سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي ، هندسه ۲ ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۱۴۱- در چه نوع مثلثی نقطه همرسی عمود منصف‌های سه ضلع، وسط یک ضلع قرار دارد؟

۱) متساوی‌الاضلاع
۲) متساوی‌الساقین
۳) قائم‌الزاویه
۴) منفرجه‌الزاویه

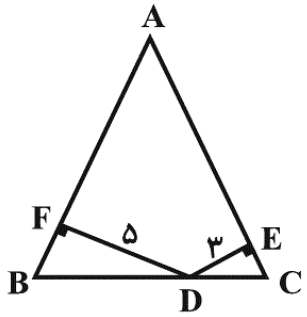
شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- مستطیل $ABCD$ با محیط ۲۸ واحد مفروض است. از برخورد نیمسازهای زوایای درونی این مستطیل، یک چهارضلعی ساخته شده به‌گونه‌ای که اندازه‌ی قطر این چهارضلعی برابر ۶ واحد است. مساحت مستطیل $ABCD$ کدام است؟

۱) ۳۲
۲) ۳۶
۳) ۴۰
۴) ۴۸

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در شکل زیر $AB = AC$ و $BC = 4\sqrt{5}$ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول AB کدام است؟



۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۶

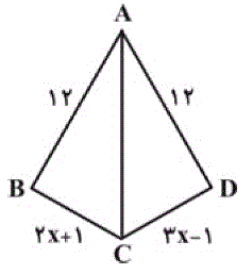
شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در مثلث ABC، میانه‌ی AM و نیمسازهای دو زاویه‌ی AMB و AMC را رسم می‌کنیم تا به‌ترتیب اضلاع AB و AC را در نقاط P و Q قطع کنند. اگر $AB = ۹$، $AQ = ۸$ و $CQ = ۲$، آن‌گاه فاصله‌ی P تا A کدام است؟

۱) ۵/۴
۲) ۶/۲۵
۳) ۶/۷۵
۴) ۷/۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- در شکل مقابل اگر $\hat{CAD} > \hat{BAC}$، آنگاه کم‌ترین مقدار صحیح برای محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



۱) ۳۵
۲) ۳۴
۳) ۴۰
۴) ۳۹

شما پاسخ نداده اید

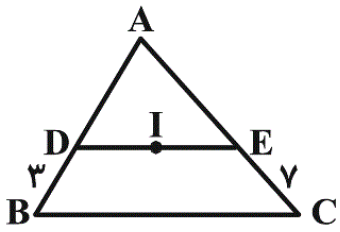
۱۴۶- از نقطه‌ی O داخل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC، سه پاره‌خط OD و OE و OF را به‌ترتیب بر سه ضلع BC، AC و AB عمود می‌کنیم. اگر مجموع طول‌های این سه پاره‌خط $۲\sqrt{۳}$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

۱) $۶\sqrt{۳}$ ۲) $۸\sqrt{۳}$

۳) $۱۲\sqrt{۳}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- از نقطه‌ی همرسی نیم‌سازهای مثلث ABC (نقطه‌ی I) خطی موازی ضلع BC رسم می‌کنیم. اگر $BD = ۳$ و $CE = ۷$، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار صحیح محیط ذوزنقه‌ی BDEC کدام است؟



۱) ۴۱ ۲) ۳۸

۳) ۴۰ ۴) ۳۹

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- B و C دو نقطه‌ی ثابت و A یک نقطه‌ی متحرک در یک صفحه هستند. مکان هندسی نقطه‌ی A به‌گونه‌ای که در مثلث ABC، ارتفاع AH برابر عدد ثابت h و میانه‌ی AM حداکثر برابر ۲h باشد، کدام است؟

۱) پاره‌خطی به‌طول $\sqrt{۳}h$ ۲) پاره‌خطی به‌طول $۲\sqrt{۳}h$

۳) دو پاره‌خط با طول‌های $\sqrt{۳}h$ ۴) دو پاره‌خط با طول‌های $۲\sqrt{۳}h$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- چند نقطه در صفحه‌ی مثلث ABC وجود دارد که از وصل کردن آن نقاط به رأس‌های مثلث، ۳ مثلث معادل (هم مساحت) ایجاد شود؟

۱) ۱ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- چند مثلث متمایز ABC می‌توان رسم کرد که در آن ضلع $BC = ۶$، ضلع $AC = ۴$ و زاویه‌ی $\hat{B} = ۳۰^\circ$ باشد؟

۱) ۲ ۲) ۱

۳) هیچ ۴) بیشمار

شما پاسخ نداده اید

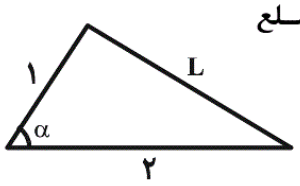
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=\sqrt{x+k}$ در بازه‌ی $[۱,۶]$ برابر $\frac{۱}{۵}$ است. $f(-۲)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۲- طول دو ضلع مثلثی ۱ و ۲ سانتی‌متر و طول ضلع سوم برابر L سانتی‌متر است و زاویه‌ی مقابل به این ضلع α است. آهنگ تغییرات L نسبت به α وقتی $\alpha=۶۰^\circ$ باشد، چند $\frac{cm}{rad}$ است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

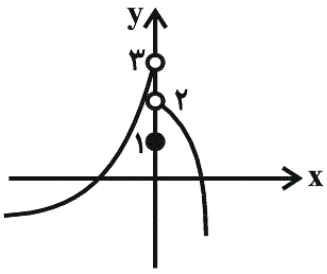
شما پاسخ نداده اید

۸۳- خطی که از ۲ نقطه‌ی $(۰,-۱)$ و $(\frac{۱}{۳},۰)$ می‌گذرد، بر تابع f در نقطه‌ی $x=۱$ عمود است. حاصل حد عبارت $\frac{f^۲(x)+f(x)-۶}{f(x)(۲-۲x)}$ وقتی $x\to ۱$ کدام است؟

۱) $-\frac{۵}{۱۲}$
۲) $\frac{۱۵}{۴}$
۳) $\frac{۵}{۱۲}$
۴) $-\frac{۱۵}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر شکل زیر مربوط به تابع g باشد، زاویه‌ی بین مماس‌های چپ و راست در نقطه‌ی $x=۰$ در تابع $f(x)=|x|g(x)$ کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۳}$
۲) $\frac{\pi}{۴}$
۳) $\tan^{-۱}(\frac{۱}{۵})$
۴) $\tan^{-۱}(\frac{۱}{۷})$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- برای تابع $f(x)=|x-\frac{[x]}{a}|$، مقدار $f'_-(۱)$ در صورت وجود کدام است؟ ([ ]، علامت جز صحیح است.)

۱) -۱
۲) ۱
۳) -۲
۴) $\frac{۱}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- کارخانه‌ای بهای فروش هر واحد کالای تولید شده‌ی خود را ۷۵۳ تومان تعیین کرده است. اگر روزانه x واحد از این کالا تولید و فروخته شود و هزینه‌ی کل تولید روزانه $C(x)=۰/۰۱x^۳+۰/۱x^۲+۳x+۴۰۰۰۰$ تومان باشد، سود فروش ۱۰۱ اُمین کالا تقریباً چند تومان است؟

۱) ۷۵۳
۲) ۱۱۸۳
۳) ۴۰۰
۴) ۴۳۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۷- خط قائم بر نمودار تابع $y = x^{۲}$ در نقطه $(۱,۱)$، نمودار تابع را در نقطه‌ی دیگری قطع می‌کند. مجموع مختصات آن نقطه کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۴}$ ۲) $-\frac{۳}{۲}$

۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

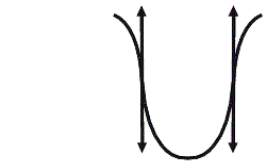
۸۸- خط $y = ۳x + a$ بر منحنی $f(x) = bx^{۲} + x + c$ در نقطه‌ی $A(۱,۲)$ مماس است، $a + c$ کدام است؟

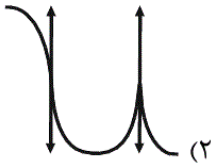
۱) صفر ۲) ۱

۳) -۱ ۴) ۲

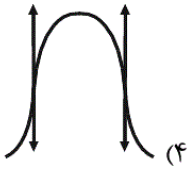
شما پاسخ نداده اید

۸۹- نمودار $y = \sqrt[۳]{x^{۲} - ۲x}$ در اطراف $x = ۰$ و $x = ۲$ چگونه است؟

۱) 

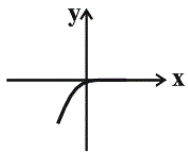
۲) 

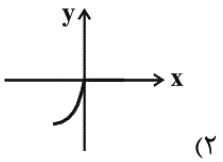
۳)

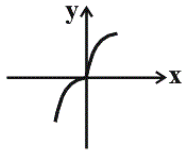
۴) 

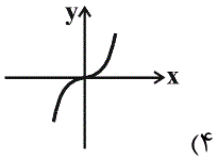
شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر $f(x) = |x[x]|\sqrt[۳]{x}$ باشد نمودار آن در اطراف $x = ۰$ به‌کدام شکل است؟ ([ ]، علامت جز صحیح است.)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي ، مقاطع مخروطي - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۱۱۱- طول یکی از رئوس هذلولی با کانون‌های $F(۳,۱)$ و $F'(۰,۱)$ و گذرنده از نقطه‌ی $P(۰,۵)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۳}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- محورهای تقارن یک هذلولی به موازات محورهای مختصات و دو خط $y = mx + m + ۱$ و $y = (m + ۴)x + ۵$ مجانب‌های این هذلولی هستند. مرکز هذلولی کدام نقطه است؟

