



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی، حسابان، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

۸۱- حاصل $\frac{1}{\sin 75^\circ}$ کدام است؟

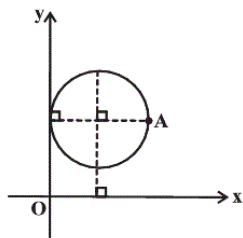
- (۱) $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $0 < \theta < 2\pi$ و بدانیم که $\cos \theta = \frac{-4}{5}$ ، حاصل $\sin \frac{\theta}{2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (۲) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (۳) $+\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۴) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

شما پاسخ نداده اید



۸۳- مطابق شکل متحرکی از نقطه‌ی A روی دایره حرکت می‌کند و در هر ۳ دقیقه یک دور در جهت مثبت مثلثاتی می‌چرخد، اگر قطر دایره ۱۸ متر و فاصله‌ی پایین‌ترین نقطه‌ی دایره تا محور x ها برابر ۴ متر باشد، بعد از گذشت ۱۵ ثانیه، نقطه‌ی A در چه عرضی بر حسب متر قرار می‌گیرد؟

- (۱) $17/5$ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) $16/5$

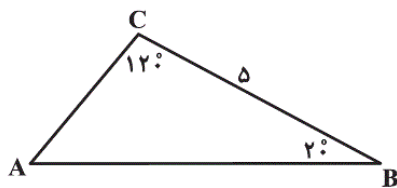
شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{4}$ آن‌گاه کم‌ترین مقدار $\frac{2}{1 + \sin^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) کم‌ترین مقدار ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اندازه‌ی بزرگ‌ترین ضلع در شکل مقابل کدام است؟



- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{2 \sin 40^\circ}$ (۲) $\frac{5}{2 \sin 40^\circ}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{4 \sin 40^\circ}$ (۴) $\frac{5}{4 \sin 40^\circ}$

شما پاسخ نداده اید

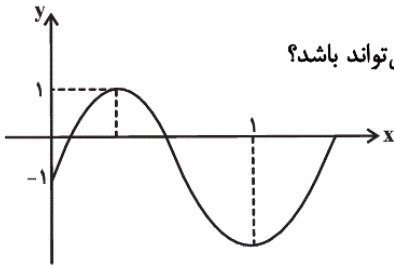
۸۶- دوره‌ی تناوب تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\tan ax}{1 - \tan^2 ax}$ برابر $\frac{3}{2}$ است. a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) π (۴) 2π

۸۸

شما پاسخ نداده اید

۸۷- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin b\pi x - 1$ است. در این صورت $a + b$ برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- (۱) $2/5$ (۲) ۳ (۳) $4/5$ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{4}{5}$ (۲) $\pm \frac{3}{5}$ (۳) $\pm \frac{2}{5}$ (۴) $\pm \frac{1}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- حداکثر مقدار عبارت $\sin x + \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos x$ چند برابر $\cos \frac{\pi}{12}$ است؟

- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- حاصل عبارت $1 + \frac{2 \sin x \cos^3 x}{\sin 2x}$ به‌ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۱- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $2 \sin^2 x + 9 \cos x + 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ (۴) $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- مجموع جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ در بازه‌ی $[0, \pi]$ کدام است؟

- (۱) π (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) $\frac{11\pi}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- معادله‌ی $2 \sin 2x \cos 2x = 2 \sin 4x \cos 2x - \sin 4x$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۴- معادله‌ی $4 \cos 4x = \frac{1}{\sin 1^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 8^\circ}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۹۵- معادله‌ی $\tan^4 \theta + \tan^3 \theta + 2 \tan^2 \theta - \tan \theta + 1 = 0$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۹۶- تابع $y = -\frac{1}{3}\sin(3\pi x)$ در بازه $[-\frac{1}{3}, 1]$ چند بار بیشترین مقدار را دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- حاصل $\cos^{-1}(\sin 1/3\pi)$ کدام است؟

- ۰/۵π (۱) -۰/۳π (۲) ۰/۸π (۳) ۰/۲π (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- حاصل $\cos(2 \tan^{-1}(\frac{2}{3}))$ کدام است؟

- $\frac{4}{13}$ (۱) $\frac{5}{13}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۹- برد تابع $f(x) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{x}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- معادله $\tan(\tan^{-1} \frac{x}{2} + \tan^{-1} \frac{x}{3}) = x$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

۱۲۱- تبدیل ایزومتري تبديلی است که ...

(۲) نقطه‌ها را روی خودشان تصویر کند.

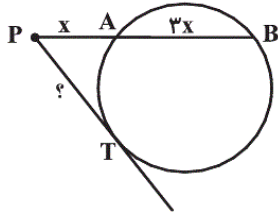
(۱) مساحت شکل‌ها را حفظ کند.

(۴) طول پاره‌خط‌ها را حفظ کند.

(۳) شیب خط‌ها را حفظ کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در شکل زیر، طول AB سه برابر طول PA است. طول مماس رسم شده از P بر دایره، چند برابر طول PA است؟



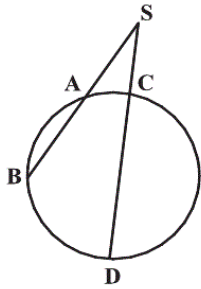
(۱) ۲

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{2}{2}$

شما پاسخ نداده اید



۱۲۳- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟

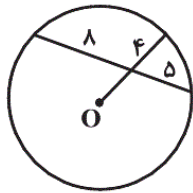
(۲) $SA \cdot SB > SC \cdot SD$

(۱) $SA \cdot SB < SC \cdot SD$

(۴) $SA \cdot AB = SC \cdot CD$

(۳) $SA \cdot SB = SC \cdot SD$

شما پاسخ نداده اید



۱۲۴- در شکل زیر، O مرکز دایره است. شعاع دایره کدام است؟

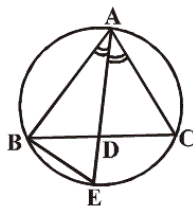
(۱) ۷

(۲) $7/5$

(۳) ۸

(۴) $8/5$

شما پاسخ نداده اید



۱۲۵- در شکل زیر AD نیم‌ساز زاویه BAC است، حاصل $AB \cdot AC$ همواره با کدام گزینه برابر است؟

(۲) $AD \cdot DE$

(۱) $AD \cdot BE$

(۴) $DC^2 + AD \cdot DE$

(۳) $AD^2 + AD \cdot DE$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- زاویه‌ی بین مماس مشترک داخلی و مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج با شعاع‌های R و $۲R$ چند درجه است؟

(۲) ۴۵

(۱) ۶۰

(۴) ۳۰

(۳) ۹۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۱، مماس داخلند. چند وتر به طول $2\sqrt{21}$ در دایره‌ی بزرگ‌تر می‌توان رسم کرد که بر دایره‌ی کوچک‌تر مماس شوند؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- طول یکی از مماس مشترک‌های دو دایره‌ی $C(O, 2)$ و $C'(O', 3)$ ، $\sqrt{2}$ برابر طول مماس مشترک دیگر است. طول پاره‌خط OO' کدام است؟

۶ (۱) ۷ (۲)

۸ (۳) ۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- مجموع طول و عرض نقطه‌ای که تصویر آن تحت تبدیل با ضابطه‌ی $T(x, y) = (1 - x + y, x - 3y)$ ، مبدأ مختصات است، کدام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{4}$

۳ (۳) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- نقطه‌ی (a, b) با انتقال تحت بردار $(3, a)$ به نقطه $(b, -a)$ تصویر می‌شود. $a + b$ کدام است؟

-۱ (۱) ۱ (۲)

۵ (۳) -۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

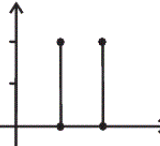
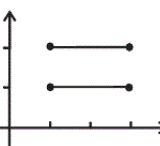
ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

