



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۵۹- اگر $x = -1$ یک ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم $(m^2 - 2)x^2 + (m + 1)x + 2m - 3 = 0$ باشد، ریشه‌ی دیگر معادله (بر حسب x) کدام است؟

- (۱) فقط $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{4}$ (۳) فقط $\frac{9}{7}$ (۴) $-\frac{1}{2}$ یا $\frac{9}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- معادله‌ی درجه‌ی دوم $\frac{m}{4}x^2 - 4x + 8 = 0$ به‌ازای مقادیر $m \in (m_0, +\infty)$ ریشه‌ی حقیقی ندارد. کم‌ترین مقدار m_0 کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۶- در حل معادله‌ی $2x^2 - 12x + 7 = 0$ به روشی مشابه روش مربع کامل، معادله را به فرم $2(x+b)^2 + c = 0$ می‌نویسیم. حاصل ضرب ریشه‌های معادله چند برابر $b+c$ است؟

- (۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) $-\frac{7}{4}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

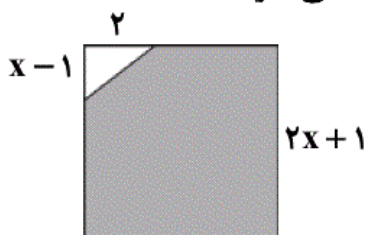
شما پاسخ نداده اید

۵۲- در حل معادله‌ی درجه‌ی دوم $x(4x+1) = \frac{5}{4}$ به روش مربع کامل کردن، پس از آن‌که ضریب x^2 را برابر با یک می‌کنیم، کدام عدد به طرفین معادله اضافه می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{64}$ (۴) $\frac{1}{256}$

شما پاسخ نداده اید

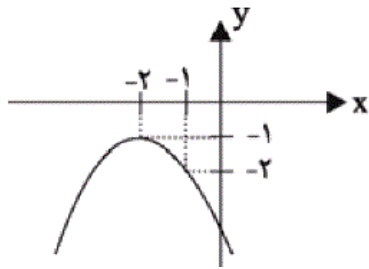
۵۳- اگر مساحت قسمت رنگی از مربع زیر برابر با ۲۴ سانتی‌متر مربع باشد، x چند سانتی‌متر است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{11}{4}$ (۳) ۳ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۵۱- معادله‌ی سهمی شکل روبه‌رو کدام است؟



(۲) $y = -x^2 + 4x - 5$

(۱) $y = -x^2 - 4x - 3$

(۴) $y = -4x^2 - 4x - 3$

(۳) $y = -x^2 - 4x - 5$

شما پاسخ نداده اید

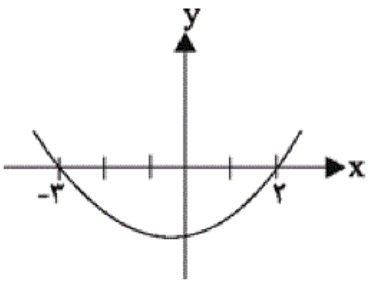
ریاضی ، ریاضی ۱ ، تعیین علامت ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۵۴- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{3x-5}{6x^2-7x-5} < 0$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ (۲) $(-\frac{3}{2}, \frac{5}{3}]$ (۳) $(-\infty, -\frac{1}{2})$ (۴) $(-\infty, \frac{5}{3})$

شما پاسخ نداده اید

۵۷- باتوجه به نمودار زیر که مربوط به تابع $y = ax^2 + bx + c$ است، جواب نامعادله‌ی $\frac{x}{ax^2 + bx + c} \geq 0$ کدام



است؟

- (۱) $(-3, 0] \cup (2, +\infty)$
 (۲) $(-3, 0] \cup [2, +\infty)$
 (۳) $(-3, 2) - \{0\}$
 (۴) $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty) \cup \{0\}$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- عبارت درجه‌ی اول $f(x) = 2kx + k^2 - 27$ به‌ازای $x < k$ مثبت و به‌ازای $x > k$ منفی است. k کدام است؟