۱) $(-\frac{۳}{۲},۲)$ ۲) $(۲,\frac{۳}{۲})$ ۳) $(-۳,۴)$ ۴) $(۴,-\frac{۳}{۲})$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- در یک هذلولی قائم، اگر خط $y = -3x + 6$ مجانب هذلولی و نقطه‌ی $(2,4)$ کانون آن باشد، مجانب دیگر هذلولی از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(-2,3)$ ۲) $(3,3)$ ۳) $(4,2)$ ۴) $(-1,-2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در منحنی مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی $(1,0)$، $\sqrt{2}$ برابر فاصله‌ی آن‌ها از محور yها است، فاصله‌ی کانونی کدام است؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در مقطع مخروطی $4x^2 + 2y = y^2 + k$، اگر فاصله‌ی یکی از کانون‌ها از یک خط مجانب آن برابر $2\sqrt{2}$ باشد، فاصله‌ی کانونی کدام است؟ $(k > 1)$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) $\sqrt{10}$ ۴) $2\sqrt{10}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر F و F' کانون‌های هذلولی $8x^2 - y^2 + 4y = 12$ و P نقطه‌ای روی نمودار آن باشد به‌طوری که $|PF| = |FF'|$، آن‌گاه حداکثر محیط مثلث PFF' کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- برای آن‌که مقطع مخروطی $x^2 + \sqrt{3}xy + 4y^2 - 1 = 0$ به‌صورت استاندارد نوشته شود، باید محورهای مختصات را با چه زاویه‌ای دوران دهیم؟

۱) 30° ۲) 45° ۳) 60° ۴) 75°

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- فاصله‌ی کانونی هذلولی $x^2 + 6xy + y^2 = 8$ کدام است؟

۱) $3\sqrt{2}$ ۲) $6\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{6}$ ۴) $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- فاصله‌ی کانونی مقطع مخروطی $2x^2 + \sqrt{3}xy + y^2 - 10 = 0$ کدام است؟

۱) $4\sqrt{5}$ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) $2\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- نوع مقطع مخروطی به معادله‌ی $12x^2 + 12xy + 3y^2 + 2x = 5$ کدام است؟

۱) دایره ۲) بیضی ۳) هذلولی ۴) سهمی

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، همنهشتي ، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۱۲۱- هرگاه سال نو با روز شنبه آغاز شود، در این سال ۲۰ مهر چه روزی است؟

۱) یک‌شنبه ۲) دوشنبه

۳) شنبه ۴) سه‌شنبه

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۲- اگر $a \overset{۵}{\equiv} ۰$ و $a \overset{۷}{\equiv} ۴$ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم a بر ۳۵ کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۱۰ ۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $۷^{۲۹} + ۸$ بر عدد ۱۳ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- باقی‌مانده‌ی تقسیم $۷^{۱۲۰} + ۱۱^{۱۲۰}$ بر ۷۷ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر دو عدد $۸a + ۳$ و $۷a + ۶$ در تقسیم برعدد ده هم باقی‌مانده باشند، رقم یکان عدد $a^۴ - a^۲ + a + ۵$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر $a = ۷۷k + ۱۴$ باشد، باقیمانده‌ی تقسیم $۳a^۳ + ۴a^۲ - ۸a + ۲$ بر ۱۱ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در معادله‌ی $x \overset{۱۳}{\equiv} ۱۲!$ ۲، مقدار x کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۶ ۴) ۲۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- به چند طریق می‌توان ۱۳۵ لیتر بنزین را در ظرف‌های ۷ لیتری و ۵ لیتری گنجاند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر n کوچکترین مقداری باشد که معادله‌ی $۱۰x + ۱۱y = n$ در مجموعه اعداد صحیح نامنفی دقیقاً دارای ۹ جواب باشد، آن‌گاه مجموع ارقام n کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر دو عدد $\overline{۷a۴}$ و $\overline{۵۵b}$ متعلق به یک کلاس همنهشتی به پیمانه‌ی ۹ باشند، آنگاه عدد $\overline{۳a۵۲b}$ به کدام کلاس همنهشتی به پیمانه‌ی ۱۱ می‌تواند تعلق داشته باشد؟

۱) [۱] ۲) [۳] ۳) [۵] ۴) [۷]

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- حاصل $\sin^{۲}(\frac{۱}{۲}\cos^{-۱}\frac{۱}{۵})$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- مقدار $\tan^{-۱}\frac{۳}{۵}+\tan^{-۱}\frac{۱}{۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۴}$

۳) $\frac{\pi}{۳}$ ۴) $\tan^{-۱}\frac{۱۷}{۲۰}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- دامنه‌ی تابع $y=\cos^{-۱}(\frac{۲x-۱}{x+۱})$ به‌صورت بازه‌ی $[\alpha,\beta]$ است، $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- برد تابع $y=\cos^{-۱}(-\sqrt{x})$ کدام است؟

۱) $[۰,\pi)$ ۲) $[۰,\frac{\pi}{۲}]$

۳) $[-\frac{\pi}{۲},۰]$ ۴) $[\frac{\pi}{۲},\pi]$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- معادله‌ی $۲\tan^{-۱}x+\tan^{-۱}(\frac{x^{۲}-۱}{۲x})=۰$ چند جواب مثبت دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۹۱- اگر $g=\{(۱,۲),(۳,۱),(۵,۲)\}$ و $f(x)=x^۲+۱$ و $f+g=\{(۱,a),(b,۱۱),(۵,۴c)\}$ باشد، مقدار $\frac{a+b}{c}$ چقدر است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر $f=\{(۲,۱),(۱,۶),(۴,۶)\}$ و $g=\{(۱,۲),(۲,۴),(۶,۱)\}$ باشد، آن‌گاه برد تابع $\frac{۲f+g}{fog}$ کدام است؟

۱) $\{۱,\frac{۳}{۲}\}$
۲) $\{۱,۱۴\}$
۳) $\{\frac{۳}{۲}\}$
۴) $\{۱۴\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر $f=\{(۰,-۱)(۱,-۲)(a,-۱)(۴,۰)\}$ و $g=\{(-۲,۴)(-۱,۱)(b,۱)(۷,-۳)\}$ و $D_{gof}=\{۰,۵,۱,۴\}$ باشد، حاصل $b-۲a$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) -۱۰
۳) ۸
۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۹۴- توابع $f(x)=x^۲-x$ با شرط $۴\le x\le ۲$ و $g(x)=|x-۱|$ با شرط $۴\le x\le -۴$ را در نظر بگیرید، در این‌صورت دامنه‌ی تابع fog کدام است؟

۱) $[-۴,۴]$
۲) $[-۳,۴]$
۳) $[-۳,۴]-(-۱,۳)$
۴) $[-۳,۵]-[-۱,۳)$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- در ماشین روبه‌رو، مقدار a کدام است؟

$$x\to\boxed{\frac{ax+۱}{۲}}\to\boxed{۲ax-۱}\to x$$

۱) ۱
۲) -۱
۳) ۲
۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- اگر f تابعی خطی و $(fof)(x)=16x+5$ باشد، $f(1)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $-\frac{5}{3}$ ۲) -3

۳) 4 ۴) $-\frac{17}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $f(x)=\sqrt{x-3}$ و $g(x)=x^2+1$ آن‌گاه برد تابع $y=(gof)(x)$ کدام است؟

۱) $[3,+\infty)$ ۲) $[2,+\infty)$

۳) $[1,+\infty)$ ۴) R

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $f(x)=\begin{cases}1 & ;\ x>1\\ x^2 & ;\ x<1\end{cases}$ باشد، دامنه‌ی تابع fof کدام است؟

۱) R ۲) $R-\{1\}$

۳) $(-\infty,1)$ ۴) $(-\infty,1)-\{-1\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f=\{(-1,4),(2,3),(-1,4m),(m+1,n-1),(5,6),(p,n+2)\}$ تابعی یک به یک باشد، $m+n+p$ چقدر است؟

۱) 7 ۲) 8

۳) 9 ۴) 10

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر تابع $f(x)=x^2+(a+1)x+3$ برای $x\geq 3$، یک‌به‌یک باشد، کمترین مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) -6

۳) -5 ۴) -7

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- تابع با ضابطه ی $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+2} & ;\ x\geq 7\\ \frac{x}{3}+a & ;\ x<6\end{cases}$ یک‌به یک است. حداکثر مقدار a کدام است؟

۱) صفر ۲) 1

۳) 2 ۴) 3

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- اگر تابع $f(x)=x^{۲}-۴x+۳$ با دامنه‌ی $[۲,۴]$ را معکوس کنیم، دامنه‌ی تابع معکوس کدام است؟

۱) $[۰,۵]$ ۲) $[-۱,۳]$

۳) $[۰,۳]$ ۴) $[-۱,۵]$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- نمودار تابع $f(x)=\sqrt{ax^{۳}+b}$، نمودار وارون خودش را در نقطه‌ی $(۰,۲)$ قطع می‌کند. مقدار ab کدام است؟

۱) -۱ ۲) -۲

۳) -۴ ۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $f(x)=\frac{۱}{۲}(x-\frac{۱}{x})$ به‌ازای $x>۰$ تعریف شده باشد، حاصل $f^{-۱}(\frac{۱}{x})-f^{-۱}(\frac{-۱}{x})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۲}{x}$