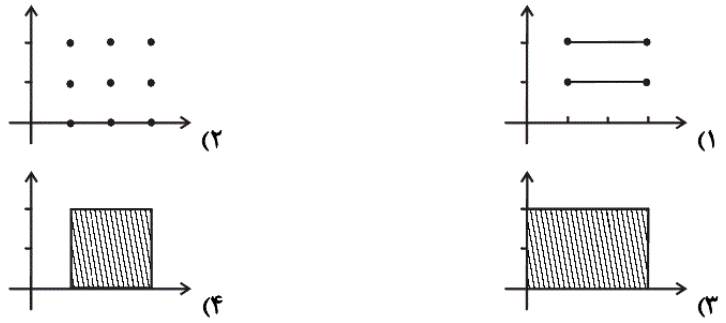
۱۴۱- برای چهار مجموعه‌ی غیرتهی A, B, C و D ، کدام یک از گزینه‌های زیر لزوماً صحیح نیست؟

$A \times B = B \times A \Rightarrow A \Delta B = A$ (۲) $A \times C = B \times C \Rightarrow A = B$ (۱)

$A \times B = C \times D \Rightarrow A - C = B - D$ (۴) $A \times B \subseteq B \times A \Rightarrow A - B = \phi$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- اگر نمودار $A \times B$ به صورت  و نمودار $C \times D$ به صورت  باشد، نمودار $C \times B$ به کدام صورت خواهد بود؟



شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- اگر دو مجموعه A و B به ترتیب ۵ و ۶ عضوی باشند، آن گاه $(A \times B) \cap (B \times A)$ حداکثر چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۲۵
(۳) ۳۰
(۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- رابطه $R = \{(x, y) : x | y\}$ در مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۴
(۲) ۲۳
(۳) ۲۸
(۴) ۳۷

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- اگر رابطه R به صورت $R = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$ روی اعداد حقیقی تعریف شده باشد، مساحت رابطه R کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$
(۲) $\frac{\pi}{3}$
(۳) $\frac{\pi}{4}$
(۴) $\frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- چه تعداد از روابط زیر که همگی روی R^2 تعریف شده اند، رابطه هم‌ارزی می‌باشند؟

(الف) $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$

(ب) $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow (a - c)(b - d) = 0$

(پ) $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ab = cd$

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- رابطه R بر روی مجموعه اعداد حقیقی به صورت $xRy \Leftrightarrow x \leq y$ تعریف شده است. این رابطه چه تعداد از خاصیت‌های بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- یک مجموعه ۷ عضوی را به چند طریق می‌توان به دو زیرمجموعه افزایش نمود؟

- (۱) ۶۴
(۲) ۶۳
(۳) ۶۲
(۴) ۶۱

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- رابطه هم‌ارزی R روی R^2 به صورت $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 + t^2 = y^2 + z^2$ تعریف شده است. کلاس هم‌ارزی $[(1, 2)]$ کدام است؟

- (۱) $\{(x, y) | x^2 + y^2 = 5\}$
(۲) $\{(x, y) | x + y = 3\}$
(۳) $\{(x, y) | x^2 - y^2 = -3\}$
(۴) $\{(x, y) | x^2 - y^2 = 5\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- رابطه‌ی $xRy \Leftrightarrow 2|x+y$ که روی مجموعه‌ی Z تعریف شده است، را به چند کلاس هم‌ارزی افراز می‌کند؟

- (۱) رابطه هم‌ارزی نیست. (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان-سوال‌های موزی، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

۱۰۱- حاصل $\frac{1}{\sin 75^\circ}$ کدام است؟

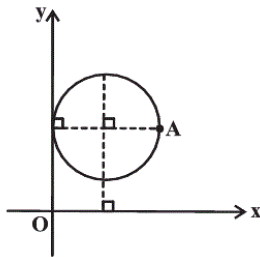
- (۱) $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{6} - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $0 < \theta < 2\pi$ و بدانیم که $\cos \theta = \frac{-4}{5}$ ، حاصل $\sin \frac{\theta}{2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (۲) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (۳) $+\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۴) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

شما پاسخ نداده اید



۱۰۳- مطابق شکل متحرکی از نقطه‌ی A روی دایره حرکت می‌کند و در هر ۳ دقیقه یک دور در جهت مثبت مثلثاتی می‌چرخد، اگر قطر دایره ۱۸ متر و فاصله‌ی پایین‌ترین نقطه‌ی دایره تا محور x ها برابر ۴ متر باشد، بعد از گذشت ۱۵ ثانیه، نقطه‌ی A در چه عرضی بر حسب متر قرار می‌گیرد؟

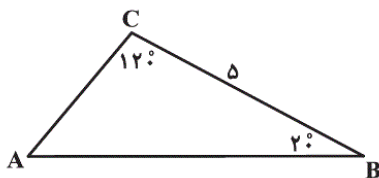
- (۱) $17/5$ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) $16/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $-\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{4}$ آن‌گاه کم‌ترین مقدار $\frac{2}{1 + \sin^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) کم‌ترین مقدار ندارد.

شما پاسخ نداده اید



۱۰۵- اندازه‌ی بزرگ‌ترین ضلع در شکل مقابل کدام است؟

- (۱) $\frac{5\sqrt{3}}{2 \sin 40^\circ}$ (۲) $\frac{5}{2 \sin 40^\circ}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{4 \sin 40^\circ}$ (۴) $\frac{5}{4 \sin 40^\circ}$

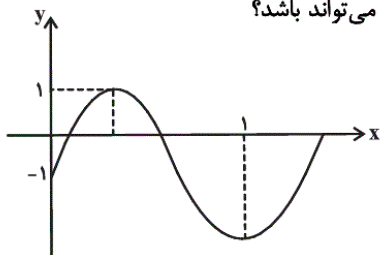
شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- دوره‌ی تناوب تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\tan ax}{1 - \tan^2 ax}$ برابر $\frac{\pi}{2}$ است. a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) π (۴) 2π

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin b\pi x - 1$ است. در این صورت $a + b$ برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۱) ۲/۵

(۲) ۳

(۳) ۳/۵

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{10}$ باشد، حاصل $\sin x - \cos x$ کدام است؟

(۴) $\pm \frac{1}{5}$

(۳) $\pm \frac{2}{5}$

(۲) $\pm \frac{3}{5}$

(۱) $\pm \frac{4}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- حداکثر مقدار عبارت $\cos x + \sin(x + \frac{\pi}{6}) + \sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos x$ چند برابر $\cos \frac{\pi}{12}$ است؟

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حاصل عبارت $1 + \frac{2 \sin x \cos 3x}{\sin 2x}$ به‌ازای $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- طول روز در یک سال یک متغیر تناوبی است. اگر طول روز t ام را با $L(t) = A \sin(Bt) + C$ نمایش دهیم و طول سال را ۳۶۵ روز فرض کنیم، B تا

سه رقم اعشار کدام است؟ ($\pi = 3.14$)

(۴) ۰/۰۱۹

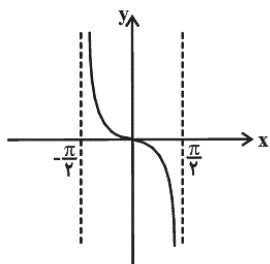
(۳) ۰/۰۱۸

(۲) ۰/۰۱۷

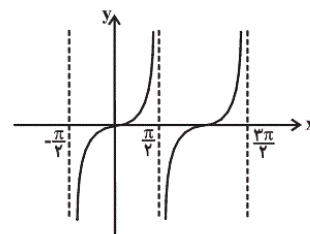
(۱) ۰/۰۱۶

شما پاسخ نداده اید

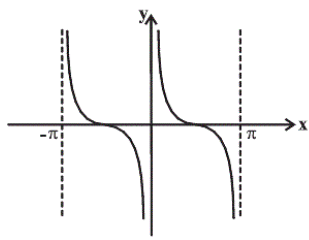
۱۱۲- نمودار تابع $\tan(\frac{\pi}{2} + x)$ کدام است؟



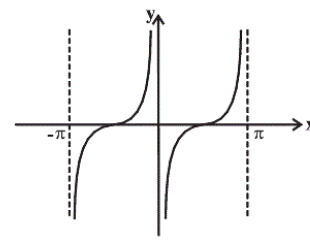
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\tan(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$ کدام است؟ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)

