



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

۱۳۹۵۱۱۰۸

۸۱ - حداقل چند جمله ای اول دنباله حسابی ...، ۱۵، ۹، ۳ را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود؟

۱۱) ۲

۱۰) ۱

۱۳) ۴

۱۲) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

۸۲ - عبارت $P(x) = ax^3 + bx^2 + 1 - x$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $x+1$ برابر ۴ است. مقدار b کدام است؟

۲) ۲

۱) ۱

-۲) ۴

-۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

۸۷ - حدود t کدام باشد تا معادله $\frac{x}{x^2+1} = \frac{t}{x}$ جواب حقیقی داشته باشد؟

$t \leq 0$) ۲

$t > 1$) ۱

$-1 < t < 1$ و $t \neq 0$) ۴

$0 < t < 1$) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، حل معادلات به روش هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

-۸۸- تعداد جواب‌های معادله $|x| \times 2^{|x|} = 1$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ویژگی ها و رسم توابع قدرمطلقی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۱۱۰۸

-۸۹- اگر $x \leq 3$ باشد، حاصل $A = |3x - 11| + |x + 7|$ کدام عدد زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، محاسبه دامنه و برد توابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$f(x) = \sqrt{\frac{-x^2 + x - 1}{|x| - 2}} \quad \text{دامنه‌ی تابع - ۸۳}$$

(-۲, ۲) ۲

(-\infty, -2) \cup (2, +\infty) ۱

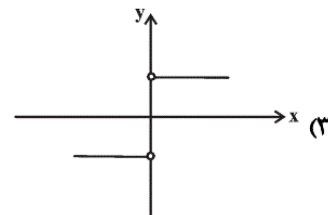
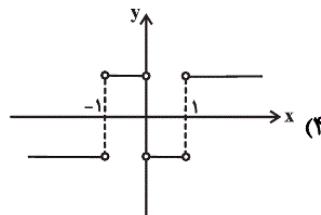
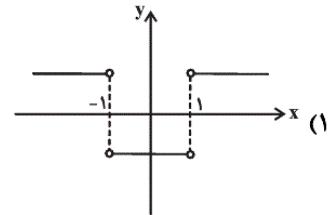
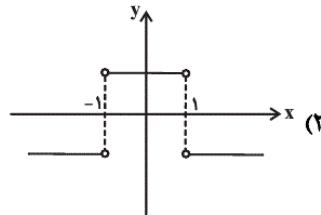
(-۴, -۲) \cup (2, ۴) ۴

(-۲, -1) \cup (1, ۲) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع چند ضابطه‌ای ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

-۸۴ - اگر $f(x) = |x| - 1$ باشد، نمودار تابع $y = \frac{|f(x)|}{f(x)}$ به کدام صورت است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

-۸۶ - اگر حداقل فاصله‌ی نمودار تابع $f(x) = ax^3 + 4x + a$ از محور x ها برابر با یک باشد، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

-۲) فقط

۱) فقط

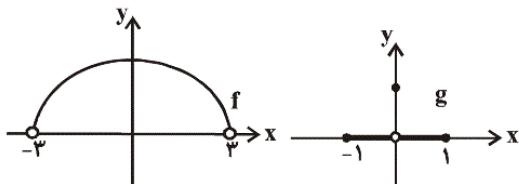
± 1 (۴)

± 2 (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

-۹۱ - اگر نمودارهای f و g به صورت زیر باشند، دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

$$\frac{(f'' - 3g)(3)}{(f+g)(2)} \text{ کدام است؟} \quad ۹۲$$

۲ (۲)

-۱ (۱)

۴ (۴)

-۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$f(x) = \frac{2x + 5}{x + k} \text{ باشد، مقدار } f(f(x)) = x \text{ کدام است؟} \quad ۹۳$$

$-\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$-\frac{9}{4}$ (۴)

$\frac{9}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = 2 - \sqrt{x} \text{ باشد، آنگاه دامنهی } f(f(x)) \text{ به فرم } [a, b] \text{ است. میانگین } a \text{ و } b \text{ کدام است؟} \quad ۹۴$$

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع زوج و فرد ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$(D_f = D_g = R) \text{ باشد، آنگاه } f(2) \text{ کدام است؟} \quad ۹۵$$

$-\frac{8}{3}$ (۲)

$\frac{8}{3}$ (۱)

-۱۶ (۴)

۱۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = \frac{\sin x}{x} - 85$$

۲) فرد

۱) زوج

۴) متناوب

۳) نه زوج و نه فرد

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع صعودی و نزولی ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۹۶- بزرگ‌ترین بازه‌ای که وارون تابع $|x| = y$ در آن صعودی است، کدام است؟

(۲) $(-\infty, 0]$

(۱) $[0, +\infty)$

(۴) $(-\infty, +\infty)$

(۳) $[1, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 7 & , \quad x < -2 \\ -4x + 1 & , \quad x \geq -2 \end{cases} \text{ اگر } f^{-1}(20) \text{ کدام است؟}$$

۵) ۲

-۵) ۱

$-\frac{13}{3}$ (۴)

$\frac{13}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $\{(1,2), (-1,3), (4,4), (3,5)\}$ باشد، آن‌گاه تابع $f - f^{-1}$ از چند زوج مرتب تشکیل شده است؟

۲) ۲

۳) ۱

۱) ۴

۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تابع پله‌ای و تابع جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۲ (۲)

۱ (۱)

۴) بی‌شمار

۳) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰ - اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = x - [x]$ باشد، آن‌گاه ضابطه‌ی تابع $y = fog(x)$ برابر کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است).