۳) $\frac{۳x^{۲}+۲}{۳x}$ ۴) $\frac{۲}{x}\sqrt{x^{۲}+۱}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- ضابطه‌ی تابع معکوس تابع $f(x)=\begin{cases}۲x & ;\ x\geq ۱\\ x+۱ & ;\ x<۱\end{cases}$ کدام است؟

۱) $f^{-۱}(x)=\begin{cases}\frac{x}{۲} & ;\ x\geq ۲\\ x-۱ & ;\ x<۲\end{cases}$ ۲) $f^{-۱}(x)=\begin{cases}\frac{x}{۲} & ;\ x\geq ۱\\ x-۱ & ;\ x<۱\end{cases}$

۳) $f^{-۱}(x)=\begin{cases}x+۱ & ;\ x\geq ۱\\ ۲x & ;\ x<۱\end{cases}$ ۴) $f^{-۱}(x)=\begin{cases}x-۱ & ;\ x\geq ۱\\ \frac{x}{۲} & ;\ x<۱\end{cases}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضیات گسسته - گواه ، همنهشتي ، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۱۳۱- باقی‌مانده‌ی تقسیم $۱۳۹۰!+...+۲!+۱!$ بر ۹۰ کدام است؟

۱) ۶۳ ۲) ۲۷ ۳) صفر ۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- از رابطه‌ی همنهشتی (پیمانه‌ی ۹) $۱۸a\overset{۹}{\equiv}۱۲b$، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟ $(a,b\neq ۰)$

۱) $a\overset{۲}{\equiv}۰$ ۲) $b\overset{۳}{\equiv}۰$ ۳) $۳a\overset{۳}{\equiv}b$ ۴) $۳a\overset{۳}{\equiv}۲b$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۳- عدد $a + ۳^{۱۵}$ بر عدد ۱۷ تقسیم‌پذیر است. کوچک‌ترین عدد طبیعی a، کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- باقیمانده‌ی تقسیم $۵^{۱۰۰}$ بر ۶۳ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱ ۳) ۳۲ ۴) ۵۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد $۸^{۳۰} + ۵^{۶۲}$ بر عدد ۳۱ کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۲۶ ۳) ۲ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- رقم یکان هر عدد، با رقم یکان کدام‌یک از توان‌های آن همیشه برابر است؟

۱) توان سوم ۲) توان چهارم ۳) توان پنجم ۴) توان ششم

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- مجموعه‌ی اعداد طبیعی را به سه مجموعه‌ی A، B و C افراز کرده‌ایم. اگر $A = \{n : n = ۶k + ۱ , k \in N\}$ و $B = \{n : n = ۶k - ۱ , k \in N\}$، کدام عدد طبیعی به مجموعه‌ی C تعلق دارد؟

۱) ۱۱ ۲) ۲۹ ۳) ۳۳ ۴) ۳۷

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- کم‌ترین تعداد تمبر لازم برای بسته‌ای که نیاز به ۸۵۰ ریال تمبر دارد، با تمبرهای ۹۰ و ۵۰ ریالی کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- معادله‌ی $۳x - ۴y = ۱۳$ در Z کدام جواب‌ها را دارد؟

۱) $\begin{cases} x = ۳k + ۷ \\ y = ۴k + ۲ \end{cases}$ ۲) $\begin{cases} x = ۴k + ۳ \\ y = ۳k - ۱ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} x = ۳k + ۲ \\ y = ۴k + ۳ \end{cases}$ ۴) $\begin{cases} x = -۴k + ۷ \\ y = ۳k + ۲ \end{cases}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- عدد شش رقمی $\overline{۵a۷b۲۴}$ بر عدد ۴۴ تقسیم‌پذیر است. باقی‌مانده‌ی تقسیم این عدد بر ۹ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۹ ۳) ۳ ۴) ۴

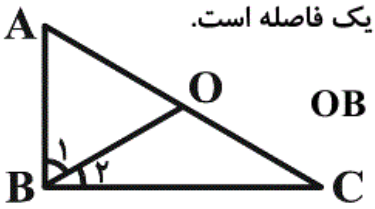
شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

ریاضي ، هندسه ۲ ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۱۴۱- (محمدابراهیم کیتی‌زاده)

اگر O نقطه‌ی همرسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث ABC ، نقطه‌ی وسط ضلع AC باشد، این نقطه از سه رأس مثلث به یک فاصله است.



$$OB = OA = OC$$

$$OA = OB \Rightarrow \text{مثلث } OAB \text{ متساوی‌الساقین} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}$$

$$OB = OC \Rightarrow \text{مثلث } OBC \text{ متساوی‌الساقین} \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{A} + \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{A} + \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$

مثلث ABC در رأس B قائم‌الزاویه است.

(هندسه ۲ – استدلال؛ صفحه‌ی ۳۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۲- (نوید مجیدی)

از برخورد نیمسازهای زوایای درونی مستطیلی به‌طول a و عرض b ، یک مربع پدید می‌آید که اندازه‌ی قطرش برابر $a-b$ است. پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a-b=6 \\ 2a+2b=28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=4 \end{cases}$$

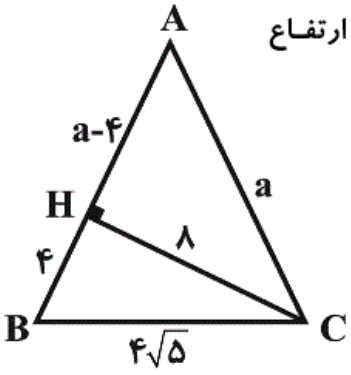
$$\text{مساحت مستطیل } ABCD = ab = 40$$

(هندسه ۲ – استدلال؛ صفحه‌های ۱۱، ۱۲ و ۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۴۳ (رضا عباسی‌اصل)

می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه‌ی واقع بر قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن برابر است با ارتفاع وارد بر ساق مثلث، بنابراین داریم:



$$CH = DE + DF = ۸$$

$$BCH : BH^۲ = (۴\sqrt{۵})^۲ - ۸^۲$$

$$\Rightarrow BH = ۴$$

با فرض $AB = AC = a$ داریم: $AH = a - ۴$

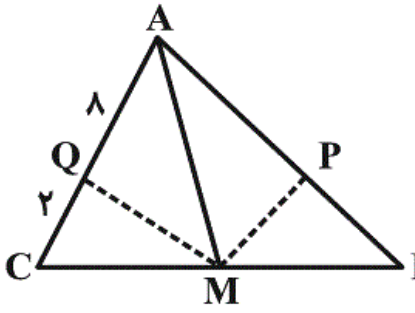
$$ACH : a^۲ = ۸^۲ + (a-۴)^۲ \Rightarrow a = ۱۰$$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌ی ۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۴۴ (نوید مجیدی)

چون MP و MQ به‌ترتیب نیمسازهای زاویه‌های AMB و AMC هستند، بنابر قضیه نیمسازها خواهیم داشت:



$$\begin{cases} \text{در مثلث } AMB: \dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AM}{MB} \\ \text{در مثلث } AMC: \dfrac{AQ}{QC} = \dfrac{AM}{MC} \end{cases}$$

چون $MC = MB$، پس سمت راست نسبت‌های بالا با هم برابرند و از این‌رو سمت چپ‌ها نیز برابر خواهند شد، یعنی $\dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AQ}{QC}$. در نتیجه:

$$\frac{AP}{\underbrace{AP+PB}_{=AB}} = \frac{AQ}{\underbrace{AQ+QC}_{=AC}} \Rightarrow \frac{AP}{۹} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow AP = ۷/۲$$

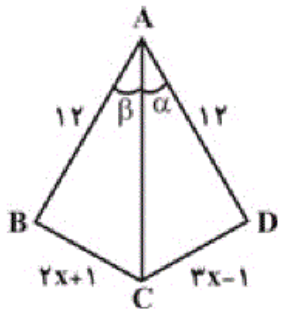
(هندسه ۲ - استدلال: مشابه تمرین ۱۵، صفحه‌ی ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۵ (محمدطاهر شعاعی)

$$\left.\begin{array}{l}(\text{فرض})\ \alpha > \beta \\ AC = AC \\ AB = AD\end{array}\right\} \xrightarrow{\text{قضیه لولا}} CD > BC$$



$$\Rightarrow 3x - 1 > 2x + 1 \Rightarrow x > 2$$

$$\text{محیط } ABCD = 24 + 5x \xrightarrow{x>2} \text{محیط } ABCD > 34$$

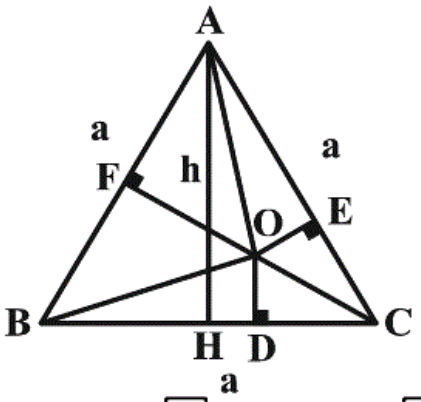
پس کم‌ترین مقدار صحیح محیط چهارضلعی $ABCD$ برابر ۳۵ است.