(۴) $9 + 14\sqrt{5}$

(۳) $-9 - 4\sqrt{5}$

(۲) $-9 + 14\sqrt{5}$

(۱) $9 - 4\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- حاصل عبارت $\frac{\sin 4x + \sin 8x}{\cos 4x + \cos 8x}$ بازای $x = \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2} - \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $A = \tan 3/75^\circ + \cot 3/75^\circ$ و $B = \sin^2 3/75^\circ - \cos^2 3/75^\circ$ آنگاه حاصل $\frac{4B \cos 15^\circ}{A}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $\sin^2 x = \frac{3\pi}{4}$ مقدار $\sin x \cos x + \cos^2 x$ باشد، مقدار $\sin 4x$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر مقدار $\sin 2^\circ$ تقریباً 0.28 باشد، آن گاه مقدار $\cos 35^\circ$ کدام است؟

(۱) 0.68 (۲) 0.72 (۳) 0.8 (۴) 0.84

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x \cos 2x + \sin x \sin 2x \leq 1$ باشد، حدود تغییرات x کدام می تواند باشد؟

(۱) $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ (۲) $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$ (۳) $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ (۴) $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}]$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- حاصل عبارت $\frac{\sin 70^\circ - \sin 50^\circ}{\sin 80^\circ}$ کدام است؟

(۱) $\cot 10^\circ$ (۲) $2 \tan 10^\circ$ (۳) $2 \cot 10^\circ$ (۴) $\tan 10^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- مقدار k چقدر باشد تا رابطه‌ی زیر همواره برقرار باشد؟ (مقادیر تعریف شده هستند).

$$\frac{1 - \cos x + k \sin x}{\sin x + k(1 + \cos x)} = \tan \frac{x}{2}$$

(۱) $k = 1$ (۲) $k = -1$ (۳) $k \in \mathbb{R}$ (۴) امکان پذیر نیست.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

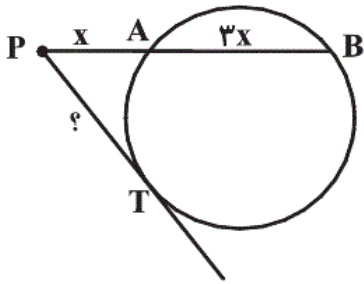
۱۳۱- در شکل زیر، طول AB سه برابر طول PA است. طول مماس رسم شده از P بر دایره، چند برابر طول PA است؟

(۱) ۲

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$



شما پاسخ نداده اید

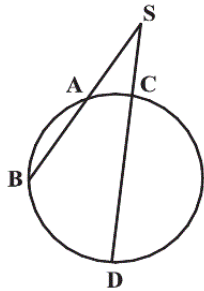
۱۳۲- با توجه به شکل روبه‌رو، کدام گزینه درست است؟

(۲) $SA \cdot SB > SC \cdot SD$

(۱) $SA \cdot SB < SC \cdot SD$

(۴) $SA \cdot AB = SC \cdot CD$

(۳) $SA \cdot SB = SC \cdot SD$



شما پاسخ نداده اید

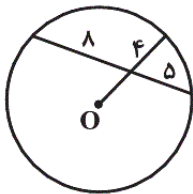
۱۳۳- در شکل زیر، O مرکز دایره است. شعاع دایره کدام است؟

(۱) ۷

(۲) $\frac{7}{5}$

(۳) ۸

(۴) $\frac{8}{5}$



شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائمه‌ی $AB = 3$ و $AC = 8$ ، امتداد میانه‌ی BM دایره‌ی محیطی مثلث را در نقطه‌ی N قطع می‌کند. طول

MN کدام است؟

(۲) $\frac{3}{1}$

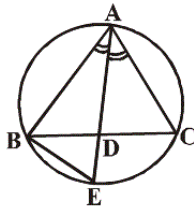
(۱) ۳

(۴) $\frac{3}{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در شکل زیر AD نیمساز زاویه BAC است، حاصل $AB.AC$ همواره با کدام گزینه برابر است؟



$AD.DE$ (۲)

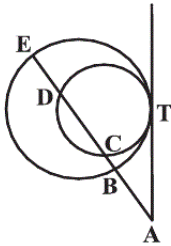
$AD.BE$ (۱)

$DC^2 + AD.DE$ (۴)

$AD^2 + AD.DE$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در شکل مقابل، نقطه A روی مماس مشترک دو دایره واقع است. اگر $\frac{AB}{2} = BC = \frac{CD}{5} = 1$ ، آن گاه طول DE کدام است؟



$4/5$ (۱)

4 (۲)

$3/5$ (۳)

3 (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره با قطرهای ۱۱ و ۲۵، برابر $2\sqrt{30}$ است. بیش‌ترین فاصله‌ی نقاط این دو دایره از هم کدام است؟

17 (۲)

13 (۱)

31 (۴)

23 (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- زاویه‌ی بین مماس مشترک داخلی و مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج با شعاع‌های R و $3R$ چند درجه است؟

45 (۲)

60 (۱)

30 (۴)

90 (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۱، مماس داخلند. چند وتر به طول $2\sqrt{21}$ در دایره‌ی بزرگ‌تر می‌توان رسم کرد که بر دایره‌ی کوچک‌تر مماس شوند؟

2 (۲)

1 (۱)

4 (۴)

3 (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- طول یکی از مماس مشترک‌های دو دایره‌ی $C(O, 2)$ و $C'(O', 3)$ ، $\sqrt{2}$ برابر طول مماس مشترک دیگر است. طول پاره‌خط OO' کدام است؟

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(سیدویدر ذوالفقاری)

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \\ \Rightarrow \frac{1}{\sin 75^\circ} &= \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \xrightarrow[\text{می کنیم}]{\text{مخرج را گویا}} \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \\ &= \frac{4(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{6 - 2} = \sqrt{6} - \sqrt{2}\end{aligned}$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۸۲

(مهمدرضا توفه)

$$\begin{aligned}\cos \theta &= -\frac{4}{5} \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{9}{10} \\ \Rightarrow \sin \frac{\theta}{2} &= \pm \frac{3\sqrt{10}}{10}\end{aligned}$$

چون $0 < \theta < 2\pi$ ، پس $0 < \frac{\theta}{2} < \pi$ است که $\sin \frac{\theta}{2}$ در این بازه مثبت است.

(حسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

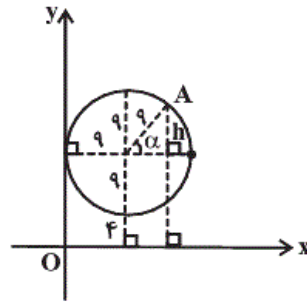
۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد ظاهر شعاعی)



بعد از $3 \times 60 = 180$ ثانیه نقطه A یک دور کامل می‌زند، پس 2π رادیان طی شده است و بعد از t ثانیه کمان طی شده $\frac{\pi t}{90}$ رادیان است، داریم:

$$y_A = 9 + 4 + h = 13 + h \quad \text{و} \quad \sin \alpha = \frac{h}{9}$$

$$\Rightarrow h = 9 \sin \frac{\pi t}{90}$$

پس $y_A = 13 + 9 \sin \frac{\pi t}{90}$ و بعد از گذشت ۱۵ ثانیه ارتفاع نقطه A

$$y_A = 13 + 9 \times \sin \frac{15\pi}{90} = 13 + 9 \sin \frac{\pi}{6}$$

برابر است با:

$$= 13 + \frac{9}{2} = 17 \frac{1}{2}$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq 1 + \sin^2 x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq \frac{2}{1 + \sin^2 x} \leq 2$$

بنابراین کم‌ترین مقدار این عبارت برابر با ۱ است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(حسن قرابش)

در هر مثلث ضلع مقابل به بزرگ‌ترین زاویه، بزرگ‌ترین ضلع می‌باشد.

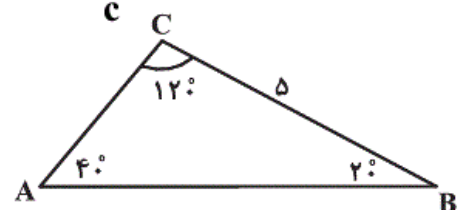
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$

طبق قضیه‌ی sin ها داریم:

$$\Rightarrow \frac{\sin 40^\circ}{5} = \frac{\sin 120^\circ}{c} \Rightarrow \frac{\sin 40^\circ}{5} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{c}$$

$$\Rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{2 \sin 40^\circ}$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)



۴

۳

۲

۱ ✓

می دانیم:

$$\frac{2 \tan ax}{1 - \tan^2 ax} = \tan 2ax$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \tan 2ax \Rightarrow \frac{\pi}{|2a|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\pi}{3} \\ a = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(معمربوار مسنی)

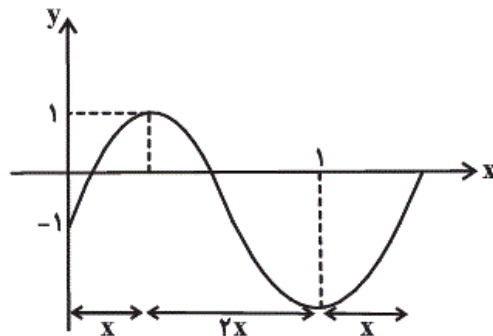
با توجه به شکل اگر دوره تناوب تابع برابر $4x$ باشد، $3x = 1$ است، پس

$x = \frac{1}{3}$ به دست می‌آید. بنابراین دوره تناوب تابع $T = 4x = \frac{4}{3}$ خواهد

بود. از ضابطه‌ی تابع دوره‌ی تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{|b\pi|}$ به دست می‌آید:

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$



اگر $b = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار تابع در $x = \frac{1}{3}$ برابر ۱ است:

$$y\left(\frac{1}{3}\right) = a(1) - 1 = 1 \Rightarrow a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

اگر $b = -\frac{3}{2}$ باشد، به‌طور مشابه $a = -2$ به دست می‌آید که

$$a + b = -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(مهمرد مصطفی ابراهیمی)

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } \frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{1}{2} = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = 1 + 2 \sin x \cos x \Rightarrow \frac{1}{2} - 1 = \frac{-1}{2} = 2 \sin x \cos x$$

برای به دست آوردن $\sin x - \cos x$ اول $(\sin x - \cos x)^2$ را به دست می‌آوریم:

$$(\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x - \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴

(مهمرد رضا توبه)

$$\overbrace{\sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} + \overbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$= 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos \frac{\pi}{6} + 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cos \frac{\pi}{3}$$

$$= 2 \cos \frac{\pi}{6} \left(\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$= 2 \cos \frac{\pi}{6} \left(2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos \frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

عبارت اخیر در بازه‌ی $\left[-2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6}, 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6}\right]$ تغییر می‌کند. پس بیش‌ترین مقدار آن $2\sqrt{3}$ برابر $\cos \frac{\pi}{6}$ است.

(مسایان - صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴

(عزیزالله علی‌اصغری)

$$1 + \frac{1}{2} \frac{(\sin 4x - \sin 2x)}{\sin 2x} = 1 + \frac{2 \sin 2x \cos 2x - \sin 2x}{\sin 2x}$$

$$= 2 \cos 2x - 1 + 1 = 2 \cos 2x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} 2 \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴

(سید وید زوالفقاری)

$$2(1 - \cos^2 x) + 9 \cos x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2 - 2 \cos^2 x + 9 \cos x + 3 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (2 \cos x + 1)(\cos x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 5 & \text{غ ق ق} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

(مسابان - صفحه‌های 110 تا 113)

4

3 ✓

2

1

$$\begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جوابها: } \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$$

(مسابان - صفحه‌های 110 تا 113)

4

3

2 ✓

1

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

با استفاده از اتحاد $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ می‌توان نوشت: $2 \sin 3x \cos 2x = 2 \sin 5x \cos x - 2 \sin x \cos 3x$

$$\Rightarrow \sin 5x + \sin x = \sin 5x - \sin 3x$$

$$\Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

(مسابان - صفحه‌های 110 تا 113)

4

3

2

1 ✓

ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{\sin 8^\circ - \sqrt{3} \sin 1^\circ}{\sin 1^\circ \sin 8^\circ} = \frac{2\left(\frac{1}{2} \sin 8^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 1^\circ\right)}{\sin 1^\circ \times \cos 1^\circ}$$

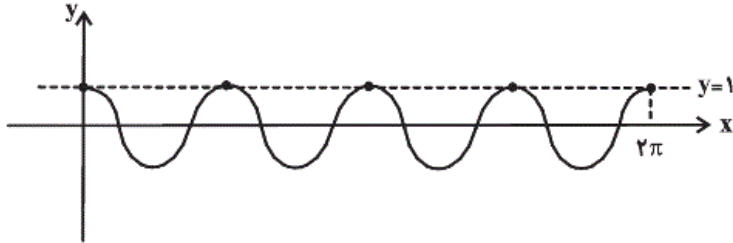
$$\frac{2(\cos 6^\circ \sin 8^\circ - \sin 6^\circ \cos 8^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 2^\circ} = \frac{2 \sin(8^\circ - 6^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 2^\circ} = 4$$

$$\Rightarrow \cos 4x = 1$$

که این معادله را می‌توان به چند طریق حل کرد. یکی روش رسم است و روش دیگر روش کلی حل معادله.

$$\cos 4x = 1 \Rightarrow 4x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

$$\xrightarrow{k=0,1,\dots,4} x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$



(مسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمربضا توفه)

$$\tan^4 \theta + 2 \tan^2 \theta + 1 = \tan \theta - \tan^3 \theta$$

$$\Rightarrow (1 + \tan^2 \theta)^2 = \tan \theta (1 - \tan^2 \theta)$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \theta (1 - \tan^2 \theta)}{(1 + \tan^2 \theta)^2} = 1 \Rightarrow \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \times \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2\theta \cdot \cos 2\theta = 1 \Rightarrow \sin 2\theta \cdot \cos 2\theta = 2$$

$$\Rightarrow 2 \sin 2\theta \cos 2\theta = 4 \Rightarrow \sin 4\theta = 4 \Rightarrow -1 \leq \sin 4\theta \leq 1$$

در نتیجه معادله جواب ندارد.

(مسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

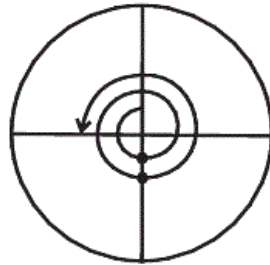
۱ ✓

(سید وهید زوالفقاری)

می‌دانیم $-1 \leq \sin(3\pi x) \leq 1$ سپس $-\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \sin(3\pi x) \leq \frac{1}{2}$

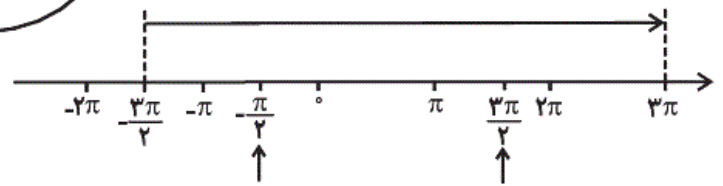
می‌باشد و بیش‌ترین مقدار آن برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد. تابع وقتی بیش‌ترین مقدار می‌شود که $\sin(3\pi x) = -1$ باشد.

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \Rightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq 3\pi x \leq 3\pi$$



مطابق شکل در بازه $-\frac{3\pi}{2}$ تا 3π در

دو نقطه نسبت مثلثاتی سینوس برابر -1 می‌شود. این نکته را از روی محور زیر می‌توانید دقیق‌تر بررسی کنید.