$g(x)$ (۲)

$f(x)$ (۱)

$(f - g)(x)$ (۴)

$(f + g)(x)$ (۵)

شما پاسخ نداده اید

۹۰ - برد تابع $f(x) = [x^2]$ در بازه‌ی $(-1, 2]$ شامل چند عدد صحیح است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است).

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، وتر و مماس در دایره ، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۰۷ - وتر BC در دایره‌ای به مرکز O طوری قرار دارد که اندازه‌ی کمان بزرگ‌تر BC ، $1/4$ برابر کمان کوچک‌تر BC است. نسبت مساحت دایره به

مساحت مثلث OBC چند برابر π است؟

۱/۹۶ (۲)

۱/۴ (۱)

۴ (۴)

۲/۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۰۳- در مثلث ABC ، نیمساز زاویه‌ی داخلی A ضلع مقابل را به پاره‌خط‌های $CD = 7$ و $BD = 5$ تقسیم کرده است. اگر $\hat{B} = 60^\circ$ ، آنگاه محیط مثلث

کدام است؟ ABC

۳۲ (۲)

۳۶ (۱)

۲۸ (۴)

۳۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۰۴- نقطه‌ای داخل یک مثلث وجود دارد که فاصله‌ی آن از رأس‌های مثلث برابر با $1 + 3x$ ، $7 + x$ و $17 - 4x$ است. اگر محیط این مثلث عددی صحیح

باشد، بیشترین مقدار آن کدام است؟

۵۱ (۲)

۵۰ (۱)

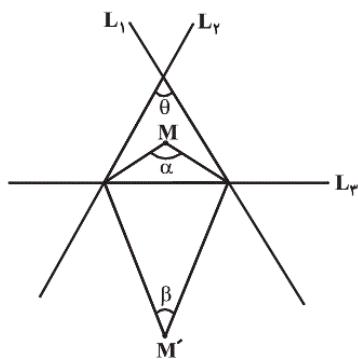
۴۹ (۴)

۵۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضایای مربوط به همرسی در مثلث ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۰۵- در شکل زیر دو نقطه‌ی M و M' از هر سه خط L_1 ، L_2 و L_3 به یک فاصله هستند و $\alpha = 2\beta$. زاویه‌ی θ چند درجه است؟



۳۰ (۱)

۴۵ (۲)

۶۰ (۳)

۷۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در مثلث ABC طول میانه‌ی AM برابر با ۶ واحد است. اگر فاصله‌ی مرکز ثقل مثلث از ضلع BC برابر با ۲ واحد باشد، آنگاه مثلث ABC لزوماً

چگونه است؟

۱) چنین مثلثی وجود ندارد.

۲) قائم‌الزاویه

۳) متساوی‌الساقین

۴) نامشخص

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، جندضلعی محیطی ، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۰۱- از برخورد نیمسازهای چهار زاویهٔ داخلی چهارضلعی $ABCD$ فقط یک نقطه به دست می‌آید. چهارضلعی $ABCD$

لزوماً... است.

۲) محیطی

۱) لوزی

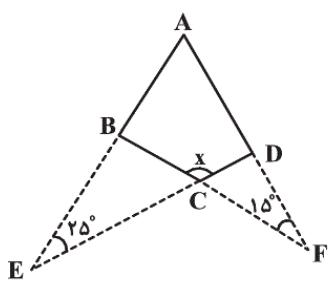
۴) محاطی

۳) مستطیل

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسهٔ ۲، چندضلعی محاطی، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۰۹- در چهارضلعی محاطی $ABCD$ مطابق شکل زیر، امتدادهای AB و CD در E و امتدادهای AD و BC در F متقاطع‌اند. مقدار x کدام است؟



۱) 110°

۲) 115°

۳) 120°

۴) 125°

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسهٔ ۲، کمان در خور یک زاویه، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۱۰- در مثلث ABC ، ضلع $BC = 4$ ثابت است و رأس A با زاویهٔ ثابت $\hat{A} = 45^\circ$ تغییر می‌کند. در حالتی که طول ضلع AB بیشترین مقدار ممکن را دارد، طول ضلع AC کدام است؟

$3\sqrt{2}$ ۲

$4\sqrt{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ۱

۴ ۴

$4\sqrt{2}$ ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسهٔ ۲، زاویهٔ بین امتداد دو وتر، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

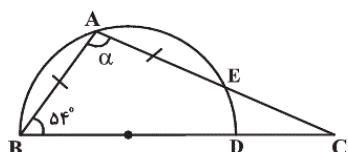
۱۰۸- در شکل رو به رو، $AB = AE$ و $BD = BE$ قطر نیم‌دایره است. زاویهٔ α چند درجه است؟

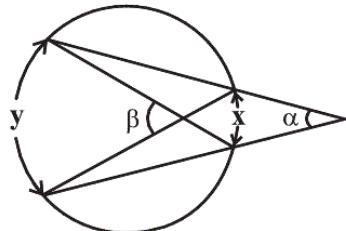
۱) 108°

۲) 116°

۳) 120°

۴) 126°





۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۲/۵ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، بیان ابتدایی مجموعه و تساوی مجموعه‌ها ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه -

۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۱۲- اگر دو مجموعه‌ی $\{0, 1\}$ و $A = \{x^3 + 5x^2 + 2x - 8, x\}$ برابر باشند، مجموعه‌ی $C = \{2x - 1, x, 1, x^2\}$ چند عضوی است؟ ($x \in \mathbb{Z}$)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- کدام‌یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < \sqrt{x}\} \quad (۲)$$

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \log x \leq 0\} \quad (۱)$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{x} \in \mathbb{N}\} \quad (۴)$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^4 + 2x^3 - x + 1 = 0\} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر $\{\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}\} = A \cap (A \cup B) \Delta [B \cup (A \cap B)]$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی سرهی ناتهی دارد؟

۱ (۲)

۱) صفر

۶ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، قضایای شرطی و عکس آنها ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۱۱- عکس کدام یک از قضایای شرطی زیر، یک قضیه‌ی کلی است؟ ($x \in \mathbb{Z}$)

۱) اگر $x > 1$ آن‌گاه $x^2 > 1$.