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۴۶ (محمدابراهیم کیتی‌زاده)

طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را a و طول ارتفاع آن را h فرض می‌کنیم. مجموع مساحت‌های سه مثلث OBC و OAC و OAB با مساحت مثلث ABC برابر است.



$$\frac{1}{2}(a.OD + a.OE + a.OF) = \frac{1}{2}a.h$$

$$\Rightarrow OD + OE + OF = h$$

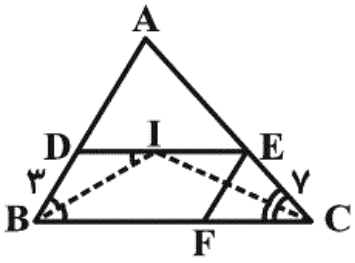
یعنی مجموع فاصله‌های نقطه O از سه ضلع مثلث با ارتفاع مثلث مساوی می‌باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۷

چون I نقطه‌ی همرسی نیم‌سازها است، پس BI و CI نیم‌ساز زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ هستند. داریم:



BI مورب و $DE \parallel BC$

$$\Rightarrow B\hat{I}D = I\hat{B}C = I\hat{B}D$$

$$\Rightarrow ID = BD = ۳$$

CI مورب و $DE \parallel BC$

$$\Rightarrow C\hat{I}E = I\hat{C}B = I\hat{C}E \Rightarrow IE = CE = ۷$$

متوازی‌الاضلاع $BDEF$ را رسم می‌کنیم. در مثلث CEF داریم:

$$CE - EF < CF < EF + CE \Rightarrow ۷ - ۳ < CF < ۷ + ۳$$

$$\Rightarrow ۴ < CF < ۱۰$$

$$\text{محیط ذوزنقه‌ی } BDEC = BD + DE + CE + BC$$

$$= ۳ + ۳ + ۷ + ۷ + ۱۰ + CF = ۳۰ + CF < ۴۰$$

پس ماکزیمم مقدار صحیح محیط ذوزنقه ۳۹ است.

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۲۵ و ۳۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۸- *(محمدعلی نادرپور)*

چون فاصله‌ی A تا ضلع BC ثابت و برابر h است، پس نقطه‌ی A روی دو خط موازی با BC و به فاصله‌ی h از BC است. از طرفی چون میانه‌ی AM از عدد $2h$ کوچکتر یا مساوی است، پس نقطه‌ی A باید داخل یا روی دایره‌ای به مرکز M (وسط BC) و به شعاع $2h$ باشد. با توجه به آن‌که طول ارتفاع وارد بر یک ضلع، کوچکتر از طول میانه‌ی وارد بر آن ضلع است، پس مکان هندسی، دو پاره‌خط DE و $D'E'$ هستند. از طرفی داریم:

$$\overset{\Delta}{MHE}: EH^2 = 4h^2 - h^2 = 3h^2 \Rightarrow EH = h\sqrt{3}$$

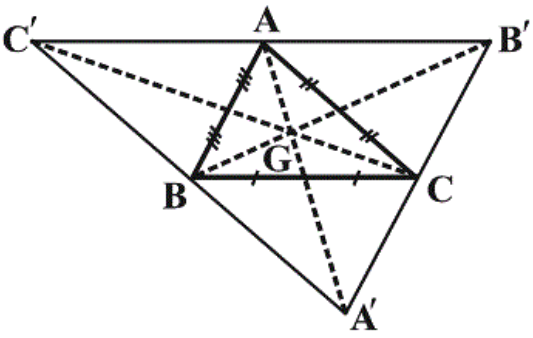
$$\begin{cases} DE = 2\sqrt{3}h \\ D'E' = 2\sqrt{3}h \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۴۹- *(محمدطاهر شعاعی)*

اگر نقطه‌ی همرسی میانه‌های مثلث را به سه رأس مثلث وصل کنیم، ۳ مثلث معادل ایجاد می‌شود:

$$S(\overset{\Delta}{AGB}) = S(\overset{\Delta}{AGC}) = S(\overset{\Delta}{BGC})$$



اگر از سه رأس مثلث ABC، خط‌هایی به موازات اضلاع مقابل رسم کنیم مثلث $A'B'C'$ پدید می‌آید. چهار ضلعی $A'BAC$ متوازی‌الاضلاع است، پس:

$$S(\overset{\Delta}{A'AB}) = S(\overset{\Delta}{A'AC}) = S(\overset{\Delta}{A'BC})$$

به همین ترتیب اگر هر یک از نقاط B' و C' را به رأس‌های مثلث وصل کنیم، مثلث‌های حاصل معادل‌اند. پس ۴ نقطه با این خاصیت وجود دارد.

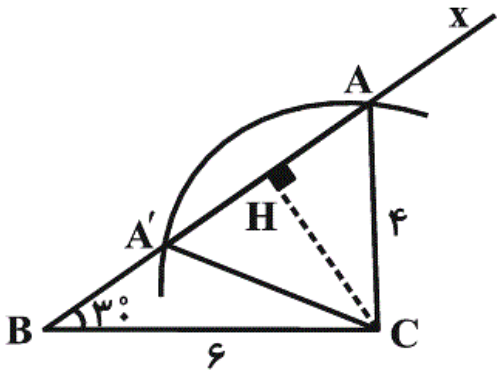
(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌ی ۳۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۰ (محمدابراهیم کیتی‌زاده)

ضلع $BC = ۶$ و زاویه‌ی $C\hat{B}x = ۳۰^\circ$ را رسم می‌کنیم. در مثلث BCH، ضلع CH، فاصله‌ی رأس C از خط Bx، روبه‌رو به زاویه‌ی ۳۰° است، لذا $CH = \frac{BC}{۲} = ۳$. چون $CH < CA$، دایره به مرکز C و به شعاع $CA = ۴$ خط Bx را در دو نقطه‌ی A و A' قطع می‌کند و دو مثلث متمایز ABC و $A'BC$ وجود دارد.



(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، مشتق تابع ، مشتق - ۱۳۹۵۱۱۱۵

-۸۱ (کاظم اجلالی)

آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه‌ی $[۱,۶]$ برابر است با:

$$\frac{f(۶)-f(۱)}{۶-۱} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow f(۶)-f(۱) = ۱ \Rightarrow \sqrt{۶+k} - \sqrt{۱+k} = ۱$$

$$\Rightarrow \sqrt{۶+k} = ۱ + \sqrt{۱+k} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۶+k = ۱+۱+k+۲\sqrt{۱+k}$$

$$\Rightarrow ۲ = \sqrt{۱+k} \Rightarrow ۱+k = ۴ \Rightarrow k = ۳$$

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x+۳} \Rightarrow f(-۲) = \sqrt{-۲+۳} = ۱$$

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌ی ۱۲۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$L^۲ = ۱^۲ + ۲^۲ - ۲(۱)(۲)\cos\alpha \Rightarrow L^۲ = ۵ - ۴\cos\alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha=۶۰^\circ} L^۲ = ۵ - ۴\cos(۶۰^\circ) = ۵ - ۴(\frac{۱}{۲}) = ۳ \Rightarrow L = \sqrt{۳}cm$$

$$L^۲ = ۵ - ۴\cos\alpha \xrightarrow{\text{مشتق نسبت به } \alpha} ۲L(\frac{dL}{d\alpha}) = ۴\sin\alpha$$

$$\xrightarrow{L=\sqrt{۳}\ ,\ \alpha=۶۰^\circ} ۲\sqrt{۳}(\frac{dL}{d\alpha}) = ۴(\frac{\sqrt{۳}}{۲}) \Rightarrow (\frac{dL}{d\alpha}) = ۱\ (\frac{cm}{rad})$$

(دیفرانسیل - مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

این خط در نقطه‌ی $x = ۱$ بر تابع f عمود است، پس:

$$f(۱) = ۳(۱) - ۱ = ۲\ ,\ \ f'(۱) = \frac{-۱}{m} = -\frac{۱}{۳}$$

$$\lim_{x\to۱} \frac{f^۲(x) + f(x) - ۶}{f(x)(۲ - ۲x)} = \lim_{x\to۱} \frac{(f(x)+۳)(f(x)-۲)}{f(x)(۲-۲x)}$$

$$\lim_{x\to۱} \underbrace{\frac{f(x)-۲}{x-۱}}_{f'(۱)} \times \lim_{x\to۱} \frac{f(x)+۳}{-۲f(x)} = (-\frac{۱}{۳}) \times \frac{۲+۳}{-۲(۲)}$$

$$= (-\frac{۱}{۳}) \times (-\frac{۵}{۴}) = \frac{۵}{۱۲}$$

(دیفرانسیل - مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۴ (حمید علیزاده)

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{|x|g(x)-0}{x}$$

$$\begin{cases} f'_+(0)=\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=2=m_1 \\ f'_-(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} -g(x)=-3=m_2 \end{cases}$$

$$\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|=|\frac{2-(-3)}{1+2(-3)}|=1\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{4}$$

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌ی ۱۳۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۵ (محمدطاهر شعاعی)

برای این‌که تابع $f(x)=|x-\frac{[x]}{a}|$ در $x=1$ مشتق چپ داشته باشد، باید

f در $x=1$ از چپ پیوسته باشد یعنی:

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=f(1)\Rightarrow|1-0|=|1-\frac{1}{a}|\Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

$$f(x)=|x-2[x]|$$

$$\Rightarrow f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{|x-2[x]|-1}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{|x|-1}{x-1}=1$$

(حسابان - مشتق: صفحه‌های ۱۶۸ و ۱۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