- (۱) $\{-3, 3\}$ (۲) فقط -۳ (۳) فقط ۳ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $|ax + b| > 5$ به‌صورت $R - [-3, 2]$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - گواه ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۶۱- فاصله‌ی هر طرف قالی از کنار دیوار یک اتاق مستطیل شکل، ثابت است. اگر مساحت اتاق ۲۴، محیط اتاق ۲۰ و محیط قالی ۱۲ باشد، مساحت قالی کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۶۲- به ازای کدام مقادیر m ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $3x^2 + mx - 3 = 0$ دو جواب حقیقی و متمایز دارد؟

- (۱) هر مقدار m (۲) هیچ مقدار m
(۳) فقط $m = \pm 6$ (۴) $m > 6$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$:

- (۱) گویا و برابرند. (۲) گنگ و برابرند. (۳) گویا و نابرابرند. (۴) گنگ و نابرابرند.

شما پاسخ نداده اید

۶۴- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 + bx + c = 0$ با شرط $b = c + 1$ ، یکی از ریشه‌های آن به کدام صورت زیر است؟

- (۱) $-c$ (۲) $2b - 1$ (۳) $\frac{b}{2}$ (۴) c

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱ - گواه، سهمی، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۶۵- نقطه‌ی $(-1, -4)$ رأس سهمی به معادله‌ی $y = 3x^2 + ax + b$ است. این سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) -1 (۴) 2

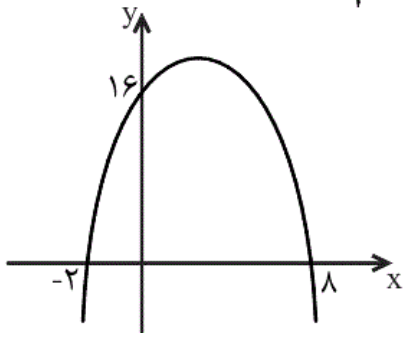
شما پاسخ نداده اید

۶۶- نمودار سهمی به معادله‌ی $y = 2x^2 - 8x + 1$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟



۱۹ (۱)

۲۰ (۲)

۲۱ (۳)

۲۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، سهمی $y = ax^2 + (a + 3)x - 1$ ، محور x ها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند؟

(۲) $a < -3$

(۱) $a < -9$

(۴) $-3 < a < 0$

(۳) $a > -1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱ - گواه، تعیین علامت، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۷۰- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

(۴) ۱۰

(۳) ۱۳

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۶۸- اشتراک جواب‌های دو نامعادله $\frac{4x-1}{3} > 3x-2$ و $\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$ به کدام صورت است؟

(۲) $-4 < x < 1$

(۱) $-2 < x < 2$

(۴) $-4 < x < 2$

(۳) $-2 < x < 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵

-۵۹

«همید زرین کفش»

اگر $x = -1$ یک ریشه‌ی معادله باشد، داریم:

$$(m^2 - 2)x^2 + (m + 1)x + 2m - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{x=-1} (m^2 - 2)(-1)^2 + (m + 1)(-1) + 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2 - m - 1 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m + 3)(m - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$$

m دو حالت دارد، هر دو حالت را بررسی می‌کنیم:

حالت اول : $m = 2 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه}} (x + 1)(2x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

در این حالت، ریشه‌ی دیگر $x = -\frac{1}{2}$ است.

حالت دوم : $m = -3 \Rightarrow 7x^2 - 2x - 9 = 0$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه}} (x + 1)(7x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{9}{7} \end{cases}$$

در این حالت، ریشه‌ی دیگر $x = \frac{9}{7}$ است.