۲) اگر چهارضلعی ABCD مربع باشد، آن‌گاه مستطیل است.

۳) اگر x مضرب ۴ باشد، x^2 مضرب ۴ است.

۴) اگر x مضرب ۳ باشد، x^2 مضرب ۳ است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، عضویت و زیرمجموعه بودن ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۱۴- برای دو مجموعه‌ی A و B اگر $A \not\subseteq B$ و $B \not\subseteq A$ ، آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره صحیح هستند؟

الف) A و B عضو مشترکی ندارند.

ب) عضوی از مجموعه‌ی مرتع وجود دارد که نه در A هست و نه در B.

پ) عضوی از هر کدام از دو مجموعه‌ی A و B وجود دارد که عضو دیگری نیست.

۱) ۲ صفر

۲) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد یک رقمی انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو مجموعه‌ی جدا از هم در میان آن‌ها وجود دارد؟

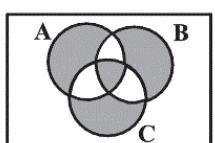
۱) ۹ (۲)

۲) ۲۱ (۴)

۳) ۱۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، جبر مجموعه‌ها و قوانین ترکیبی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۱۱۰۸



۱۱۶- ناحیه‌ی هاشورخورده در نمودار ون مقابل، همواره برابر کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

(A ∪ B)ΔC (۱)

(AΔB)ΔC (۲)

(A - B)ΔC (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتھی باشند به شرطی که $AΔB' = B - A$ ، آنگاه $A - B = B - A$ همواره برابر کدام است؟ (U، مجموعه‌ی مرتع است).

۱) U (۴)

۲) $A' \cap B'$ (۳)

۳) $A \cap B$ (۲)

۴) \emptyset (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر $A \cup B = A - B$ باشد، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ (U مجموعه‌ی جهانی است).

۱) $A = U$ (۲)

۲) $B = \emptyset$ (۱)

۳) $B = U$ (۴)

۴) $A = \emptyset$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد اعضای جبر مجموعه‌ها با استفاده از نمودارون ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۱۹- دو مجموعه‌ی $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 4\}$ و $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^7 \leq 3m\}$ مفروض‌اند. اگر C مجموعه‌ای متمایز از A و B باشد که $C \subseteq A$ و $C \subseteq B$

آن‌گاه C حداقل چند عضو می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۲ (۲)

۲) ۴ (۴)

۳) ۱ (۱)

۴) ۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

۱۳۹۵۱۱۰۸

(ندا میرآقوزلو)

-۸۱

$$a_1 = 3 \text{ و } d = 6$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{2}(6 + (n-1) \times 6)$$

$$= \frac{n}{2}(6 + 6n - 6) = \frac{n}{2}(6n) = 3n^2 > 300$$

$$\Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10 \Rightarrow n \geq 11$$

حداقل باید ۱۱ جمله ای اول دنباله را با هم جمع کنیم.

(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

-۸۲

(محمد ستاری)

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 , \quad x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

طبق صورت سؤال باید $P(1) = 4$ و $P(-1) = 0$ باشد، پس:

$$\begin{cases} P(1) = 0 \Rightarrow a(1)^3 + b(1)^2 + 2 = 0 \Rightarrow a + b = -2 \\ P(-1) = 4 \Rightarrow a(-1)^3 + b(-1)^2 + 2 = 4 \Rightarrow a - b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -2 \end{cases}$$

(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه های ۶ تا ۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{x}{x^2 + 1} = \frac{t}{x} \Rightarrow x^2 = tx^2 + t \Rightarrow x^2(1-t) = t$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{t}{1-t}$$

اولاً این‌که $x = 0$ نباید جواب معادله باشد چون مخرج را صفر می‌کند

پس $t \neq 0$ است. به علاوه معادله $x^2 = \frac{t}{1-t}$ وقتی جواب دارد که

$x^2 > 0$ باشد چون $\frac{t}{1-t} > 0$ همواره مثبت است.