درآمد کارخانه برای فروش x کالا از رابطه‌ی $R(x) = ۷۵۳x$ به‌دست می‌آید. بنابراین تابع سود کارخانه را به‌دست می‌آوریم:

$$P(x) = R(x) - C(x) = ۷۵۳x - ۰/۰۱x^۳ - ۰/۱x^۲ - ۳x - ۴۰۰۰۰$$

$$= -۰/۰۱x^۳ - ۰/۱x^۲ + ۷۵۰x - ۴۰۰۰۰$$

$$P'(x) = -۰/۰۳x^۲ - ۰/۲x + ۷۵۰$$

سود فروش ۱۰۱ اُمین کالا برابر است با $P(۱۰۱) - P(۱۰۰)$.

$$P(۱۰۱) - P(۱۰۰) \simeq P'(۱۰۰)$$

$$\Rightarrow P'(۱۰۰) = -۰/۰۳(۱۰۰)^۲ - ۰/۲(۱۰۰) + ۷۵۰$$

$$= -۳۰۰ - ۲۰ + ۷۵۰ = ۴۳۰$$

(دیفرانسیل - مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۹ و ۱۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۷ (محمدطاهر شعاعی)

معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع $f(x)=x^۲$ در نقطه $(۱,۱)$ به شرح زیر است:

$$y-۱=-\frac{۱}{f'(۱)}(x-۱)\Rightarrow y-۱=-\frac{۱}{۲}(x-۱)$$

$$\begin{cases}y=x^۲\\ y-۱=-\frac{۱}{۲}(x-۱)\end{cases}\Rightarrow x^۲-۱=-\frac{۱}{۲}(x-۱)$$

$$\xrightarrow{x\neq ۱} x+۱=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=-\frac{۳}{۲}\Rightarrow y=(-\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۹}{۴}$$

$$A(-\frac{۳}{۲},\frac{۹}{۴})\xrightarrow{\text{مجموع مختصات}}\frac{۹}{۴}-\frac{۳}{۲}=\frac{۳}{۴}$$

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌ی ۱۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۸۸ (ایمان نشتین)

باید مقدار تابع و مقدار مشتق تابع (شیب) در نقطه‌ی A برای دو تابع برابر باشد.

$$\begin{cases}f(۱)=y(۱)=۲\\ f'(۱)=y'(۱)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b+۱+c=۳+a=۲\Rightarrow\begin{cases}a=-۱\\ b+c=۱\end{cases}\\ ۲bx+۱\ \big|_{x=۱}=۳\Rightarrow ۲b+۱=۳\Rightarrow ۲b=۲\Rightarrow b=۱\Rightarrow c=۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow a+c=-۱$$

(دیفرانسیل - مشتق: صفحه‌ی ۱۲۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۹ (امیرهوشنگ خمسه)

ابتدا نقطه‌ی $x=0$ را بررسی می‌کنیم.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{x^2-2x}-0}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{x\sqrt[3]{\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to 0}\sqrt[3]{\frac{x-2}{x^2}}$$

$$=\sqrt[3]{\frac{-2}{0^+}}=-\infty$$

پس تابع در اطراف $x=0$ مماس قائم دارد و نزولی $(y'<0)$ است.

در $x=2$ داریم:

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt[3]{x^2-2x}-0}{x-2}=\lim_{x\to 2}\sqrt[3]{\frac{x(x-2)}{(x-2)^3}}=\lim_{x\to 2}\sqrt[3]{\frac{x}{(x-2)^2}}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{0^+}}=+\infty$$

تابع در اطراف $x=2$ مماس قائم دارد و صعودی است. پس گزینه‌ی «۱» صحیح است.

(دیفرانسیل - مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۵ و ۱۳۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۹۰ (کاظم اجلالی)

مشتق چپ و راست تابع در $x=0$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f'_+(0)=\lim_{x\to 0^+}\frac{|x[x]|\sqrt[3]{x}-0}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{0}{x}=0$$

$$f'_-(0)=\lim_{x\to 0^-}\frac{|x[x]|\sqrt[3]{x}-0}{x-0}=\lim_{x\to 0^-}\frac{|-x|\sqrt[3]{x}}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{-x\sqrt[3]{x}}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0^-}-\sqrt[3]{x}=0$$

بنابراین تابع در $x=0$ دارای مشتق صفر است. همچنین در همسایگی راست $x=0$ داریم $[x]=0$ و در نتیجه تابع در این همسایگی ثابت و برابر صفر است.

(دیفرانسیل - مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

-۱۱۱ (رضا عباسی‌اصل)

$$|PF - PF'| = ۲a \Rightarrow |۵ - ۴| = ۲a \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

$$|FF'| = ۲c \Rightarrow ۳ = ۲c \Rightarrow c = \frac{۳}{۲}$$

مرکز هذلولی : $O = \frac{F + F'}{۲} = (\frac{۳}{۲}, ۱)$

$$A = (a + \alpha, \beta) \Rightarrow A = (\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲}, ۱) \Rightarrow A = (۲, ۱)$$

$$A' = (-a + \alpha, \beta) \Rightarrow A' = (-\frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۲}, ۱) \Rightarrow A' = (۱, ۱)$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۱۲ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

شیب‌های دو مجانب هر هذلولی دو عدد قرینه می‌باشند:

شیب‌های دو مجانب $\Rightarrow m, m + ۴ \Rightarrow m = -(m + ۴) \Rightarrow m = -۲$

مجانب‌ها: $y = ۲x + ۵$, $y = -۲x - ۱$

مرکز هذلولی، نقطه‌ی تلاقی مجانب‌ها است:

$$O' : (y = -۲x - ۱ , y = ۲x + ۵) \Rightarrow O'(-\frac{۳}{۲}, ۲)$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- (محسن رجبی)

هذلولی قائم: $F(\alpha,\beta \pm c) = (۲,۴) \Rightarrow \alpha = ۲$

با توجه به آن‌که مجانب‌های هذلولی از مرکز آن عبور می‌کنند، داریم:

$$\beta = -۳\alpha + ۶ \xrightarrow{\alpha=۲} \beta = ۰$$

پس مرکز هذلولی، نقطه‌ی $(۲,۰)$ است.

شیب مجانب دیگر برابر قرینه‌ی (-۳)، یعنی برابر ۳ است.

معادله‌ی مجانب دیگر: $y - ۰ = ۳(x-۲) \Rightarrow y = ۳x - ۶$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطه‌ی $(۳,۳)$ روی این مجانب واقع است.

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۴- (سیرامیر ستوده)

فرض کنیم $M(x,y)$ نقطه‌ای از مکان هندسی مورد نظر باشد، پس داریم:

$$\sqrt{(x-۱)^۲ + y^۲} = \sqrt{۲}\,|x| \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ + y^۲ = ۲x^۲$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۲x - y^۲ = ۱ \Rightarrow (x+۱)^۲ - y^۲ = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{(x+۱)^۲}{۲} - \frac{y^۲}{۲} = ۱ \Rightarrow a^۲ = ۲ \ , \ b^۲ = ۲$$

$$\Rightarrow c^۲ = a^۲ + b^۲ = ۴ \Rightarrow c = ۲ \Rightarrow FF' = ۲c = ۴$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۵

نکته: فاصله‌ی کانون از خط مجانب در هذلولی برابر است با: $|b|$

$$۴x^۲+۲y-y^۲-k=۰\Rightarrow ۴x^۲-(y^۲-۲y)-k=۰$$

$$۴x^۲-[(y-۱)^۲-۱]-k=۰\Rightarrow ۴x^۲-(y-۱)^۲+۱-k=۰$$

$$۴x^۲-(y-۱)^۲=k-۱\Rightarrow \frac{۴x^۲}{k-۱}-\frac{(y-۱)^۲}{k-۱}=۱$$

$$\Rightarrow \frac{x^۲}{\frac{k-۱}{۴}}-\frac{(y-۱)^۲}{k-۱}=۱$$

$$k-۱=۸\Rightarrow k=۹\Rightarrow \begin{cases} a^۲=\frac{k-۱}{۴}=\frac{۸}{۴}=۲ \\ b^۲=۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow c^۲=a^۲+b^۲=۱۰\Rightarrow c=\sqrt{۱۰}\Rightarrow \text{فاصله‌ی کانونی}=۲c=۲\sqrt{۱۰}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$|PF-PF'|=۲a\Rightarrow |۶-PF'|=۲\Rightarrow PF'=۸ \text{ یا } PF'=۴$$

$$\text{حداکثر محیط مثلث } PFF'=PF+PF'+FF'=۶+۸+۶=۲۰$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۷ (علی‌اصغر فرضی)

در معادله‌ی مقطع مخروطی داده شده داریم:

$$\left.\begin{matrix} a=۱ \\ b=\sqrt{۳} \\ c=۴ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \tan ۲\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{\sqrt{۳}}{-۳} \Rightarrow ۲\theta = ۱۵۰^\circ \Rightarrow \theta = ۷۵^\circ$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۱۸ (سروش موئینی)

$$x^۲ + ۶xy + y^۲ = ۸$$

$$\tan ۲\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{۶}{۱-۱} = \text{تعریف نشده} \Rightarrow \theta = ۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(x' - y') \ , \ y = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(x' + y')$$

$$\Rightarrow (\frac{\sqrt{۲}}{۲}(x'-y'))^۲ + ۶(\frac{\sqrt{۲}}{۲}(x'-y'))(\frac{\sqrt{۲}}{۲}(x'+y')) + (\frac{\sqrt{۲}}{۲}(x'+y'))^۲$$

$$= \underbrace{(\frac{۱}{۲} + \frac{۶}{۲} + \frac{۱}{۲})}_{۴} x'^۲ + \underbrace{(\frac{۱}{۲} - \frac{۶}{۲} + \frac{۱}{۲})}_{-۲} y'^۲ = ۸$$

$$\Rightarrow ۴x'^۲ - ۲y'^۲ = ۸ \Rightarrow \frac{x'^۲}{۲} - \frac{y'^۲}{۴} = ۱$$

$$c^۲ = ۲ + ۴ = ۶ \Rightarrow ۲c = ۲\sqrt{۶}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

با دوران دستگاه y و x به اندازه‌ی θ، معادله‌ی مقطع مخروطی $ax^۲+bxy+cy^۲=d$ با شرط $\tan ۲\theta=\frac{b}{a-c}$ به‌صورت $Ax'^۲+Cy'^۲=d$ در می‌آید که در آن داریم:

$$\begin{cases} A+C=a+c \\ |A-C|=\sqrt{b^۲+(a-c)^۲} \end{cases}$$

بنا به فرض معادله‌ی مقطع مخروطی $۲x^۲+\sqrt{۳}xy+y^۲=۱۰$ می‌باشد.