در نقاط مشخص شده سینوس برابر -1 است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳

۲

۱

(مهمدرضا توبه)

$$\cos^{-1}(\sin 1 / 3\pi) = \cos^{-1}(\sin \frac{13\pi}{10}) = \cos^{-1}(\sin(\pi + \frac{3\pi}{10}))$$

$$= \cos^{-1}(-\sin \frac{3\pi}{10}) = \pi - \cos^{-1}(\sin \frac{3\pi}{10})$$

$$= \pi - \cos^{-1}(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{3\pi}{10})) = \pi - \cos^{-1}(\cos \frac{\pi}{5})$$

$$= \pi - \frac{\pi}{5} = \frac{4\pi}{5} = 0 / \lambda\pi$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱

اگر فرض کنیم $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \alpha$ باشد، در این صورت می‌دانیم

$\tan \alpha = \frac{2}{3}$ است. پس ما مقدار $\tan \alpha$ را داریم و مقدار $\cos 2\alpha$ را

$$\text{از رابطه‌ی } \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \text{ به دست می‌آوریم:}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1 - \frac{4}{9}}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{13}{9}} = \frac{5}{13}$$

(مسابان- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر هوشنگ فمسه)

می‌دانیم $-\frac{\pi}{2} < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{2}$ که چون دامنه‌ی تابع به دلیل وجود

\sqrt{x} ، مقادیر نامنفی است پس $0 \leq \tan^{-1} \sqrt{x} < \frac{\pi}{2}$ می‌باشد، لذا

$$0 \leq \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \sqrt{x} < 1$$

در نتیجه برد تابع تنها شامل عدد صحیح صفر می‌باشد.

(مسابان- صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمدرضا شوکتی بیرق)

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$ و

$\tan(\tan^{-1} \alpha) = \alpha$ می‌توان نوشت:

$$\tan\left(\tan^{-1} \frac{x}{2} + \tan^{-1} \frac{x}{3}\right) = x \Rightarrow \frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{3}}{1 - \frac{x}{2} \times \frac{x}{3}} = x$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{6 - x^2} = x \Rightarrow x\left(\frac{5}{6 - x^2} - 1\right) = 0$$

$$\Rightarrow x\left(\frac{5 - 6 + x^2}{6 - x^2}\right) = 0 \Rightarrow x\left(\frac{x^2 - 1}{6 - x^2}\right) = 0 \Rightarrow x = 0, \pm 1$$

(مسابان- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تبدیلی که فاصله‌ی بین نقطه‌ها را حفظ کند، ایزومتري نامیده می‌شود.

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌ی ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهردار ملونری)

$$PT^2 = PA.PB \Rightarrow PT^2 = x(4x) \Rightarrow PT = 2x$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌ی ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهردار ملونری)

با توجه به تمرین صفحه‌ی ۷۶ کتاب درسی:

$$SA.SB = SC.SD$$

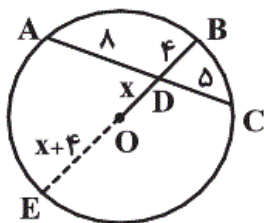
(هندسه ۲- دایره- صفحه‌ی ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



فرض کنیم امتداد BO ، دایره را در

نقطه‌ی E قطع می‌کند، با فرض

$OD = x$ داریم:

$$OE = OB = x + 4$$

حال بنا به رابطه‌ی طولی در دایره داریم:

$$DA \cdot DC = DB \cdot DE \Rightarrow 8 \times 5 = 4(2x + 4) \Rightarrow x = 3$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمتبی فقیقت لاری)

با توجه به تمرین ۳، صفحه‌ی ۷۸ داریم: $AB \cdot AC = AD \cdot AE$. پس:

$$AB \cdot AC = AD \cdot (AD + DE) = AD^2 + AD \cdot DE$$

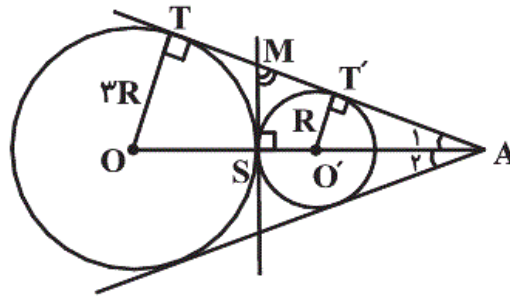
(هندسه ۲- دایره- تمرین ۳- صفحه‌ی ۷۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\begin{aligned} \triangle AOT &\sim \triangle AO'T' \\ \Rightarrow \frac{AO'}{AO} &= \frac{R}{2R} \\ \Rightarrow \frac{AO'}{AO' + OO'} &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{OO' = 4R} AO' = 2R \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{O'T'}{AO'} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow \hat{AMS} = 90^\circ - \hat{A}_1 = 60^\circ$$

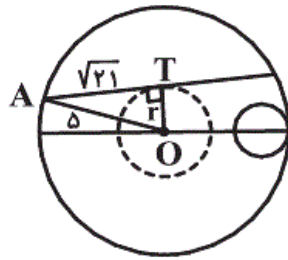
(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

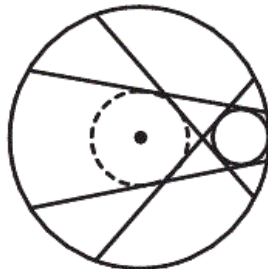


تمام وترهای به طول $2\sqrt{21}$ در دایره‌ی بزرگ، به دایره‌ای هم‌مرکز با آن به شعاع ۲ مماسند، زیرا مطابق

شکل، داریم:

$$\Delta AOT: \delta^2 = r^2 + (\sqrt{21})^2 \Rightarrow r^2 = 25 - 21 = 4 \Rightarrow r = 2$$

از آن‌جا که دایره‌ی خط‌چین و دایره‌ی



کوچک، متخارجند، چهار مماس مشترک

دارند، بنابراین چهار وتر به طول $2\sqrt{21}$

در دایره‌ی بزرگ وجود دارد که بر

دایره‌ی کوچک مماس است.

(هنرسه ۲- دایره- صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

توجه کنید که اگر دو دایره‌ی $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ هم مماس مشترک داخلی داشته باشند و هم مماس مشترک خارجی، آنگاه طول مماس مشترک خارجی، قطعاً از طول مماس مشترک داخلی بیش‌تر است،

زیرا:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{طول مماس مشترک خارجی: } L = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \\ \text{طول مماس مشترک داخلی: } L' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \end{array} \right.$$

$$\text{فرض طبق: } L = \sqrt{2}L'$$

$$\Rightarrow \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{2} \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$\Rightarrow OO'^2 - (R - R')^2 = 2OO'^2 - 2(R + R')^2$$

۴

۳

۲ ✓

۱

با فرض این که $A = (x_0, y_0)$ نقطه‌ی موردنظر باشد، طبق فرض مسأله،

داریم:

$$(0,0) = T(x_0, y_0) \Rightarrow (0,0) = (1 - x_0 + y_0, x_0 - 3y_0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - x_0 + y_0 = 0 \\ x_0 - 3y_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{3}{2} \\ y_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_0 + y_0 = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۳۰

$$A = (a, b) , \quad B = (b, -a)$$

$$\text{ضابطه‌ی انتقال موردنظر} : T(x, y) = (x + 3, y + a)$$

$$B = T(A) \Rightarrow (b, -a) = T(a, b)$$

$$\Rightarrow (b, -a) = (a + 3, b + a)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = a + 3 \\ b + a = -a \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 2 \Rightarrow a + b = 1$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمتر مصطفی ابراهیمی)

$$A \times C = B \times C \xrightarrow{C \neq \emptyset} A = B \quad \text{گزینه‌ی «۱»}$$

$$A \times B = B \times A \xrightarrow[\substack{A \neq \emptyset \\ B \neq \emptyset}]{A \neq \emptyset} A = B \Rightarrow A \Delta B = \emptyset \neq A \quad \text{گزینه‌ی «۲»}$$

$$A \times B \subseteq B \times A \Rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{cases} \Rightarrow A = B \Rightarrow A - B = \emptyset \quad \text{گزینه‌ی «۳»}$$

$$A \times B = C \times D \xrightarrow[\substack{A, B \neq \emptyset \\ C, D \neq \emptyset}]{A, B \neq \emptyset} \begin{cases} A = C \\ B = D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A - C = \emptyset \\ B - D = \emptyset \end{cases} \quad \text{گزینه‌ی «۴»}$$

$$\Rightarrow A - C = B - D$$

(پيرواهتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علیرضا سیف)

با توجه به شکل $A \times B$ داریم $B = [0, 2]$ و با توجه به $C \times D$ داریم $C = [1, 2]$ پس $C \times B$ به صورت گزینه‌ی «۴» خواهد بود.

(پيرواهتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سامان اسپهر)

مجموعه‌ی $A \cap B$ ، زیرمجموعه‌ی مجموعه‌های A و B است، پس حداکثر تعداد ممکن برای اعضای آن، برابر تعداد اعضای A ، یعنی برابر ۵ است.

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2$$

$$\Rightarrow \max |(A \times B) \cap (B \times A)| = 5^2 = 25$$

(پيرواهتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - مشابه تمرین ۳ (ب) - صفحه‌ی ۵۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سیرویدر زوالفقاری)

اعضای رابطه را می‌نویسیم:

$$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,7), (1,8), (1,9), \\ (2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (3,3), (3,6), (3,9), (4,4), \\ (4,8), (5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (9,9)\}$$

پس $|R| = 23$ می‌باشد.

(پيرواهتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

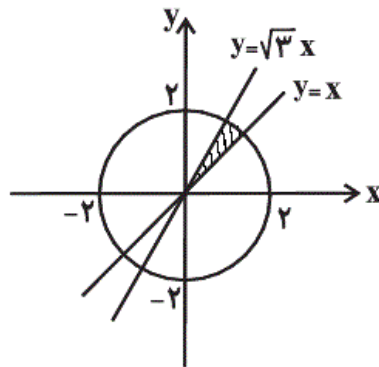
۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم $x^2 + y^2 = R^2$ دایره‌ای به مرکز $(0,0)$ و شعاع R است از طرفی خط $y=x$ با جهت مثبت محور x زاویه 45° و خط $y=\sqrt{3}x$ با جهت مثبت محور x زاویه 60° می‌سازد پس زاویه بین این دو خط 15° است.



$$S = \frac{15^\circ}{360^\circ} \times \pi(2)^2 = \frac{4\pi}{24} = \frac{\pi}{6}$$

(ببروا احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سیدوید زوالفقاری)

رابطه‌های (الف) و (پ) هم‌ارزی می‌باشند و رابطه‌ی (ب) به دلیل این‌که خاصیت تعدی ندارد هم‌ارزی نمی‌باشد. مثال نقض خاصیت تعدی برای رابطه‌ی (ب):

$$(1,2)R(3,2) \Leftrightarrow (1-3)(2-2) = 0$$

$$(3,2)R(3,4) \Leftrightarrow (3-3)(2-4) = 0$$

ولی $(1,2)R(3,4)$ چون $(1-3)(2-4) \neq 0$ پس رابطه خاصیت تعدی ندارد.

(ببروا احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - مشابه تمرین ۳ - صفحه‌ی ۶۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

بررسی بازتابی:

$$x \in R \Rightarrow xRx \Leftrightarrow x \leq x$$

خاصیت بازتابی دارد.

بررسی تقارنی:

$$2R1 \Leftrightarrow 2 \leq 1 \text{ ولی } 1R2 \Leftrightarrow 1 \leq 2, (1,2) \in R$$

مثال نقض

بررسی تعدی:

$$\left. \begin{array}{l} xRy \Leftrightarrow x \leq y \\ yRz \Leftrightarrow y \leq z \end{array} \right\} \Rightarrow x \leq z \Leftrightarrow xRz$$

خاصیت تعدی دارد.

پس رابطه دو خاصیت بازتابی و تعدی را دارد.

(ببروا احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)


 ۴

 ۳


 ۲

 ۱


سه حالت برای این کار داریم:

الف) زیرمجموعه‌های ۶ و ۱ عضوی 

$$۷ = \frac{۷!}{۶!۱!} = \text{تعداد حالت‌ها}$$

ب) زیرمجموعه‌های ۵ و ۲ عضوی 

$$۲۱ = \frac{۷!}{۵!۲!} = \text{تعداد حالت‌ها}$$

ج) زیرمجموعه‌های ۴ و ۳ عضوی 

$$۳۵ = \frac{۷!}{۴!۳!} = \text{تعداد حالت‌ها}$$

$$۷ + ۲۱ + ۳۵ = ۶۳$$

(پیرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علیرضا شریف‌فطیپی)

$$[(1,2)]: \{(x,y) | (x,y) \in R(1,2)\} \Rightarrow x^2 + 4 = y^2 + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = -3 \Rightarrow [(1,2)] = \{(x,y) | x^2 - y^2 = -3\}$$

(پیرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

بررسی بازتابی:

$$x \in Z \Rightarrow xRx \Leftrightarrow 2 \mid 2x \text{ بازتابی است.}$$

بررسی تقارنی:

$$xRy \Leftrightarrow 2 \mid x+y \Leftrightarrow 2 \mid y+x \Leftrightarrow yRx \text{ تقارنی دارد.}$$

بررسی تعدی:

$$\left. \begin{array}{l} xRy \Leftrightarrow 2 \mid x+y \\ yRz \Leftrightarrow 2 \mid y+z \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \mid x+2y+z \Rightarrow 2 \mid x+z \Rightarrow xRz$$

در واقع چون $2 \mid x+2y+z$ ، پس $x+2y+z$ زوج است و در نتیجه $x+z$ نیز زوج می‌باشد، در نتیجه $2 \mid x+z$

$$[1] = \{x \mid xR1\} = \{x \mid x \in Z, 2 \mid x+1\}$$

$$= \{x \mid x \in Z, x+1 = 2k\} = \{\dots, -3, -1, 1, \dots\}$$

$$[0] = \{x \mid xR0\} = \{x \mid x \in Z, 2 \mid x\}$$

$$= \{x \mid x \in Z, x = 2k\} = \{\dots, -2, 0, 2, \dots\}$$

پس رابطه‌ی R ، مجموعه‌ی Z را به دو کلاس هم‌ارزی (مجموعه اعداد صحیح زوج و مجموعه اعداد صحیح فرد) افراز کرده است.

(مبرواهتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - مشابه تمرین ۱ - صفحه‌ی ۶۸)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، حسابان-سوال‌ت موازی، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

-۱۰۱

(سیدوهید زوالفقاری)

$$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin 75^\circ} = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \xrightarrow[\text{می‌کنیم}]{\text{مخرج را گویا}} \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{4(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{6 - 2} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(معمربضاتوجه)

$$\cos \theta = -\frac{4}{5} \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{9}{10}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \pm \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

چون $0 < \theta < 2\pi$ ، پس $0 < \frac{\theta}{2} < \pi$ است که $\sin \frac{\theta}{2}$ در این بازه مثبت است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

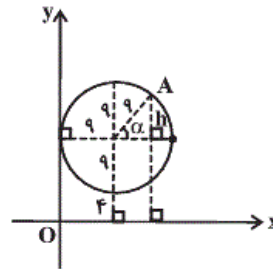
۴

۳

۲ ✓

۱

(معمربطاهر شعاعی)



بعد از $3 \times 60 = 180$ ثانیه نقطه A یک دور کامل می‌زند، پس 2π رادیان طی شده است و بعد از t ثانیه کمان طی شده $\frac{\pi t}{90}$ رادیان است، داریم:

$$y_A = 9 + 4 + h = 13 + h \quad \text{و} \quad \sin \alpha = \frac{h}{9}$$

$$\Rightarrow h = 9 \sin \frac{\pi t}{90}$$

پس $y_A = 13 + 9 \sin \frac{\pi t}{90}$ و بعد از گذشت ۱۵ ثانیه ارتفاع نقطه A

$$y_A = 13 + 9 \times \sin \frac{15\pi}{90} = 13 + 9 \sin \frac{\pi}{6}$$

برابر است با:

$$= 13 + \frac{9}{2} = 17 \frac{1}{2}$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

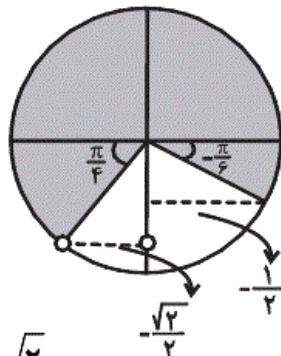
۴

۳

۲

۱ ✓

(معمربمستطقی ابراهیمی)



مطابق شکل مقابل وقتی x در بازه $(-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6})$ تغییر می‌کند، $\sin x$ نیز در بازه $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1]$ تغییر می‌کند. توجه کنید که $\sin x$ در $x = \frac{\pi}{2}$ برابر با ۱ می‌شود. پس:

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq 1 + \sin^2 x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq \frac{2}{1 + \sin^2 x} \leq 2$$

بنابراین کم‌ترین مقدار این عبارت برابر با ۱ است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۵

(مسئله فزاینده)

در هر مثلث ضلع مقابل به بزرگ‌ترین زاویه، بزرگ‌ترین ضلع می‌باشد.

