطی ، دایره - ۱۳۹۶۰۱۰۷



مطابق شکل، چهارضلعی  $ATOT'$  مربع است. شعاع دایره‌ی محاطی مماس بر وتر و امتداد دو ضلع زاویه‌ی قائم، برابر با طول ضلع این مربع است

و داریم:

$$2r = AT + AT' \Rightarrow 2r = (AB + BT) + (AC + CT')$$

$$\Rightarrow 2r = AB + AC + (BT + CT')$$

$$\Rightarrow 2r = AB + AC + (BS + CS)$$

$$\Rightarrow 2r = AB + AC + BC \Rightarrow r = \frac{1}{2}(AB + AC + BC)$$

$$\Rightarrow r = \frac{1}{2}(6 + 8 + 10) = 12$$

(هندرسه ۳ - دایره - صفحه ۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، زاویه‌های مرکزی، محاطی و ظلی ، دایره - ۱۳۹۶۰۱۰۷

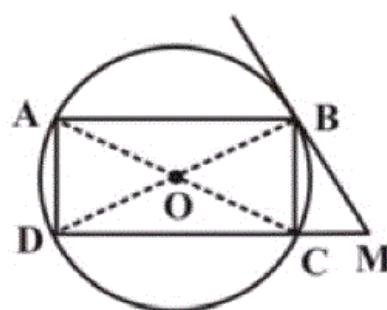
$$\hat{B\hat{C}M} = 90^\circ, \hat{B\hat{M}C} = \alpha \Rightarrow \hat{C\hat{B}M} = 90 - \alpha \quad \text{داریم:}$$

زاویه‌ی  $CBM$  ظلی بوده و رویه‌روی کمان  $BC$  است، پس:

$$\widehat{BC} = 2(90^\circ - \alpha) = 180^\circ - 2\alpha$$

قطرهای مستطیل، همان قطرهای دایره هستند، پس در مرکز دایره ( نقطه‌ی  $O$  ) متقاطعند و در نتیجه زاویه‌ی  $BOC$  که یک زاویه‌ی

مرکزی است، برابر است با:



$$\begin{aligned}\hat{BOC} &= \widehat{BC} = 180^\circ - 2\alpha \\ \Rightarrow \hat{AOB} &= 180^\circ - \hat{BOC} = 2\alpha\end{aligned}$$

(هنرمه - دایره - صفحه‌ی ۶۰)

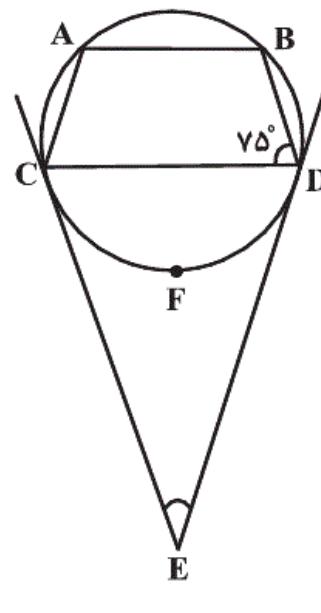
۴

۳

۲ ✓

۱

(حسین هابیلو)



$$\begin{aligned}AC = BD = R &\Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD} = 60^\circ \\ \hat{BDC} &= 75^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 150^\circ \\ \Rightarrow \widehat{AB} &= \widehat{BC} - \widehat{AC} = 90^\circ \\ \Rightarrow \widehat{CD} &= 360^\circ - (\widehat{AC} + \widehat{AB} + \widehat{BD}) \\ &= 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 60^\circ) = 150^\circ \\ \Rightarrow \hat{E} &= \frac{\widehat{CAD} - \widehat{CFD}}{2} \\ &= \frac{(60^\circ + 90^\circ + 60^\circ) - 150^\circ}{2} = 30^\circ\end{aligned}$$

(هنرمه - دایره - صفحه‌ی ۷۰)

۴

۳

۲

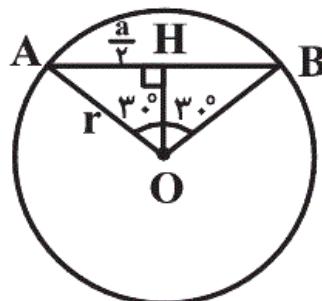
۱ ✓

(مسین هابیلو)

-۱۰۹

مطابق شکل، کمان کوچک‌تر  $AB$  که اندازه‌ی آن  $60^\circ$  است، کمان در خور زاویه‌ی  $150^\circ$  روبرو به پاره‌خط  $AB$  است، زیرا اندازه‌ی کمان بزرگ‌تر  $AB$  برابر با  $300^\circ - 60^\circ = 240^\circ$  است، پس اگر نقطه‌ای دلخواه مانند  $M$  روی کمان کوچک‌تر  $AB$  در نظر بگیریم، آن‌گاه

$$\hat{AMB} = \frac{300^\circ}{2} = 150^\circ. \text{ در مثلث قائم‌الزاویه‌ی } OAH \text{ می‌توان نوشت:}$$



$$\sin 30^\circ = \frac{a}{2r} \Rightarrow \frac{a}{r} = 2 \sin 30^\circ = 1$$

(هندسه - ۳ - دایره - صفحه‌ی ۶۱۴)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(اعزیزاله علی‌اصغری)

-۱۱۱

$$P(k) : (1 + \sqrt{2})^k \geq 1 + (k+1)\sqrt{2} \quad \text{فرض استقرا}$$

$$P(k+1) : (1 + \sqrt{2})^{k+1} \geq 1 + (k+2)\sqrt{2} \quad \text{حکم استقرا}$$

طرفین فرض را در  $(1 + \sqrt{2})$  ضرب می‌کنیم. در این صورت داریم:

$$(1 + \sqrt{2})^{k+1} \geq (1 + (k+1)\sqrt{2})(1 + \sqrt{2})$$

بنابراین برای اثبات حکم کافی است داشته باشیم:

$$(1 + (k+1)\sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) \geq 1 + (k+2)\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 1 + \sqrt{2} + (k+1)\sqrt{2} + 2(k+1) \geq 1 + (k+2)\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2(k+1) \geq 0 \Rightarrow k+1 \geq 0$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(سامان اسپهورم)

باقی‌مانده‌ی تقسیم یک عدد طبیعی بر عدد ۷، یکی از اعداد صحیح ۰، ۱ و ... و ۶ می‌باشد. با دسته‌بندی این اعداد به صورت {۳, ۴} و {۲, ۵} و {۱, ۶} و {۰}، می‌توانیم باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد طبیعی بر ۷ را در یکی از این ۴ زیرمجموعه قرار دهیم. در نتیجه با انتخاب ۵ عدد طبیعی متمایز، باقی‌مانده‌ی تقسیم حداقل دو عدد از میان آنها در یکی از این زیرمجموعه‌ها قرار می‌گیرد. اگر این باقی‌مانده‌ها با هم برابر باشد، تفاضل آنها مضرب ۷ است در غیر این صورت مجموع آنها بر ۷ بخش‌پذیر است.

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، عضویت و زیرمجموعه بودن ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(سید وهید ذوالفقاری)

$$|A \Delta B| = |A \cup B| - |A \cap B|$$

$$\Rightarrow 6 = 12 - |A \cap B| \Rightarrow |A \cap B| = 6$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \Rightarrow 12 = 7 + |B| - 6 \Rightarrow |B| = 11$$

$$|B - A| = |B| - |A \cap B| = 11 - 6 = 5$$

(پیر و احتمال - مجموعه ها - صفحه های ۳۴ تا ۵۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد زیرمجموعه ها و مجموعه توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(سروش موئینی)

تعداد زیرمجموعه های سرهی مجموعه  $A$  برابر است با  $2^{|A|}$ . پس  $A$  دو عضو دارد و در نتیجه  $P(A)$  چهار عضوی است. بنابراین  $P(P(A)) = 2^4 = 16$  عضو دارد و  $2^{16}$  زیرمجموعه خواهد داشت.

(پیر و احتمال - مجموعه ها - صفحه های ۳۶ تا ۴۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سامان اسپهور)

$$A \cup B = \{\{\phi\}, \{a\}, a, \phi\}$$

مجموعه‌ی  $A \cup B$  دارای سه عضو است، پس ۸ زیرمجموعه دارد.

(پیر و افتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۳۶ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سیدوهید زوالفاری)

$$A_2 = [1, 5]$$

$$A_3 = [2, 6]$$

$$A_4 = [3, 7] \\ A_5 = [4, 8] \Rightarrow \bigcup_{n=2}^7 A_n = [1, 10] \Rightarrow k = 7$$

$$A_6 = [5, 9]$$

$$A_7 = [6, 10]$$

(پیر و افتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیرحسین ابومبوب)

$$A \cup \{\} \subseteq A \cap \{1, 2\} = A \cap \{1, 2\}$$

برقرار است و داریم:

$$\{\} \subseteq A \cup \{\} \subseteq A \cap \{1, 2\} \subseteq A \Rightarrow \{\} \subseteq A$$

$$A \subseteq A \cup \{\} \subseteq A \cap \{1, 2\} \subseteq \{1, 2\} \Rightarrow A \subseteq \{1, 2\}$$

بنابراین تنها مجموعه‌های ممکن برای  $A$  عبارتند از  $\{\}$  و  $\{1, 2\}$ .

(پیر و افتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سیدوهید زوالفاری)

$$A \cap [(B \cup A) \cap (A \cup C)] = A \cap [A \cup (B \cap C)]$$

$$\underline{B \cap C = X} \\ A \cap (A \cup X) = A$$

(پیر و افتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴ و ۵۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیرحسین ابومهوب)

- ۱)  $A - \{B\} = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{\{a, b\}\} = \{a, b, \{a\}\}$
- ۲)  $A - B = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{a, b\} = \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- ۳)  $A - \{A\} = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\} - \{\{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}\}$   
 $= A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$
- ۴)  $A \Delta B = (A - B) \cup (\underbrace{B - A}_{\emptyset}) = A - B = \{\{a\}, \{a, b\}\}$

بنابراین مجموعه  $\{A - \{A\}\}$  با داشتن ۴ عضو، دارای بیشترین تعداد عضو در میان مجموعه‌های داده شده است.

(پیر و احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

- ۱  ۲  ۳  ۴

(یاسین پیرسروانی)

$$\begin{aligned} (A' \Delta B)' &= ((A' - B) \cup (B - A'))' = ((A' \cap B') \cup (B \cap A))' \\ &= (A' \cap B')' \cap (A \cap B)' = (A \cup B) - (A \cap B) = A \Delta B \end{aligned}$$

(پیر و احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۵)

- ۱  ۲  ۳  ۴

ریاضی ، حسابان-گواه ، تقسیم چند جمله‌ای‌ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(سراسری ریاضی - ۱۰)

رابطه‌ی تقسیم را می‌نویسیم:

$$x^4 - ax^3 + x^2 + 2ax + 1 = (x+1)Q(x) + 4$$

اگر در بالا، به جای  $x$ ، مقدار ۱- قرار دهیم،  $a$  به دست می‌آید:

$$1 + a + 1 - 2a + 1 = 0 + 4 \Rightarrow a = -1$$

(حسابان - محاسبات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۶ تا ۸)

- ۱  ۲  ۳  ۴

ریاضی ، حسابان-گواه ، ویژگی‌ها و رسم توابع قدرمطلقی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۰۱۰۷

$$(1) x \geq 2 : x^2 - 2x < x - 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) < 0$$

غیره

$$(2) x < 2 : x^2 - 2x < 2 - x$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) < 0$$

لطفاً

بنابراین مجموعه جواب نامعادله، بازه‌ی  $(-1, 2)$  است.

(حسابان - مفاسبات هیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹ و ۴۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

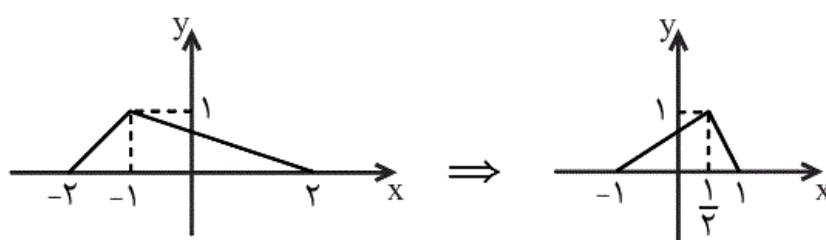
ریاضی ، حسابان-گواه ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

(کتاب آموزش حسابان - صفحه‌ی ۵۷ - سوال ۳۷)

-۹۳

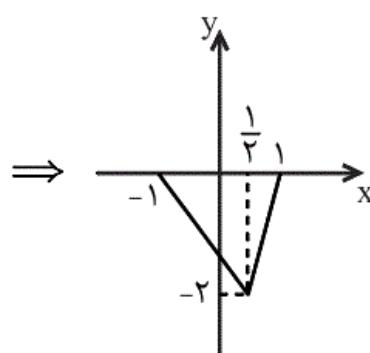
ابتدا نمودار  $y = f(x+1)$  را رسم می‌کنیم، سپس نمودار  $y = -2f(-2x+1)$

و درانتها  $y = -2f(-2x+1)$  را رسم می‌کنیم.



$$y=f(x+1)$$

$$y=f(-2x+1)$$



$$y=-2f(-2x+1)$$

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

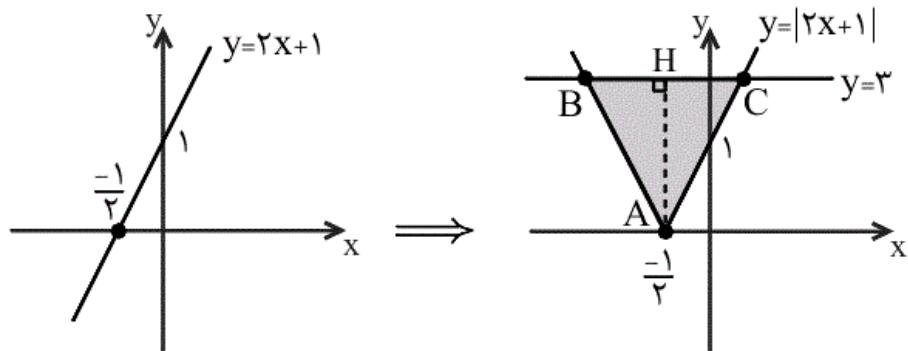
ریاضی ، حسابان-گواه ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + x \\ g(x) = \sqrt{4x+1} \end{cases} \Rightarrow (gof)(x) = g(f(x)) = \sqrt{4f(x)+1}$$

$$\Rightarrow (gof)(x) = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$$

یعنی می‌خواهیم مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار معادله‌ی

$y = |2x+1|$  و خط به معادله‌ی  $y = 3$  را به دست آوریم:



با توجه به شکل، مساحت مثلث ABC مورد نظر سؤال است که برای

به دست آوردن آن باید طول BC را محاسبه کنیم؛ برای این منظور باید

نقاط تقاطع خط  $y = |2x+1|$  با نمودار  $y = 3$  را مشخص کنیم:

$$\begin{cases} y = 3 \\ y = |2x+1| \end{cases} \Rightarrow |2x+1| = 3 \Rightarrow 2x+1 = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1 = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x_C = 1 \\ 2x+1 = -3 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow x_B = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC = x_C - x_B = 3$$

طول ارتفاع AH هم برابر ۳ است، پس خواهیم داشت:

$$S(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} = 4.5$$

(حسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ و ۶۹ تا ۷۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

راه حل اول: تابع  $fog$  را تشکیل می‌دهیم:

$$fog(x) = f(g(x)) = \sqrt{3 - \log_2^{(x^2 + 2x)}}$$

برای تعریف شدن لگاریتم باید  $x^2 + 2x > 0$  و برای تعریف شدن

رادیکال باید عبارت زیر رادیکال بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد، پس:

$$(*) x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 0 \quad (1)$$

$$(**) 3 - \log_2^{(x^2 + 2x)} \geq 0 \Rightarrow \log_2^{(x^2 + 2x)} \leq 3$$

با توجه به خواص لگاریتم، چون پایه‌ی لگاریتم بزرگ‌تر از 1 است، در

تبديل آن به توان، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند:

$$x^2 + 2x \leq 2^3 \Rightarrow x^2 + 2x \leq 8 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 4) \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \quad (2)$$

از اشتراک (1) و (2) خواهیم داشت:

$$D_{fog} = [-4, -2] \cup (0, 2]$$

✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع زوج و فرد ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

تابع فرد نسبت به مبدأ مختصات تقارن دارد، بنابراین  $f(x) + f(-x) = 0$

با انتخاب  $x = 1$  خواهیم داشت:

$$f(1) + f(-1) = 0$$

از طرفی:

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2 \quad \text{و} \quad f(-1) = -\sqrt{-a}$$

پس:

$$2 - \sqrt{-a} = 0 \Rightarrow \sqrt{-a} = 2 \Rightarrow -a = 4 \Rightarrow a = -4$$

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع صعودی و نزولی ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

برای آنکه برد تابع  $g \circ f$  را بیابیم، باید حدود تغییرات تابع  $g$  را در برد

تابع  $f$  بیابیم، لذا:

$$f(x) = [x] - x$$

می‌دانیم  $1 < [x] - x \leq 0$ ، پس بنابراین  $-1 < f(x) \leq 0$ ،

اما تابع  $g(x) = 2^x$ ، تابعی صعودی اکید است.

طبق تعریف تابع صعودی اکید، با اثر دادن آن بر نامساوی، جهت

نامساوی عوض نمی‌شود:

$$-1 < f(x) \leq 0 \Rightarrow g(-1) < g(f(x)) \leq g(0)$$

$$\Rightarrow 2^{-1} < g(f(x)) \leq 2^0 \Rightarrow \frac{1}{2} < g(f(x)) \leq 1$$

در نتیجه:

$$R_{g \circ f} = \left[ \frac{1}{2}, 1 \right]$$

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۷ و ۶۹ تا ۷۳ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

راه حل اول: نقطه‌ی  $f \in (1,1) \times (1,1)$  است، بنابراین  $f^{-1} \in (1,1)$ . تنها گزینه‌ای که این نقطه در آن صدق می‌کند، گزینه‌ی «۱» است.

راه حل دوم: برای ضابطه‌ی بالایی، داریم:

$$y = \sqrt{x}; x \geq 0 \Rightarrow y \geq 0.$$

$$y^2 = x \xrightarrow{\text{وارون}} y = x^2; x \geq 0.$$

برای ضابطه‌ی پایینی داریم:

$$y = -\sqrt{-x}; x < 0 \Rightarrow y < 0.$$

$$y^2 = -x \Rightarrow x = -y^2 \xrightarrow{\text{وارون}} y = -x^2; x < 0.$$

بنابراین ضابطه‌ی تابع وارون به صورت  $y = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ -x^2 & ; x < 0 \end{cases}$  و یا به

طور خلاصه  $y = x|x|; x \in \mathbb{R}$  است.

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، حسابان-گواه، توابع چند جمله‌ای و توابع متناوب، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

تابع در هر بازه‌ی  $(\pi, 2\pi), [0, \pi], [-\pi, 0]$  و ... یک شکل کامل

دارد، پس دوره‌ی تناوب  $T = \pi$  و از آنجا

$$|\mathbf{a}| = 2$$

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، حسابان-گواه، تابع پله‌ای و تابع جزء صحیح، تابع - ۱۳۹۶۰۱۰۷

$$f(x-f(x)) = f(x-[x]) = [x-[x]]$$

اما  $x - [x] < 1$  است، پس:

$$f(x-f(x)) = 0$$

(مسابان - تابع - صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

۱

۲

۳

۴ ✓