داریم: (با فرض $A>C$)

$$\begin{cases} A+C=۲+۱=۳ \\ A-C=\sqrt{(\sqrt{۳})^۲+(۲-۱)^۲}=\sqrt{۴}=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A+C=۳ \\ A-C=۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow A=\frac{۵}{۲}\ ,\ C=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین استاندارد شده‌ی این مقطع مخروطی به صورت زیر است:

$$\frac{۵}{۲}x'^۲+\frac{۱}{۲}y'^۲=۱۰ \Rightarrow \frac{x'^۲}{۴}+\frac{y'^۲}{۲۰}=۱ \Rightarrow \begin{cases} a^۲=۲۰ \\ b^۲=۴ \end{cases}$$

$$c^۲=a^۲-b^۲=۲۰-۴=۱۶ \Rightarrow c=۴ \Rightarrow FF'=۲c=۸$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۰ (علی سعیدی‌زاد)

مقدار $\Delta = B^2 - 4AC$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta = 12^2 - 4(12)(3) = 0$$

چون $\Delta = 0$ پس نوع مقطع مخروطی یک سهمی است.

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، همنهشتي ، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۵۱۱۱۵

-۱۲۱ (همایون شریک)

ابتدا تعداد روزها از اول سال تا ۲۰ مهر را تعیین می‌کنیم:

$$(6 \times 31) + 20 = 206$$

حال کافی است عدد ۲۰۶ را به پیمانه‌ی ۷ (تعداد روزهای هفته) بیابیم:

$$206 \overset{7}{\equiv} 3$$

بنابراین دوشنبه (سومین روز با آغاز از شنبه) جواب است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۲۲ (رضا پورحسینی)

$$\left.\begin{array}{l} a \overset{5}{\equiv} 0 \overset{5}{\equiv} 25 \\ a \overset{7}{\equiv} 4 \overset{7}{\equiv} 25 \end{array}\right\} \Rightarrow a \overset{[5,7]}{\equiv} 25 \Rightarrow a \overset{35}{\equiv} 25$$

یعنی باقیمانده‌ی تقسیم a بر ۳۵ برابر ۲۵ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۳- (نوید مجیدی)

$$۷^۲ \overset{۱۳}{\equiv} -۳ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۷^۴ \overset{۱۳}{\equiv} ۹ \xrightarrow{\times ۷} ۷^۵ \overset{۱۳}{\equiv} ۶۳ \overset{۱۳}{\equiv} ۱۱$$

از سوی دیگر بنا به قضیه‌ی فرما $۷^{۱۲} \overset{۱۳}{\equiv} ۱$، پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} ۷^{۱۲} \overset{۱۳}{\equiv} ۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۷^{۲۴} \overset{۱۳}{\equiv} ۱ \\ ۷^{۵} \overset{۱۳}{\equiv} ۱۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ۷^{۲۹} \overset{۱۳}{\equiv} ۱۱ \Rightarrow ۷^{۲۹} + ۸ \overset{۱۳}{\equiv} ۱۹ \overset{۱۳}{\equiv} ۶$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۲۴- (عباس اسدی امیرآبادی)

طبق قضیه‌ی فرما $۱۱^۶ \overset{۷}{\equiv} ۱$ و $۷^{۱۰} \overset{۱۱}{\equiv} ۱$، پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} ۷^{۱۲۰} + ۱۱^{۱۲۰} \overset{۷}{\equiv} ۰ + (۱۱^۶)^{۲۰} \overset{۷}{\equiv} ۱^{۲۰} \overset{۷}{\equiv} ۱ \\ ۷^{۱۲۰} + ۱۱^{۱۲۰} \overset{۱۱}{\equiv} (۷^{۱۰})^{۱۲} + ۰ \overset{۱۱}{\equiv} ۱^{۱۲} \overset{۱۱}{\equiv} ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow ۷^{۱۲۰} + ۱۱^{۱۲۰} \overset{۷۷}{\equiv} ۱$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۱۲۵- (عباس اسدی‌امیرآبادی)

$$۸a + ۳ \overset{۱۰}{\equiv} ۷a + ۶ \Rightarrow a \overset{۱۰}{\equiv} ۳$$

$$a^۴ - a^۲ + a + ۵ \overset{۱۰}{\equiv} ۳^۴ - ۳^۲ + ۳ + ۵ \overset{۱۰}{\equiv} ۸۱ - ۹ + ۳ + ۵ \overset{۱۰}{\equiv} ۸۰ \overset{۱۰}{\equiv} ۰$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

حال با استفاده از ویژگی‌های همنهشتی داریم:

$$۳a^۳ + ۴a^۲ - ۸a + ۲ \overset{۱۱}{\equiv} ۳(۳^۳) + ۴(۳^۲) - ۸(۳) + ۲$$

$$\overset{۱۱}{\equiv} ۸۱ + ۳۶ - ۲۴ + ۲ \overset{۱۱}{\equiv} ۴ + ۳ - ۲ + ۲ \overset{۱۱}{\equiv} ۷$$

پس باقیمانده‌ی تقسیم $۳a^۳ + ۴a^۲ - ۸a + ۲$ بر ۱۱ برابر با ۷ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۷ (حسین فرایی)

طبق قضیه‌ی ویلسون : $(۱۳-۱)! \overset{۱۳}{\equiv} -۱$

$$\Rightarrow -x \overset{۱۳}{\equiv} ۲ \Rightarrow x \overset{۱۳}{\equiv} -۲ \Rightarrow x = ۱۳k - ۲$$

$$k = ۲ \Rightarrow x = ۲۴$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۲۸ (علی سعیدی‌زاد)

باید تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی سیاله‌ی خطی $۷x + ۵y = ۱۳۵$ را به‌دست آوریم. با توجه به اینکه $(x,y) = (۰,۲۷)$ یک جواب معادله است نتیجه می‌گیریم که کلیه‌ی جواب‌ها به صورت زیر هستند.

$$\begin{cases} x = ۰ + ۵k \geq ۰ \Rightarrow k \geq ۰ \\ y = ۲۷ - ۷k \geq ۰ \Rightarrow k < ۴ \end{cases} \Rightarrow ۰ \leq k < ۴ \Rightarrow$$

۴ جواب دارد.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۲۹ (سیدامیرستوده)

واضح است که $x_۰ = -n$ و $y_۰ = n$ یک جواب از معادله است، پس سایر جواب‌ها به‌صورت $x = -n + ۱۱k$ و $y = n - ۱۰k$ است.

$$\left.\begin{array}{l} x = -n + ۱۱k \geq ۰ \Rightarrow k \geq \frac{n}{۱۱} \\ y = n - ۱۰k \geq ۰ \Rightarrow k \leq \frac{n}{۱۰} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{n}{۱۱} \leq k \leq \frac{n}{۱۰}$$

اگر $n = ۱۱۰t$ که $t \in Z$ آن‌گاه $۱۰t \leq k \leq ۱۱t$، بنابراین k تمام اعداد صحیح بازه‌ی $[۱۰t, ۱۱t]$ را می‌پذیرد. تعداد اعداد صحیح این بازه برابر با $(۱۱t - ۱۰t) + ۱ = t + ۱$ است پس $t + ۱ = ۹$ و از آن‌جا $t = ۸$ است. پس $n = ۱۱۰ \times ۸ = ۸۸۰$ و مجموع ارقام n برابر $۸ + ۸ + ۰ = ۱۶$ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۰- (امیرحسین ابومحبوب)

دو عدد $\overline{۷a۴}$ و $\overline{۵۵b}$ را در پیمانه‌ی ۹، همنهشت قرار می‌دهیم. داریم:

$$\overline{۷a۴}\overset{۹}{\equiv}\overline{۵۵b} \Rightarrow ۷+a+۴\overset{۹}{\equiv}۵+۵+b$$

$$\Rightarrow ۱۱+a\overset{۹}{\equiv}b+۱۰ \Rightarrow b\overset{۹}{\equiv}a+۱ \Rightarrow b=۹k+a+۱$$

اگر $k=۰$ باشد، آنگاه $b=a+۱$ و داریم:

$$\overline{۳a۵۲b}\overset{۱۱}{\equiv}b-۲+۵-a+۳\overset{۱۱}{\equiv}b-a+۶\overset{۱۱}{\equiv}۷$$