$$\frac{t}{1-t} > 0 \Rightarrow 0 < t < 1$$

(حسابان - محاسبات هیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

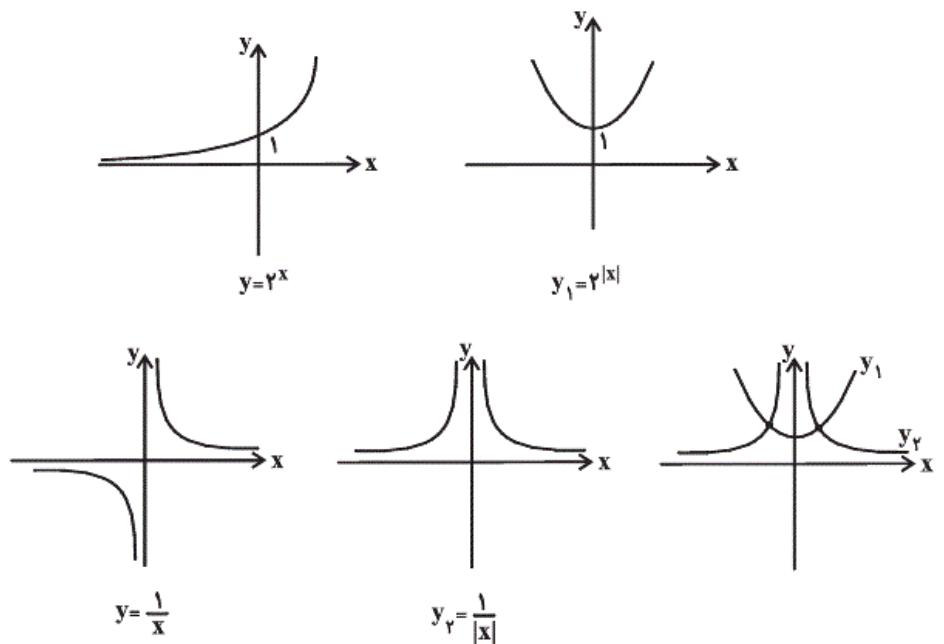
۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، حل معادلات به روش هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۱۱۰۸



با توجه به نمودار فوق و از آنجا که هر دو تابع نسبت به محور y ها متقابن می‌باشند، معادله دو جواب متقابن دارد.

(حسابان - مهاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابان ، ویژگی‌ها و رسم توابع قدرمطلقی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵/۱۰/۸

-۱۹

(فریدون ساعتی)

$$|x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \quad (1)$$

$$-3 \leq x \leq 3 \xrightarrow{x+3} -9 \leq 3x \leq 9 \xrightarrow{+(-11)} -20 \leq 3x - 11 \leq -2$$

$$\Rightarrow |3x - 11| = 11 - 3x$$

$$-3 \leq x \leq 3 \xrightarrow{+7} 4 \leq x + 7 \leq 10 \Rightarrow |x + 7| = x + 7$$

$$A = 11 - 3x + x + 7 = -2x + 18$$

$$-3 \leq x \leq 3 \Rightarrow -6 \leq -2x \leq 6$$

$$\xrightarrow{+18} 12 \leq -2x + 18 \leq 24 \Rightarrow 12 \leq A \leq 24$$

(حسابان - مهاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، محاسبه دامنه و برد توابع ، تابع - ۱۳۹۵/۱۰/۸

عبارت $x^2 - x - 1 < 0$ در صورت کسر همواره منفی است، زیرا $\Delta = a - 1 < 0$ است. پس باید مخرج هم منفی باشد تا عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد.

$$|x| - 2 < 0 \Rightarrow |x| < 2 \Rightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow D_f = (-2, 2)$$

(حسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰)

۴

۳

۲✓

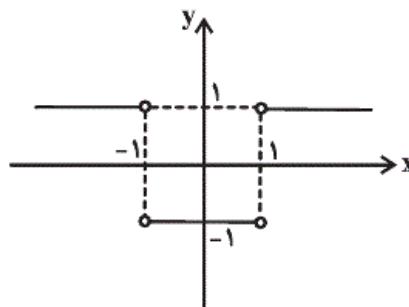
۱

ریاضی ، حسابان ، توابع چند ضابطه‌ای ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$y = \frac{|f(x)|}{f(x)} = \begin{cases} \frac{f(x)}{f(x)} = 1 & ; f(x) > 0 \\ \frac{-f(x)}{f(x)} = -1 & ; f(x) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} 1 & ; x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ -1 & ; -1 < x < 1 \end{cases}$$

با توجه به تعریف، نمودار تابع $y = \frac{|f(x)|}{f(x)}$ را رسم می‌کنیم:



(حسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۳۴، ۳۵، ۴۰، ۴۵ و ۵۰)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، حسابان ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

می‌دانیم ماکزیمم یا مینیمم مقدار تابع درجه‌ی ۲ از رابطه‌ی

$$-\frac{\Delta}{4a}$$

قابل محاسبه است. پس کافی است $-\frac{\Delta}{4a} = 1$ یا $-\frac{\Delta}{4a} = -1$ قرار دهیم.

$$-\frac{\Delta}{4a} = -1 \Rightarrow \frac{16 - 4(a)(a-1)}{4a} = 1$$

$$\Rightarrow 16 - 4a^2 + 4a = 4a \Rightarrow a = \pm 2$$

$$a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 + 4x + 1 \quad \text{غیر قابل}$$

$$a = -2 \Rightarrow f(x) = -2x^2 + 4x - 3 = -2(x-1)^2 - 1$$

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵/۱۰/۸

$$D_f = (-3, 3) \quad \text{و} \quad D_g = [-1, 1]$$

$$D_{\left(\frac{f}{g}\right)} = \{x \in D_f \cap D_g \mid g(x) \neq 0\}$$

$$\begin{aligned} D_f \cap D_g &= [-1, 1] \\ g(x) &= 0 \Rightarrow x \in [-1, 1] - \{0\} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D_{\left(\frac{f}{g}\right)} = [-1, 1] - ([-1, 1] - \{0\}) = \{0\}$$

پس دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ شامل یک عدد صحیح است.

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{(f^3 - 3g)(3)}{(f + g)(2)} = \frac{f^3(3) - 3g(3)}{f(2) + g(2)} = \frac{(\sin \frac{3\pi}{2})^3 - 3(-1)}{\sin \pi + 1}$$

$$= \frac{-1 + 3}{1} = 2$$

(حسابات - تابع - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۹)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابات ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

چون $x = f(f(x))$ است، پس $f^{-1}(x) = f(x)$ در تابع هموگرافیک $a = -d$ ، اگر $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ باشد، آنگاه $k = -2$ است: $f^{-1}(x) = f(x)$

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-2}$$

$$f(k) = f(-2) = \frac{-4+5}{-2-2} = -\frac{1}{4}$$

(حسابات - تابع - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹ و ۸۵ تا ۹۵)

۴

۳

۲✓

۱

کافی است $f \circ f$ را تشکیل دهیم یا از تعریف، دامنه‌ی تابع مرکب دامنه را به دست آوریم.

$$f(x) = 2 - \sqrt{x} \xrightarrow{x \geq 0} f \circ f(x) = 2 - \sqrt{2 - \sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow 2 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 2 \geq \sqrt{x} \Rightarrow x \leq 4 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow [a, b] = [0, 4] \xrightarrow{\text{میانگین } \frac{b+a}{2}} \frac{0+4}{2} = 2$$

(مسابان - تابع - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، حسابان ، توابع زوج و فرد ، تابع - ۱۳۹۵/۱۰/۸

 $f : f(2) = f(-2)$ $g : g(2) = -g(-2)$

$$x = 2 \Rightarrow g(2) - 2f(2) = 2^{-1}(2 + 2) \Rightarrow g(2) - 2f(2) = 16$$

$$x = -2 \Rightarrow g(-2) - 2f(-2) = 2^{-1}(0) \Rightarrow -g(2) - 2f(2) = 0$$

$$-2f(2) = 16$$

$$f(2) = -\frac{16}{2}$$

(مسابان - تابع - صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

دامنهٔ تابع f برابر $\{x \in \mathbb{R} : f(x) \neq 0\}$ است، پس متقارن می‌باشد.

$$f(-x) = \frac{\sin(-x)}{-x} = \frac{-\sin x}{-x} = \frac{\sin x}{x} = f(x)$$

تابع f زوج است.

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

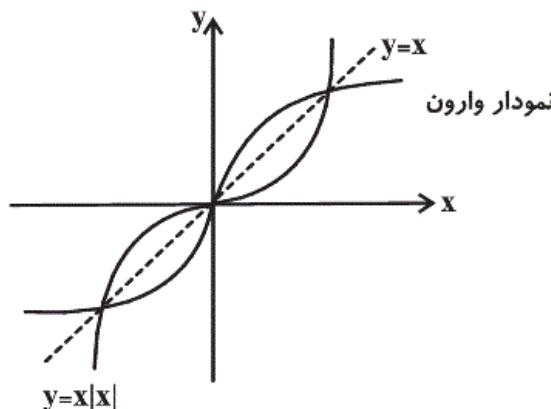
۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان ، توابع صعودی و نزولی ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸



با توجه به شکل، وارون تابع در \mathbb{R} یعنی بازهٔ $(-\infty, +\infty)$ صعودی

است.

(حسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵، ۵۰، ۵۱، ۵۲ و ۸۰ تا ۹۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$x < -2 \Rightarrow -3x > 6 \Rightarrow -3x + 7 > 13$$

$$x \geq -2 \Rightarrow -4x \leq 8 \Rightarrow -4x + 1 \leq 9$$

$$f^{-1}(20) = x \Rightarrow f(x) = 20 \Rightarrow -3x + 7 = 20$$

$$\Rightarrow -3x = 13 \Rightarrow x = -\frac{13}{3}$$

(حسابان - تابع - صفحه های ۱۵ تا ۲۵)

۴✓

۳

۲

۱

اگر در تابع وارون پذیر f داشته باشیم، آنگاه

$$(b, a) \in f^{-1}$$

$$f = \{(1, 2), (-1, 3), (4, 4), (3, 5)\}$$

$$\Rightarrow D_f = \{1, -1, 4, 3\}$$

$$f^{-1} = \{(2, 1), (3, -1), (4, 4), (5, 3)\}$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}} = \{2, 3, 4, 5\}$$

۴

۳

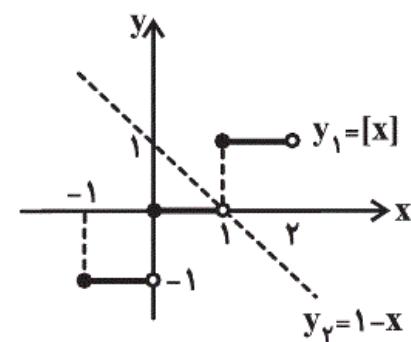
۲✓

۱

ریاضی ، حسابان ، تابع پله ای و تابع جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۵۱۱۰۸

راه حل اول:

$$[x] = 1 - x \Rightarrow \begin{cases} y_1 = [x] \\ y_2 = 1 - x \end{cases}$$



راه حل دوم:

$x = 1 - [x]$ است، پس x صحیح است. بنابراین می‌توانیم آنرا از جزء

صحیح بیرون بیاوریم:

$$x = 1 - [x] \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

(مسابقات-تابع-صفدههای ۹۹ تا ۱۰۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میثم همنزه‌لوئی)

-۱۰۰-

ابتدا توجه کنید که:

$$0 \leq x - [x] < 1$$

ضابطه fog را تشکیل می‌دهیم:

$$f(g(x)) = f(x - [x])$$

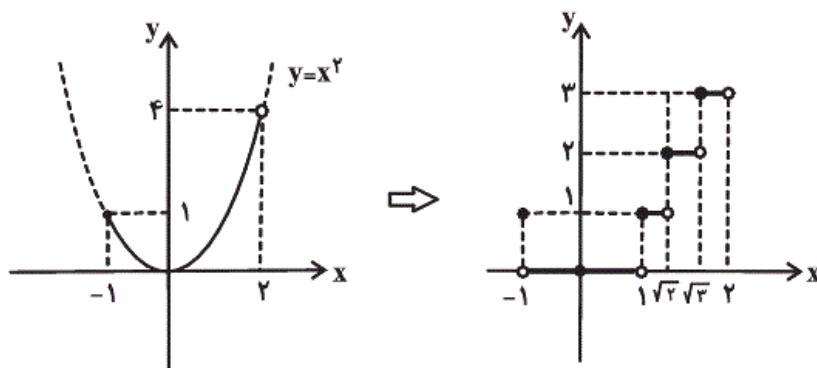
$$= x - [x] + [x - [x]] = x - [x] + 0$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = x - [x] = g(x)$$

(مسابقات-تابع-صفدههای ۹۹ تا ۱۰۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

نمودار تابع $f(x) = [x^2]$ را در بازه‌ی $(-1, 2)$ رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل نمودار $f(x) = [x^2]$ در بازه‌ی داده شده، برد برابر است که شامل ۴ عدد صحیح است.

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۴۹ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، وتر و مماس در دایره ، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

طبق فرض می‌دانیم:

$$\begin{cases} \widehat{BNC} = 1/4 \widehat{BMC} \\ \widehat{BNC} + \widehat{BMC} = 360^\circ \end{cases}$$

حل دستگاه $\rightarrow \begin{cases} \widehat{BNC} = 210^\circ \\ \widehat{BMC} = 150^\circ \Rightarrow \alpha = 150^\circ \end{cases}$

از سال قبل می‌دانیم:

$$S(\Delta OBC) = \frac{1}{2} OB \cdot OC \cdot \sin \alpha$$

$$\Rightarrow S(\Delta OBC) = \frac{1}{2} R \times R \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} R^2$$

پس نسبت مساحت دایره به مساحت مثلث OBC برابر است با

$$\cdot \frac{\pi R^2}{\frac{1}{4} R^2} = 4\pi$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۵۰)

۴ ✓

۳

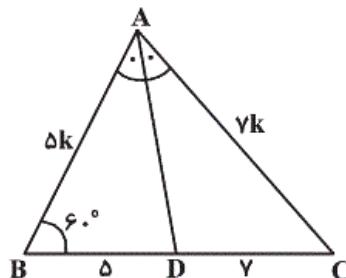
۲

۱

ریاضی ، هندسه ۲ ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

با به قضیه نیمسازها داریم:



در نتیجه $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{7}$ و یا به عبارت $.AC = 7k$ و $AB = 5k$ دیگر

در مثلث ABC قضیه کسینوس‌ها را می‌نویسیم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 49k^2 = 25k^2 + 144 - 120k \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 24k^2 + 60k - 144 = 0 \Rightarrow 2k^2 + 5k - 12 = 0$$

$$\Rightarrow k = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 96}}{4} \Rightarrow k = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{4}$$

$$\xrightarrow{k > 0} k = \frac{11 - 5}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$ABC \text{ محیط مثلث} = AB + AC + BC = 12k + 12$$

$$= 12 \times \frac{3}{2} + 12 = 30$$

(هنرسه ۲ - استدلال در هندسه - صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

۴

۳ ✓

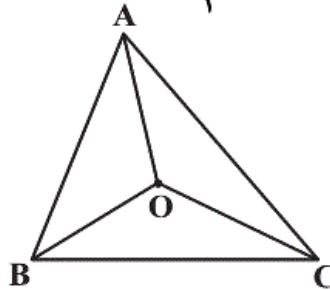
۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

$$\frac{AB + AC + BC}{2} < OA + OB + OC$$

$$\Rightarrow \frac{AB + AC + BC}{2} < 3x + 1 + x + 7 + 17 - 4x$$



$$\Rightarrow \underbrace{AB + AC + BC}_{\text{محیط}} < 50$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{محیط مثلث عددی} \\ \text{صحیح است.}}} \max(\text{محیط}) = 49$$

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه - صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

✓

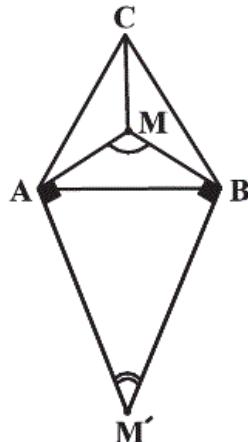
ریاضی ، هندسه ۲ ، قضایای مربوط به همرسی در مثلث ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

-۱۰۵

(محمد ابراهیم گیتی زاده)

مطابق شکل زیر، M نقطه‌ی همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC و M' برای مثلث ABC ، نقطه‌ی همرسی نیمسازهای زاویه‌های خارجی A و B و امتداد نیمساز زاویه‌ی داخلی C است.

همچنین داریم:



$$A\hat{M}'B = 90^\circ - \frac{C}{2}, \quad A\hat{M}B = 90^\circ + \frac{C}{2}$$

طبق فرض : $A\hat{M}B = 2A\hat{M}'B$

$$\Rightarrow 90^\circ + \frac{C}{2} = 2(90^\circ - \frac{C}{2})$$

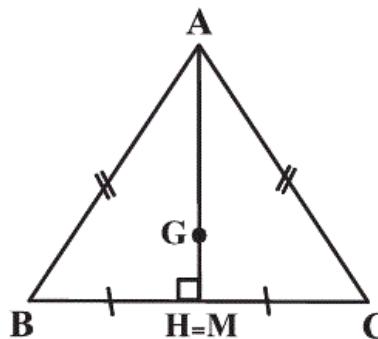
$$90^\circ + \frac{C}{2} = 180^\circ - C \Rightarrow \frac{3}{2}C = 90^\circ$$

$$\Rightarrow C = 60^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

(هندسه ۲ - استدلال در هندسه - صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

✓

(رضا بفسنده)



اگر G مرکز ثقل مثلث ABC باشد، آنگاه $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \times 6 = 2$. از طرفی طول عمود وارد به ضلع BC از نقطه G نیز برابر ۲ است، پس GM عمود بر AB است. یعنی میانه AM ارتفاع نیز هست. پس مثلث ABC متساوی الساقین است.

(هنرسه -۲ - استرال در هنرسه - صفحه های ۳۷ و ۳۹)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، هندسهی ۲ ، چندضلعی محیطی ، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

(محمدابراهیم گیتی زاده)

-۱۰۱-

در هر چهارضلعی محیطی، نیمسازهای چهار زاویهٔ داخلی، همدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند که این نقطه مرکز دایرهٔ محاطی چهارضلعی است.

(هنرسه -۲ - دایره - صفحه های ۱۱، ۱۲، ۵۹ و ۶۰)

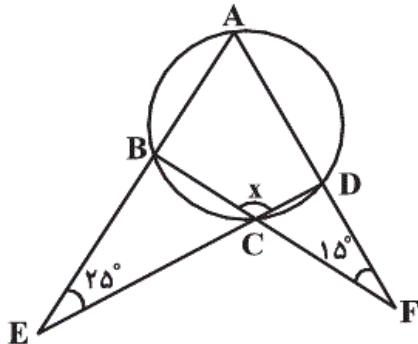
۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسهی ۲ ، چندضلعی محاطی ، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸



چون چهارضلعی ABCD محاطی است،

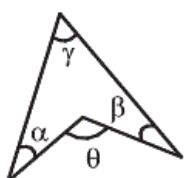
$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{C} = 180^\circ - x$$

در چهارضلعی مکعب AECF داریم:

$$\hat{E} + \hat{C} + \hat{F} = 180^\circ \Rightarrow x = 25^\circ + 180^\circ - x + 40^\circ$$

$$\Rightarrow 2x = 180^\circ + 40^\circ = 220^\circ \Rightarrow x = 110^\circ$$

نکته: در شکل مقابل داریم:



$$\theta = \alpha + \beta + \gamma$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه های ۵۶ تا ۶۰)

۴

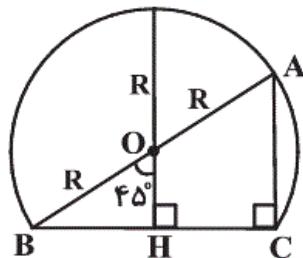
۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه ۲ ، کمان در خور یک زاویه ، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸

مکان هندسی رأس A، کمان در خور



زاویه‌ی 45° روبرو به وتر $BC = 4$ است.

وقتی نقطه‌ی A روی این مکان هندسی

تغییر می‌کند، بیشترین فاصله‌ی آن از

نقطه B، قطر دایره‌ی شامل کمان در خور

است.

$$\max(AB) = 2R$$

در چنین حالتی، مثلث ABC در رأس C قائم‌الزاویه است. از آن‌جا

که در این مثلث $\hat{A} = 45^\circ$ ، مثلث متساوی‌الساقین هم هست و در نتیجه

$$AC = BC = 4$$

(هنرسه ۳ - دایره - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

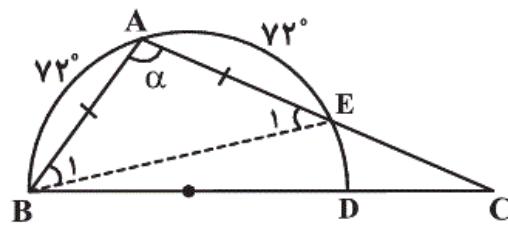
۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، زاویه‌ی بین امتداد دو وتر، دایره - ۱۳۹۵۱۱۰۸



$$\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AED}}{2} \Rightarrow 54^\circ = \frac{\widehat{AED}}{2} \Rightarrow \widehat{AED} = 108^\circ$$

$$\widehat{\overline{AB}} = \widehat{\overline{BAD}} - \widehat{\overline{AED}} \Rightarrow \widehat{\overline{AB}} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$\mathbf{AB} = \mathbf{AE} \Rightarrow \widehat{\mathbf{AB}} = \widehat{\mathbf{AE}} \Rightarrow \widehat{\mathbf{AE}} = 72^\circ$$

$$\hat{B}_1 = \hat{E}_1 = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\Delta ABE: \alpha + \hat{B}_1 + \hat{E}_1 = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 2 \times 36^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 108^\circ$$

(هندسه ۲ - ایره - صفحه های ۵۰ و ۵۱)

1 ✓

۱۴

۳

۲

(مسین حاجیلو)

$$\begin{cases} \beta = \frac{y+x}{r} \Rightarrow \beta = \frac{rx+x}{r} = rx \\ \alpha = \frac{y-x}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{rx-x}{r} = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \beta = \gamma \alpha$$

(هندسه ۲ - ایره- صفحه‌های ۶۱ تا ۷۴)

- 1 -

۱۰

۳

✓

1

ریاضی ، جبر و احتمال ، بیان ابتدایی مجموعه و تساوی مجموعه ها ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه -

۱۳۹۵۰۱۱۰۸

(اعزیز الله على اصغری)

برای آن که دو مجموعه با هم برابر باشند، باید اعضای آن دو مجموعه یکسان باشند. دو حالت موجود را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 0, & x = 1 \\ x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 1, & x = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 1$

حال اعضای C را به دست می‌آوریم:
پس مجموعه‌ی C تنها یک عضو دارد.

(بیرو احتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(محمد جوار محسنی)

تعداد ریشه‌های حقیقی یک معادله‌ی درجه ۴، حداقل برابر ۴ است، پس تعداد اعضای مجموعه‌ی C ، عددی حسابی و در نتیجه این مجموعه متناهی است.

مجموعه‌ی A برابر بازه‌ی $[0, 1]$ ، مجموعه‌ی B برابر بازه‌ی $(1, 0)$ و

مجموعه‌ی D برابر مجموعه‌ی $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1}, \dots\}$ است که همگی نامتناهی هستند.

(بیرو احتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(نویر مهیدی)

می‌دانیم $B \cup (A \cap B) = B$ و $A \cap (A \cup B) = A$ ، پس داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \Delta [B \cup (A \cap B)] = A \Delta B$$

اما با توجه به عضوهای A و B می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} A \Delta B &= (A - B) \cup (B - A) = \{\{\phi, \{\phi\}\}\} \cup \{\{\{\phi\}\}\} \\ &= \{\{\phi, \{\phi\}\}, \{\{\phi\}\}\} \end{aligned}$$

که مجموعه‌ای دو عضوی است و دارای $2^2 = 4$ زیرمجموعه‌ی سره و ناته‌ی است.

(بیرو احتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

در مورد اعداد اول (یا ضرب اعداد اول متمایز) داریم:

اگر x مضرب عدد اول P باشد، x^2 نیز مضرب P است و بر عکس. پس عکس گزینه‌ی «۴» یک قضیه‌ی کلی است.
به عنوان مثال نقض برای عکس قضیه در گزینه‌ی «۱» می‌توان $x = -2$ را در نظر گرفت.

همچنین واضح است که تمامی مستطیل‌ها، مریع نیستند.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، عضویت و زیرمجموعه بودن، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

-114

(ممسن فاطمی)

از این‌که $A \subsetneq B$ نتیجه می‌شود که حداقل یک عضو A در B نیست و از این‌که $A \subsetneq B$ نتیجه می‌شود که حداقل یک عضو B در A نیست.
بنابراین گزاره‌ی (پ) درست است.

اگر $\{1, 2, 3\} = A = \{1, 2\}$ و $\{1, 3\} = B$ انتخاب شوند، نادرستی گزاره‌های (الف) و (ب) به سادگی قابل مشاهده است.

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

اشتراک آن‌ها تهی است مانند $\{5, 7, 9\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \emptyset$.

بنابراین با انتخاب $16 + 1 = 17$ زیرمجموعه از مجموعه اعداد طبیعی فرد یک رقمی، حداقل دو زیرمجموعه متعلق به یک دسته وجود خواهد داشت که اشتراک آن‌ها تهی است.

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، جبر مجموعه ها و قوانین ترکیبی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۱۱۰۸

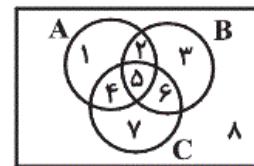
(محمد گروسی)

اگر ناحیه‌ها را مطابق شکل شماره گذاری کنیم، آن‌گاه:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$= \{1, 4\} \cup \{3, 6\} = \{1, 3, 4, 6\}$$

$$C = \{4, 5, 6, 7\}$$



$$(A \Delta B) \Delta C = [(A \Delta B) - C] \cup [C - (A \Delta B)]$$

$$= \{1, 3\} \cup \{5, 7\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ناحیه‌ی متناظر با مجموعه‌ی $(A \Delta B) \Delta C$ ، دقیقاً همان ناحیه‌ی هاشورخورده در نمودار ون صورت سؤال است.

(ببرواهتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۲، ۴۳ و ۵۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(محمدعلی نادرپور)

می‌دانیم که دو مجموعه‌ی $B - A$ و $A - B$ جدا از هم هستند و چون $B - A = \emptyset$ و $A - B = \emptyset$ ، از طرفی داریم: پس $B \subseteq A$ و $A \subseteq B$. در نتیجه: $A = B$.

$$A \Delta B' = A \Delta A' = (A - A') \cup (A' - A)$$

$$= (A \cap A') \cup (A' \cap A) = A \cup A' = U$$

(ببرواهتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۴ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سامان اسپهرو)

با توجه به این‌که $A - B \subseteq A \subseteq A \cup B$ ، دو مجموعه‌ی $A - B$ و $A \cup B$ تنها زمانی می‌توانند با هم برابر باشند که هر دو مساوی مجموعه‌ی A باشند. در این صورت داریم:

$$A \cup B = A \Rightarrow B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$$

$$A - B = A \Rightarrow A - (A \cap B) = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

بنابراین $B = \emptyset$ است.

(ببرواهتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰ و ۵۲ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

هرگاه $C \subseteq A \cap B$ ، آنگاه $C \subseteq B$ و $C \subseteq A$ هست. در اینجا با توجه به این که $A = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 - 4m \leq 0\} = \{m \mid m(m-4) \leq 0\} = \{0, 1, 2, 3\}$ و $A \cap B = \{0, 1, 2\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| < 4\} = \{-4, -3, \dots, 1, 2\}$. از این رو حداکثر تعداد عضوهای C می‌تواند برابر تعداد عضوهای $A \cap B$ باشد.

(پیرو اهمال- مجموعه، ضرب دلاری و رابطه- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۰)

۴

۳✓

۲

۱

www.kanoon.ir