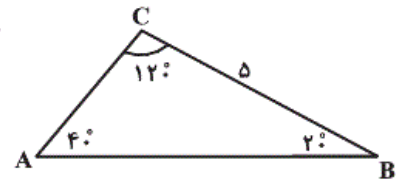
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin C}{c}$$

طبق قضیه‌ی sin ها داریم:

$$\Rightarrow \frac{\sin 40^\circ}{5} = \frac{\sin 120^\circ}{c} \Rightarrow \frac{\sin 40^\circ}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{2\sin 40^\circ}$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)



۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۶

(قسم کتابی)

$$\frac{2 \tan ax}{1 - \tan^2 ax} = \tan 2ax$$

می‌دانیم:

$$f(x) = \frac{1}{2} \tan 2ax \Rightarrow \frac{\pi}{|2a|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |a| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\pi}{3} \\ a = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

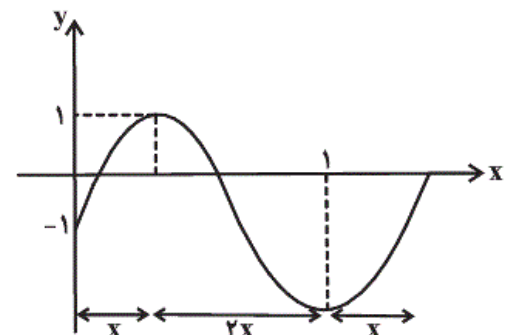
-۱۰۷

(مسئله فزاینده)

با توجه به شکل اگر دوره‌ی تناوب تابع برابر $4x$ باشد، $3x = 1$ است، پس $x = \frac{1}{3}$ به دست می‌آید. بنابراین دوره تناوب تابع $T = 4x = \frac{4}{3}$ خواهدبود. از ضابطه‌ی تابع دوره‌ی تناوب برابر $T = \frac{2\pi}{|b\pi|}$ به دست می‌آید:

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} = \frac{4}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

اگر $b = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار تابع در $x = \frac{1}{3}$ برابر ۱ است:

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7\sqrt{2}}{10} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } \sqrt{2}} \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \frac{7}{5} \xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{49}{25} = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{49}{25} = 1 + 2 \sin x \cos x \Rightarrow \frac{49}{25} - 1 = \frac{24}{25} = 2 \sin x \cos x$$

برای به دست آوردن $\sin x - \cos x$ اول $(\sin x - \cos x)^2$ را به دست

$$(\sin x - \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x \quad \text{می آوریم:}$$

$$= 1 - \frac{24}{25} = \frac{1}{25} \Rightarrow \sin x - \cos x = \pm \frac{1}{5}$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمرضیا توبه)

$$\overbrace{\sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} + \overbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$= 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) \cos \frac{\pi}{12} + 2 \sin\left(x + \frac{5\pi}{12}\right) \cos \frac{\pi}{12}$$

$$= 2 \cos \frac{\pi}{12} \left(\sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \sin\left(x + \frac{5\pi}{12}\right) \right)$$

$$= 2 \cos \frac{\pi}{12} \left(2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos \frac{\pi}{6} \right) = 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

عبارت اخیر در بازه $\left[-2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12}, 2\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12}\right]$ تغییر می‌کند. پسبیشترین مقدار آن $2\sqrt{3}$ برابر $\cos \frac{\pi}{12}$ است.

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عزیزالله علی‌اصغری)

$$1 + \frac{2 \times \frac{1}{2} (\sin 4x - \sin 2x)}{\sin 2x} = 1 + \frac{2 \sin 2x \cos 2x - \sin 2x}{\sin 2x}$$

$$= 2 \cos 2x - 1 + 1 = 2 \cos 2x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{12}} 2 \cos \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید مدیر فراسانی)

$$\text{دوره تناوب} = T = \frac{2\pi}{B}$$

$$\Rightarrow 365 = \frac{2\pi}{B} \Rightarrow B = \frac{2\pi}{365} = \frac{6/28}{365} \approx 0/017$$

(مسابقان - صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سیدوید زوالفقاری)

با جابه‌جایی نمودار $\tan x$ به اندازه $\frac{\pi}{2}$ به سمت چپ نمودار

$\tan(\frac{\pi}{2} + x)$ ایجاد می‌شود البته نمودار $\tan(\frac{\pi}{2} + x)$ با نمودار $-\cot(x)$ برابر است که همان گزینه‌ی «۳» است.

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

مثلثی قائم‌الزاویه به اضلاع قائمه x و 2 و وتر 3 رسم می‌کنیم.

$$9 = 4 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{5} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\tan \frac{3\pi}{4} - \tan \alpha}{1 + \tan \frac{3\pi}{4} \tan \alpha}$$

$$= \frac{-1 - \frac{2}{\sqrt{5}}}{1 + (-1)\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)} = \frac{-\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} - 2}$$

$$\xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{گویا کردن}} \tan\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = -9 - 4\sqrt{5}$$

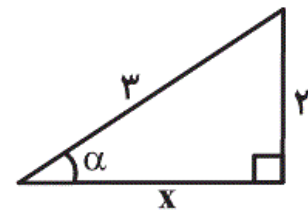
(مسابقان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



(علی شوری)

$$\frac{\sin 8x + \sin 4x}{\cos 5x + \cos x} = \frac{2 \sin 6x \cos 2x}{2 \cos 3x \cos 2x} = \frac{\sin 6x}{\cos 3x}$$

$$= \frac{2 \sin 3x \cos 3x}{\cos 3x} = 2 \sin 3x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{24}} 2 \sin \frac{3\pi}{24} = 2 \sin \frac{\pi}{8}$$

$\sin \frac{\pi}{8}$ محاسبه می: $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2}} \xrightarrow{\sin \frac{\pi}{8} > 0} \sin \frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

پس حاصل عبارت برابر با $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ است. (مسئله‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\begin{cases} \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow A = \frac{2}{\sin \gamma / 5^\circ} \\ \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \Rightarrow B = -\cos \gamma / 5^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4B}{A} = \frac{-4 \cos \gamma / 5^\circ \sin \gamma / 5^\circ}{2} \Rightarrow \frac{4B}{A} = -\sin 10^\circ$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(مسین مایلو)

$$\sin x \cos x + \cos^2 x = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x + \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x + 2 \cos^2 x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x + \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin 2x = -\cos 2x$$

$$\xrightarrow{\div \cos 2x} \tan 2x = -1 \Rightarrow \sin 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 + \tan^2 2x}$$

$$= \frac{2(-1)}{1 + (-1)^2} = \frac{-2}{2} = -1$$

(مسئله‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مسئله مصطفی ابراهیمی)

زوایای 20° و 70° متمم هستند پس $\sin 20^\circ = \cos 70^\circ = 0/28$ می باشد.

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos 70^\circ = 2\cos^2 35^\circ - 1$$

$$\Rightarrow 0/28 = 2\cos^2 35^\circ - 1 \Rightarrow 2\cos^2 35^\circ = 0/28 + 1 = 1/28$$

$$\Rightarrow \cos^2 35^\circ = 0/64 \Rightarrow \cos 35^\circ = 0/8$$

(مسئله بان - صفحه های 110 تا 117)

4

3 ✓

2

1

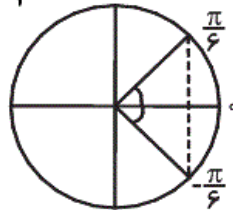
(فهرست و فای)

می دانیم: $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$

$$\Rightarrow \cos x \cos 2x + \sin x \sin 2x$$

$$= \cos(x - 2x) = \cos(-x) = \cos x$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x \leq 1$$



(مسئله بان - صفحه های 104، 105 و 110 تا 117)

لذا داریم:

حال از روی دایره مثلثاتی حدود تغییرات کمان x به صورت زیر می تواند باشد:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow \frac{-\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$$

4

3 ✓

2

1

(بهاره صادقی)

$$\sin 70^\circ - \sin 50^\circ = 2 \cos 60^\circ \sin 10^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 70^\circ - \sin 50^\circ}{\sin 80^\circ} = \frac{2 \cos 60^\circ \sin 10^\circ}{\sin(90^\circ - 10^\circ)} = \frac{2 \times \frac{1}{2} \times \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}$$

$$= \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \tan 10^\circ$$

(مسئله بان - صفحه های 110 تا 117)

4 ✓

3

2

1

(یغما کلانتریان)

$$\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2} + k(2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2})}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + k(2 \cos^2 \frac{x}{2})} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} (\sin \frac{x}{2} + k \cos \frac{x}{2})}{2 \cos \frac{x}{2} (\sin \frac{x}{2} + k \cos \frac{x}{2})}$$

$$= \tan \frac{x}{2} \Rightarrow \text{به مقدار } k \text{ وابسته نیست.}$$

(مسئله بان - صفحه های 110 تا 117)

4

3 ✓

2

1

-۱۳۱

(مهرداد ملوندی)

$$PT^2 = PA.PB \Rightarrow PT^2 = x(4x) \Rightarrow PT = 2x$$

(هندسه ۲- صفحه ۷۷)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۲

(مهرداد ملوندی)

با توجه به تمرین صفحه ۷۶ کتاب درسی:

$$SA.SB = SC.SD$$

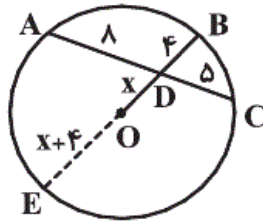
(هندسه ۲- صفحه ۷۶)

۴

۳

۲

۱



فرض کنیم امتداد BO، دایره را در

نقطه‌ی E قطع می‌کند، با فرض

$$OD = x \text{ داریم:}$$

$$OE = OB = x + 4$$

حال بنا به رابطه‌ی طولی در دایره داریم:

$$DA \cdot DC = DB \cdot DE \Rightarrow 8 \times 5 = 4(2x + 4) \Rightarrow x = 3$$

و در نتیجه:

$$R = OE = x + 4 = 3 + 4 = 7$$

(هندسه ۲ - صفحه‌ی ۷۴)

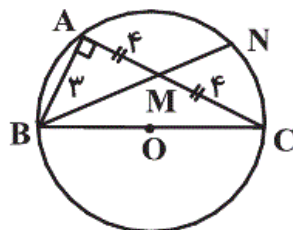
۴

۳

۲

۱ ✓

(سین فایلو)



با توجه به شکل داریم:

$$\Delta ABM : BM = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

از طرفی:

$$BM \times MN = AM \times MC \Rightarrow 5MN = 4 \times 4$$

$$\Rightarrow MN = \frac{16}{5} = 3 \frac{1}{5}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌ی ۷۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به تمرین ۳، صفحه‌ی ۷۸ داریم: $AB \cdot AC = AD \cdot AE$. پس:

$$AB \cdot AC = AD \cdot (AD + DE) = AD^2 + AD \cdot DE$$

(هندسه ۲- تمرین ۳- صفحه‌ی ۷۸)

۴

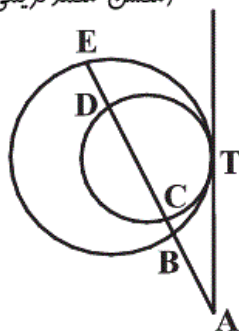
۳✓

۲

۱

-۱۳۶

(مسئله مماس‌گریمی)



$$AT^2 = AB \times AE$$

$$AT^2 = AC \times AD$$

$$\Rightarrow AB \times AE = AC \times AD$$

$$\Rightarrow 2 \times (2 + 1 + 5 + x) = 3 \times 8 \Rightarrow x = 4$$

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۷۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۳۷

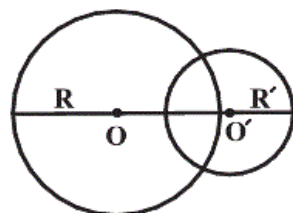
(سروش موئینی)

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2}$$

$$2\sqrt{30} = \sqrt{OO'^2 - \left(\frac{25}{2} - \frac{11}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 4 \times 30 = OO'^2 - 49 \Rightarrow OO' = 13$$

بیش‌ترین فاصله‌ی نقاط دو دایره برابر است با:



$$d_{\max} = OO' + R + R'$$

$$= 13 + \frac{25}{2} + \frac{11}{2} = 31$$

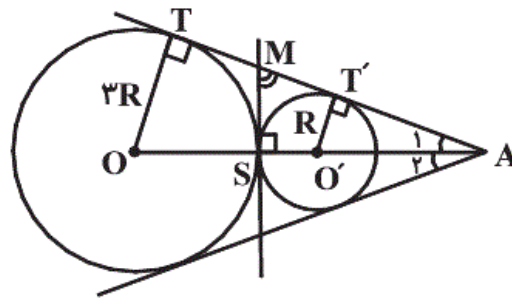
(هندسه ۲- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴✓

۳

۲

۱



$$\begin{aligned} \triangle AOT &\sim \triangle AO'T' \\ \Rightarrow \frac{AO'}{AO} &= \frac{R}{rR} \\ \Rightarrow \frac{AO'}{AO' + OO'} &= \frac{1}{r} \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{OO' = rR} AO' = rR \Rightarrow \sin \hat{A}_1 = \frac{O'T'}{AO'} = \frac{R}{rR} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = 30^\circ \Rightarrow \hat{AMS} = 90^\circ - \hat{A}_1 = 60^\circ$$

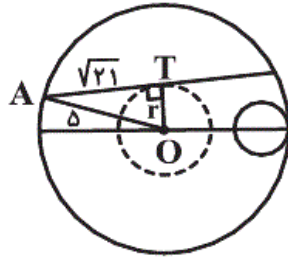
(هنر سه ۲ - صفحه های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲

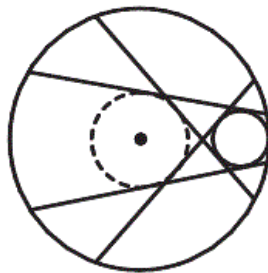
۱ ✓



تمام وترهای به طول $2\sqrt{21}$ در دایره‌ی بزرگ، به دایره‌ای هم‌مرکز با آن به شعاع ۲ مماسند، زیرا مطابق شکل، داریم:

$$\triangle AOT: \delta^2 = r^2 + (\sqrt{21})^2 \Rightarrow r^2 = 25 - 21 = 4 \Rightarrow r = 2$$

از آن‌جا که دایره‌ی خط‌چین و دایره‌ی



کوچک، متخارجند، چهار مماس مشترک

دارند، بنابراین چهار وتر به طول $2\sqrt{21}$

در دایره‌ی بزرگ وجود دارد که بر

دایره‌ی کوچک مماس است.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

توجه کنید که اگر دو دایره ی $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ هم مماس مشترک داخلی داشته باشند و هم مماس مشترک خارجی، آنگاه طول مماس مشترک خارجی، قطعاً از طول مماس مشترک داخلی بیش تر است،

زیرا:

$$\begin{cases} \text{طول مماس مشترک خارجی: } L = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \\ \text{طول مماس مشترک داخلی: } L' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \end{cases}$$

$$L = \sqrt{2}L' \quad \text{طبق فرض}$$

$$\Rightarrow \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{2} \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$\Rightarrow OO'^2 - (R - R')^2 = 2OO'^2 - 2(R + R')^2$$

$$\Rightarrow OO'^2 = 2(R + R')^2 - (R - R')^2$$

$$\Rightarrow OO'^2 = 2(2 + 3)^2 - (2 - 3)^2 = 49$$

$$\Rightarrow OO' = 7$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)