اگر $k=-۱$ باشد، آنگاه $b=a-۸$ ($a=۸$ یا ۹) و داریم:

$$\overline{۳a۵۲b}\overset{۱۱}{\equiv}b-a+۶\overset{۱۱}{\equiv}-۸+۶\overset{۱۱}{\equiv}-۲\overset{۱۱}{\equiv}۹$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضي ، رياضي پايه ، مثلثات - ۱۳۹۵۱۱۱۵

۱۰۶- (حمید ستاری)

داریم:

$$\sin^۲\frac{۱}{۲}a=\frac{۱-\cos a}{۲}$$

بنابراین:

$$\sin^۲\left(\frac{۱}{۲}\cos^{-۱}\frac{۱}{۵}\right)=\frac{۱-\cos\left(\cos^{-۱}\frac{۱}{۵}\right)}{۲}=\frac{۱-\frac{۱}{۵}}{۲}=\frac{۲}{۵}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- (محمدرضا شوکتی بیرق)

$$\begin{cases} \tan^{-1}\frac{1}{4}=\alpha \Rightarrow \tan\alpha=\frac{1}{4} \\ \tan^{-1}\frac{3}{5}=\beta \Rightarrow \tan\beta=\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\tan(\tan^{-1}\frac{1}{4}+\tan^{-1}\frac{3}{5})=\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$$=\frac{\frac{1}{4}+\frac{3}{5}}{1-\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}}=\frac{\frac{17}{20}}{\frac{17}{20}}=1 \Rightarrow \tan^{-1}\frac{1}{4}+\tan^{-1}\frac{3}{5}=\frac{\pi}{4}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$3x^2-6x\le 0 \Rightarrow 3x(x-2)\le 0 \Rightarrow 0\le x\le 2 \Rightarrow \alpha+\beta=2$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۹- (قاسم کتابچی)

$$y=\cos^{-1}(-\sqrt{x}) \xrightarrow{-\sqrt{x}\le 0} R_y=[\frac{\pi}{2},\pi]$$

$$\begin{cases} y=\cos^{-1}x \\ D_y=[-1,1] \\ Ry=[0,\pi] \end{cases}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

معادله را به‌صورت $\tan^{-1}(\frac{x^۲-۱}{۲x}) = -۲\tan^{-1}x$ می‌نویسیم و داریم:

$$\tan(\tan^{-1}(\frac{x^۲-۱}{۲x})) = \tan(-۲\tan^{-1}x) \Rightarrow \frac{x^۲-۱}{۲x} = \frac{-۲x}{۱-x^۲}$$

$$\Rightarrow (x^۲-۱)^۲ = (۲x)^۲$$

$$\begin{cases} x^۲-۱ = ۲x \Rightarrow x = ۱ \pm \sqrt{۲} \\ x^۲-۱ = -۲x \Rightarrow x = -۱ \pm \sqrt{۲} \end{cases}$$

چون جواب‌های مثبت مد نظر است، پس $x = -۱-\sqrt{۲}$ و $x = ۱-\sqrt{۲}$ نمی‌تواند درست باشد. از طرفی اگر $x > ۱$ آن‌گاه $-۲\tan^{-1}x < ۰$ ولی چون $\frac{x^۲-۱}{۲x} > ۰$ بنابراین $\tan^{-1}(\frac{x^۲-۱}{۲x}) > ۰$ و معادله جواب ندارد. پس تنها جواب قابل قبول $x = -۱+\sqrt{۲}$ است.

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۵۱۱۱۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۱ (سیروس نصیری)

$$\left.\begin{matrix} D_g = \{۱,۳,۵\} \\ D_f = R \end{matrix}\right\} \Rightarrow D_{f+g} = \{۱,۳,۵\}$$

$$f+g = \{(۱,۴),(۳,۱۱),(۵,۲۸)\} = \{(۱,a),(b,۱۱),(۵,۴c)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ b = ۳ \Rightarrow \dfrac{a+b}{c} = ۱ \\ c = ۷ \end{cases}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۹۲ (حبیب شفیعی)

$$۲f = \{(۲,۲),(۱,۱۲),(۴,۱۲)\}$$

$$۲f+g = \{(۲,۶),(۱,۱۴)\}$$

$$fog = \{(۱,۱),(۲,۶),(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow \frac{۲f+g}{fog} = \{(۲,۱),(۱,۱۴)\}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۳ (سعید مدیرخراسانی)

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

با توجه به اینکه $۵ \in D_{gof}$ است، چون ۵ باید زیر مجموعه‌ی D_f باشد، در نتیجه a باید برابر ۵ باشد و با توجه به اینکه $۴ \in D_f$ و $۴ \in D_{gof}$ پس باید $f(۴) = ۰$ متعلق به D_g باشد و این امکان فقط وقتی وجود دارد که $b = ۰$ باشد.

$$b - ۲a = ۰ - ۲(۵) = -۱۰$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۹۴ (کاظم اجلالی)

می‌دانیم: $D_{fog} = \{x \mid x \in D_g \ , \ g(x) \in D_f\}$

$$D_{fog} = \{x \mid -۴ \le x \le ۴ \ , \ ۲ \le |x-۱| \le ۴\}$$

$$۲ \le |x-۱| \le ۴ \Rightarrow \begin{cases} ۲ \le x-۱ \le ۴ \Rightarrow ۳ \le x \le ۵ \\ \text{یا} \\ -۴ \le x-۱ \le -۲ \Rightarrow -۳ \le x \le -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{fog} = [-۴,۴] \cap ([-۳,-۱] \cup [۳,۵])$$

$$= [-۳,-۱] \cup [۳,۴] = [-۳,۴] - (-۱,۳)$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

باید دو تابع $y=\frac{ax+۱}{۲}$ و $y=۲ax-۱$ معکوس هم باشند. اما معکوس

تابع $y=\frac{ax+۱}{۲}$ به‌صورت زیر حساب می‌گردد:

$$y=\frac{ax+۱}{۲}\Rightarrow ۲y=ax+۱\Rightarrow x=\frac{۲y-۱}{a}$$

$$\xrightarrow{\text{با تعویض } x \text{ و } y} y=\frac{۲x-۱}{a}=۲ax-۱\Rightarrow a=۱$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\Rightarrow\begin{cases}a^۲=۱۶\\ab+b=۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۴\Rightarrow b=۱\\a=-۴\Rightarrow b=-\frac{۵}{۳}\end{cases}$$

پس:

$$\begin{cases}f(x)=۴x+۱\Rightarrow f(۱)=۵\\f(x)=-۴x-\frac{۵}{۳}\Rightarrow f(۱)=-\frac{۱۷}{۳}\end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی «۴» صحیح است.

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$gof(x) = g(\sqrt{x-۳}) = (\sqrt{x-۳})^۲ + ۱ = x - ۳ + ۱ = x - ۲$$

$$D_{gof} : x \geq ۳$$

$$y = (gof)(x) = x - ۲ \Rightarrow y \geq ۱$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

و با توجه به پیش شرط $x < ۱$ فقط $x = -۱$ قابل قبول است.

پس مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی $f(x) = ۱$ مجموعه‌ی $\{-۱\} \cup (۱,+\infty)$

است پس:

$$D_{fof} = \{x \mid x \neq ۱ , x \neq -۱ , x \leq ۱\} = \{x \neq -۱ , x < ۱\}$$

$$= (-\infty,۱) - \{-۱\}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۹ (عنایت‌اله کشاورزی)

تابع $f \Rightarrow ۴m = ۴ \Rightarrow m = ۱$

$\Rightarrow f = \{(-۱,۴),(۲,۳),(۲,n-۱),(۵,۶),(p,n+۲)\}$

تابع $f \Rightarrow n-۱ = ۳ \Rightarrow n = ۴$

$\Rightarrow f = \{(-۱,۴),(۲,۳),(۵,۶),(p,۶)\}$

یک به یک $f \Rightarrow p = ۵ \Rightarrow m+n+p = ۱۰$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۰۰ (میلاد منصوری)

تابع درجه‌ی ۲ برای «رأس $x \geq (\frac{-b}{۲a})$ یا $x \leq \frac{-b}{۲a}$» یک به یک است. لذا

در این مسئله داریم:

$$\frac{-(a+۱)}{۲} \leq ۳ \Rightarrow a+۱ \geq -۶ \Rightarrow a \geq -۷$$

پس $a = -۷$ کمترین مقدار برای a است.

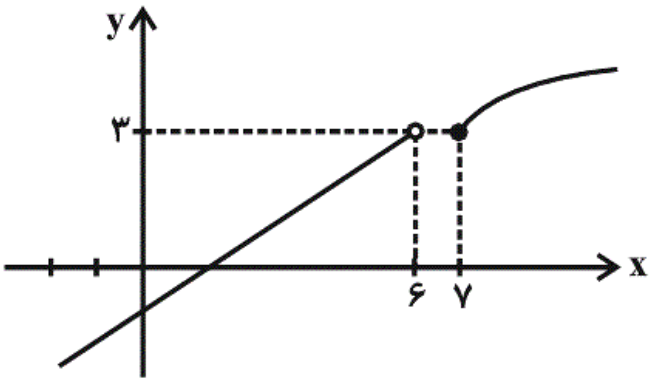
(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۱

نمودار تابع $y=\sqrt{x+۲}$ به‌ازای $x\geq ۷$ به‌صورت زیر است.



