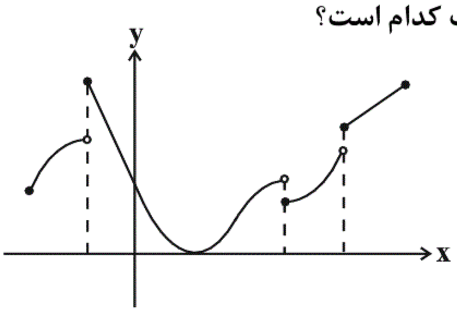
۱۰۱- شکل زیر نمودار تابع f است. تعداد نقاط ماکسیمم و می‌نیمم نسبی تابع به‌ترتیب کدام است؟



۱) یک – یک

۲) یک – دو

۳) دو – یک

۴) دو – دو

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $(1,-2)$ نقطه‌ی می‌نیمم نسبی تابع درجه سوم $f(x)=ax^3+bx$ باشد، آن‌گاه حاصل $f(2)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- ماکزیمم مطلق تابع $f(x)=-x^3+3x^2-2$ در بازه‌ی $[1,4]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲

۳) ۴ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- می‌نیمم نسبی تابع $y=\dfrac{x^2-1}{x^3}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ ۲) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

۳) $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$ ۴) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- تابع $f(x)=2x-\operatorname{Ln}(x^2+x)$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- جهت تقعر تابع $y=(x^2+\dfrac{5}{3})x^{\frac{1}{4}}$ در چند نقطه تغییر می‌کند؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- منحنی به معادله‌ی $y = x^2 e^{1-x}$ در بازه‌ی (a,b) صعودی و تقعر آن به‌سمت بالاست. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$
۲) $2\sqrt{2}$
۳) $2-\sqrt{2}$
۴) 2

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر عرض نقطه‌ی عطف تابع $y = \dfrac{a}{x^2+1}$ برابر $\dfrac{3}{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) 2
۲) -2
۳) $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$
۴) $\dfrac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $f(x)=[x]$ باشد، مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع $y = f(x+f(-x))$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) Z
۲) R
۳) $R-Z$
۴) $Z-\{0\}$

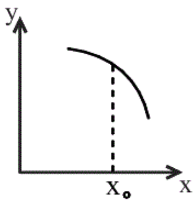
شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- شیب خط مماس بر نمودار تابع $y=\sin x+\cos x$ در نقطه‌ی عطف آن در بازه‌ی $(0,2\pi)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) صفر
۲) 1
۳) -1
۴) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- نمودار تابع f در نقطه‌ی x_0 به صورت شکل مقابل است، کدام گزینه در مورد این تابع صحیح است؟



۱) $f'(x_0)<0$ و $f''(x_0)>0$
۲) $f'(x_0)>0$ و $f''(x_0)<0$
۳) $f'(x_0)<0$ و $f''(x_0)<0$
۴) $f'(x_0)>0$ و $f''(x_0)>0$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x)=(x^2-28).\sqrt[3]{x}$ کدام است؟

۱) $\{-2,2\}$
۲) $\{-\sqrt{7},\sqrt{7}\}$
۳) $\{-2,0,2\}$
۴) $\{-7,0,1\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- به‌ازای کدام مقدار k بیش‌ترین مقدار و کم‌ترین مقدار تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^3-3x^2+k$ در بازه‌ی $[1,3]$ قرینه‌ی یکدیگرند؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- تقعر منحنی تابع با ضابطه‌ی $y = x^{۲} + \sqrt{x}$ در بازه‌ی $(۰ , ۱)$ کدام وضع را دارد؟

۱) ابتدا رو به بالا و بعد رو به پایین

۲) ابتدا رو به پایین و بعد رو به بالا

۳) همواره رو به بالا

۴) همواره رو به پایین

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در کدام بازه، تابع با ضابطه‌ی $f(x) = e^{x-۲x^{۲}}$، صعودی و تقعر نمودار آن رو به پایین است؟

۱) $\left(-\infty , \frac{۱}{۴}\right)$ ۲) $\left(-\frac{۱}{۴} , \frac{۱}{۴}\right)$

۳) $\left(-\frac{۱}{۴} , \frac{۳}{۴}\right)$ ۴) $\left(\frac{۱}{۴} , \frac{۳}{۴}\right)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- طول نقطه‌ی عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{\frac{۵}{۳}} - ۱۰x^{\frac{۲}{۳}}$، کدام است؟

۱) -۲ ۲) $۰ , -۲$

۳) ۲ ۴) $۰ , ۲$

شما پاسخ نداده اید

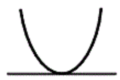
۱۱۷- نقطه‌ی بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x^{۳} - ۳x^{۲} + ۴)^{\frac{۱}{۳}}$ روی بازه‌ی $(-۱ , ۲)$ چگونه است؟

۱) می‌نیمم   ۲) ماکسیمم

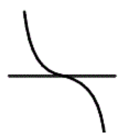
۳) عطف   ۴) مشتق‌ناپذیر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{۴} - ۳x^{۳} + ۳x^{۲} - x$ در نقطه‌ی $x = ۱$ کدام وضع را با محور x ها دارد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- تابع $f(x) = x\ln x$ چند نقطه‌ی عطف دارد؟

۱) ۱   ۲) ۲

۳) ۳   ۴) فاقد عطف

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = a\cos 2x + b\sin x$، اگر نقطه‌ی می‌نیمم آن در $\left(\frac{\pi}{6}, -3\right)$ باشد، a کدام است؟

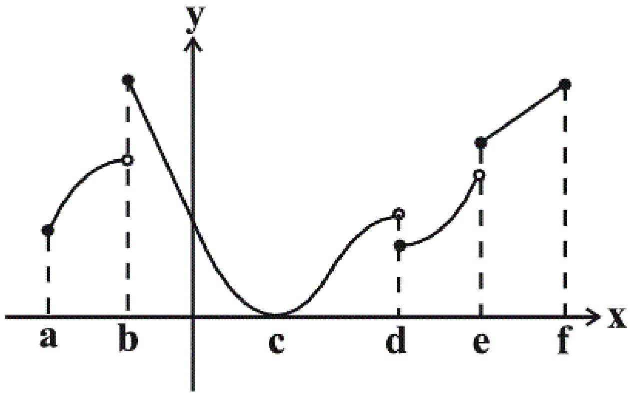
۱) ۴-
۲) ۲-
۳) ۱-
۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- *(بهرام طالبی)*

با توجه به شکل، نقطه‌ی b ماکسیمم نسبی و نقاط c و d می‌نیمم نسبی هستند. دقت کنیدکه نقطه‌ی e ماکسیمم یا می‌نیمم نسبی نیست.

پس تابع در مجموع یک ماکسیمم و دو می‌نیمم نسبی دارد.



(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱   ۲✓   ۳   ۴

۱۰۲- *(محمدرضا شوکتی‌بیرق)*

چون $(1,-2)$ نقطه‌ی می‌نیمم نسبی تابع است، پس اولاً در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کند و ثانیاً مشتق تابع به‌ازای $x=1$، صفر می‌شود. داریم:

$$(1,-2)\in f \Rightarrow -2=a+b \quad (1)$$

$$f'(x)=3ax^2+b \xrightarrow{x=1} 3a+b=0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^3-3x$$

بنابراین داریم:

$$f(2)=2^3-3(2)=2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱   ۲   ۳✓   ۴

۱۰۳– (حسین حاجیلو)

نقاط بحرانی تابع را می‌یابیم: $f'(x) = -3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow -3x(x-2) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \xrightarrow{x \in [1,4]} x = 2$$

بنابراین برای محاسبه‌ی ماکزیمم مطلق، مقادیر تابع را در نقاط $x = 1$، $x = 2$ و $x = 4$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 2 \text{ (ماکزیمم مطلق)} \\ f(4) = -18 \text{ (می‌نیمم مطلق)} \end{cases}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۴– (فرهاد حامی)

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^3} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} = \frac{-x^2 + 3}{x^4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

x		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$
	$\searrow$		$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$		$\searrow$
		می‌نیمم					

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۵– (میثم حمزه‌لویی)

ابتدا دقت کنید که دامنه‌ی تابع f برابر است با:

$$x^2 + x > 0 \Rightarrow x(x+1) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0$$

حال برای محاسبه‌ی نقاط بحرانی از تابع مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = 2 - \frac{2x+1}{x^2+x} = \frac{2x^2 + 2x - 2x - 1}{x^2 + x} = \frac{2x^2 - 1}{x^2 + x}$$

$$\begin{cases} \text{صورت} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 1 = 0 \\ \text{مخرج} = 0 \Rightarrow x^2 + x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{با توجه به دامنه}} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -1 \text{ (هیچ‌کدام در دامنه قرار ندارند)} \end{cases}$$

پس تابع تنها یک نقطه‌ی بحرانی $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ دارد.

(ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۸۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۶- (میثم حمزه‌لویی)

ابتدا دامنه‌ی تابع را می‌یابیم:

$$y=(x^2+\frac{5}{3})\sqrt[4]{x} \Rightarrow D_y : x \geq 0 \Rightarrow D_y=[0,+\infty)$$

$$y=(x^2+\frac{5}{3})x^{\frac{1}{4}}=x^{\frac{9}{4}}+\frac{5}{3}x^{\frac{1}{4}} \Rightarrow y'=\frac{9}{4}x^{\frac{5}{4}}+\frac{5}{12}x^{-\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow y''=\frac{45}{16}x^{\frac{1}{4}}-\frac{5}{16}x^{-\frac{7}{4}}=\frac{x^{-\frac{7}{4}}}{16}(45x^2-5)$$

$$=\frac{45x^2-5}{16(\sqrt[4]{x^7})} \Rightarrow \begin{cases} \text{صورت}=0 \Rightarrow x^2=\frac{1}{9} \Rightarrow x=\pm\frac{1}{3} \\ \text{مخرج}=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

با توجه به دامنه‌ی تابع، جدول تعیین علامت مشتق دوم به صورت زیر است:

x		۰		$\frac{1}{3}$	
y''	//////		−	۰	+
y	//////		∩		∪

بنابراین جهت تقعر تابع تنها در یک نقطه تغییر می‌کند.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۷- (آرش رحیمی)

$$y=x^2e^{1-x} \Rightarrow y'=(2x-x^2)e^{1-x} \Rightarrow y''=(x^2-4x+2)e^{1-x}$$

بنابراین:

x		۰		۲	
y'	−	۰	+	۰	−
y	↘		↗		↘

x		$2-\sqrt{2}$		$2+\sqrt{2}$	
y''	+	۰	−	۰	+
y	∪		∩		∪

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۰۸ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$y' = \frac{0(x^2+1) - 2xa}{(x^2+1)^2} = \frac{-2ax}{(x^2+1)^2}$$

$$y'' = \frac{-2a(x^2+1)^2 - 4x(x^2+1)(-2ax)}{(x^2+1)^4} = \frac{-2a(x^2+1) - 4x(-2ax)}{(x^2+1)^3}$$

$$= \frac{-2a(x^2+1-4x^2)}{(x^2+1)^3} = 0 \Rightarrow 1 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3}$$

حال در ضابطه‌ی تابع، مقدار x^2 را برابر $\frac{1}{3}$ و عرض نقطه‌ی عطف را طبق صورت سؤال برابر $\frac{3}{2}$ قرار می‌دهیم تا مقدار a به‌دست آید:

$$y(x^2 = \frac{1}{3}) = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{3}+1} = \frac{3a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 2$$

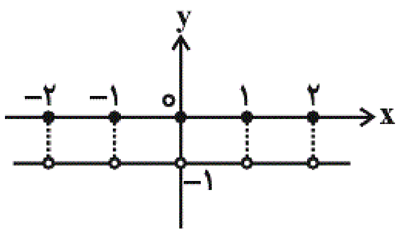
(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۹ (حسین اسفینی)

$$f(x) = [x] \Rightarrow y = f(x + [-x]) = [x + [-x]] = [x] + [-x]$$

حال نمودار آن را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار تابع، نقاط صحیح، نقطه‌های بحرانی از نوع مشتق‌ناپذیر هستند در سایر نقاط نیز مشتق تابع برابر صفر است. پس $x \in R$ نقاط بحرانی تابع‌اند.

(ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۸۴)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۱۱۰- (مهدی ملارمضانی)

$$y = \sin x + \cos x$$
$$y' = \cos x - \sin x$$
$$y'' = -\sin x - \cos x = -(\sin x + \cos x) = ۰$$
$$\Rightarrow \sin x + \cos x = ۰$$
$$\Rightarrow \sin x = -\cos x \Rightarrow \tan x = -۱$$

طول نقطه‌ی عطف $\xrightarrow{x \in (۰,۲\pi)} x = \frac{۳\pi}{۴}, \frac{۷\pi}{۴}$

$$y' = \cos x - \sin x \xrightarrow{x=\frac{۳\pi}{۴}} y' = -\sqrt{۲}$$
$$y' = \cos x - \sin x \xrightarrow{x=\frac{۷\pi}{۴}} y' = \sqrt{۲}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۱- (سراسری تجربی – ۷۵)

در این نقطه از نمودار، تابع نزولی است، پس $f'(x_۰) < ۰$ است، از طرفی جهت تقعر آن به سمت پایین است پس $f''(x_۰) < ۰$.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۲- (سراسری تجربی – ۸۳)

برای به‌دست آوردن نقاط بحرانی تابع، کافی است ریشه‌های مشتق و نقاط مشتق‌ناپذیر را به‌دست آوریم. این نقاط، به شرط آن‌که در درون دامنه‌ی تابع باشند، نقاط بحرانی هستند.

$$f'(x) = ۲x.\sqrt[۳]{x} + (x^۲ - ۲۸) \times \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} = \frac{۶x^۲ + x^۲ - ۲۸}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}$$

$$f'(x) = ۰ \Rightarrow ۷x^۲ - ۲۸ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۴ \Rightarrow x = -۲ \ , \ x = ۲$$

ریشه‌های مشتق در دامنه‌ی تابع هستند. در ضمن نقطه‌ی $x = ۰$ برای مشتق تابع، تعریف نشده است. یعنی تابع در نقطه‌ی $x = ۰$ که در دامنه موجود است، مشتق‌ناپذیر است. بنابراین مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع $\{۲ , ۰ , -۲\}$ است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۸۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۳- (سراسری ریاضی - ۸۴)

ابتدا نقاط بحرانی **f** را در بازه‌ی **[۱ , ۳]** تعیین می‌کنیم.

$$f'(x) = ۳x^۲ - ۶x = ۰ \Rightarrow x = ۰ , x = ۲ \xrightarrow{x \in [۱,۳]} x = ۲$$

پس طول نقطه‌ی بحرانی تابع، ۲ است. مقدار تابع را در این نقطه و نقاط ابتدا و انتها می‌یابیم:

$$f(۱) = k - ۲ , f(۲) = k - ۴ , f(۳) = k$$

پس ماکزیمم تابع **k** و می‌نیمم تابع **k − ۴** است، ازآنجایی که قرینه‌اند پس مجموع آن‌ها صفر است، لذا: $k - ۴ + k = ۰ \Rightarrow k = ۲$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۴- (سراسری تجربی - ۷۶)

$$y' = ۲x + \frac{۱}{۲\sqrt{x}} = ۲x + \frac{۱}{۲}x^{\frac{-۱}{۲}}$$

$$y'' = ۲ - \frac{۱}{۴}x^{\frac{-۳}{۲}} = ۲ - \frac{۱}{۴x\sqrt{x}}$$

$$y'' = \frac{۸x\sqrt{x} - ۱}{۴x\sqrt{x}} \Rightarrow \begin{cases} y'' = ۰ \Rightarrow x\sqrt{x} = \frac{۱}{۸} \Rightarrow x = \frac{۱}{۴} \\ x = ۰ \Rightarrow \text{ریشه‌ی مخرج} \Rightarrow y'' \text{ وجود ندارد} \end{cases}$$

بنابراین با عددگذاری در y''، جدول تقعر تابع به صورت زیر است:

x	۰		$\frac{۱}{۴}$	
y''		$-$	۰	$+$
y		$\cap$		$\cup$

پس تقعر تابع در بازه‌ی **(۰ , ۱)** ابتدا رو به پایین و سپس رو به بالاست.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$\xrightarrow{e^{x-2x^2}>0} 1-4x \geq 0 \to x \leq \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$f''(x) = -4e^{x-2x^2} + (1-4x)e^{x-2x^2}(1-4x)$$

$$= e^{x-2x^2}(-4+(1-4x)^2) < 0 \xrightarrow{e^{x-2x^2}>0}$$

$$(1-4x)^2 - 4 < 0 \to (1-4x)^2 < 4 \to -2 < 1-4x < 2$$

$$\Rightarrow -3 < -4x < 1 \Rightarrow \frac{-1}{4} < x < \frac{3}{4} \quad (2)$$

اگر بین (۱) و (۲)، اشتراک بگیریم $x \in \left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}\right]$، که با توجه به گزینه‌ها می‌توان گزینه‌ی «۲» یعنی $x \in \left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ را انتخاب نمود.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۲)

۴	۳	۲ ✓	۱

۱۱۶- *(سراسری تجربی - ۸۷)*

$$f'(x) = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{20}{3}x^{\frac{-1}{3}} \Rightarrow f''(x) = \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} + \frac{20}{9}x^{-\frac{4}{3}}$$

$$f''(x) = \frac{10}{9}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{x\sqrt[3]{x}}\right) = \frac{10}{9}\left(\frac{x+2}{x\sqrt[3]{x}}\right)$$

$x = -2$ و $x = 0$

x		-2		0	
f''	$-$	0	$+$	ت ن	$+$

f'' فقط در $x = -2$ تغییر علامت می‌دهد پس تنها دارای نقطه‌ی عطف $x = -2$ است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۴	۳	۲	۱ ✓

۱۱۷- (سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۶)

باید نقاطی را بیابیم که در آن یا $f'=0$ یا f' وجود ندارد، لذا:

$$f(x)=\sqrt[3]{x^3-3x^2+4}$$

با استفاده از فرمول $(\sqrt[n]{u})'=\dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$ داریم:

$$f'(x)=\frac{3x^2-6x}{3\sqrt[3]{(x^3-3x^2+4)^2}}$$

$$f'(x)=0\Rightarrow 3x^2-6x=0\Rightarrow x=0\ ,\ x=2$$

در ریشه‌های مخرج، f' وجود ندارد و این نقاط بحرانی است، لذا:

$$x^3-3x^2+4=0\Rightarrow \underbrace{x^3+1}+\underbrace{3-3x^2}=0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2+1-x)+3(1-x)(1+x)=0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2-4x+4)=0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-2)^2=0\Rightarrow x=-1\ ,\ x=2$$

بنابراین در بازه‌ی $(-1\,,\,2)$ تابع دارای نقطه‌ی بحرانی به‌طول $x=0$ خواهد بود. از آنجایی که $x=0$ ریشه‌ی ساده‌ی $y'=0$ است، پس طول نقطه‌ی اکسترمم است، لذا:

$$f'(x)=\frac{3x(x-2)}{3\sqrt[3]{(x^3-3x^2+4)^2}}$$

۱   ۲✓   ۳   ۴

۱۱۸- (سراسری تجربی- ۸۶)

$$f(x)=x^4-3x^3+3x^2-x$$

$$f'(x)=4x^3-9x^2+6x-1\Rightarrow f'(1)=0$$

$$f''(x)=12x^2-18x+6\Rightarrow f''(1)=0$$

$x=1$ طول نقطه‌ی عطف افقی است.

$$12x^2-18x+6=0\Rightarrow 2x^2-3x+1=0\Rightarrow x_1=1\ ,\ x_2=\frac{1}{2}$$

x		$\frac{1}{2}$		1	
y''	+	0	−	0	+
y	$\cup$		$\cap$		$\cup$

با توجه به جدول، مشتق دوم در $x=1$ از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد پس نمودار گزینه‌ی ۴ درست است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۱   ۲   ۳   ۴✓

۱۱۹- *(سؤال ۱۶۰۳ کتاب آبی)*

دامنه‌ی تابع $x > ۰$ است. حال از تابع، مشتق دوم می‌گیریم:

$$f'(x) = (۱)\ln x + x(\frac{۱}{x}) = \ln x + ۱$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{۱}{x} \Rightarrow$$

x		۰	$+\infty$
f''	//////	$+$	
f	//////	$\cup$	

همان‌طور که می‌بینید مشتق دوم همواره مثبت است در نتیجه تابع نقطه‌ی عطف ندارد. (چون در هیچ نقطه‌ای جهت تقعر تابع عوض نمی‌شود.)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۰- *(سراسری تجربی - ۸۹)*

اولاً: مختصات نقطه‌ی می‌نیمم، در معادله‌ی تابع صدق می‌کند، یعنی $f(\frac{\pi}{۶}) = -۳$، پس:

$$f(x) = a\cos ۲x + b\sin x \Rightarrow -۳ = a\cos\frac{\pi}{۳} + b\sin\frac{\pi}{۶}$$

$$\Rightarrow -۳ = \frac{a}{۲} + \frac{b}{۲} \Rightarrow a + b = -۶ \qquad (۱)$$

ثانیاً: مقدار مشتق تابع، به ازای طول نقطه‌ی می‌نیمم، صفر است، یعنی $f'\left(\frac{\pi}{۶}\right) = ۰$، پس:

$$f'(x) = -۲a\sin ۲x + b\cos x$$

$$\Rightarrow ۰ = -۲a\sin\frac{\pi}{۳} + b\cos\frac{\pi}{۶}$$

$$\Rightarrow ۰ = -\sqrt{۳}\,a + \frac{\sqrt{۳}}{۲}b \Rightarrow b = ۲a \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} \begin{cases} a + b = -۶ \\ b = ۲a \end{cases} \Rightarrow a + ۲a = -۶ \Rightarrow a = -۲$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