پس ریشه‌ی دیگر معادله، $x = -\frac{1}{2}$ یا $x = \frac{9}{7}$ است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{m}{4}x^2 - 4x + 8 = 0 \xrightarrow[\text{مقایسه با فرم استاندارد}]{ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a = \frac{m}{4} \\ b = -4 \\ c = 8 \end{cases}$$

ریشه‌ی حقیقی ندارد
 $\xrightarrow{\Delta < 0}$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow \Delta = (-4)^2 - 4\left(\frac{m}{4}\right)(8) < 0$$

$$\Rightarrow 16 - 8m < 0 \Rightarrow 8m > 16 \Rightarrow m > 2 \Rightarrow m \in (2, +\infty)$$

پس کم‌ترین مقدار m_0 برابر با ۲ است.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$2x^2 - 12x + 7 = 0 \Rightarrow 2(x^2 - 6x) + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2((x-3)^2 - 9) + 7 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x-3)^2 - 18 + 7 = 0 \Rightarrow 2(x-3)^2 - 11 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با}} \begin{cases} b = -3 \\ c = -11 \end{cases}$$

حال، جواب‌های معادله را به دست می‌آوریم:

$$2(x-3)^2 = 11 \Rightarrow (x-3)^2 = \frac{11}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-3 = \sqrt{\frac{11}{2}} \\ x-3 = -\sqrt{\frac{11}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 + \sqrt{\frac{11}{2}} \\ x_2 = 3 - \sqrt{\frac{11}{2}} \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = \left(3 + \sqrt{\frac{11}{2}}\right) \left(3 - \sqrt{\frac{11}{2}}\right)$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 = 9 - \frac{11}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{x_1 x_2}{b+c} = \frac{\frac{7}{2}}{-3-11} = -\frac{1}{4}$$

(صفحه‌های ۷۳ و ۷۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

در حل معادله‌ی درجه‌ی دوم به روش مربع کامل کردن، پس از این‌که ضریب x^2 را برابر یک می‌کنیم، مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم.

$$x(4x+1) = \frac{5}{4} \Rightarrow 4x^2 + x = \frac{5}{4} \xrightarrow{\div 4} x^2 + \frac{1}{4}x = \frac{5}{16}$$

$$\xrightarrow{\text{مربع نصف ضریب } x} \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2}$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{64} = \frac{5}{16} + \frac{1}{64}$$

(صفحه‌های ۷۳ و ۷۴ کتاب درسی)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

$$S_{\text{رنگی}} = (2x+1)^2 - \frac{2(x-1)}{2} = 4x^2 + 4x + 1 - x + 1$$

$$= 4x^2 + 3x + 2$$

$$4x^2 + 3x + 2 = 24 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 22 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \\ c = -22 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(4)(-22) = 361 > 0$$

□۴✓

□۳

□۲

□۱

رأس سهمی نقطه‌ی $(-۲, -۱)$ است و سهمی رو به پایین است، پس

$$y = k(x + ۲)^۲ - ۱ \quad (k < ۰)$$

همچنین سهمی از نقطه‌ی $(-۱, -۲)$ عبور می‌کند، پس مختصات این

نقطه در ضابطه‌ی سهمی صدق می‌کند:

$$-۲ = k(-۱ + ۲)^۲ - ۱ \Rightarrow -۲ = k(۱)^۲ - ۱ \Rightarrow k = -۱$$

در نتیجه معادله‌ی سهمی به صورت زیر است:

$$y = -(x + ۲)^۲ - ۱ \Rightarrow y = -(x^۲ + ۴x + ۴) - ۱$$

$$\Rightarrow y = -x^۲ - ۴x - ۵$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، تعیین علامت ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵

مخرج کسر را تجزیه می‌کنیم:

$$6x^2 - 7x - 5 = (3x - 5)(2x + 1)$$

$$3x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

تعیین علامت می‌کنیم:

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{3}$
$3x - 5$	-	-
$(3x - 5)(2x + 1)$	+	-
$3x - 5$	-	+
$6x^2 - 7x - 5$	-	+

مجموعه جواب نامعادله $(-\infty, -\frac{1}{2})$ است.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«حسن نصرتی ناهوک»

-۵۷

با توجه به نمودار $x = -3, 2$ ، ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم

$ax^2 + bx + c = 0$ هستند. همچنین با توجه به نمودار $a > 0$ است.

x	-۳	۰	۲
$ax^2 + bx + c$	+	-	-
x	-	-	+
x	-	+	-
$ax^2 + bx + c$	-	+	-

$$\frac{x}{ax^2 + bx + c} \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب نامعادله} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -3 < x \leq 0 \text{ یا } x > 2\}$$

$$= (-3, 0] \cup (2, +\infty)$$

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

x	$-\frac{b}{a}$
$ax + b$	a
	$\begin{array}{c} \text{مخالف علامت } a \\ \text{موافق علامت } a \end{array}$

از طرفی طبق صورت سؤال داریم:

$$\begin{array}{l} x < k \Rightarrow f(x) > 0 \\ x > k \Rightarrow f(x) < 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & k \\ \hline f & + \quad - \end{array}$$

پس علامت ضریب x در عبارت درجه‌ی اول f منفی است، یعنی:

$$2k < 0 \Rightarrow k < 0 \quad (1)$$

از طرفی $x = k$ ریشه‌ی معادله‌ی $f(x) = 0$ است، پس:

$$f(k) = 0 \Rightarrow 2k(k) + k^2 - 27 = 0$$

$$\Rightarrow 2k^2 + k^2 = 27 \Rightarrow 3k^2 = 27 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = -3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)} k = -3 \quad \text{ق ق}$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

«سن نصرتی ناهوک»

-۶۰

$$x \in \mathbb{R} - [-3, 2] \Rightarrow \{x > \underbrace{2}_{\beta}\} \cup \{x < \underbrace{-3}_{\alpha}\}$$

$$\Rightarrow \left| x - \frac{\alpha + \beta}{2} \right| > \frac{\beta - \alpha}{2} \Rightarrow \left| x - \frac{2 - 3}{2} \right| > \frac{2 - (-3)}{2}$$

$$\Rightarrow \left| x - \left(-\frac{1}{2}\right) \right| > \frac{5}{2} \Rightarrow \left| x + \frac{1}{2} \right| > \frac{5}{2} \xrightarrow{\times 2} 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| > 5$$

$$\Rightarrow \left| 2x + 2\left(\frac{1}{2}\right) \right| > 5 \Rightarrow |2x + 1| > 5 \Rightarrow a = 2, b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 3$$

(صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

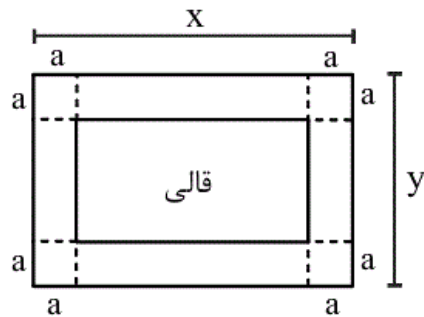
۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - گواه ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۱۱۵



فرض کنیم طول و عرض اتاق به ترتیب برابر x و y باشند:

$$\begin{cases} \text{مساحت اتاق} = xy = 24 \\ \text{محیط اتاق} = 2(x+y) = 20 \Rightarrow x+y = 10 \\ \Rightarrow y = 10 - x \end{cases}$$

$$\Rightarrow x(10 - x) = 24 \Rightarrow 10x - x^2 = 24$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=4 \Rightarrow y=6 \\ x=6 \Rightarrow y=4 \end{cases} \text{ غ ق ق غ}$$

$$\text{محیط قالی} = 2(x - 2a + y - 2a) = 12$$

$$\Rightarrow \overbrace{x+y}^{\text{ن}} - 4a = 6 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{مساحت قالی} = (x - 2a)(y - 2a) = (6 - 2)(4 - 2) = 8$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای آنکه معادله‌ی درجه دوم دو جواب حقیقی و متمایز داشته باشد، باید $\Delta > 0$ باشد:

$$\begin{cases} a = 3 \\ b = m \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow m^2 - 4(3)(-3) > 0 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m^2 + 36 > 0$$

$\Delta = m^2 + 36$ همواره بزرگتر از صفر است، پس معادله به ازای هر مقدار m همواره دارای دو ریشه‌ی متمایز و حقیقی است و به مقدار m بستگی ندارد.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

«کتاب آبی»

در این معادله، مبین معادله $\Delta = (2\sqrt{5})^2 - 4 \times 5 = 0$ است، چون

مبین معادله صفر است، ریشه‌ها برابرند، و $x' = x'' = \frac{-b}{2a} = -\sqrt{5}$ ،

پس هر کدام از ریشه‌ها گنگ هستند.

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

«کتاب آبی»

راه حل اول: مبین معادله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

از آن جایی که $b = c + 1$ و $a = 1$ است، پس:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta &= (c+1)^2 - 4c = c^2 + 2c + 1 - 4c \\ &= c^2 - 2c + 1 = (c-1)^2 \end{aligned}$$

ریشه‌ها را از فرمول کلی می‌یابیم:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(c+1) \pm (c-1)}{2}$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} \frac{-c-1+c-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{-c-1-c+1}{2} = \frac{-2c}{2} = -c \end{cases}$$

راه حل دوم: چون $b = c + 1$ در نتیجه $b = a + c$ ، بنابراین یک

ریشه‌ی معادله برابر -1 و ریشه‌ی دیگر $-\frac{c}{a}$ است، پس:

$$\Rightarrow \text{ریشه‌ها: } x_1 = -1 \text{ و } x_2 = -\frac{c}{1} = -c$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

«کتاب آبی»

نقطه‌ی $(-۱, -۴)$ رأس سهمی است، پس طول رأس $x = -۱$ است.

در سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ طول رأس، $x = -\frac{b'}{2a'}$ است،

بنابراین:

$$x = -\frac{b'}{2a'} = -۱ \Rightarrow \frac{-a}{۶} = -۱ \Rightarrow a = ۶$$

در نتیجه $y = ۳x^2 + ۶x + b$ است. از طرفی رأس سهمی در معادله‌ی آن صدق می‌کند:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(-۱, -۴)} ۳(-۱)^2 + ۶(-۱) + b &= -۴ \\ \Rightarrow ۳ - ۶ + b &= -۴ \Rightarrow b = -۱ \end{aligned}$$

در نتیجه معادله‌ی آن به صورت $y = ۳x^2 + ۶x - ۱$ است. در تلاقی با محور y ها، $x = ۰$ است. لذا:

$$y = ۳x^2 + ۶x - 1 \xrightarrow{x=0} y = -۱$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

«کتاب آبی»

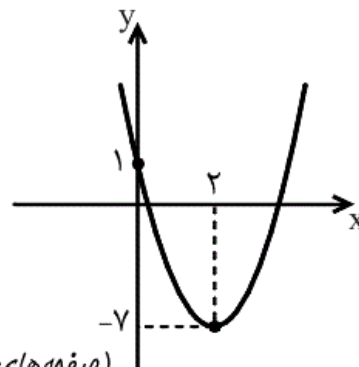
معادله‌ی سهمی را به شکل $y = a(x - h)^2 + k$ تبدیل می‌کنیم، برای این منظور با استفاده از اتحاد مربع کامل داریم:

$$y = ۲x^2 - ۸x + ۱ \Rightarrow y = ۲x^2 - ۸x + ۸ - ۷$$

$$\Rightarrow y = ۲(x^2 - ۴x + ۴) - ۷ \Rightarrow y = ۲(x - ۲)^2 - ۷$$

در این معادله، ضریب x^2 ، مثبت است، پس رأس سهمی پایین‌ترین نقطه‌ی آن است و سهمی رو به بالا باز می‌شود. از طرفی نمودار سهمی محور y ها را در نقطه‌ی $(۰, ۱)$ قطع می‌کند و رأس آن نقطه‌ی $(۲, -۷)$ است.

بنابراین شکل تقریبی آن به صورت زیر است که از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.



(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

دانشگاه از سایت ریاضی‌سارا

۱

«کتاب آبی»

نمودار محور x ها را در دو نقطه به طول های ۸ و -۲ قطع می کند، بنابراین می توان معادله ی آن را به صورت زیر نوشت:

$$y = a(x + 2)(x - 8)$$

از طرفی نقطه ی $(0, 16)$ در معادله ی آن صدق می کند، پس:

$$16 = a(0 + 2)(0 - 8) \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow y = -(x + 2)(x - 8)$$

برای یافتن مجموع ضرایب کافی است به جای x عدد ۱ قرار دهیم:

$$\text{مجموع ضرایب} = -(2 + 1)(1 - 8) = 21$$

(صفحه های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

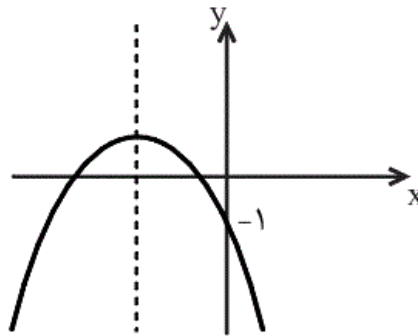
۳✓

۲

۱

«کتاب آبی»

به ازای $x = 0$ مقدار سهمی منفی است و سهمی محور x ها را در دو نقطه به طول منفی قطع می کند، پس نمودار تقریبی آن به صورت زیر است.



بنابراین با توجه به شکل، باید ضریب x^2 منفی باشد، یعنی:

$$a < 0 \quad (1)$$

از طرفی نمودار، محور x ها را در دو نقطه قطع می کند، پس در معادله ی آن $\Delta > 0$:

$$\Delta = (a + 3)^2 + 4a = a^2 + 10a + 9 > 0$$

$$\Rightarrow (a + 1)(a + 9) > 0$$

$$\Rightarrow a > -1 \text{ یا } a < -9 \quad (2)$$

همچنین با توجه به نمودار، محور تقارن سهمی به

$$\text{معادله ی } x = -\frac{b}{2a} < 0 \text{ است، پس:}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{(a + 3)}{2a} < 0 \Rightarrow a > 0 \text{ یا } a < -3 \quad (3)$$

از اشتراک (۱) و (۲) و (۳)، مجموعه مقادیر a ، $a < -9$ است.

(صفحه های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

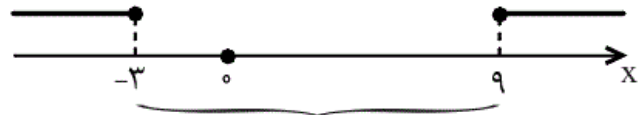
۱✓

-۷۰

«کتاب آبی»

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3 \Rightarrow \left| \frac{x-1-2}{2} \right| \geq 3 \Rightarrow |x-3| \geq 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3 \geq 6 \\ \text{یا} \\ x-3 \leq -6 \end{cases} \Rightarrow x \geq 9 \text{ یا } x \leq -3$$



پس اعداد صحیح بین -3 و 9 شامل مجموعه جواب نیستند. تعداد اعداد صحیح با شروع از -2 و ختم به 8 برابر است با:

$$\text{تعداد اعداد صحیح} = 8 - (-2) + 1 = 11$$

(صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

«کتاب آبی»

-۶۸

هر کدام از نامعادله‌ها را جداگانه حل کرده و بین مجموعه جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{4x-1}{3} > 3x-2 \Rightarrow 4x-1 > 9x-6$$

$$\Rightarrow 4x-9x > -6+1$$

$$\Rightarrow -5x > -5 \Rightarrow x < 1 \quad (1)$$

$$\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\times 6} 3(3x+5) - 2(2x-4) > 3$$

$$\Rightarrow 9x+15-4x+8 > 3$$

۴

۳

۲

۱

www.kanoon.ir