حال باید مقدار ضابطه‌ی پایینی تابع حداکثر ۳ شود که این مقدار حداکثر باید بـه

ازای $x=۶$ بدست آید. بنابراین:

$$۲+a\leq ۳\Rightarrow a\leq ۱\Rightarrow \max(a)=۱$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۲

$$f(x) = x^۲ - ۴x + ۳ = (x-۲)^۲ - ۱$$

تابع در این بازه یک به یک و وارون‌پذیر است. $۲ \le x \le ۴ \Rightarrow$

$$\Rightarrow ۰ \le x-۲ \le ۲ \Rightarrow ۰ \le (x-۲)^۲ \le ۴$$

$$-۱ \le (x-۲)^۲ - ۱ \le ۳ \Rightarrow -۱ \le y \le ۳$$

$$\Rightarrow D_{f^{-۱}} = [-۱,۳]$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

چون $(۰,۲) \in f^{-۱}$ و در نتیجه $(۲,۰) \in f$. بنابراین $f(۲) = ۰$ و داریم:

$$\sqrt{۸a+b} = ۰ \Rightarrow ۸a+b = ۰ \Rightarrow a = -\frac{b}{۸} \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$$

بنابراین $ab = -۲$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- (محمد خندان)

ابتدا معکوس تابع $y=\frac{۱}{۲}(x-\frac{۱}{x})$ را می‌یابیم.

$$y=\frac{۱}{۲}(x-\frac{۱}{x})\Rightarrow ۲y=\frac{x^۲-۱}{x}\Rightarrow x^۲-۲xy-۱=۰$$

$$\xrightarrow[\text{درجه ۲}]{\text{حل معادله‌ی}} x=\frac{۲y\pm\sqrt{۴y^۲+۴}}{۲}=y\pm\sqrt{y^۲+۱}$$

$$\xrightarrow[x>۰]{\text{چون}} x=\sqrt{y^۲+۱}+y$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x^۲+۱}+x\Rightarrow\begin{cases}f^{-۱}(\frac{۱}{x})=\frac{۱}{x}+\sqrt{\frac{۱}{x^۲}+۱}\\ f^{-۱}(\frac{-۱}{x})=\frac{-۱}{x}+\sqrt{\frac{۱}{x^۲}+۱}\end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(\frac{۱}{x})-f^{-۱}(\frac{-۱}{x})=\frac{۲}{x}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$y=x+۱\Rightarrow x=y-۱\Rightarrow f^{-۱}(x)=x-۱\ ;\ x<۲$$

$$f^{-۱}(x)=\begin{cases}\frac{x}{۲} & ;x\geq ۲\\ x-۱ & ;x<۲\end{cases}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- (آزاد ریاضی - ۹۰)

$$۶! = ۷۲۰ \overset{۹۰}{\equiv} ۰ \qquad n \geq ۶ \Rightarrow n! \overset{۹۰}{\equiv} ۰$$

$$۱! + ۲! + \ldots + ۱۳۹۰! \overset{۹۰}{\equiv} ۱ + ۲ + ۶ + ۲۴ + ۱۲۰ + ۰ \overset{۹۰}{\equiv} ۱۵۳ \overset{۹۰}{\equiv} ۶۳$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۲- (سراسری خارج کشور ریاضی - ۸۵)

$$۱۸a \overset{۹}{\equiv} ۱۲b \xrightarrow{\div ۶} ۳a \overset{(۹,۶)=۳}{\equiv\equiv} ۲b \Rightarrow ۳a \overset{۳}{\equiv} ۲b$$ (گزینه‌ی ۴)

$$۲b \overset{۳}{\equiv} ۳a \overset{۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow b \overset{۳}{\equiv} ۰$$ (گزینه‌ی ۲)

$$\Rightarrow ۲b \overset{۳}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۲b \overset{۳}{\equiv} b \Rightarrow ۳a \overset{۳}{\equiv} ۲b \overset{۳}{\equiv} b$$ (گزینه‌ی ۳)

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۳- (سراسری ریاضی - ۷۹)

طبق قضیه‌ی فرما چون ۱۷ اول است، داریم:

$$۳^{۱۶} \overset{۱۷}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۳^{۱۶} \overset{۱۷}{\equiv} ۱ + ۱۷ \Rightarrow ۳^{۱۶} \overset{۱۷}{\equiv} ۱۸$$

چون ۳ و ۱۷ نسبت به هم اولند، پس طرفین را بر ۳ تقسیم می‌کنیم.

$$۳^{۱۵} \overset{۱۷}{\equiv} ۶ \Rightarrow ۳^{۱۵} \overset{۱۷}{\equiv} ۶ - ۱۷ \Rightarrow ۳^{۱۵} + ۱۱ \overset{۱۷}{\equiv} ۰$$

با توجه به صورت تست $۳^{۱۵} + a \overset{۱۷}{\equiv} ۰$، نتیجه می‌شود $a = ۱۱$.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۱۳۴- (آزاد ریاضی - ۸۹)

$$۵^{۳} = ۱۲۵ \overset{۶۳}{\equiv} -۱ \xrightarrow{\text{توان } ۳۳} ۵^{۹۹} \overset{۶۳}{\equiv} -۱$$

$$\xrightarrow{\times ۵} ۵^{۱۰۰} \overset{۶۳}{\equiv} -۵ \Rightarrow ۵^{۱۰۰} \overset{۶۳}{\equiv} ۵۸$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- *(آزاد ریاضی - ۹۱)*

طبق قضیه‌ی فرما $۵^{۳۰} \overset{۳۱}{\equiv} ۱$ و $۸^{۳۰} \overset{۳۱}{\equiv} ۱$، پس داریم:

$$۵^{۶۲} \overset{۳۱}{\equiv} (۵^{۳۰})^{۲} \times ۵^{۲} \overset{۳۱}{\equiv} ۲۵$$

$$\Rightarrow \quad ۵^{۶۲} + ۸^{۳۰} \overset{۳۱}{\equiv} ۲۵ + ۱ \overset{۳۱}{\equiv} ۲۶$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۳۶- *(سراسری ریاضی - ۷۶)*

برای محاسبه‌ی رقم یکان عدد a^n باید باقی‌مانده‌ی تقسیم n را بر ۴ به دست آوریم و آن‌را به جای n قرار دهیم.

لذا اگر $n = ۵$ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۴ مساوی ۱ است. لذا: $a^{۵} \overset{۱۰}{\equiv} a$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۷- *(سراسری ریاضی - ۸۴)*

اگر $a \in A$ باشد داریم: $a = ۶k + ۱ \Rightarrow a \overset{۶}{\equiv} ۱$

اگر $b \in B$ باشد داریم: $b = ۶k - ۱ \Rightarrow b \overset{۶}{\equiv} -۱$

گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم: $۱۱ \overset{۶}{\equiv} -۱ \Rightarrow ۱۱ \in B$

$$۲۹ \overset{۶}{\equiv} -۱ \Rightarrow ۲۹ \in B$$

$$۳۷ \overset{۶}{\equiv} ۱ \Rightarrow ۳۷ \in A$$

اما عدد ۳۳ به مجموعه‌های A و B تعلق ندارد، پس $۳۳ \in C$.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- (سراسری ریاضی - ۸۱)

اگر تعداد تمبرهای ۹۰ ریالی را x و تعداد تمبرهای ۵۰ ریالی را y فرض کنیم داریم:

$$۹۰x + ۵۰y = ۸۵۰ \Rightarrow ۹x + ۵y = ۸۵$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_۰ = ۰ \\ y_۰ = ۱۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ۵k \\ y = ۱۷ - ۹k \end{cases}$$

چون x و y، اعداد صحیح نامنفی هستند، پس $k = ۰$ یا $k = ۱$ است. با توجه به آن‌که $x + y = ۱۷ - ۴k$، پس به ازای $k = ۱$، مقدار $x + y$ کمترین مقدار ممکن یعنی برابر ۱۳ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۹- (کتاب آبی ریاضیات گسسته و جبر و احتمال)

$$x_۰ = ۳ , y_۰ = -۱$$

$$\begin{cases} x = ۳ - ۴q \\ y = -۱ - ۳q \end{cases} \xrightarrow{q=-k} \begin{cases} x = ۴k + ۳ \\ y = ۳k - ۱ \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۴۰- (سراسری ریاضی - ۸۰)

چون $\overline{۵a۷b۲۴}$ بر عدد $۱۱ \times ۴ = ۴۴$ بخش‌پذیر است، باید بر ۴ و ۱۱ بخش‌پذیر باشد، اما عددی بر ۴ بخش‌پذیر است که دو رقم سمت راست آن بر ۴ بخش‌پذیر باشد. چون دو رقم سمت راست ۲۴ است، این عدد همواره بر ۴ بخش‌پذیر است. پس شرط بخش‌پذیری بر ۱۱ را می‌نویسیم.

$$\overset{-+-+-+}{۵a۷b۲۴} \Rightarrow ۴ + b + a \overset{۱۱}{\equiv} ۲ + ۷ + ۵ \Rightarrow \boxed{a + b = ۱۰}$$

شرط بخش‌پذیری بر ۹ را می‌نویسیم:

$$۵ + a + ۷ + b + ۲ + ۴ \overset{۹}{\equiv} ?$$

$$۱۸ + a + b \overset{۹}{\equiv} ۱۸ + ۱۰ = ۲۸ \overset{۹}{\equiv} ۱ \Rightarrow r = ۱$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا