



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

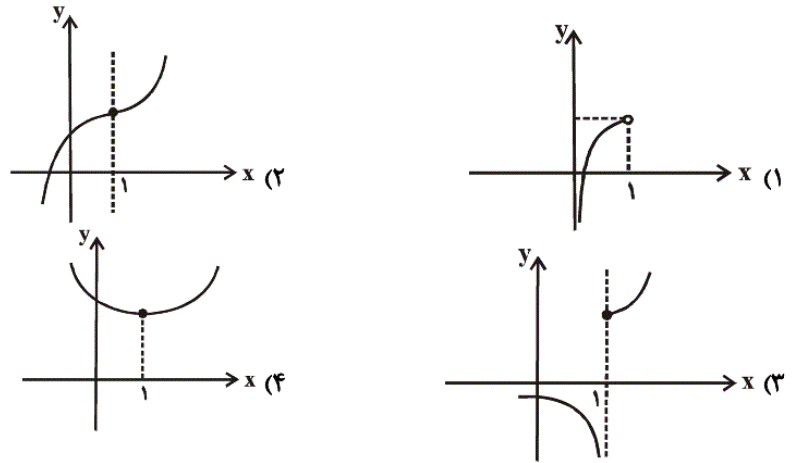
...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۶۱- کدام یک از نمودارهای زیر نشان دهنده تابعی است که در نقطه‌ی $x = 1$ حد راست دارد ولی حد چپ ندارد؟



شما پاسخ نداده اید

۶۲- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; |x| \geq 1 \\ -\frac{1}{x} & ; |x| < 1 \end{cases}$ در چند نقطه حد ندارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۳- اگر $f(x) = \begin{cases} (x^2 - 1)^2 - 1 & ; x \in \mathbb{Z} \\ 3 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، آن گاه $\lim_{x \rightarrow (-1)} (f \circ f)(x)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۴- متحرکی روی محور x ها به گونه‌ای حرکت می‌کند که در هر لحظه t ($t \geq 0$) در مکان $x(t)$ به صورت $x(t) = t^2 - 4t$ قرار دارد. در این صورت سرعت لحظه‌ای متحرک در لحظه‌ی $t = 3$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۵- تابع $f(x) = \frac{x^2}{|x|} + \frac{|x-1|}{x-1}$ در چند نقطه حد ندارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۶- چه تعداد از توابع زیر در $x = 0$ حد دارند؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- الف) $f(x) = x - [x]$ ب) $g(x) = \frac{|x|}{x}$ ج) $h(x) = \frac{1}{x}$
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر $\cot a = \frac{1}{3}$ آن گاه حاصل عبارت $A = (1 + \sin 4a)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۰/۰۸

شما پاسخ نداده اید

۶۸- حاصل عبارت $1 + \sin 5^\circ + \sin 1^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\sin^2 1^\circ$ (۲) $2 \sin^2 1^\circ$ (۳) $2 \cos^2 1^\circ$ (۴) $\cos^2 1^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- اگر $\cos(x+y) = 0/6$ و $\cos(x-y) = 0/4$ ، آن گاه حاصل $\cot x \cot y$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) -۵ (۴) -۲

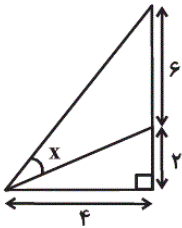
شما پاسخ نداده اید

۷۰- در معادله $\cot x + (-m)\tan x = 3m$ ، حدود m برای این که معادله جواب داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $m \geq -1$ (۲) $m \geq 0$ یا $m \leq -\frac{4}{9}$
 (۳) $m > 0$ یا $m \leq -\frac{4}{9}$ (۴) $-\frac{4}{9} \leq m \leq 0$

شما پاسخ نداده اید

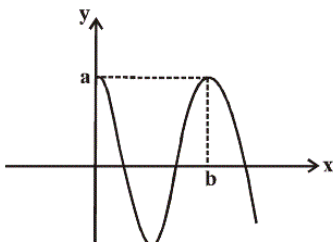
۷۱- در شکل مقابل، $\tan x$ کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) $\frac{4}{3}$
 (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر قسمتی از نمودار تابع $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ به صورت مقابل باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟



- (۱) $(2, 2\pi)$
 (۲) $(1, 2\pi)$
 (۳) $(2, \pi)$
 (۴) $(1, \pi)$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر زاویه‌ای در ناحیه‌ی دوم دایره‌ی مثلثاتی و $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ باشد، $\tan \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $1/5$ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۷۴- دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(\frac{\pi x}{4}) + 2 \cot(\frac{\pi x}{4})$ کدام است؟

- (۱) $\{x | x \neq 2k, k \in Z\}$ (۲) $\{x | x \neq 2k+1, k \in Z\}$
 (۳) $R-Z$ (۴) Z

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر $\sin 1^\circ + \sin 7^\circ = a$ باشد، آن گاه $\cos 5^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ (۲) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ (۴) $a\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- نقاط پایانی جواب‌های معادله‌ی $\tan x + \cot x = 4$ روی دایره‌ی مثلثاتی، نشان‌دهنده‌ی کدام چند ضلعی است؟

(۱) مثلث متساوی‌الاضلاع

(۲) مستطیل

(۳) پنج‌ضلعی منتظم

(۴) لوزی

شما پاسخ نداده اید

۷۷- تعداد جواب‌های معادله‌ی $\frac{\cos 2x(1 + \sin 2x)}{\sin x + \cos x} = 0$ در فاصله‌ی $[0, \pi]$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۷۸- جواب کلی معادله‌ی $\cot 2x + \cot x = \tan x + 3$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

(۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

(۴) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(\sin^{-1}|x|)$ کدام است؟ ($[\]$ ، علامت جزء صحیح است.)

(۱) $[-1, 1]$

(۲) $[-1, 2)$

(۳) $[0, 1)$

(۴) $[0, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر $A = \tan^{-1}(2 + \sqrt{3}) + \tan^{-1}(2 - \sqrt{3})$ و $B = \sin^{-1}(2 - \sqrt{3}) + \cos^{-1}(2 - \sqrt{3})$ آن‌گاه حاصل $A + B$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) π

(۴) $\frac{3\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۱۰۱- دو دایره‌ی $C(O, 2)$ و $C'(O', 3)$ را در نظر بگیرید. اگر $OO' = 5$ ، آن‌گاه این دو دایره چند مماس مشترک دارند؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

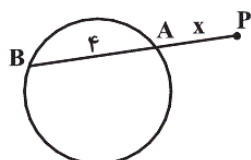
۱۰۲- قطر دایره‌ای را به اندازه‌ی نصف شعاع آن امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی A برسیم. طول مماس رسم شده بر دایره از نقطه‌ی A، چند برابر شعاع دایره

است؟

- (۱) ۱
 (۲) $\sqrt{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در شکل زیر وتر AB به طول ۴ را تا نقطه‌ی P امتداد داده‌ایم، به طوری که نزدیک‌ترین و دورترین فاصله‌ی P از نقاط واقع بر دایره ۱ و ۱۲ است.

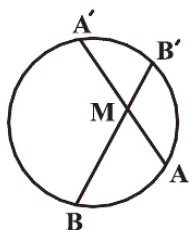


طول PA کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
 (۲) ۲
 (۳) $\frac{2}{5}$
 (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

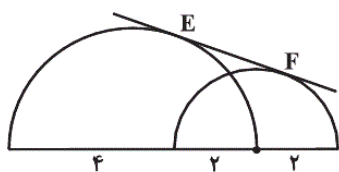
۱۰۴- در شکل زیر $MA = 4$ ، $MB = 6$ و طول MA' یک واحد از طول MB' بیش‌تر است. طول BB' چند برابر طول AA' است؟



- (۱) ۱
 (۲) $\frac{8}{7}$
 (۳) $\frac{9}{8}$
 (۴) $\frac{7}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- مطابق شکل، EF بر هر دو نیم‌دایره مماس است. طول EF کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{2}$
 (۲) $\sqrt{6}$
 (۳) $\sqrt{7}$
 (۴) $\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- دو دایره‌ی $C(O, 4)$ و $C'(O', 3)$ برون یکدیگر قرار دارند. اگر بیش‌ترین فاصله‌ی بین نقاط این دو دایره برابر ۱۶ باشد، آن‌گاه اندازه‌ی مماس مشترک

درونی آن‌ها کدام است؟

- (۱) $4\sqrt{2}$
 (۲) $2\sqrt{6}$
 (۳) $3\sqrt{3}$
 (۴) $4\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- فاصله‌ی هر نقطه از تصویرش تحت تبدیل $T(x,y) = (3+x, y-4)$ کدام است؟

(۱) مقدار ثابتی نیست. (۲) ۱

(۳) ۵ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- تحت یک بازتاب محوری، نقطه‌ی $(-2, 1)$ روی نقطه‌ی $(3, -1/5)$ تصویر می‌شود. محور این بازتاب، با چه عرضی محور y ها را قطع می‌کند؟

(۱) $0/25$ (۲) -1

(۳) $-1/25$ (۴) $0/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- معادله‌ی مکان هندسی بازتاب نقطه‌ی $(2, 1)$ نسبت به نقاط واقع بر نیمساز ربع دوم و چهارم، کدام است؟

(۱) $x + y + 1/5 = 0$ (۲) $x + y + 3 = 0$

(۳) $x + y + 4/5 = 0$ (۴) $x + y + 6 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نقطه‌ی $A(a, b)$ تحت دوران $+90^\circ$ به مرکز مبدأ مختصات به نقطه‌ی $B(5, a)$ و نقطه‌ی B تحت دوران -270° به مرکز مبدأ به نقطه‌ی $C(b, c)$

تصویر می‌شود. $a + b + c$ کدام است؟

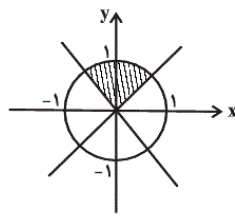
(۱) ۱۵ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

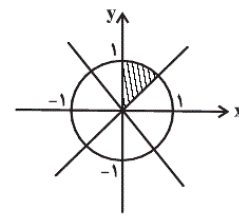
شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۵۱۲۲۰

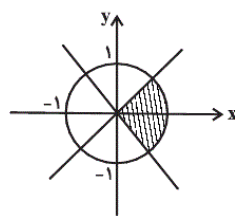
۱۲۱- نمودار رابطه $A = \{(x,y) | x,y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 1, y > |x|\}$ به کدام صورت است؟



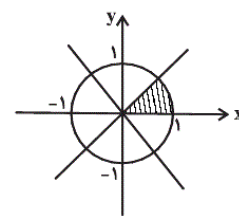
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در صورتی که $|A \times B| = 24$ و $|A \times C| = 18$ ، آنگاه مجموعه $B \times C$ حداقل چند عضو دارد؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در کدام یک از روابط زیر که همگی روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده‌اند، تنها یکی از سه ویژگی بازتابی، تقارنی و تعدی برقرار است؟

$xRy \Leftrightarrow y = x + 3$ (۲)

$xRy \Leftrightarrow x \leq y$ (۱)

$xRy \Leftrightarrow y = |x|$ (۴)

$xRy \Leftrightarrow 2x + 3y = 5$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- یک مجموعه‌ی شش عضوی را به چند طریق می‌توان افزایش نمود به گونه‌ای که هر افزایش شامل سه مجموعه‌ی دو عضوی باشد؟

۱۲ (۴)

۹۰ (۳)

۴۵ (۲)

۱۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- رابطه‌ی بخش‌پذیری روی کدام یک از مجموعه‌های زیر هم‌ارزی است؟

(۲) مجموعه اعداد زوج یک رقمی

(۱) مجموعه اعداد صحیح یک رقمی

(۴) مجموعه اعداد اول یک رقمی

(۳) مجموعه اعداد فرد یک رقمی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- رابطه R در Z که به صورت $xRy \Leftrightarrow 3|x - y|$ تعریف شده است، یک رابطه‌ی هم‌ارزی می‌باشد. کدام یک از اعداد زیر در $[2]$ قرار ندارد؟

۱۷ (۴)

۲۲ (۳)

۸ (۲)

-۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- تاسی را می‌اندازیم و هر عددی آمد، به همان تعداد سکه می‌اندازیم. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای در کل برآمدهای این آزمایش کدام است؟

۱۲۶ (۴)

۶۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر رو بیاید آنگاه یک تاس می‌ریزیم و اگر پشت بیاید، سکه را دو بار دیگر پرتاب می‌کنیم. پیشامد A که در آن دقیقاً یک بار

سکه رو بیاید یا دقیقاً یک بار سکه پشت بیاید چند عضو دارد؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- چرخ ارابه‌ای به قطر ۸ متر را در داخل باغچه‌ای مستطیل شکل به ابعاد 14×12 متر پرتاب می‌کنیم. به طوریکه مرکز چرخ داخل باغچه قرار گیرد.

مساحت پیشامد این که کل چرخ داخل باغچه قرار گیرد، چه قدر است؟

۱۲ (۴)

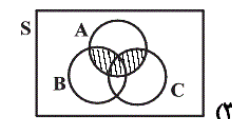
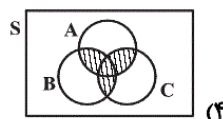
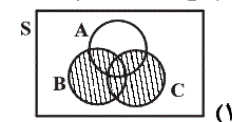
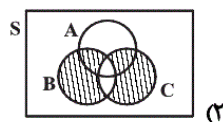
۳۰ (۳)

۲۴ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- A، B و C، سه پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند. نمودار هندسی پیشامدی که در آن پیشامدهای A و B با هم رخ دهند یا پیشامدهای A و C با هم رخ دهند، کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۸۱- معادله $\tan 2x \tan 3x = -1$ در بازه $(-2\pi, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۲- معادله مثلثاتی $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2 \sin x \cos 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) ۳

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر $\cos x = \frac{2}{3}$ و انتهای کمان x در ربع چهارم باشد، حاصل $A = \frac{1 + \tan^2(\frac{\pi}{4} - x)}{1 - \tan^2(\frac{\pi}{4} - x)}$ کدام است؟

(۲) $\frac{9\sqrt{5}}{10}$

(۱) $\frac{-9\sqrt{5}}{20}$

(۴) $\frac{-9\sqrt{5}}{10}$

(۳) $\frac{9\sqrt{5}}{20}$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- حاصل عبارت $(\frac{1}{4} - \cos^2 \frac{\pi}{18}) \sin \frac{\pi}{18}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $-\frac{1}{4}$
 (۳) $-\frac{1}{8}$
 (۴) $\frac{1}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر $0 \leq x \leq 2\pi$ باشد، معادله‌ی $(\sin^2 x - \cos^2 x) = 3 \sin^2 x + \frac{3}{2} \sin 2x$ دارای چند جواب در ربع دوم می‌باشد؟

- (۱) هیچ
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۶- حاصل عبارت $\frac{\tan \frac{\pi}{12} - \cot \frac{\pi}{12}}{\tan \frac{\pi}{12} + \cot \frac{\pi}{12}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $-\frac{1}{2}$
 (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $\sin a + \cos b = \frac{2}{3}$ و $\cos a + \sin b = \frac{2}{3}$ ، آن‌گاه $\sin(a+b)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{72}$
 (۲) $\frac{13}{48}$
 (۳) $\frac{25}{36}$
 (۴) $\frac{25}{72}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- حاصل $\sin(3 \cos^{-1} \frac{\sqrt{5}}{3})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{27}$
 (۲) $\frac{13}{27}$
 (۳) $\frac{22}{27}$
 (۴) $\frac{26}{27}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- حاصل $\cos^{-1}(\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12})$ کدام است؟

$\frac{\pi}{3}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

$\frac{2\pi}{3}$ (۴)

$\frac{2\pi}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۰- برد تابع $f(x) = \sin^{-1} x + \cos^{-1}(\frac{1}{x})$ شامل چند عضو است؟

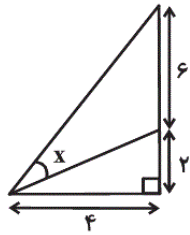
۲ (۲)

۱ (۱)

بی شمار (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۹۱- در شکل مقابل، $\tan x$ کدام است؟

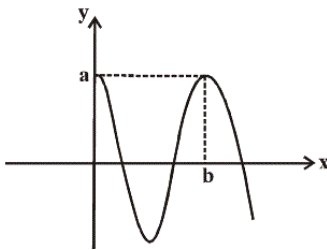
$\frac{4}{3}$ (۲)

۲ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۹۲- اگر قسمتی از نمودار تابع $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ به صورت مقابل باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟

$(2, 2\pi)$ (۱)

$(1, 2\pi)$ (۲)

$(2, \pi)$ (۳)

$(1, \pi)$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱

۹۳- اگر α زاویه‌ای در ناحیه‌ی دوم دایره‌ی مثلثاتی و $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ باشد، $\tan \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۲)

۳ (۱)

۴ (۴)

$1/5$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(\frac{\pi x}{2}) + 2 \cot(\frac{\pi x}{2})$ کدام است؟

$\{x \mid x \neq 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ (۲)

$\{x \mid x \neq 2k, k \in \mathbb{Z}\}$ (۱)

\mathbb{Z} (۴)

$\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $\sin 10^\circ + \sin 70^\circ = a$ باشد، آن گاه $\cos 50^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

(۴) $a\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- نقاط پایانی جواب‌های معادله‌ی $\tan x + \cot x = 4$ روی دایره‌ی مثلثاتی، نشان‌دهنده‌ی کدام چند ضلعی است؟

(۱) مثلث متساوی‌الاضلاع

(۲) مستطیل

(۳) پنج‌ضلعی منتظم

(۴) لوزی

شما پاسخ نداده اید

۹۷- تعداد جواب‌های معادله‌ی $\frac{\cos 2x(1 + \sin 2x)}{\sin x + \cos x} = 0$ در فاصله‌ی $[0, \pi]$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۸- جواب کلی معادله‌ی $\cot 2x + \cot x = \tan x + 3$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$

(۲) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

(۴) $k\pi - \frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(\sin^{-1}[x])$ کدام است؟ (، علامت جزء صحیح است.)

(۱) $[-1, 1]$

(۲) $[-1, 2)$

(۳) $[0, 1)$

(۴) $[0, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر $A = \tan^{-1}(2 + \sqrt{3}) + \tan^{-1}(2 - \sqrt{3})$ و $B = \sin^{-1}(2 - \sqrt{3}) + \cos^{-1}(2 - \sqrt{3})$ آن گاه حاصل $A + B$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) π

(۴) $\frac{2\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- دو دایره‌ی $C(O, 2)$ و $C'(O', 3)$ را در نظر بگیرید. اگر $OO' = 5$ ، آن‌گاه این دو دایره چند مماس مشترک دارند؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- قطر دایره‌ای را به اندازه‌ی نصف شعاع آن امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی A برسیم. طول مماس رسم شده بر دایره از نقطه‌ی A ، چند برابر شعاع دایره

است؟

$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

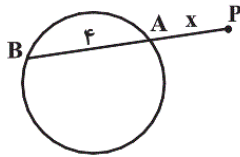
$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- در شکل زیر وتر AB به طول ۴ را تا نقطه‌ی P امتداد داده‌ایم، به طوری که نزدیک‌ترین و دورترین فاصله‌ی P از نقاط واقع بر دایره ۱ و ۱۲ است.

طول PA کدام است؟



۲ (۲)

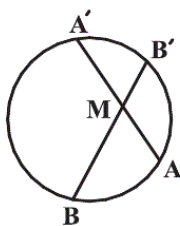
$1/5$ (۱)

۳ (۴)

$2/5$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در شکل زیر $MA = 4$ ، $MB = 6$ و طول MA' یک واحد از طول MB' بیش‌تر است. طول BB' چند برابر طول AA' است؟



$\frac{8}{7}$ (۲)

۱ (۱)

$\frac{7}{6}$ (۴)

$\frac{9}{8}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- دایره‌ی $C(O, R)$ و نقطه‌ی M را در خارج آن در نظر می‌گیریم. دایره‌ای به قطر OM ، دایره‌ی C را در دو نقطه‌ی A و B قطع می‌کند، کدام

گزینه نادرست است؟

(۲) OM نیمساز زاویه‌ی AMB است.

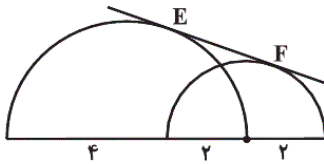
(۱) مثلث OAM متساوی‌الساقین است.

(۴) OM بر AB عمود است.

(۳) MA بر دایره‌ی C مماس است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مطابق شکل، EF بر هر دو نیم‌دایره مماس است. طول EF کدام است؟



$\sqrt{6}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

$\sqrt{5}$ (۴)

$\sqrt{7}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۱۰ سانتی‌متر مفروض است. اگر مماس‌های مشترک خارجی این دو دایره بر هم عمود باشند، آنگاه طول خط‌المركزین آن‌ها کدام

است؟

$6\sqrt{2}$ (۲)

$5/5$ (۱)

$5\sqrt{2}$ (۴)

$6/5$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- دو دایره‌ی $C(O, 4)$ و $C'(O', 3)$ برون یکدیگر قرار دارند. اگر بیش‌ترین فاصله‌ی بین نقاط این دو دایره برابر ۱۶ باشد، آنگاه اندازه‌ی مماس مشترک

درونی آن‌ها کدام است؟

$2\sqrt{6}$ (۲)

$4\sqrt{2}$ (۱)

$4\sqrt{5}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- دو نقطه‌ی A' و B' به ترتیب تصویر نقطه‌ی $A = (1, 2)$ تحت نگاشت تصویر قائم روی محور x ها و تصویر نقطه‌ی $B = (2, 3)$ تحت نگاشت تصویر

قائم روی محور y ها هستند. طول $A'B'$ کدام است؟

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

$\sqrt{13}$ (۴)

$\sqrt{10}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- فاصله‌ی هر نقطه از تصویرش تحت تبدیل $T(x, y) = (3 + x, y - 4)$ کدام است؟

۱ (۲)

(۱) مقدار ثابتی نیست.

۷ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۶۱

(میثم همزه لوثی)

در گزینه‌های «۲» و «۴» تابع موردنظر در $x=1$ دارای حد راست و چپ می‌باشد. در گزینه‌ی «۱» تابع حد چپ دارد و حد راست ندارد و در گزینه‌ی «۳» تابع حد راست دارد ولی حد چپ ندارد.

(حسابان- حد و پیوستگی توابع- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

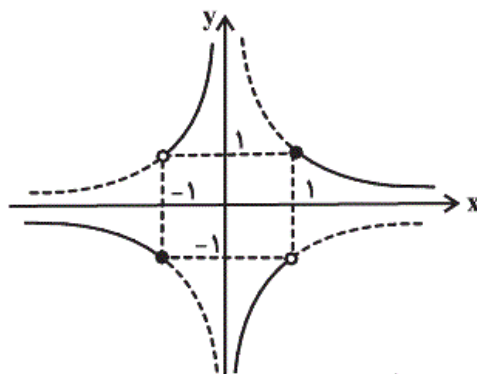
۱

-۶۲

(کاظم ابلالی)

اگر نمودار توابع $y = \frac{1}{x}$ و $y = -\frac{1}{x}$ را در نظر بگیرید می‌توانید نمودار تابع f را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \\ -\frac{1}{x} & ; -1 < x < 1 \end{cases}$$



با توجه به نمودار واضح است که تابع f در نقاط $x = -1$ ، $x = 0$ و $x = 1$ حد ندارد.

(حسابان- حد و پیوستگی توابع- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱

-۶۳

(مهوری ملارمضانی)

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} (x^2 - 1)^2 - 1 & ; x \in \mathbb{Z} \\ 3 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (f \circ f)(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (f \circ f)(x) = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (f \circ f)(x) = 3$$

(حسابان- حد و پیوستگی توابع- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱

(فریدون ساعتی)

سرعت متوسط متحرک از $t_1 = 3$ تا $t_2 = 3 + h$ را از رابطه‌ی

$$\bar{x}(t) = \frac{x(3+h) - x(3)}{3+h-3}$$

به دست می‌آوریم. سپس اگر h را به سمت

صفر میل دهیم، سرعت لحظه‌ای در $t = 3$ به دست خواهد آمد.

$$t = 3 \text{ در سرعت لحظه‌ای} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 4(3+h) - (3^2 - 4(3))}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(h+2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (h+2) = 2$$

با رسم جدول می‌توان نشان داد که با نزدیک شدن h به عدد صفر، $h+2$ به عدد ۲ نزدیک می‌شود.

(مسابان- سر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳ ✓

۲

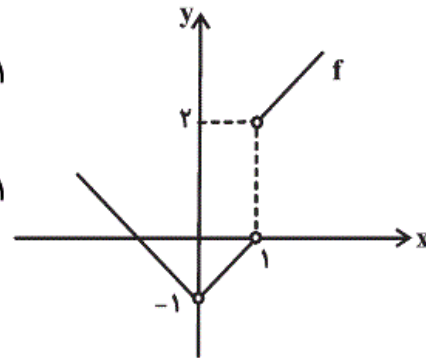
۱

$$x > 1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{x} + \frac{x-1}{x-1} = x+1$$

$$0 < x < 1 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{x} - \frac{x-1}{x-1} = x-1$$

$$x < 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{x^2}{x} - \frac{x-1}{x-1} = -x-1$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & ; \quad x > 1 \\ x-1 & ; \quad 0 < x < 1 \\ -x-1 & ; \quad x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار واضح است که تابع فقط در $x = 1$ حد ندارد.

(مسابان- سر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

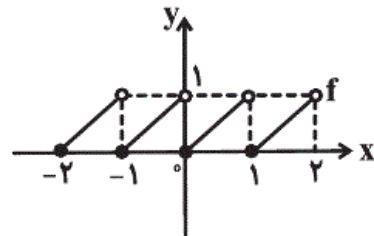
۴

۳

۲

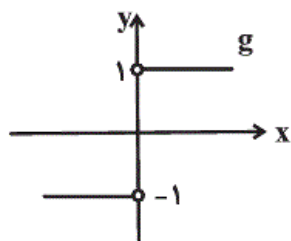
۱ ✓

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x - [x])$

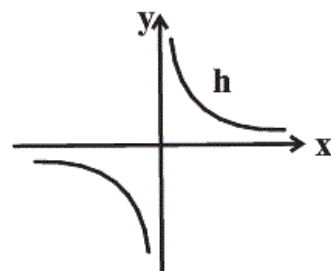


حد ندارد. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 \Rightarrow$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1 \end{cases} \Rightarrow$ حد ندارد.



ج) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$



با نزدیک شدن x به عدد صفر مقدار تابع h به هیچ عددی نزدیک نمی‌شود. پس تابع h در $x = 0$ حد ندارد.

(حسابان - عدد و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌دانیم $\sin 2a = \frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a}$ و $\cos 2a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}$ ، بنابراین:

$$\sin 4a = 2 \sin 2a \cos 2a = 2 \left(\frac{2 \tan a}{1 + \tan^2 a} \right) \left(\frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a} \right)$$

$$\frac{\cot a = \frac{1}{3}}{\tan a = 3} \rightarrow \sin 4a = 2 \left(\frac{2(3)}{1 + (3)^2} \right) \left(\frac{1 - 3^2}{1 + 3^2} \right)$$

$$= \frac{12}{10} \left(-\frac{8}{10} \right) = -\frac{96}{100}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(غلامرضا علی)

$$1 + \sin 5^\circ + \sin 1^\circ = 1 + 2 \sin 3^\circ \cos 2^\circ$$

$$\sin 3^\circ = \frac{1}{2(1 + \cos 2^\circ)} = \cos^2 1^\circ$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر حسین ابومحبوب)

$$\begin{cases} \cos(x+y) = 0/6 \\ \cos(x-y) = 0/4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x \cos y - \sin x \sin y = 0/6 \\ \cos x \cos y + \sin x \sin y = 0/4 \end{cases}$$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول فوق داریم:

$$\begin{cases} \cos x \cos y = 0/5 \\ \sin x \sin y = -0/1 \end{cases}$$

با توجه به روابط فوق، می‌توان نوشت:

$$\frac{\cos x \cos y}{\sin x \sin y} = \frac{0/5}{-0/1} \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{\cos y}{\sin y} = -5$$

$$\Rightarrow \cot x \cot y = -5$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(مهدی ملارمضانی)

طرفین تساوی را در $\cot x$ ضرب می‌کنیم:

$$\cot x + (-m) \tan x = 3m \Rightarrow \cot^2 x + (-m) = 3m \cot x$$

$$\Rightarrow \cot^2 x - 3m \cot x + (-m) = 0$$

شرط وجود جواب $\Delta \geq 0$ است.

$$\Delta = 9m^2 - 4(1)(-m) \geq 0 \Rightarrow 9m^2 + 4m \geq 0$$

$$\Rightarrow m(9m + 4) \geq 0$$

| | | | | |
|-------------|-----------|----------------|---|-----------|
| m | $-\infty$ | $-\frac{4}{9}$ | 0 | $+\infty$ |
| $9m^2 + 4m$ | | + | - | + |

$$\xrightarrow{\Delta \geq 0} m \leq -\frac{4}{9} \text{ یا } m \geq 0$$

توجه کنید که به‌ازای $m = 0$ ، معادله به‌صورت $\cot x = 0$ درمی‌آید که جواب آن در دامنه‌ی معادله صدق نمی‌کند (تعریف نشده $\cot x = 0 \Rightarrow \tan x =$).پس به‌ازای $m = 0$ ، معادله جواب ندارد، در نتیجه حدود m برای آن که معادلهجواب داشته باشد $m > 0$ یا $m \leq -\frac{4}{9}$ است.

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹ و ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳✓

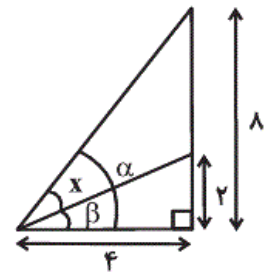
۲

۱

(عمید علیزاده)

$$\tan x = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{8}{4} - \frac{2}{4}}{1 + \left(\frac{8}{4}\right)\left(\frac{2}{4}\right)} = \frac{\frac{6}{4}}{\frac{2}{2}} = \frac{3}{4}$$



(مسایان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علیرضا سیف)

تابع $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ برابر با تابع $y = \cos 2x$ است، پس **a** برابر ۱ و **b** برابر با دوره‌ی تناوب تابع $y = \cos 2x$ است.

$$b = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

(مسایان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

راه حل اول:

$$\cos \alpha = -\frac{5}{13} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$= 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{12}{13}$$

$$\xrightarrow{\text{در ناحیه ی دوم}} \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1 - (-\frac{5}{13})}{\frac{12}{13}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1.5$$

راه حل دوم:

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{-5}{13} = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

دقت کنید $\frac{\alpha}{2}$ در ناحیه ی اول است، پس $\tan \frac{\alpha}{2}$ مثبت است.

(مسابان - مثلثات - صفحه های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کظم ابلالی)

برای $\tan(\frac{\pi x}{2})$ داریم:

$$\frac{\pi x}{2} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq 2k + 1$$

برای $\cot(\frac{\pi x}{2})$ داریم:

$$\frac{\pi x}{2} \neq k\pi \Rightarrow x \neq 2k$$

بنابراین اعداد صحیح زوج و فرد در دامنه ی تابع قرار ندارند. یعنی تمام اعداد صحیح در دامنه ی تابع قرار ندارند و دامنه ی تابع $R - Z$ است.

(مسابان - مثلثات - صفحه های ۱۰۶ تا ۱۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

با استفاده از اتحاد مثلثاتی

می توان نوشت:

$$\sin 1^\circ + \sin 7^\circ = a \Rightarrow 2 \sin 4^\circ \cos 3^\circ = a$$

$$\cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sqrt{3} \sin 4^\circ = a$$

چون $\sin 4^\circ = \cos 5^\circ$ پس:

$$\sqrt{3} \cos 5^\circ = a \Rightarrow \cos 5^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

(مسایان- مثلثات- صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر حسین افشار)

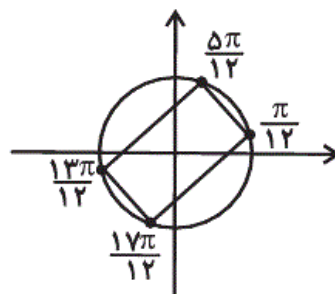
معادله را ساده می کنیم:

$$\tan x + \cot x = 4 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x} = 4 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2x} = 4 \Rightarrow \frac{2}{\sin 2x} = 4$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

با نمایش جوابها روی دایره مشخص می شود که مستطیل است.



(مسایان- مثلثات- صفحه های ۱۰۶ تا ۱۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \text{ در فاصله } [0, \pi] \text{ یک ریشه دارد.} \\ \sin 2x = -1 \Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$x = \frac{3\pi}{4}$ ریشه‌ی مخرج است و به همین دلیل غیر قابل قبول است.

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

۱

(میثم عمزه‌لوئی)

-۷۸

$$\cot 2x + \cot x = \tan x + 3 \Rightarrow \cot 2x + \cot x - \tan x = 3$$

$$\Rightarrow \cot 2x + 2 \cot 2x = 3 \Rightarrow 3 \cot 2x = 3 \Rightarrow \cot 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

۱

(مهردار ملونری)

-۷۹

می‌دانیم $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ است، پس:

$$\frac{\sin^{-1}[x]}{\sin^{-1}[x]} \rightarrow -1 \leq [x] \leq 1 \xrightarrow{[x] \in \mathbb{Z}} [x] = -1, 0, 1$$

$$\frac{\tan(\sin^{-1}[x])}{\tan(\sin^{-1}[x])} \rightarrow \sin^{-1}[x] \neq \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow [x] \neq 1, -1$$

$$\Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱

می‌دانیم اگر $x > 0$ آن‌گاه $\tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ و همچنین اگر

$|x| \leq 1$ آن‌گاه $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} A = \tan^{-1}(2 + \sqrt{3}) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right) \Rightarrow A = \frac{\pi}{2} \\ B = \sin^{-1}(2 - \sqrt{3}) + \cos^{-1}(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow B = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A + B = \pi$$

(مسابقه - مثلثات - صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

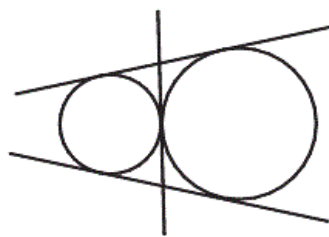
ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۵۱۲۲۰

-۱۰۱

(مهردار ملونری)

از آن‌جا که $OO' = R + R'$ ، دو دایره مماس خارج هستند و مطابق

شکل زیر، سه مماس مشترک دارند.



(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

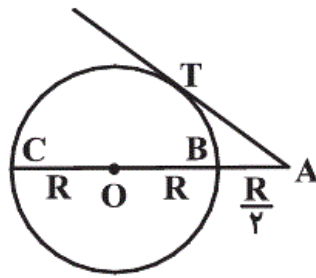
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل، داریم:



$$AT^2 = AB \cdot AC \Rightarrow AT = \sqrt{AB \cdot AC}$$

$$\Rightarrow AT = \sqrt{\frac{R}{2} \left(\frac{R}{2} + 2R \right)} = \frac{\sqrt{5}}{2} R$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌ی ۷۷)

۴ ✓

۳

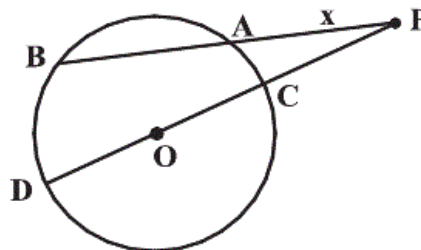
۲

۱

(مسین فایلو)

مطابق شکل اگر P را به مرکز دایره وصل کنیم و امتداد دهیم، آن‌گاه C نزدیک‌ترین نقطه‌ی دایره به P و D دورترین نقطه‌ی دایره از P است، داریم:

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD \Rightarrow x(x+4) = 1 \times 12$$



$$\Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-6 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

(هندسه ۲- دایره- تمرین صفحه‌ی ۷۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB' \Rightarrow 4MA' = 6(MA' - 1)$$

$$\Rightarrow 2MA' = 6 \Rightarrow MA' = 3 \text{ و } MB' = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AA' = MA + MA' = 4 + 3 = 7 \\ BB' = MB + MB' = 6 + 2 = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BB'}{AA'} = \frac{8}{7}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۷۴)

۴

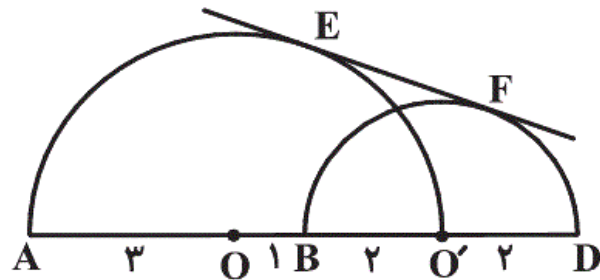
۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۰۵



$$AO' = 4 + 2 = 6 \Rightarrow 2R = 6 \Rightarrow R = 3$$

$$BD = 4 \Rightarrow 2R' = 4 \Rightarrow R' = 2$$

$$d = OO' = 1 + 2 = 3$$

$$EF = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۴

۳

۲

۱

از آن جا که اندازه‌ی مماس مشترک درونی دو دایره برابر است با

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

که در آن $d = OO'$ طول خط‌المركزین

و T و T' نقاط تماس هستند، نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} TT' &= \sqrt{9^2 - (3 + 4)^2} = \sqrt{81 - 49} \\ &= \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۴

۳

۲

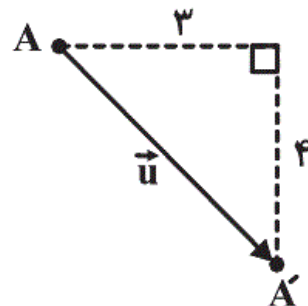
۱

-۱۰۷

(مسین فابیلو)

تبدیل $T(x, y) = (x + 3, y - 4)$ یک انتقال تحت بردار $\vec{u} = (3, -4)$

است که با این توضیح، فاصله‌ی هر نقطه از تصویرش تحت این تبدیل برابر با



طول بردار u است.

$$AA' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱

معادله‌ی خط گذرنده از دو نقطه‌ی $A(-۲, ۱)$ و $B(۳, -۱/۵)$

به صورت $y = -\frac{۱}{۲}x$ است، پس شیب محور بازتاب برابر است با

و محور بازتاب از وسط پاره‌خط AB یعنی نقطه‌ی $m = \frac{-۱}{۱} = ۲$

می‌گذرد، پس معادله‌ی محور بازتاب به صورت $M(\frac{۳-۲}{۲}, \frac{-۱/۵+۱}{۲})$

زیر است:

$$y - y_M = m(x - x_M) \Rightarrow y + \frac{۱}{۴} = ۲(x - \frac{۱}{۲}) \xrightarrow{x=۰} y = -۱/۲۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۱)

۴

۳✓

۲

۱

مختصات نقطه‌ی واقع بر خط معادله‌ی $y = -x$ (نیمساز ربع دوم و

چهارم) را به صورت $W(\alpha, -\alpha)$ در نظر می‌گیریم ضابطه‌ی بازتاب

نسبت به نقطه‌ی W به صورت $T(x, y) = (2x_W - x, 2y_W - y)$

است، پس:

$$A' = T(2, 1) = (2\alpha - 2, -2\alpha - 1)$$

به‌ازای همه‌ی مقادیر α ، داریم $x_{A'} + y_{A'} + 3 = 0$ ، پس نقطه‌ی A'

روی خط به معادله‌ی $x + y + 3 = 0$ قرار دارد.

(هنر سه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$T(x,y) = (-y,x)$: ضابطه دوران $+90^\circ$ به مرکز مبدأ

$$\Rightarrow (\Delta, a) = T(a, b) \Rightarrow (\Delta, a) = (-b, a)$$

$$\Rightarrow b = -\Delta$$

دوران -270° همان دوران $+90^\circ$ است، پس:

$$(b, c) = T(\Delta, a) \Rightarrow (b, c) = (-a, \Delta)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -a \\ c = \Delta \end{cases} \xrightarrow{b = -\Delta} a = \Delta$$

$$a + b + c = \Delta - \Delta + \Delta = \Delta$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۹)

۴ ✓

۳

۲

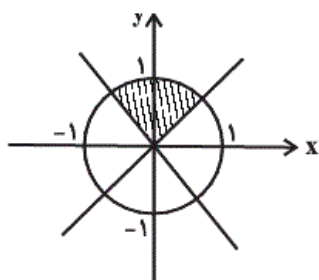
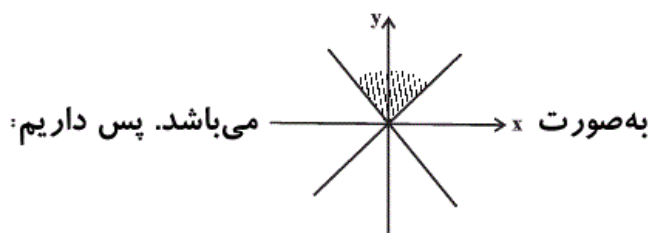
۱

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۵۱۲۲۰

(سیدوید زوالفقاری)

با توجه به معادلات باید به دنبال نقاط درون و روی محیط دایره

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ باشیم که } y > |x| \text{ هم باشد و می‌دانیم نمودار } y > |x|$$



(فیبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علیرضا کلانتری)

برای این که $|B \times C|$ حداقل شود، باید B و C کم‌ترین اعضا را داشته باشند، در نتیجه باید A بیش‌ترین عضو را داشته باشد. با توجه به آن که بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک ۲۴ و ۱۸، برابر ۶ است، پس $|A| = 6$ و در نتیجه $|B| = 4$ و $|C| = 3$ است.

$$\min |B \times C| = \min |B| \times \min |C| = 4 \times 3 = 12$$

(فیبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر حسین ابومصوب)

رابطه‌ی $y = |x|$ تنها دارای ویژگی تعدی است. به عنوان مثال نقض برای ویژگی بازتابی، می‌توان زوج مرتب $(-1, -1)$ را در نظر گرفت که واضح است $|-1| \neq -1$. همچنین زوج مرتب $(-2, 2)$ متعلق به رابطه‌ی R است در حالی که $(2, -2) \notin R$ ، پس R فاقد ویژگی تقارنی است. اما برای ویژگی تعدی داریم:

$$(x, y) \in R \Rightarrow y = |x| \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow |y| = y \quad (*)$$

$$(y, z) \in R \Rightarrow z = |y| \xrightarrow{(*)} z = y = |x|$$

بنابراین $(x, z) \in R$ و در نتیجه رابطه‌ی R دارای ویژگی است.

در گزینه‌ی «۱»، رابطه‌ی R دارای دو ویژگی بازتابی و تعدی است. در گزینه‌های «۲» و «۳»، رابطه‌ی R ، هیچ کدام از سه ویژگی را ندارد.

(فیبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

تعداد افرازه‌های ممکن برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}}{3!} = \frac{15 \times 6 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = \frac{15 \times 1}{1} = 15$$

تذکر: تقسیم بر ۳! به این دلیل است که با جابه‌جایی اعضای سه مجموعه‌ی دو عضوی با یکدیگر، افراز جدیدی پدید نمی‌آید.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$R = \{(2,2), (3,3), (5,5), (7,7)\}$$

این رابطه هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد، پس یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهم‌مصطفی پورکندرلوس)

$$[2] = \{x \mid xR2\} = \{x \mid x = 3k + 2\}$$

$$k = -1 \Rightarrow x = -1$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 8$$

$$k = 5 \Rightarrow x = 17$$

واضح است که به‌ازای هیچ مقدار صحیح k در رابطه‌ی $x = 3k + 2$ ، عدد ۲۲ حاصل نمی‌شود.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سروش موثینی)

با توجه به آن که به‌ازای هر عدد رو شده در پرتاب تاس، به همان تعداد سکه می‌اندازیم، پس در صورت روشن شدن عدد ۱، ۲ حالت، در صورت روشن شدن عدد ۲، ۲ حالت، ... و در صورت روشن شدن عدد ۶، ۲^۶ حالت داریم.

$$n(S) = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^6 = 126$$

(بیر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

فضای نمونه‌ای این آزمایش برابر است با:

$$S = \{(r, 1) \text{ و } (r, 2) \text{ و } (r, 3) \text{ و } (r, 4) \text{ و } (r, 5) \text{ و } (r, 6) \text{ و } (p, r) \text{ و } (p, p, r) \text{ و } (p, r, p) \text{ و } (p, p, p)\}$$

حال اعضای پیشامد A عبارتند از:

$$A = \{(r, 1) \text{ و } (r, 2) \text{ و } (r, 3) \text{ و } (r, 4) \text{ و } (r, 5) \text{ و } (r, 6) \text{ و } (p, r) \text{ و } (p, r, p) \text{ و } (p, p, r)\}$$

که پیشامد A، ۹ عضو دارد.

(ببر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

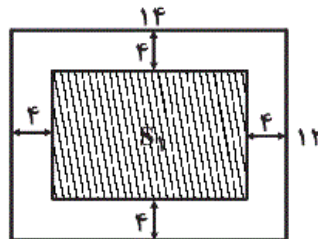
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا شریف‌فطیپی)



باید فاصله‌ی مرکز چرخ از هر ضلع باغچه حداقل ۴ متر باشد (طول شعاع) تا چرخ خارج باغچه قرار نگیرد. پس:

$$S_1 = (12 - 8) \times (14 - 8) = 4 \times 6 = 24$$

دقت داشته باشید که ابعاد باغچه در هر ضلع ۸ متر کوتاه می‌شود. (از هر طرف ۴ متر)

(ببر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌صادق نیک‌کار)

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$$

این پیشامد معادل ناحیه‌ی هاشورخورده در گزینه‌ی «۳» است.
تذکر:

گزینه‌ی «۱» عبارتست از: $B \cup C$

گزینه‌ی «۲» عبارتست از: $B \Delta C$

و گزینه‌ی «۴» عبارتست از: $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(ببر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله را به صورت $\tan 3x = -\frac{1}{\tan 2x}$ می نویسیم و داریم:

$$\tan 3x = -\cot 2x \Rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$$

$$\Rightarrow 3x = k\pi + 2x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

توجه کنید که اگر $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ آنگاه $2x = 2k\pi + \pi$ و در نتیجه $\tan(2x) = 0$ پس جوابها قابل قبول نیستند و معادله جواب ندارد.

(مسابقه - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌ظاهر شعاعی)

-۸۲

$$\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2 \sin x \cos 2x$$

$$\Rightarrow \sin 3x + \cos 2x = 1 + \sin 3x - \sin x$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 1 - \sin x \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 1 - \sin x$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 0 \text{ یا } \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x_1 = 0 \text{ و } x_2 = \pi \text{ و } x_3 = 2\pi$$

$$\sin = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_4 = \frac{\pi}{6} \text{ و } x_5 = \frac{5\pi}{6}$$

پس معادله داده شده در بازه $[0, 2\pi]$ دارای پنج جواب است.

(مسابقه - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی یوسفی)

$$A = \frac{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} \Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$$

$$= \cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow \frac{1}{A} = \sin 2x$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sin 2x} = \frac{1}{2 \sin x \cos x}$$

$$\cos x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \xrightarrow{x \text{ در ربع چهارم}} \sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۴

(عباس نfstین)

$$A = \left(\frac{1}{4} - \cos^2 \frac{\pi}{18}\right) \sin \frac{\pi}{18} = \left(\frac{1}{4} - \left(1 - \sin^2 \frac{\pi}{18}\right)\right) \sin \frac{\pi}{18}$$

$$= \left(\sin^2 \frac{\pi}{18} - \frac{3}{4}\right) \sin \frac{\pi}{18} = \sin^3 \frac{\pi}{18} - \frac{3}{4} \sin \frac{\pi}{18}$$

$$= -\frac{1}{4} \left(3 \sin \frac{\pi}{18} - 4 \sin^3 \frac{\pi}{18}\right) = -\frac{1}{4} \sin\left(3 \times \frac{\pi}{18}\right)$$

$$= -\frac{1}{4} \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

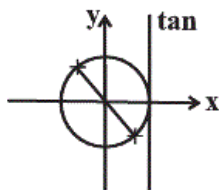
(امیرحسین افشار)

$$(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = \sqrt{3} \sin^2 x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = \sqrt{3} \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$$

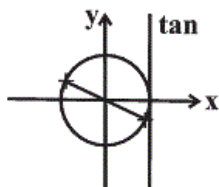
$$\Rightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = \sqrt{3} \sin x (\sin x + \cos x)$$

$$\sin x + \cos x = 0 \Rightarrow \tan x = -1$$



$$\sqrt{3} \sin x = \sin x - \cos x \Rightarrow \sqrt{3} \sin x = -\cos x$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$



معادله دارای ۲ جواب در ربع دوم و دو جواب در ربع چهارم است.

(مسائل - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به روابط زیر داریم:

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \text{ و } \cot x - \tan x = 2 \cot 2x$$

$$\frac{\tan \frac{\pi}{12} - \cot \frac{\pi}{12}}{\tan \frac{\pi}{12} + \cot \frac{\pi}{12}} = \frac{-2 \cot \frac{\pi}{6}}{\frac{2}{\sin \frac{\pi}{6}}}$$

$$= -\cot \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{6} = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(مسائل - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(غریزون ساعتی)

$$\sin a + \cos b = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$\sin^2 a + \cos^2 b + 2 \sin a \cos b = \frac{4}{9} \quad (1)$$

$$\cos a + \sin b = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$\cos^2 a + \sin^2 b + 2 \cos a \sin b = \frac{9}{4} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2 + 2(\sin a \cos b + \cos a \sin b) = \frac{4}{9} + \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow 2(\sin(a+b)) = \frac{4}{9} + \frac{1}{4} = \frac{25}{36} \Rightarrow \sin(a+b) = \frac{25}{72}$$

(مسایان- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(غریزون ساعتی)

فرض می‌کنیم $\cos^{-1} \frac{\sqrt{5}}{3} = \alpha$ که در آن $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ، بنابراین

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ و در نتیجه:}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha = 3\left(\frac{2}{3}\right) - 4\left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$= 2 - \frac{32}{27} = \frac{22}{27}$$

(مسایان- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

(ممدظاهر شعاعی)

$$\cos^{-1} \left(\sin \frac{\pi}{12} - \cos \frac{\pi}{12} \right) = \cos^{-1} \left(\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$= \cos^{-1} \left(\sqrt{2} \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) \right) = \cos^{-1} \left(\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{2} \right) \right) = \cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= \pi - \cos^{-1} \frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

(مسایان- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

$$f(1) = \sin^{-1} 1 + \cos^{-1} 1 = \frac{\pi}{2}$$

$$f(-1) = \sin^{-1}(-1) + \cos^{-1}(-1) = \frac{\pi}{2}$$

و برد تابع فقط شامل عضو $\frac{\pi}{2}$ است.

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲

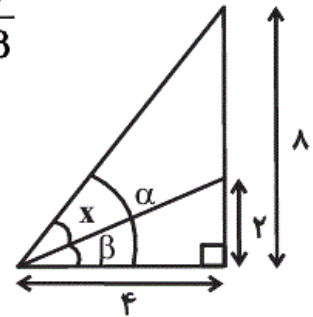
۱

(عمید علیزاده)

-۹۱

$$\tan x = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} - \frac{2}{4}}{1 + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{4}\right)} = \frac{\frac{1-2}{4}}{\frac{17}{16}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{17}{16}} = -\frac{4}{17}$$



(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

(علیرضا سیف)

-۹۲

تابع $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ برابر با تابع $y = \cos 2x$ است، پس **a** برابر ۱ و **b** برابر با دوره‌ی تناوب تابع $y = \cos 2x$ است.

$$b = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

راه حل اول:

$$\cos \alpha = -\frac{5}{13} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$= 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{12}{13}$$

$$\xrightarrow{\text{در ناحیه دوم}} \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1 - (-\frac{5}{13})}{\frac{12}{13}} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1.5$$

راه حل دوم:

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{-5}{13} = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{4} \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$$

دقت کنید $\frac{\alpha}{2}$ در ناحیه اول است، پس $\tan \frac{\alpha}{2}$ مثبت است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کظم ابلالی)

-۹۴

برای $\tan(\frac{\pi x}{2})$ داریم:

$$\frac{\pi x}{2} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq 2k + 1$$

برای $\cot(\frac{\pi x}{2})$ داریم:

$$\frac{\pi x}{2} \neq k\pi \Rightarrow x \neq 2k$$

بنابراین اعداد صحیح زوج و فرد در دامنه‌ی تابع قرار ندارند. یعنی تمام اعداد صحیح در دامنه‌ی تابع قرار ندارند و دامنه‌ی تابع $R - Z$ است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمربضا شوکتی بیرق)

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ می توان نوشت:

$$\sin 1^\circ + \sin 7^\circ = a \Rightarrow 2 \sin 4^\circ \cos 3^\circ = a$$

$$\cos 3^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \sqrt{3} \sin 4^\circ = a$$

چون $\sin 4^\circ = \cos 5^\circ$ پس:

$$\sqrt{3} \cos 5^\circ = a \Rightarrow \cos 5^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

(مسابان- صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر حسین انخشار)

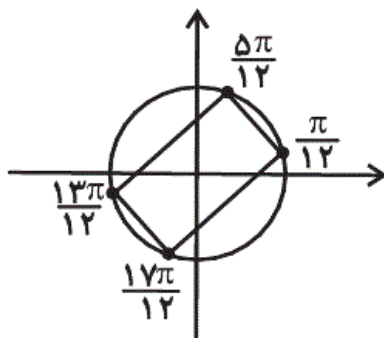
معادله را ساده می کنیم:

$$\tan x + \cot x = 4 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x} = 4 \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{2} \sin 2x} = 4 \Rightarrow \frac{2}{\sin 2x} = 4$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

با نمایش جوابها روی دایره مشخص می شود که مستطیل است.



(مسابان- صفحه های ۱۰۶ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا معادله را ساده می‌کنیم.

$$\frac{\cos 2x(1 + \sin 2x)}{\cos x + \sin x} = 0 \Rightarrow \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)(1 + \sin 2x)}{\cos x + \sin x} = 0$$

$$\xrightarrow{\cos x \neq -\sin x} (\cos x - \sin x)(1 + \sin 2x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos x \\ 1 + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \text{ در فاصله } [0, \pi] \text{ یک ریشه دارد.} \\ \sin 2x = -1 \Rightarrow 2x = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$x = \frac{3\pi}{4}$ ریشه‌ی مخرج است و به همین دلیل غیر قابل قبول است.

(مسایان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(میثم همزه‌لوئی)

-۹۸

$$\cot 2x + \cot x = \tan x + 3 \Rightarrow \cot 2x + \cot x - \tan x = 3$$

$$\Rightarrow \cot 2x + 2 \cot 2x = 3 \Rightarrow 3 \cot 2x = 3 \Rightarrow \cot 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(مهرداد ملوندی)

-۹۹

می‌دانیم $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ است، پس:

$$\frac{\sin^{-1}[x]}{\sin^{-1}[x]} \rightarrow -1 \leq [x] \leq 1 \xrightarrow{[x] \in \mathbb{Z}} [x] = -1, 0, 1$$

$$\frac{\tan(\sin^{-1}[x])}{\tan(\sin^{-1}[x])} \rightarrow \sin^{-1}[x] \neq \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow [x] \neq 1, -1$$

$$\Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(فهریدون ساعتی)

می‌دانیم اگر $x > 0$ آن‌گاه $\tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ و همچنین اگر

$|x| \leq 1$ آن‌گاه $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} A = \tan^{-1}(2 + \sqrt{3}) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right) \Rightarrow A = \frac{\pi}{2} \\ B = \sin^{-1}(2 - \sqrt{3}) + \cos^{-1}(2 - \sqrt{3}) \Rightarrow B = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A + B = \pi$$

(صوابان - صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

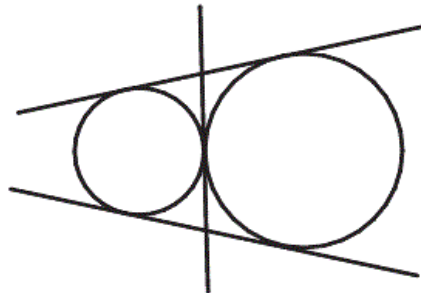
ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، - ۱۳۹۵۱۲۲۰

-۱۱۱

(مهرداد ملونری)

از آن‌جا که $OO' = R + R'$ ، دو دایره مماس خارج هستند و مطابق

شکل زیر، سه مماس مشترک دارند.



(هندسه ۲- دایره - صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

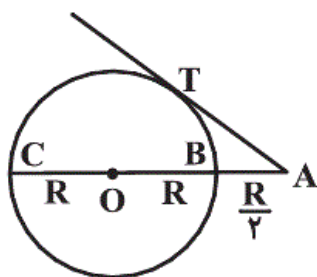
۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به شکل، داریم:



$$AT^2 = AB \cdot AC \Rightarrow AT = \sqrt{AB \cdot AC}$$

$$\Rightarrow AT = \sqrt{\frac{R}{2} \left(\frac{R}{2} + 2R \right)} = \frac{\sqrt{5}}{2} R$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌ی ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مسین فابیلو)

مطابق شکل اگر P را به مرکز دایره وصل کنیم و امتداد دهیم، آن‌گاه

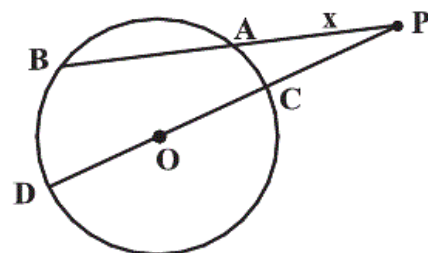
C نزدیک‌ترین نقطه‌ی دایره به P و D دورترین نقطه‌ی دایره از P

است، داریم:

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD \Rightarrow x(x+4) = 1 \times 12$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases}$$



(هندسه ۲- دایره- تمرین صفحه‌ی ۷۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طبق رابطه‌های طولی در دایره داریم:

$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB' \Rightarrow 4MA' = 6(MA' - 1)$$

$$\Rightarrow 2MA' = 6 \Rightarrow MA' = 3 \text{ و } MB' = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AA' = MA' + MA = 4 + 3 = 7 \\ BB' = MB + MB' = 6 + 2 = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{BB'}{AA'} = \frac{8}{7}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌ی ۷۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

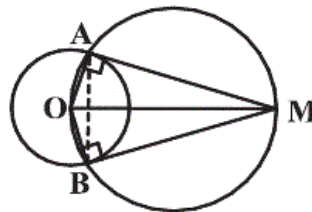
(سین فابیلو)

در دایره‌ای که OM قطر آن است

زاویه‌ی OAM روبه‌رو به قطر و

بنابراین قائمه است، یعنی مثلث OAM

قائم‌الزاویه است، نه متساوی‌الساقین.



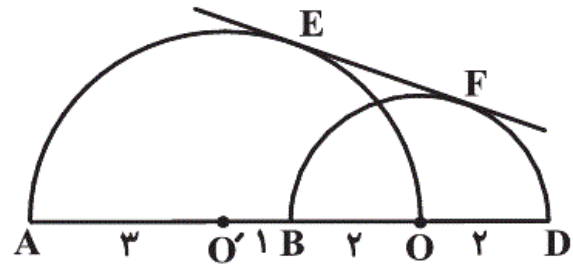
(هندسه ۲- دایره- فعالیت ۲-۵- صفحه‌ی ۷۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$AO = 4 + 2 = 6 \Rightarrow 2R = 6 \Rightarrow R = 3$$

$$BD = 4 \Rightarrow 2R' = 4 \Rightarrow R' = 2$$

$$d = OO' = 1 + 2 = 3$$

$$EF = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2}$$

(هنرسه ۲- دایره- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۴

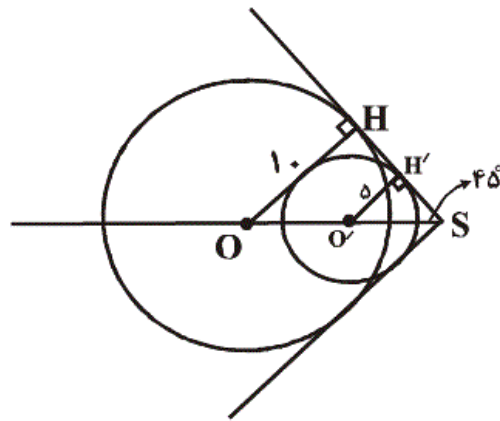
۳

۲

۱ ✓

شکل فرضی مقابل را در نظر

می‌گیریم:



امتداد خط‌المركزين دو دایره،

نیمساز زاویه‌ی بین مماس‌های

مشترک آنها است، پس

می‌توان $\widehat{H'SO'} = 45^\circ$

نوشت:

$$\triangle OHS \xrightarrow{\widehat{H}=90^\circ} \sin 45^\circ = \frac{OH}{OS} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10}{OS}$$

$$\Rightarrow OS = 10\sqrt{2}$$

$$\triangle O'H'S \xrightarrow{\widehat{H'}=90^\circ} \sin 45^\circ = \frac{O'H'}{O'S} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{O'S}$$

$$\Rightarrow O'S = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow OO' = OS - O'S = 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

از آنجا که اندازه‌ی مماس مشترک درونی دو دایره برابر است با

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$

که در آن $d = OO'$ طول خط‌المركزین

و T و T' نقاط تماس هستند، نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} TT' &= \sqrt{9^2 - (3 + 4)^2} = \sqrt{81 - 49} \\ &= \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

(هنرسه ۲- دایره- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۴

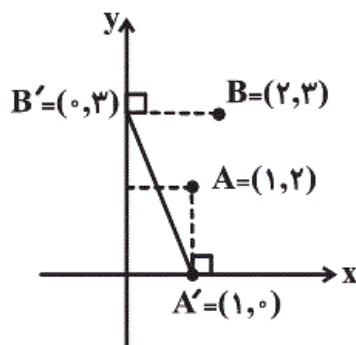
۳

۲

۱

-۱۱۹

(سیدوید زوالفقاری)



با توجه به شکل داریم:

$$A'B' = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌ها- مسأله‌ی ۷ صفحه‌ی ۹۰)

۴

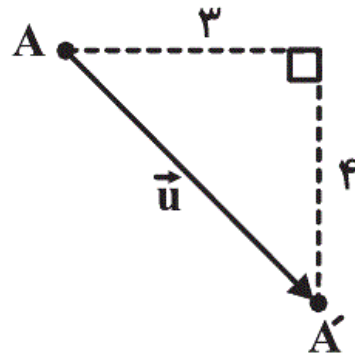
۳

۲

۱

تبدیل $T(x,y) = (x+۳, y-۴)$ یک انتقال تحت بردار $\vec{u} = (۳, -۴)$

است که با این توضیح، فاصله‌ی هر نقطه از تصویرش تحت این تبدیل برابر با



طول بردار u است.

$$AA' = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir