



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

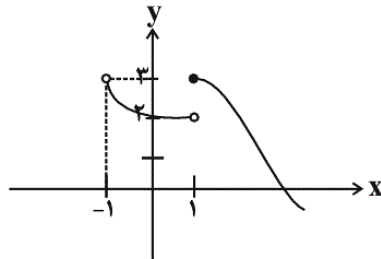
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۳ ، حد ، حد پیوستگی - ۱۳۹۵۱۲۰۶

۹۱- با توجه به شکل زیر حد تابع f در نقطه‌ی $x = -1$ کدام است؟



(۱) ۲

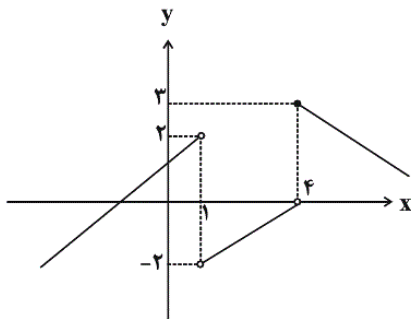
(۲) ۳

(۳) صفر

(۴) حد وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۲- نمودار تابع f در شکل زیر داده شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{3x-11}\right)$ کدام است؟



(۱) صفر

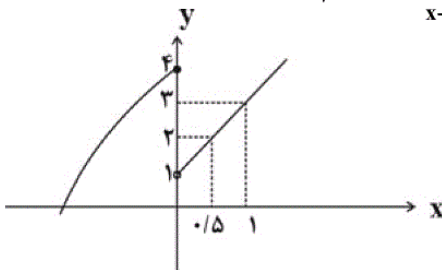
(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر نمودار روبه‌رو مربوط به تابع $y = f(x)$ باشد، حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{f(x)} + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+1)$ کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر $f(x-6) = \sqrt{x^2 + 5x - 3}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

(۴) صفر

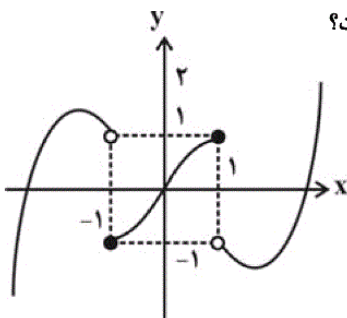
(۳) ۳

(۲) ۹

(۱) ۸

شما پاسخ نداده اید

۹۵- با توجه به شکل زیر که مربوط به نمودار تابع f می‌باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x^2)$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2f(x) + 1}{x^2 - f(x)} = 1$ باشد، در این صورت L کدام است؟

- ۳ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- به ازای کدام مجموعه مقادیر a تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} (a+x)^2 & ; x > -1 \\ a-3 & ; x = -1 \\ -1+2x & ; x < -1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = -1$ حد دارد؟

- {۰, ۱} (۱) {۱} (۲) ϕ (۳) {۰} (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در تابع $f(x) = \begin{cases} x+a^2 & ; x \geq 1 \\ -2ax & ; x \leq 1 \end{cases}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + f(1)$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f(x) = \frac{2|x-2|}{x-2}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ باشد، کدام بیان در مورد حد دو تابع $f+g$ و $\frac{f}{g}$ در نقطه‌ی $x=0$ درست است؟

(۱) هر دو تابع در نقطه‌ی $x=0$ حد دارند.

(۲) هر دو تابع در نقطه‌ی $x=0$ حد ندارند.

(۳) در مورد حد دو تابع در نقطه‌ی $x=0$ نمی‌توان صحبت کرد.

(۴) تابع $f+g$ در نقطه‌ی $x=0$ حد دارد، اما تابع $\frac{f}{g}$ در نقطه‌ی $x=0$ حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- مقدار K چقدر باشد تا حد تابع $f(x) = \begin{cases} \sin(x + \frac{\pi}{4}) & x > \frac{\pi}{4} \\ K \sin x \cos x & x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{4}$ وجود داشته باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan ax}{4x} & x < 0 \\ ax^2 + b - 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{c}{3} & x > 1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=1$ دارای حد بوده و حد تابع f در نقطه‌ی $x=0$ برابر ۲ است. حاصل abc کدام است؟

- ۸۲۰ (۱) ۶۴۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۷۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مجموع حد چپ و راست تابع $f(x) = \begin{cases} |\sin x - \cos x| & x > \frac{3\pi}{4} \\ \tan(x + \frac{\pi}{4}) & x < \frac{3\pi}{4} \end{cases}$ وقتی $x \rightarrow \frac{3\pi}{4}$ کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر f تابعی باشد که برای هر $x \in \mathbb{R}$ داشته باشیم $|2f(x) - 1| \leq (x-3)^2$ ، آن‌گاه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{3f(x+1)}$ کدام است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر حد تابع $f(x) = \frac{\tan kx}{\cos((k+1)x) \times \sin 3x}$ در $x=0$ برابر $\frac{2}{3}$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- حاصل حد تابع $y = \frac{\tan(x-a)}{a^3 - x^3}$ در $x=a$ همواره کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3a^2}$ (۲) $-\frac{1}{3a^2}$ (۳) $\frac{1}{2a^2}$ (۴) $-\frac{1}{2a^2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan \Delta x - \tan \epsilon x - \tan x}{x^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $f(4x^2 - 1) = \frac{\sin^2 x}{x^2 + \tan^2 x}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) $\sin(-1)$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cot \frac{\pi}{4} x}{\sin \pi x}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{2}{\pi}$ (۴) $-\frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

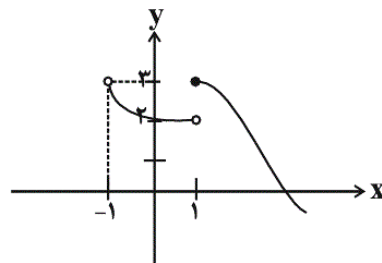
۱۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - 1) \cos \frac{1}{x+1}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳-سوالت موازی ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۱۲۰۶

۱۱۱- با توجه به شکل زیر حد تابع f در نقطه $x = -1$ کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) صفر

(۴) حد وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 2 & ; x \neq 3 \\ a & ; x = 3 \end{cases}$ در $x = 3$ دارای حد باشد، مجموعه مقادیر a کدام است؟

(۱) $\{-1, 11\}$ (۲) $\{11\}$

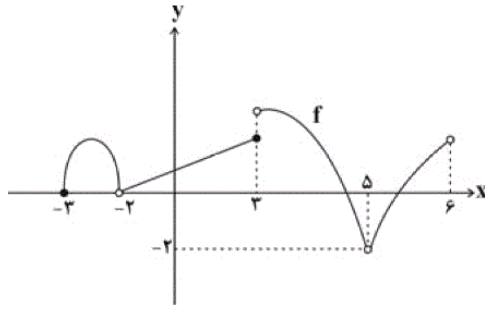
(۳) $\{-1\}$ (۴) \mathbb{R}

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر $f(x+1) = \frac{x+3}{2x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (f(2x) + f(x-2))$ کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) صفر
 (۳) -۱
 (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید



۱۱۴- با توجه به شکل زیر، تابع f در چند نقطه از دامنه‌اش دارای حد نمی‌باشد؟

- (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$ باشد، حاصل حد تابع $\frac{2f(x)-2x}{f^2(x)}$ در $x=3$ کدام است؟

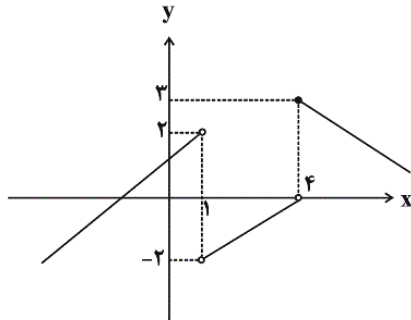
- (۱) $-\frac{1}{6}$
 (۲) صفر
 (۳) $\frac{1}{6}$
 (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \geq 1 \\ 3x-1, & x < 1 \end{cases}$ باشند، آن‌گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (f+g)(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) صفر
 (۴) وجود ندارد

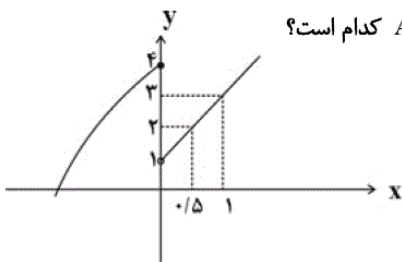
شما پاسخ نداده اید



۱۱۷- نمودار تابع f در شکل زیر داده شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{3x-1}\right)$ کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) ۳
 (۳) ۲
 (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید



۱۱۸- اگر نمودار روبه‌رو مربوط به تابع $y = f(x)$ باشد، حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{f(x)} + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+1)$ کدام است؟

- (۱) ۴
 (۲) ۵
 (۳) ۶
 (۴) ۷

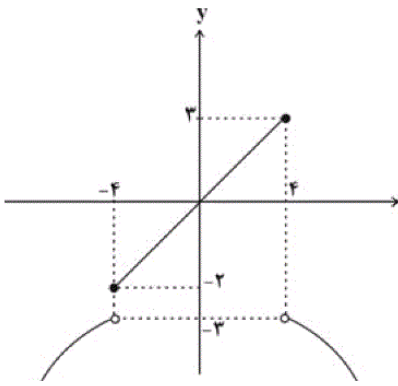
شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر $f(x-6) = \sqrt{x^2+5x-3}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۸
 (۲) ۹
 (۳) ۳
 (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر نمودار $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، حاصل عبارتهای $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 4} f'(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) -۲، وجود ندارد

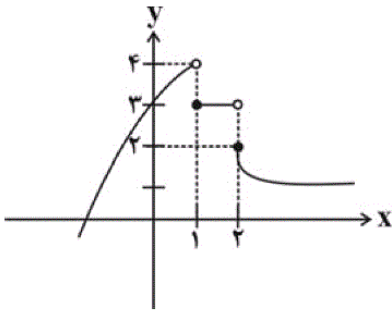
(۲) ۹، -۳

(۳) وجود ندارد، ۹

(۴) وجود ندارد، وجود ندارد

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- شکل نمودار مربوط به تابع $f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3f(2)$ کدام است؟



(۱) ۵

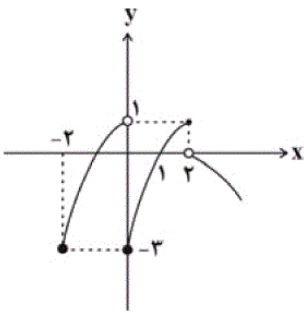
(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- با توجه به نمودار مقابل که مربوط به تابع $y = f(x)$ است، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(f(x))$ کدام است؟



(۱) ۱

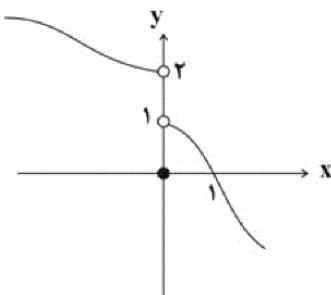
(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر نمودار تابع f به صورت شکل مقابل باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x-2) + f(2-x))$ کدام است؟



(۱) ۲

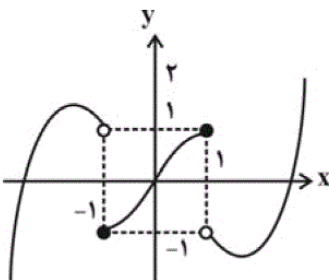
(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- با توجه به شکل زیر که مربوط به نمودار تابع f می باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x^2)$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2f(x) + 1}{x^2 - f(x)} = 1$ باشد در این صورت L کدام است؟

۸ (۲)

۳ (۱)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر $f(x) = |x|$ ، $x \in \mathbb{Z}$ و $x \notin \mathbb{Z}$ ، $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x^2 + 1} & x \in \mathbb{Z} \\ \frac{x}{f(x)} & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

۱ (۲)

صفر (۱)

(۴) حد وجود ندارد.

-۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- به ازای کدام مجموعه مقادیر a تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} (a+x)^2 & ; x > -1 \\ a-3 & ; x = -1 \\ -1+2x & ; x < -1 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = -1$ حد دارد؟

{۱} (۲)

{۰, ۱} (۱)

{۰} (۴)

\emptyset (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در تابع $f(x) = \begin{cases} x+a^2 & ; x \geq 1 \\ -2ax & ; x \leq 1 \end{cases}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + f(1)$ کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $f(x) = \frac{2|x-2|}{x-2}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f \circ f(x)$ کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{-x}$ باشند، کدام بیان در مورد حد دو تابع $f+g$ و $\frac{f}{g}$ در نقطه‌ی $x=0$ درست است؟

(۱) هر دو تابع در نقطه‌ی $x=0$ حد دارند.

(۲) هر دو تابع در نقطه‌ی $x=0$ حد ندارند.

(۳) در مورد حد دو تابع در نقطه‌ی $x=0$ نمی‌توان صحبت کرد.

(۴) تابع $f+g$ در نقطه‌ی $x=0$ حد دارد، اما تابع $\frac{f}{g}$ در نقطه‌ی $x=0$ حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

-۹۱

(موردی ملارمضانی)

حد تابع در نقطه‌ی $x = -1$ برابر است با حد راست تابع در نقطه‌ی

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 3 \quad : x = -1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

۴

۳

۲

۱

-۹۲

(سوران عبدرثرا)

$$x \rightarrow 4^+ \Rightarrow x > 4 \Rightarrow 3x - 11 > 1 \Rightarrow \frac{1}{3x - 11} < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{3x - 11}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱

-۹۳

(مهمربصیرایی)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{f(x)} = \sqrt{4} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$$

$$\Rightarrow A = 2 + 3 = 5$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱

(امیر زرانروز)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7} f(x-6) = \lim_{x \rightarrow 7} \sqrt{x^2 + 5x - 3} = \sqrt{81} = 9$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسن نصرتی ناهوک)

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(1-x^2) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) + \lim_{x \rightarrow 0} f(1-x^2)$$

$$= (-1) + 1 = 0$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(حسن نصرتی ناهوک)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2f(x) + 1}{x^2 - f(x)} = 1 \Rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2f(x) + 1)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - f(x))} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{12 - 2L + 1}{4 - L} = 1 \Rightarrow 13 - 2L = 4 - L \Rightarrow L = 9$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای آن که تابع f در نقطه‌ی $x = -1$ حد داشته باشد، باید:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (a+x)^2 = (a-1)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (-1+2x) = (-1+2(-1)) = -3$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = -3$$

که این تساوی به هیچ عنوان برقرار نمی‌باشد.

بنابراین هیچ مقداری برای a نمی‌توان یافت.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۵ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آن که f تابع باشد باید در نقطه‌ی $x = 1$ دارای یک مقدار باشد، پس:

$$1+a^2 = -2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x \geq 1 \\ 2x & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + f(1) = 2 + 2 + 2 = 6$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا تابع f را به یک تابع دو ضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , x > 2 \\ -2 & , x < 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f \circ f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا باید دامنه‌ی توابع f و g را تعیین کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow D_f : x \geq 0$$

$$g(x) = \sqrt{-x} \Rightarrow D_g : -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{0\} \\ D_{\frac{f}{g}} = (D_f \cap D_g) - \{g(x) = 0\} = \emptyset \end{cases}$$

با توجه به این که می‌دانیم شرط گرفتن حد در نقطه‌ی $x = 0$ آن است که بتوان از داخل دامنه‌ی تابع به آن نقطه نزدیک شد یعنی خود نقطه‌ی $x = 0$ مدنظر نمی‌باشد بلکه باید کمی کمتر یا کمی بیشتر از آن در دامنه‌ی تابع موجود باشد. بنابراین با توجه به دامنه‌ی به دست آمده برای دو تابع $f + g$ و $\frac{f}{g}$ نمی‌توان در مورد حد آن‌ها در نقطه‌ی $x = 0$ صحبت کرد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۰ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زراندوز)

$$\text{حد راست} : \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{حد چپ} : \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} (K \sin x \cos x) &= K \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} \\ &= K \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}K \end{aligned}$$

$$\text{حد چپ} = \text{حد راست} \Rightarrow \frac{1}{2}K = 1 \Rightarrow K = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زرانروز)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan ax}{4x} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin ax}{\cos ax \times 4x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin ax}{1 \times 4x} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax}{4x} = 2 \Rightarrow \frac{a}{4} = 2 \Rightarrow a = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + b - 1) = 2 \Rightarrow b - 1 = 2 \Rightarrow b = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{c}{3} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + b - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{c}{3} = a + b - 1 \Rightarrow c = 30$$

لذا حاصل abc برابر با ۷۲۰ خواهد بود.

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زرانروز)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^+} |\sin x - \cos x| = \left| \sin \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{3\pi}{4} \right|$$

$$= \left| \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) \right| = \left| \frac{2\sqrt{2}}{2} \right| = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^-} \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \tan \pi = 0 \Rightarrow \text{حد راست} + \text{حد چپ} = 0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷ و ۸۲ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی اصغر توکلی)

$$|2f(x) - 1| \leq (x-3)^2 \Rightarrow -(x-3)^2 \leq 2f(x) - 1 \leq (x-3)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x-3)^2 = \lim_{x \rightarrow 3} -(x-3)^2 = 0 \quad \text{طبق قضیه‌ی فشردگی داریم:}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (2f(x) - 1) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x+1) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{3f(x+1)} = \frac{1}{3 \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(حسین حاجیلو)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2kx}{\cos((k+1)x) \sin 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2kx}{\cos((k+1)x) \times \cos 2kx \times \sin 3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos((k+1)x) \cos 2kx} \times \frac{\sin 2kx}{\sin 3x} \times \frac{x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 \times 1} \times \frac{2k}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow k = 1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌ی ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(میثم حمزه‌لویی)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan(x-a)}{-(x^3 - a^3)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan(x-a)}{-(x-a)(x^2 + a^2 + xa)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{-(x-a)} \times \frac{1}{\cos(x-a)(x^2 + a^2 + xa)}$$

$$= (-1) \left(\frac{1}{3a^2} \right) = -\frac{1}{3a^2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(میلاد منصوری)

دقت کنید که:

$$\begin{aligned} \tan \Delta x - \tan \varphi x - \tan x &= \tan(\varphi x + x) - (\tan \varphi x + \tan x) \\ &= \frac{\tan \varphi x + \tan x}{1 - \tan \varphi x \tan x} - (\tan \varphi x + \tan x) \\ &= (\tan \varphi x + \tan x) \left(\frac{1}{1 - \tan \varphi x \tan x} - 1 \right) \\ &= \frac{(\tan \varphi x + \tan x)(\tan \varphi x \tan x)}{1 - \tan \varphi x \tan x} = \tan \Delta x \tan \varphi x \tan x \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan \Delta x - \tan \varphi x - \tan x}{x^3} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan \Delta x \tan \varphi x \tan x}{x^3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan \Delta x}{x} \times \frac{\tan \varphi x}{x} \times \frac{\tan x}{x} = 5 \times 4 \times 1 = 20. \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(حمید علیزاده)

$$f(\varphi x^2 - 1) = \frac{\sin^2 x}{x^2 + \tan^2 x}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} f(\varphi x^2 - 1) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 + \tan^2 x} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{1}{A} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \tan^2 x}{\sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} + \frac{\tan^2 x}{\sin^2 x} = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow A = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \tan \frac{\pi t}{4}}{1 + \tan \frac{\pi t}{4}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{\pi t}{4}}{1 + \frac{\pi t}{4}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{\pi t}{4} - 1 + \frac{\pi t}{4}}{1 + \frac{\pi t}{4}} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi t}{2}}{-\pi t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{\pi}{2}}{-\pi} = \frac{-1}{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ابراهیم نجفی)

-۱۱۰

$$-1 \leq \cos u \leq 1 \rightarrow -1 \leq \cos \frac{1}{x+1} \leq 1$$

$$\xrightarrow{\times(x^2-1)} -(x^2-1) \leq (x^2-1) \cos \frac{1}{x+1} \leq (x^2-1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1} (-(x^2-1)) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1} (x^2-1) = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{طبق قضیه فشردگی}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2-1) \cos \frac{1}{x+1} = 0$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، ریاضی ۳-سوال‌ات موازی، حد، حد پیوستگی - ۱۳۹۵۱۲۰۶

(مهری ملا، مضافی)

-۱۱۱

حد تابع در نقطه‌ی $x = -1$ برابر است با حد راست تابع در نقطه‌ی $x = -1$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهممصطفی ابراهیمی)

حد تابع f در $x=3$ برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 3x + 2) = 18 - 9 + 2 = 11$$

اما مقدار حد تابع در $x=3$ ارتباطی با مقدار تابع در آن نقطه ندارد. بنابراین a هر مقداری می‌تواند باشد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+2}{4x-2} + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)+2}{2(x-2)-2} = 1 + \frac{2}{-2} = 0$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهممصطفی ابراهیمی)

حد تابع f در هر نقطه ارتباطی با مقدار تابع در آن نقطه ندارد. با توجه به شکل تابع f ، تابع مورد نظر تنها در $x=3$ دارای حد نیست.

دقت کنید در $x=-3$ تابع دارای حد است و مقدار حد آن با حد راست آن برابر است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میثم همزه‌لویی)

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)} = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) - 2x}{f^2(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 \times 6 - 2 \times 3}{6^2} = \frac{1}{6}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۱ تا ۸۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(معمد بصیرایی)

$$D_f = [1, +\infty) \quad , \quad D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [1, +\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f + g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (f + g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1} + \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = 0 + 2 = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سوران عبدفرا)

-۱۱۷

$$x \rightarrow 4^+ \Rightarrow x > 4 \Rightarrow 3x - 11 > 1 \Rightarrow \frac{1}{3x-11} < 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{3x-11}\right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(معمد بصیرایی)

-۱۱۸

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{f(x)} = \sqrt{4} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x+1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$$

$$\Rightarrow A = 2 + 3 = 5$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زراندوز)

-۱۱۹

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 7} f(x-6) = \lim_{x \rightarrow 7} \sqrt{x^2 + 5x - 3} = \sqrt{11} = 9$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زراندوز)

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow (-4)^-} f(x) = -3 \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} f(x) \text{ : ندارد وجود}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 4^+} f^2(x) = \left(\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \right)^2 = (-3)^2 = 9 \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f^2(x) = \left(\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \right)^2 = 3^2 = 9 \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} f^2(x) = 9$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عباس اسری امیرآبادی)

$$\left. \begin{array}{l} 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \times 4 = 8 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3 \\ 3f(2) = 3 \times 2 = 6 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3f(2) = 8 + 3 - 6 = 5$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زراندوز)

از روی شکل، واضح است که $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$ ولی f با مقادیر کمتر از صفر

به صفر نزدیک می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (f(f(x))) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به نمودار مشخص است که:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x-2) + f(2-x))$$

$$= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (f(x-2) + f(2-x)) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1 + 2 = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} (f(x-2) + f(2-x)) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2 + 1 = 3 \end{cases}$$

با توجه به برابری حد راست و حد چپ، حد مورد نظر برابر ۳ خواهد بود.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(حسن نصرتی ناهوک)

-۱۲۴

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(1-x^2) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) + \lim_{x \rightarrow 0} f(1-x^2)$$

$$= (-1) + 1 = 0$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(حسن نصرتی ناهوک)

-۱۲۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2f(x) + 1}{x^2 - f(x)} = 1 \Rightarrow \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2f(x) + 1)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - f(x))} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{12 - 2L + 1}{4 - L} = 1 \Rightarrow 13 - 2L = 4 - L \Rightarrow L = 9$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امسان کریمی)

در تابع g ، دامنه تابع به صورت اعداد صحیح و غیر صحیح تفکیک شده است. برای محاسبه‌ی حد تابع g در تمام نقاط باید از ضابطه‌ی پائین $(x \notin \mathbb{Z})$ استفاده کنیم. زیرا مثلاً برای نقطه‌ی $x=1$ زمانی که عبارت $x \rightarrow 1$ مطرح می‌شود به معنای نزدیک شدن به نقطه ۱ است و هیچ‌گاه در عمل به نقطه‌ی ۱ نخواهیم رسید، بنابراین $x \rightarrow 1$ به معنای اعداد غیر صحیح است. در نقطه‌ی $x=0$ هم وضع به همین صورت است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{-x} = -1 \end{cases}$$

حد تابع در نقطه‌ی $x=0$ به ۲ عدد نابرابر رسید که به معنای عدم وجود حد تابع در این نقطه است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ابراهیم نیفی)

برای آن که تابع f در نقطه‌ی $x=-1$ حد داشته باشد، باید:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (a+x)^2 = (a-1)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (-1+2x) = (-1+2(-1)) = -3$$

$$\Rightarrow (a-1)^2 = -3$$

که این تساوی به هیچ عنوان برقرار نمی‌باشد.

بنابراین هیچ مقداری برای a نمی‌توان یافت.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۵ تا ۷۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ابراهیم نجفی)

برای آن که f تابع باشد باید در نقطه‌ی $x=1$ دارای یک مقدار باشد، پس:

$$\Rightarrow 1 + a^2 = -2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x \geq 1 \\ 2x & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + f(1) = 2 + 2 + 2 = 6$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(حسن نصرتی‌ناهوک)

ابتدا تابع f را به یک تابع دو ضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , x > 2 \\ -2 & , x < 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} fof(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا باید دامنه‌ی توابع f و g را تعیین کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow D_f : x \geq 0$$

$$g(x) = \sqrt{-x} \Rightarrow D_g : -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{0\} \\ D_{\frac{f}{g}} = (D_f \cap D_g) - \{g(x) = 0\} = \emptyset \end{cases}$$

با توجه به این که می‌دانیم شرط گرفتن حد در نقطه‌ی $x = 0$ آن است که بتوان از داخل دامنه‌ی تابع به آن نقطه نزدیک شد یعنی خود نقطه‌ی $x = 0$ مدنظر نمی‌باشد بلکه باید کمی کمتر یا کمی بیشتر از آن در دامنه‌ی تابع موجود باشد. بنابراین با توجه به دامنه‌ی به دست آمده برای دو تابع $f + g$ و $\frac{f}{g}$ نمی‌توان در مورد حد آن‌ها در نقطه‌ی $x = 0$ صحبت کرد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۰ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir