



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

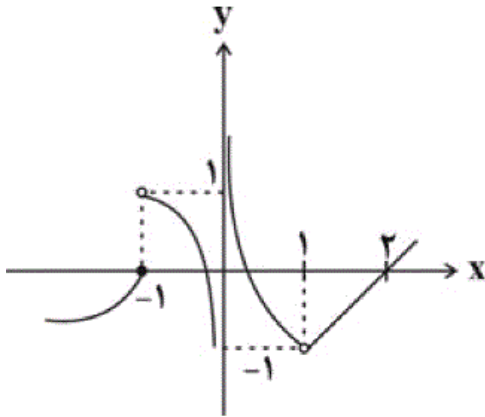
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی، ریاضی ۳، حد، حد پیوستگی - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۷۱- اگر شکل زیر مربوط به تابع $f(x)$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟



$$\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = 0 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| = 1 \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1) \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر تابع $f(x)$ در نقاط $x = 1$ و $x = 2$ حد داشته باشد، $b - a$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & , x < 1 \text{ یا } x > 2 \\ 2x & , 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

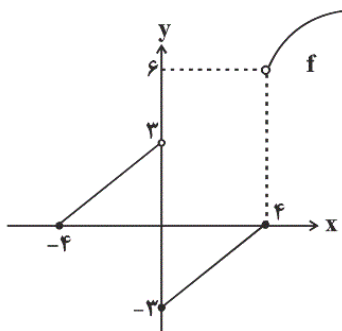
۱ (۲)

-۱ (۱)

-۲ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۷۳- با توجه به شکل مقابل، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4^+} (f(4 - x^2) + f(x^2))$ کدام است؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۶ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۴- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 3}{f(x) + 4} = -9$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

$-\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۵- در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{k \sin(x-1)}{x^2-1} & , 0 < x < 1 \\ \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) + k & , 1 \leq x < 2 \end{cases}$ مجموع حد چپ و حد راست تابع f در نقطه $x = 1$ برابر صفر است. k کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

۳ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

-۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4}) + \tan(x - \frac{\pi}{4})}{x^2 - \frac{\pi^2}{16}}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 4π (۳) $\frac{\pi^2}{16}$ (۴) $\frac{4}{\pi}$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\tan x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۷۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - 3x^2}{2 \sin \pi x}$ کدام است؟

- (۱) 3π (۲) $\frac{3}{\pi}$ (۳) 6π (۴) $\frac{6}{\pi}$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر $(2x-1)^2 \leq |f(x)+1|$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2f(x)-1}{2f(x)+1}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۱- به ازای کدام مقدار a ، تابع $f(x) = \begin{cases} 4 \sin \frac{x}{3} - \cos 2x & ; x > \frac{\pi}{2} \\ a \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + 2 & ; x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در مجموعه‌ی اعداد حقیقی دارای حد است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}-1$ (۳) $1-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-2\cos 2x}}{3ax}$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) وجود ندارد.

(۴) به مقدار a بستگی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۸۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^4 - x^2}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۴) ۴

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 + ax - 2} = -1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 + ax - 2}$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) -۴

(۴) -۱

(۳) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{3 - \sqrt{x+8}}$ کدام است؟

(۱) ۳۰

(۲) -۳۰

(۴) -۱۲

(۳) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر حاصل حد تابع $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{ax^3 - a}$ وقتی $x \rightarrow 1$ برابر ۲ باشد، حاصل حد تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow -1$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) -۲

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{ax + 4b}{x^2 - \sqrt{3x+10}} = -4$ ، آن گاه حاصل $a + b$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) ۳

(۴) ۶

(۳) $\frac{9}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- حاصل حد $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x+1}$ وقتی $x \rightarrow -1$ ، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۴) صفر

(۳) $\frac{1}{3}$

۸۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \cos 2x}}$ کدام است؟

- (۱) +۱
(۲) $-\infty$
(۳) $+\infty$
(۴) -۱

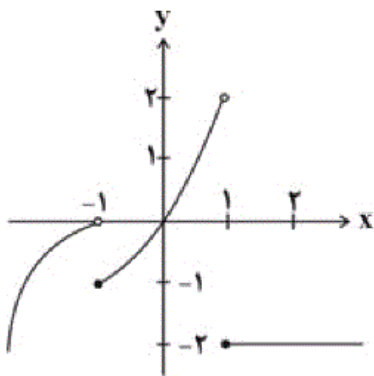
۹۰- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{\cos x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$
(۲) $-\frac{\pi}{2}$
(۳) $+\infty$
(۴) $-\infty$

شما پاسخ نداده اید

شما پاسخ نداده اید

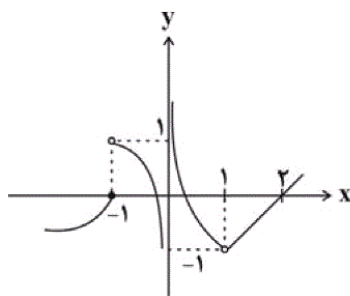
ریاضی ، ریاضی ۳-سوالات موازی ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۱۲۲۰



۹۱- شکل روبه‌رو نمودار تابع f است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)|$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) صفر
(۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید



۹۲- اگر شکل مقابل مربوط به تابع $f(x)$ باشد، کدام گزینه نا درست است؟

- (۱) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = 0$
(۲) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$
(۳) $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| = 1$
(۴) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1)$

شما پاسخ نداده اید

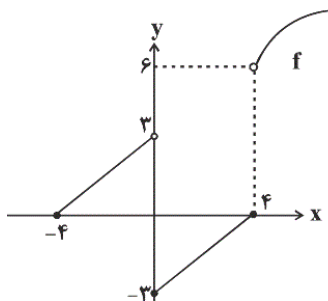
۹۳- اگر تابع $f(x)$ در نقاط $x = 1$ و $x = 2$ حد داشته باشد، $b - a$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & , x > 2 \text{ یا } x < 1 \\ 2x & , 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

- (۱) -۱
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۴- با توجه به شکل مقابل، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} (f(4-x^2) + f(x^2))$ کدام است؟



۹ (۱)

۱۰ (۲)

۶ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

|

۹۵- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-3}{f(x)+4} = -9$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

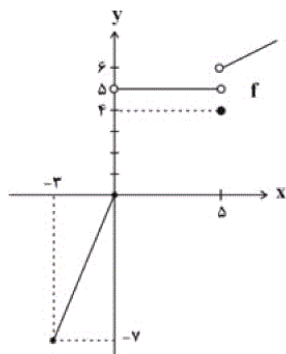
$-\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید



۹۶- با توجه به نمودار روبه‌رو، حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 4^-} f \circ f(x+1)$ کدام است؟

۴ (۱)

۵ (۲)

۶ (۳)

صفر (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ ، آن‌گاه تابع $(\frac{f}{g})(x)$ در نقطه‌ی $x=2$

(۱) حد دارد، ولی مقدار ندارد.

(۲) حد ندارد، ولی مقدار دارد.

(۳) حد دارد، مقدار هم دارد.

(۴) نه حد دارد و نه مقدار.

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{k \sin(x-1)}{x^2-1} & 0 < x < 1 \\ \cos(\frac{\pi x}{3}) + k & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ ، مجموع حد چپ و حد راست تابع f در نقطه‌ی $x=1$ برابر صفر است. k کدام است؟

$-\frac{1}{3}$ (۲)

-۳ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر حد $\lim_{x \rightarrow 0} (xf(x) - 1) = 2$ باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + \frac{2}{x}}{f(x) - \frac{1}{x}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) ۲

(۴) حد وجود ندارد.

(۳) $\frac{7}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \tan(\frac{2\pi}{3} - x) \cot(\frac{\pi}{3} - x)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۱

(۴) -۳

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin(x - \frac{\pi}{4})}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- حاصل حد $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4}) + \tan(x - \frac{\pi}{4})}{x^2 - \frac{\pi^2}{16}}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) 4π

(۳) $\frac{\pi^2}{16}$

(۴) $\frac{4}{\pi}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\tan x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - 3x^2}{2 \sin \pi x}$ کدام است؟

(۱) 3π

(۲) $\frac{3}{\pi}$

(۴) $\frac{6}{\pi}$

(۳) 6π

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin(3x - \frac{\pi}{2})}{2x - \frac{\pi}{3}}$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2kx}{3 \cos kx \sin 2x} = 3$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) ۹
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x) = \begin{cases} 4 \sin \frac{x}{3} - \cos 2x & ; x > \frac{\pi}{2} \\ a \cos \frac{x}{3} + \sin \frac{x}{3} + 2 & ; x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در مجموعه اعداد حقیقی دارای حد است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۲) $\sqrt{2} - 1$
(۳) $1 - \sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- با فرض آن که $-2 \leq x \leq 2$ باشد، اگر داشته باشیم: $\sqrt{9 - 2x^2} \leq f(x) - 2 \cos x \leq \sqrt{9 - x^2}$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۸
(۳) ۵
(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + 3) \leq 5(x - 2)^2$ کدام است؟

- (۱) -۳
(۲) صفر
(۳) ۲
(۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(عمید علیزاده)

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

چون حد چپ و راست تابع در نقطه‌ی مورد نظر برابر نیست. در نتیجه:

حد مورد نظر موجود نیست.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(عمید علیزاده)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = a + b, \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x = 2 \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (ax + b) = 2a + b, \lim_{x \rightarrow 2^-} 2x = 4 \Rightarrow 2a + b = 4 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow b - a = -2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

(امیر زرندوز)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} (f(4-x^2) + f(x^2)) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(4-x^2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x^2) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \\ &= 3 + 6 = 9 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 3}{f(x) + 4} &= \frac{2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3}{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 4} \\ \xrightarrow{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L} &\frac{2L - 3}{L + 4} = -9 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2L - 3 = -9L - 36 \Rightarrow 11L = -33 \Rightarrow L = -3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{k \sin(x-1)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{k(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{k}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) + k &= \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + k = \frac{1}{2} + k \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{2} + \frac{1}{2} + k = 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{(x - \frac{\pi}{4})} + \frac{\tan(x - \frac{\pi}{4})}{(x - \frac{\pi}{4})}}{x^2 - \frac{\pi^2}{16}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(x - \frac{\pi}{4}) + (x - \frac{\pi}{4})}{(x - \frac{\pi}{4})(x + \frac{\pi}{4})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2(x - \frac{\pi}{4})}{(x - \frac{\pi}{4})(x + \frac{\pi}{4})} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2}{x + \frac{\pi}{4}} = \frac{4}{\pi}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبغی)

با توجه به تعریف $\tan x$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} \times (1 + \sqrt{\frac{1}{\cos x}})}{\sqrt{x}(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{\sin x}{x}} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{\cos x}}}{x+1}$$

$$= 1 \times \frac{1+1}{0+1} = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{cases} x-1=t \Rightarrow x=t+1 \\ x \rightarrow 1 \Rightarrow t \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-3x^2}{2 \sin \pi x} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1-x^2)}{2 \sin \pi x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3(1-(t+1)^2)}{2 \sin \pi(t+1)} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3-3t^2-6t-3}{2 \sin(\pi t + \pi)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-3t^2-6t}{\frac{-2 \sin \pi t}{\pi t} \times \pi t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t(3t+6)}{-2\pi t} \\ &= \frac{3(0)+6}{2\pi} = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زراندوز)

-۷۹

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin x \cos x}{x^2 \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^2 \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \\ &= 1 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} \times 1 = 2 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسن نصرتی ناهوک)

-۸۰

$$\begin{aligned} |f(x)+1| \leq (2x-1)^2 &\Rightarrow -(2x-1)^2 \leq f(x)+1 \leq (2x-1)^2 \\ &\Rightarrow -(2x-1)^2 - 1 \leq f(x) \leq (2x-1)^2 - 1 \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (-(2x-1)^2 - 1) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} ((2x-1)^2 - 1) = -1 \\ &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2f(x)-1}{2f(x)+1} \\ &= \frac{2(-1)-1}{2(-1)+1} = \frac{-3}{-1} = 3 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ و ۸۷ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} (\sqrt{x} \sin \frac{x}{2} - \cos 2x)$$

$$= \sqrt{x} \sin \frac{\pi}{2} - \cos \pi = \sqrt{x} - (-1) = \sqrt{x} + 1 = 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} (a \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + 2)$$

$$= a \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} + 2$$

$$= a \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow a \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = 2 \Rightarrow (a+1) \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow a+1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۶)

۴

۳

۲

۱

(ابراهیم نبغی)

-۸۲

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-2\cos 2x}}{3ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2(1-\cos 2x)}}{3ax} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2 \sin^2 x}}{3ax}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} |\sin x|}{3ax} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \sin x}{3ax} = \frac{2}{3a} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin x}{3ax} = \frac{-2}{3a} \end{cases}$$

با توجه به این که حد چپ و حد راست تابع مورد نظر در نقطه‌ی $x=0$ برابر نیستند، پس تابع در این نقطه حد ندارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱

(کامران اجمالی)

-۸۳

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1)}{x^2(x^2 - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2} = 3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - x^2 - 4x + 4}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2(x-1) - 4(x-1)}{x^2 + x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 - 4)(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)(x-1)}{(x+2)(x-1)} = -4$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

(معمد بگیری)

-۸۵

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{3 - \sqrt{x+8}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+2)}{3 - \sqrt{x+8}} \times \frac{3 + \sqrt{x+8}}{3 + \sqrt{x+8}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+2)(3 + \sqrt{x+8})}{9 - x - 8} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+2)(3 + \sqrt{x+8})}{1 - x}$$

$$= -5 \times 6 = -30$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱

(میلاد منصوری)

-۸۶

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{ax^3 - a} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{a(x^3 - 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+2)(x-1)}{a(x-1)(x^2 + x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{a(x^2 + x + 1)} = \frac{3}{3a} = \frac{1}{a} = 2$$

بنابراین $a = \frac{1}{2}$. پس:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 + x - 2}{ax^3 - a} = \frac{-2}{-2a} = \frac{1}{a} \stackrel{a = \frac{1}{2}}{=} 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

هنگامیکه $x \rightarrow -2$ ، حد $2 - \sqrt{3x+10}$ برابر صفر است. چون حد تابع وقتی $x \rightarrow -2$ ، برابر عددی حقیقی و مخالف صفر است، پس قطعاً حد صورت نیز وقتی $x \rightarrow -2$ ، برابر صفر است. داریم:

$$a(-2) + 4b = 0 \Rightarrow 2a = 4b \Rightarrow a = 2b$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2bx + 4b}{2 - \sqrt{3x+10}} = -4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2b(x+2)}{2 - \sqrt{3x+10}} \times \frac{2 + \sqrt{3x+10}}{2 + \sqrt{3x+10}} = -4$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2b(x+2)(2 + \sqrt{3x+10})}{4 - (3x+10)} = -4 \Rightarrow \frac{2b(4)}{-3} = -4 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(مهدی ملارمضانی)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x+1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x+1} \times \frac{(\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x})}{(\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x})} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt[3]{x})^3 + 1^3}{(x+1)(\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{(x+1)(3)} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(حمید علیزاده)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\tan x}{\sqrt{1 + \cos 2x}} = \frac{-\infty}{\sqrt{1 + (-1)^+}} = \frac{-\infty}{\sqrt{0^+}} = \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

(کریم نصیری)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{\cos x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

توجه کنید که وقتی $x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+$ ، مقادیر $\cos x$ در ناحیه‌ی دوم (در

نزدیکی $(\frac{\pi}{2})$ بوده و منفی می‌باشد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

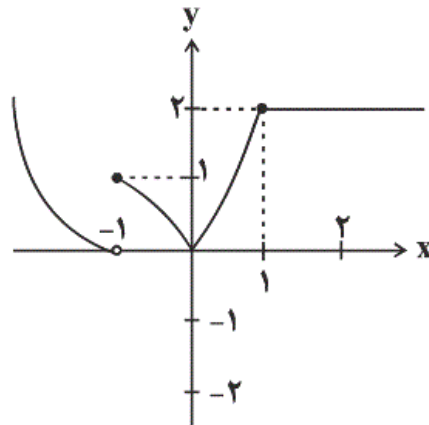
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۳-سوالات موازی ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۱۲۲۰



$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} |f(x)| = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} |f(x)| = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید علیزاده)

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

چون حد چپ و راست تابع در نقطه‌ی مورد نظر برابر نیست. در نتیجه:

حد مورد نظر موجود نیست.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = a + b, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x = 2 \Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (ax + b) = 2a + b, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} 2x = 4 \Rightarrow 2a + b = 4 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow b - a = -2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زراندوز)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (f(4 - x^2) + f(x^2)) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(4 - x^2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x^2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$$

$$= 3 + 6 = 9$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 3}{f(x) + 4} = \frac{2(\lim_{x \rightarrow 2} f(x)) - 3}{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + 4}$$

$$\xrightarrow{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L} \frac{2L - 3}{L + 4} = -9$$

$$\Rightarrow 2L - 3 = -9L - 36 \Rightarrow 11L = -33 \Rightarrow L = -3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

(میلاد منصوری)

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(f(x))$$

اگر $x \rightarrow 5^-$ آن‌گاه تابع $y = f(x)$ تابعی ثابت است و بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(f(x)) = f(5) = 4$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

(امیر زرانروز)

$$D_{\frac{f}{g}} = (D_f \cap D_g) - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$= ((\mathbb{R} - \{2\}) \cap (\mathbb{R} - \{2\})) - \{ \} = \mathbb{R} - \{2\}$$

پس تابع $\frac{f}{g}$ در $x=2$ مقدار ندارد. چون $x=2$ در دامنه‌ی $\frac{f}{g}$ وجود ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{x-3}{x-2}}{\frac{x-2}{\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-2)}{\sqrt{x}(x-2)} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

پس حد $\frac{f}{g}$ در $x=2$ وجود دارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$\Rightarrow \frac{k}{2} + \frac{1}{2} + k = 0 \Rightarrow k = -\frac{1}{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۶)

۴

۳

۲

۱

(میلاد منصوری)

-۹۹

$$\lim_{x \rightarrow 0} (xf(x) - 1) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} xf(x) = 3$$

در این صورت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + \frac{2}{x}}{f(x) - \frac{1}{x}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) + 2}{xf(x) - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) + 2}{xf(x) - 1} = \frac{3 + 2}{3 - 1} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

-۱۰۰

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \tan\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) \cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$= \tan\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) \cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = (\sqrt{3})(\sqrt{3}) = 3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱

با استفاده از روابط مثلثاتی داریم:

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sqrt{2})(-1)(\cos x + \sin x) = (-\sqrt{2})(\sqrt{2}) = -2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید علیزاده)

-۱۰۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} + \frac{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}}{x^2 - \frac{\pi^2}{16}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2}{\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{4}{\pi}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به تعریف $\tan x$ داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x}}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\sin x} \times (1 + \sqrt{\frac{1}{\cos x}})}{\sqrt{x}(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{\sin x}{x}} \times \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 + \sqrt{\frac{1}{\cos x}}}{x+1} = 1 \times \frac{1+1}{0+1} = 2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زرانروز)

از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} x-1 = t \Rightarrow x = t+1 \\ x \rightarrow 1 \Rightarrow t \rightarrow 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - 3x^2}{2 \sin \pi x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1-x^2)}{2 \sin \pi x} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3(1-(t+1)^2)}{2 \sin \pi(t+1)}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3 - 3t^2 - 6t - 3}{2 \sin(\pi t + \pi)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-3t^2 - 6t}{\frac{-2 \sin \pi t}{\pi t} \times \pi t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-t(3t+6)}{-2\pi t}$$

$$= \frac{3(0)+6}{2\pi} = \frac{6}{2\pi} = \frac{3}{\pi}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin x \cos x}{x^3 \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1 - \cos x)}{x^3 \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \\ &= 1 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} \times 1 = 2 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد بصیرایی)

با فرض $x - \frac{\pi}{6} = t$ داریم:

$$\begin{aligned} x - \frac{\pi}{6} = t &\Rightarrow x = t + \frac{\pi}{6} \\ x \rightarrow \frac{\pi}{6} &\Rightarrow t \rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)}{2x - \frac{\pi}{3}} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin 3t}{2t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{3 \sin 3t}{3t} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 3t}{3t} \times 3 = 1 \times 3 = 3 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2kx}{3 \cos kx \sin 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2kx}{2kx} \times \frac{k}{3 \cos kx} \times \frac{2x}{\sin 2x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2kx}{2kx} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{k}{3 \cos kx} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 2x} = 1 \times \frac{k}{3} \times 1 = \frac{k}{3} \\ \Rightarrow \frac{k}{3} &= 3 \Rightarrow k = 9 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(ابراهیم نبغی)

با توجه به این که هر دو ضابطه‌ی تابع f در دامنه‌ی خود دارای حد هستند، تنها نقطه‌ی مورد بررسی، نقطه‌ی مرزی $x = \frac{\pi}{4}$ است که باید حد راست و حد چپ تابع f در این نقطه با هم برابر باشند، تا تابع در R دارای حد باشد:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \left(4 \sin \frac{x}{3} - \cos 2x \right) \\ &= 4 \sin \frac{\pi}{6} - \cos \pi = 4 \left(\frac{1}{2} \right) - (-1) = 2 + 1 = 3 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \left(a \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + 2 \right) \\ &= a \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} + 2 \\ &= a \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1), (2) \rightarrow a \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 &= 3 \Rightarrow (a+1) \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \\ \Rightarrow a+1 &= \sqrt{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} - 1 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۶)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

(امیر زراندوز)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{9 - x^2} = \sqrt{9 - 0} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{9 - 2x^2} = \sqrt{9 - 0} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{طبق قضیه فشردگی}} \lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - 2 \cos x) = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) - 2 \cos 0 = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید علیزاده)

$$|f(x) + 3| \leq \delta(x - 2)^2 \Rightarrow -\delta(x - 2)^2 \leq f(x) + 3 \leq \delta(x - 2)^2$$

$$\Rightarrow -\delta(x - 2)^2 - 3 \leq f(x) \leq \delta(x - 2)^2 - 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (-\delta(x - 2)^2 - 3) \leq \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow 2} (\delta(x - 2)^2 - 3)$$

$$\Rightarrow -3 \leq \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \leq -3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

www.kanoon.ir