



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

۴۱- دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  را به صورت  $\{ \{1\}, \{1,\{1\}\}, \{1,2\}, \{\{1\}\} \}$  و  $\{ \{1\}, \{1,\{1\}\}, \{1,2\} \}$  تعریف می‌کنیم. چند

زیرمجموعه‌ی  $A$  عضو مجموعه‌ی  $B$  هستند؟ (نگاه به گذشته)

۴) سه

۳) دو

۲) یک

۱) هیچ

شما پاسخ نداده اید

۴۲- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه‌ی دلخواه باشند به‌طوری که  $A \subseteq B$ ، کدام گزینه همواره درست است؟ (نگاه به گذشته)

$$(B \cap C) \cup A = A \quad (۲)$$

$$A \cap C = B \cap C \quad (۱)$$

$$(B - C) \cap A = A - C \quad (۴)$$

$$A \cup C = (B - A) \cup C \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۳- کدام گزینه از بقیه بزرگ‌تر است؟

۲۷) ۴

۴۵) ۳

۹۳) ۲

۶۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۴۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱) هر دو چندضلعی منتظم با تعداد اضلاع برابر، با یکدیگر متشابه‌اند.

۲) هر دو شکل متشابه دارای زوایای متناظر برابر هستند.

۳) هر دو شکل همنهشت با یکدیگر متشابه‌اند.

۴) هر دو مثلث همساحت، با یکدیگر متشابه‌اند.

شما پاسخ نداده اید

۴۵- علی ابتدا سایه‌ی یک ساختمان را روی زمین  $3/5m$  اندازه گرفت و بلافاصله خط‌کشی را که دقیقاً  $20\text{ cm}$  بود به صورت

قائم روی زمین گذاشت و سایه‌ای به اندازه‌ی  $4\text{ cm}$  روی زمین تشکیل داد. ارتفاع ساختمان چند متر بوده است؟

۱۷/۵) ۴

۱۶/۵) ۳

۱۵) ۲

۱۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

$$A = \left( \frac{-1}{x \times y^{-1}} \right)^{-1}$$

۴۶- عبارت مقابل با کدام گزینه معادل است؟ همهی عبارات تعریف شده‌اند.

$$\frac{-y^r}{x^r} \quad (4)$$

$$\frac{y^r}{x^r} \quad (3)$$

$$\frac{x^r}{y^r} \quad (2)$$

$$\frac{-x^r}{y^r} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۷- حاصل عبارت مقابل به ازای  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$  کدام است؟  $\begin{cases} m=2 \\ n=1 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$

$$A = \left( \frac{a^{-m}}{b^n} \right)^{-x} \left( \frac{-a}{b^{-1}} \right)^y$$

$$-11752 \quad (4)$$

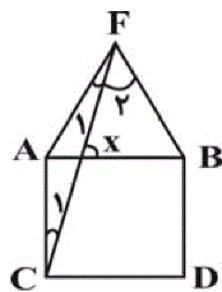
$$11752 \quad (3)$$

$$31104 \quad (2)$$

$$-31104 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۸- در شکل زیر  $ABDC$  مربع و  $ABF$  مثلث متساوی‌الاضلاع است.  $x$  چند درجه است؟



$$65 \quad (1)$$

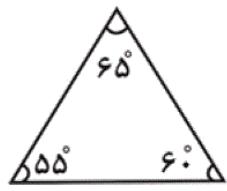
$$70 \quad (2)$$

$$75 \quad (3)$$

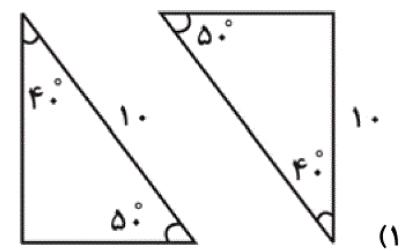
$$80 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

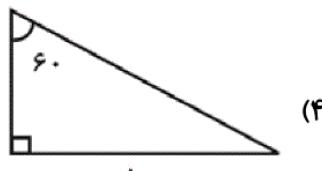
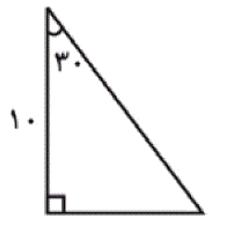
۴۹- در کدام گزینه شکل‌های داده‌شده حتماً هم‌نهشت هستند؟



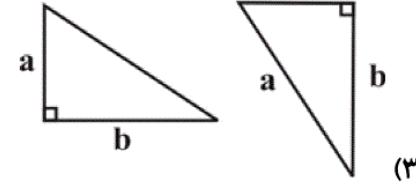
(1)



(1)



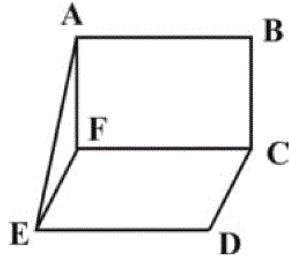
(4)



(3)

شما پاسخ نداده اید

۵۰- در شکل زیر،  $\triangle AFE$  مستطیل و  $\triangle CDEF$  متوازیالاضلاع است. مثلث  $\triangle ABCF$  ...



(۱) اگر مساحت دو چهارضلعی برابر باشد، متساویالاضلاع است.

(۲) اگر محیط دو چهارضلعی برابر باشد، متساویالاضلاع است.

(۳) همواره متساویالاضلاع است و شرط خاصی ندارد.

(۴) در هیچ صورتی متساویالاضلاع نیست.

شما پاسخ نداده اید

۵۱- هر قدر کمان کوچک‌تر از  $180^\circ$  درجه‌ی مشخصی از یک دایره کوچک‌تر شود، به ترتیب اندازه‌ی وتر نظیر آن، ... و

فاصله‌ی وتر نظیر آن از مرکز دایره ... می‌شود.

(۲) کوچک‌تر - کم‌تر

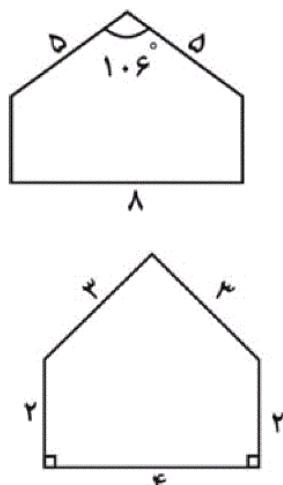
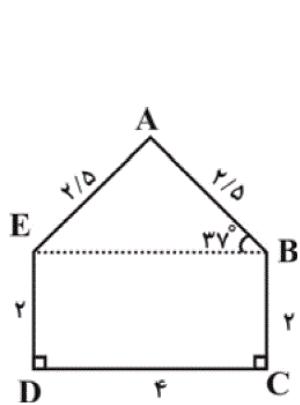
(۱) بزرگ‌تر - بیش‌تر

(۴) بزرگ‌تر - بیش‌تر

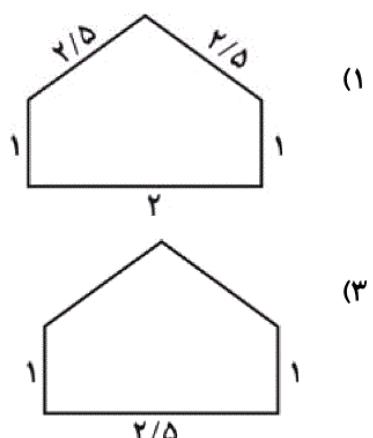
(۳) بزرگ‌تر - کم‌تر

شما پاسخ نداده اید

۵۲- شکل کدام گزینه ممکن است با شکل ABCDE متشابه باشد؟

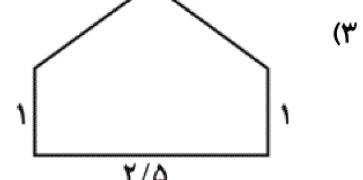


(۲)



(۱)

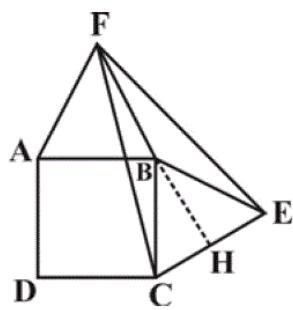
(۴)



(۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۳- در شکل زیر  $ABCD$  مربع و  $\Delta BCE$  و  $\Delta ABF$  متساوی‌الاضلاع هستند.  $BF$  را در راستای خودش امتداد می‌دهیم تا  $EC$  را در  $H$  قطع کند. پاره خط ...  $FH$



۱) نیمساز  $\hat{\Delta}CFE$  است، ولی ارتفاع و میانه‌ی  $\hat{\Delta}CFE$  نیست.

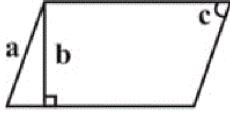
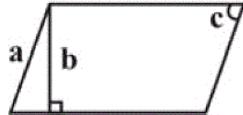
۲) ارتفاع  $\hat{\Delta}CFE$  است ولی میانه‌ی این مثلث و نیمساز زاویه‌ی  $\hat{C}FE$  نیست.

۳) میانه‌ی  $\hat{\Delta}CFE$  است ولی ارتفاع این مثلث و نیمساز زاویه‌ی  $\hat{C}FE$  نیست.

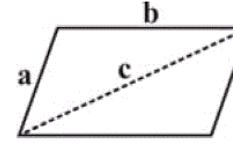
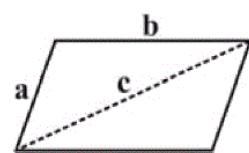
۴) هم ارتفاع و میانه‌ی  $\hat{\Delta}CFE$  و هم نیمساز  $\hat{C}FE$  است.

شما پاسخ نداده اید

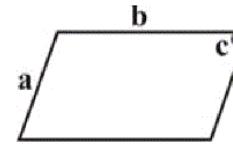
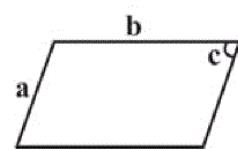
۵۴- در چند تا از حالت‌های زیر، دو متوازی‌الاضلاع لزوماً همنهشت هستند؟



(ب)



(الف)



(ج)

۱) در سه حالت

۲) در دو حالت

۳) در یک حالت

۴) هیچ یک از جفت متوازی‌الاضلاع‌ها لزوماً همنهشت نیستند.

شما پاسخ نداده اید

۵۵- با رسم میانه‌های یک مثلث متساوی‌الساقین که طول قاعده و ساق آن با هم برابر نیستند، همواره چند جفت مثلث قائم‌الزاویه‌ی همنهشت با یکدیگر پدید می‌آید؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ )، طول نیمساز داخلی زاویه‌ی  $C$  با طول قاعده‌ی  $BC$  برابر باشد، اندازه‌ی

زاویه‌ی  $A$  کدام است؟

$54^\circ$  (۴)

$45^\circ$  (۳)

$36^\circ$  (۲)

$30^\circ$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۷- در دایره‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر، وتری به فاصله‌ی ۶ سانتی‌متر از مرکز دایره رسم شده است. طول وتر چند سانتی‌متر است؟

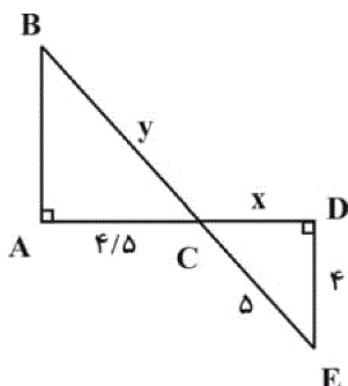
۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید



۵۸- در شکل زیر دو مثلث ABC و DEC متشابه‌اند. حاصل  $y + x$  کدام است؟

۱۰ (۱)

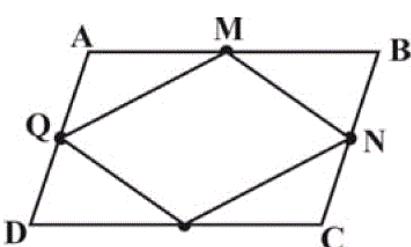
۱۰/۵ (۲)

۱۱ (۳)

۱۱/۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- در شکل مقابل ABCD متوازی‌الاضلاع و M، N، P، Q وسط اضلاع متوازی‌الاضلاع هستند. چهار ضلعی ... MNPQ ...



(۱) مستطیل است ولی لزوماً مربع نیست.

(۲) لوزی است ولی لزوماً مربع نیست.

(۳) متوازی‌الاضلاع است ولی لزوماً مستطیل یا لوزی نیست

(۴) ذوزنقه است.

شما پاسخ نداده اید

۶۰- در شکل زیر، وسط اضلاع مربع ABCD را به هم وصل کرده‌ایم. وسط اضلاع چهار ضلعی HEFG را نیز به هم وصل کردیم

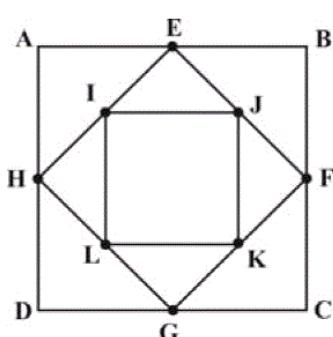
تا چهار ضلعی IJKL حاصل شود. نسبت  $\frac{IJ}{AD}$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۱)

$\sqrt{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۴)



شما پاسخ نداده اید

$$61 - \text{حاصل کسر} \frac{\frac{1}{5} - \frac{2}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{4}} = \frac{6}{5} \text{ عددی است ... (نگاه به گذشته)}$$

۲) بین ۱ و ۲

۱) بین صفر و ۱

۴) بین (۲) و (-۱)

۳) بین (-۱) و صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۲ - احتمال آن که بتوانیم با کنار هم چیدن اتفاقی حروف «خ»، «ر»، «ا»، «ش»، کلمه‌ی «خراش» را بسازیم، کدام است؟ از هر

حرف تنها یک بار می‌توان استفاده کرد. (نگاه به گذشته)

$$\frac{1}{8} (2)$$

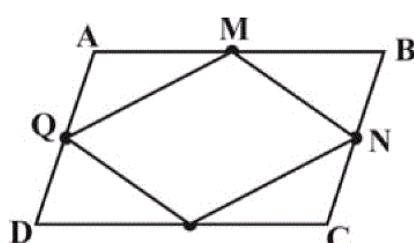
$$\frac{1}{4} (1)$$

$$\frac{1}{32} (4)$$

$$\frac{1}{24} (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۳ - در شکل زیر ABCD متوازی‌الاضلاع و M، N، P و Q وسط اضلاع متوازی‌الاضلاع هستند. چهارضلعی Q...MNPQ ...



۱) مستطیل است ولی لزوماً مربع نیست.

۲) لوزی است ولی لزوماً مربع نیست.

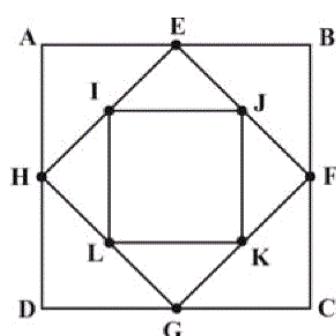
۳) متوازی‌الاضلاع است ولی لزوماً مستطیل یا لوزی نیست.

۴) ذوزنقه است.

شما پاسخ نداده اید

۶۴ - در شکل زیر، وسطهای اضلاع مربع ABCD را به هم وصل کرده‌ایم. وسطهای اضلاع HEFG را نیز به هم وصل کردیم تا

مربع IJKL حاصل شود. نسبت  $\frac{IJ}{AD}$  کدام است؟



$$\frac{1}{2} (1)$$

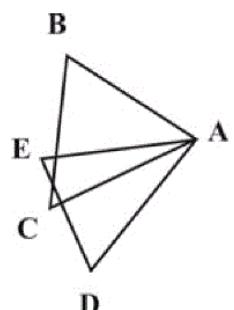
$$\sqrt{2} (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (3)$$

$$\frac{1}{4} (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- در شکل زیر مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و مثلث ADE متساوی‌الساقین ( $AE = AD$ ) و زاویه‌ی A در مثلث ADE کمتر از  $60^\circ$  است. کدام گزینه‌ی زاماً صحیح است؟



$$AB > AD \quad (1)$$

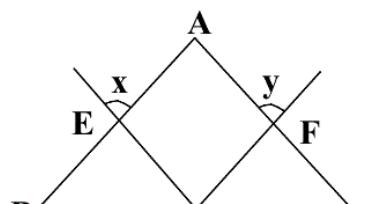
$$DE > BC \quad (2)$$

$$\hat{D} > \hat{C} \quad (3)$$

$$AD > BC \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- در شکل زیر،  $CF = CD$  و  $CE = CB$  است. اگر  $\hat{A} = 70^\circ$  باشد، حاصل  $\hat{x} + \hat{y}$  کدام است؟



$$35^\circ \quad (1)$$

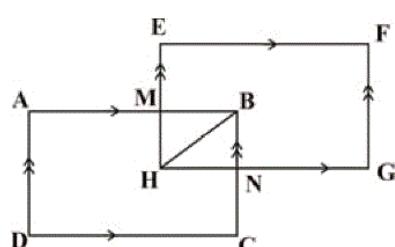
$$110^\circ \quad (2)$$

$$125^\circ \quad (3)$$

$$140^\circ \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- دو مستطیل ABCD و EFGH را مطابق شکل زیر رسم کردہ‌ایم. برای آن‌که عبارت  $BH = BN\sqrt{2}$  برقرار باشد، به کدام فرض احتیاج داریم؟



$$M\widehat{H}B = N\widehat{H}B \quad (1)$$

$$EH = BC, AB = EF \quad (2)$$

$$HG = FG, DC = BC \quad (3)$$

$$AD = DC, EH = HG \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- اگر عبارات A و B به صورت زیر باشند، حاصل عبارت  $|2A - B|$  کدام است؟

$$A = |15 - 16 + 2|$$

$$B = |-3 \times (-4) - 17|$$

$$8 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- حکم عبارت «اگر در مثلث  $\triangle ABC$ ، نیمساز زاویه‌ی  $A$ ، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده‌ی  $BC$  بروند، باشد،

متساوی الساقین است.» دقیقاً کدام است؟

$$AB = BC \quad (1)$$

$$AB = AC = BC \quad (2)$$

$$AC = BC \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

(صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ و ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی - استدلال و اثبات در هندسه)

اگر محیط مثلث کوچک‌تر ۳۶ باشد، اندازه‌ی هر ضلع آن  $\frac{36}{3} = 12$  واحد است. بنابراین:

$$\frac{\text{ضلع مثلث کوچک}}{\text{ضلع مثلث بزرگ}} = \frac{12}{x} = \frac{3}{7} \Rightarrow x = 28$$

(ضلع مثلث بزرگ)

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه هم هست. پس اندازه‌ی ارتفاع از رابطه‌ی فیثاغورس به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} x^2 &= 28^2 - 14^2 \\ \Rightarrow x^2 &= 784 - 196 = 588 \\ \Rightarrow x &= \sqrt{588} \approx 24 \end{aligned}$$

دقت کنید برای اثبات آن که ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع میانه هم هست داریم:

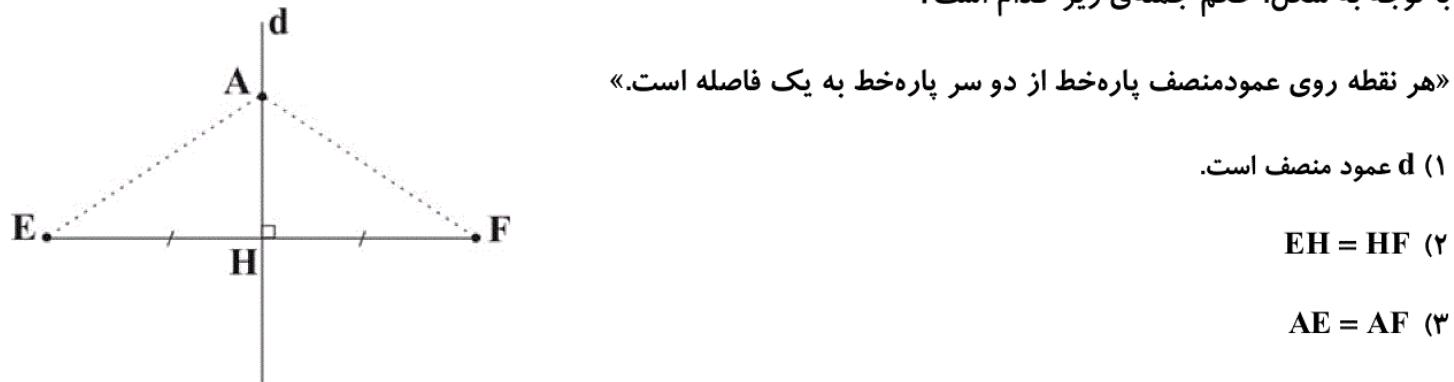
$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ \hat{A}BH = \hat{A}CH \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه}} \triangle ABH \cong \triangle ACH \Rightarrow BH = CH$$

شما پاسخ نداده اید

۷۱- با توجه به شکل، حکم جمله‌ی زیر کدام است؟

«هر نقطه روی عمودمنصف پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است.»

(۱) عمود منصف است.



شما پاسخ نداده اید

۷۲- نقطه‌ی M را روی خط و اصل مرکز دو دایره به مراکز  $O_1$  و  $O_2$  و شعاع‌های  $R_1$  و  $R_2$  به نحوی انتخاب می‌کنیم که  $O_1M = 2O_2M$  باشد و بتوانیم از نقطه‌ی M خطی بگذرانیم که بر هر دو دایره مماس شود. نسبت مساحت مثلث

به مساحت مثلث  $O_2BM$  کدام است؟

۴) ۴

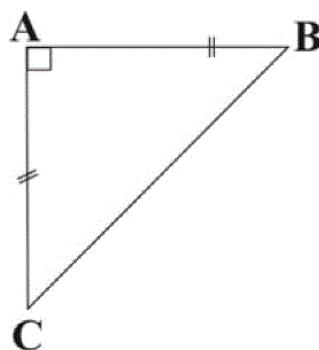
$2\sqrt{2}$  ۳)

$\sqrt{2}$  ۲)

۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۷۳- برای اثبات حکمی، مجازیم از اطلاعات شکل زیر استفاده کنیم. پس همه‌ی عبارات زیر را می‌توانیم فرض بگیریم به جز



عبارت گزینه‌ی ... .

$$AB = AC \quad (1)$$

$$\hat{B} = \hat{C} \quad (2)$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2, \hat{A} = 90^\circ \quad (3)$$

$$\overline{BC} = 2\overline{AB} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- کدامیک از جملات زیر همواره درست است؟

۱) هر دو مثلث متشابه، همنهشت هستند.

۲) هر دو مثلث همنهشت، متشابه هستند.

۳) هر دو شش‌ضلعی متشابه هستند.

۴) هر دو مثلث متساوی‌الساقین، متشابه هستند.

شما پاسخ نداده اید

۷۵- شکلی را با دستگاه تکثیر به ۷۵٪ ابعاد اولیه‌ی آن رسانده‌ایم. نسبت تشابه شکل و تصویرش کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{3}{4}$  ۴)

۴) ۳

$\frac{1}{4}$  ۲)

$\frac{25}{75}$  ۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- علی ابتدا سایه‌ی یک ساختمان را روی زمین  $3/5m$  اندازه گرفت و بلافاصله خط‌کشی را که دقیقاً  $20\text{ cm}$  بود به صورت قائم روی زمین گذاشت و سایه‌ای به اندازه‌ی  $4\text{ cm}$  روی زمین تشکیل داد. ارتفاع ساختمان حدوداً چند متر بوده است؟

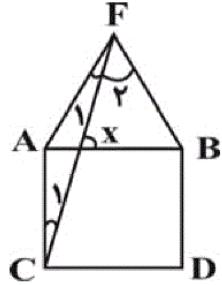
۱۷/۵ ۴)

۱۶/۵ ۳)

۱۵ ۲)

۱۴ ۱)

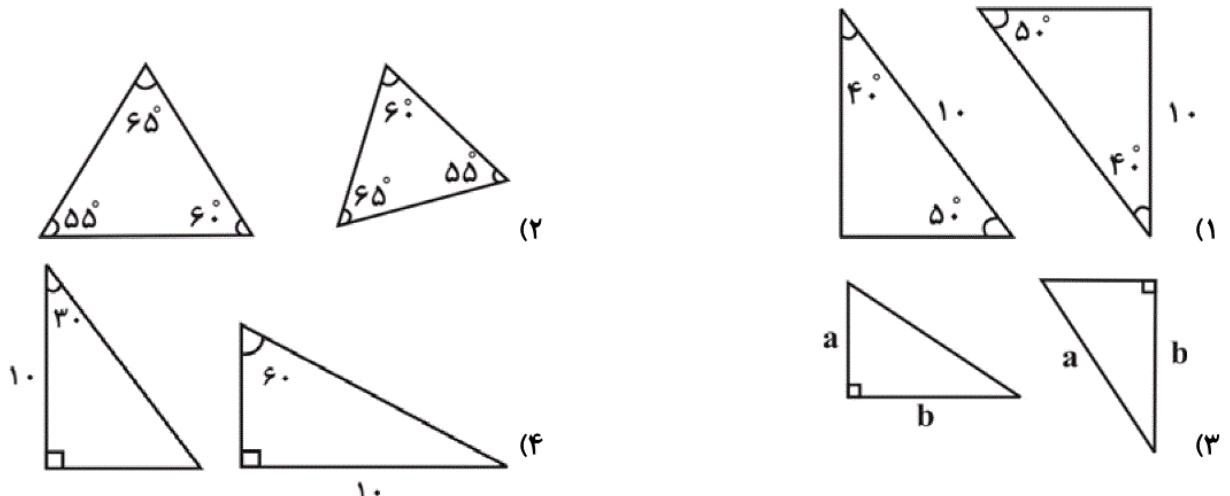
شما پاسخ نداده اید



- ۶۵ (۱)
- ۷۰ (۲)
- ۷۵ (۳)
- ۸۰ (۴)

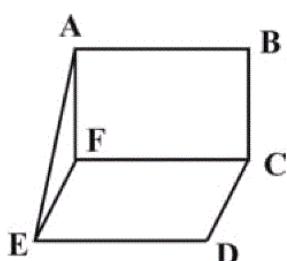
شما پاسخ نداده اید

۷۸ - در کدام گزینه شکل های داده شده حتماً هم نهشت هستند؟



شما پاسخ نداده اید

۷۹ - در شکل زیر  $ABCF$  مستطیل و  $CDEF$  متوازیالاضلاع است. مثلث  $\triangle AFE$  متساویالاضلاع است.



- ۱) اگر مساحت دو چهارضلعی برابر باشد، متساویالاضلاع است.
- ۲) اگر محیط دو چهارضلعی برابر باشد، متساویالاضلاع است.
- ۳) همواره متساویالاضلاع است و شرط خاصی ندارد.
- ۴) در هیچ صورتی متساویالاضلاع نیست.

شما پاسخ نداده اید

۸۰ - هر قدر کمان کوچک تر از  $180^\circ$  درجهای مشخصی از یک دایره کوچک تر شود، به ترتیب اندازهی وتر نظیر آن، ... و

فاصلهی وتر نظیر آن از مرکز دایره ... می شود.

- ۱) کوچک تر - بیش تر
- ۲) کوچک تر - کم تر
- ۳) بزرگ تر - بیش تر

شما پاسخ نداده اید

(نگاه به گذشته: سجاد محمدنژاد)

- ۴۱ (صفحه‌های ۶ تا ۱۰ کتاب درسی - مجموعه‌ها)

تمام زیرمجموعه‌های A را می‌نویسیم:  $\emptyset, \{1\}, \{\{1\}\}, \{\{1, 2\}\}, \{1, \{1\}\}, \{1, \{1, 2\}\}, \{\{1\}, \{1, 2\}\}, \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$

B: اعضای  $\{1\}, \{1, \{1\}\}, \{1, 2\}, \{\{1\}\}$

واضح است که  $\{1\}, \{\{1\}\}, \{1, \{1\}\}$  عضو B و زیرمجموعه‌ی A هستند.

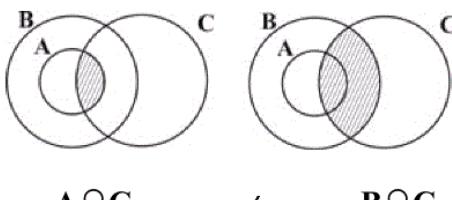
- ۱  ۲  ۳  ۴

(نگاه به گذشته: سجاد محمدنژاد)

- ۴۲ (صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی - مجموعه‌ها)

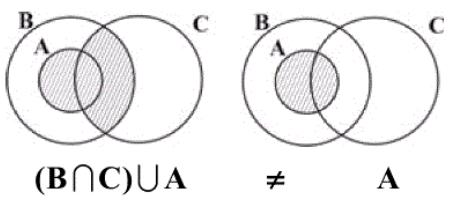
تشریح گزینه‌ها به کمک نمودار:

«۱» گزینه‌ی «۱»



$$A \cap C \neq B \cap C$$

«۲» گزینه‌ی «۲»

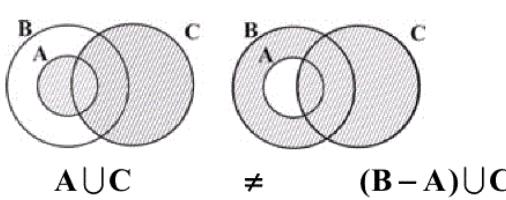


$$(B \cap C) \cup A$$

$$\neq$$

$$A$$

«۳» گزینه‌ی «۳»

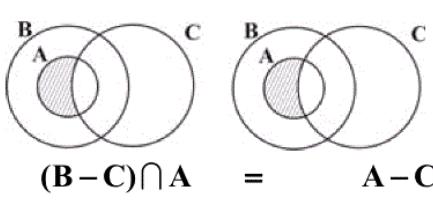


$$A \cup C$$

$$\neq$$

$$(B - A) \cup C$$

«۴» گزینه‌ی «۴»



$$(B - C) \cap A$$

$$=$$

$$A - C$$

- ۱  ۲  ۳  ۴

می‌دانیم که  $(a^m)^n = a^{mn}$  است. بنابراین:

$$\text{«}1\text{»: } (2^6)^2 = 2^{6 \times 2} = 2^{12}$$

$$\text{«}2\text{»: } (3^2)^3 = 3^{2 \times 3} = 3^6$$

$$\text{«}3\text{»: } (2^2)^4 = 2^{2 \times 4} = 2^{10}$$

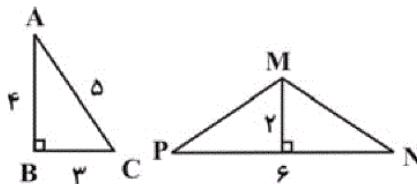
$$\text{«}4\text{»: } (3^3)^4 = 3^{3 \times 4} = 3^{12}$$

اولاً که:  $2^{10} > 3^6 > 2^{12}$  است. همچنین واضح است که،  $3^{12} > 2 > 2^{12} \Rightarrow 3^{12}$  بزرگ‌ترین عدد از بین اعداد گزینه‌های است، یعنی  $2^{12}$ .

۴ ✓  ۳  ۲  ۱

دو مثلث ممکن است هم مساحت باشند ولی متشابه نباشند. برای مثال، در دو مثلث

شکل مقابل داریم:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{4 \times 3}{2} = 6, \quad S_{\triangle PMN} = \frac{2 \times 6}{2} = 6 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle PMN} = 6$$

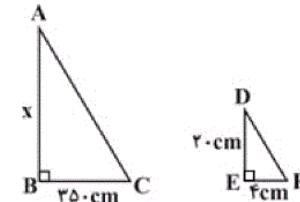
ولی واضح است که این دو مثلث متشابه نیستند.

۴ ✓  ۳  ۲  ۱

شعاع‌های نور خورشید در هر لحظه به شکل موازی به زمین می‌تابند. بنابراین در دو مثلث زیر،  $AC \parallel DF$  است. از طرفی هم ساختمان بر زمین عمود است و هم خط‌کش، پس  $AB \parallel DE$ . یعنی زوایای دو مثلث با هم برابر و دو مثلث متشابه‌اند.

$$3 / 5m = 35^\circ \text{ cm}$$

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{35^\circ}{4} \Rightarrow x = \frac{20 \times 35^\circ}{4} = 175^\circ \text{ cm} = 17 / 5 \text{ m}$$



۴ ✓  ۳  ۲  ۱

با ساده‌سازی عبارت داریم:

$$x \times y^{-1} = \frac{x}{y} \Rightarrow \left( \frac{-1}{x \times y^{-1}} \right)^{-1} = \left( \frac{-y}{x} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\frac{-y}{x}} \right) = \left( \frac{x}{-y} \right)^1 = \frac{x}{y}$$

۴  ۳  ۲ ✓  ۱

ابتدا هر قسمت را ساده می‌کنیم و سپس محاسبه می‌کنیم:

$$\left( \frac{a^{-m}}{b^n} \right)^{-x} = \left( \frac{b^n}{a^{-m}} \right)^x = \left( b^n a^m \right)^x = \left( 3^1 \times 2^2 \right)^2 = (12)^2 = 144$$

$$\left( \frac{-a}{b^{-1}} \right)^y = (-ab)^y = (-2 \times 3)^3 = (-6)^3 = -216$$

$$\Rightarrow A = 144 \times (-216) = -31104$$

۳

۳

۲

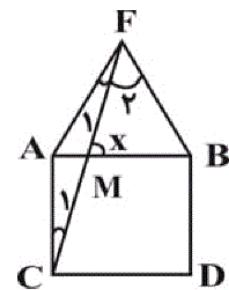
۱✓

(امیر بهادر کتابی)

صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی - استدلال و اثبات در هندسه

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{F}_1 = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \\ &\text{زاویه میانی مثلث متساوی الاضلاع} \quad \text{زاویه مرتع} \\ \left. \begin{aligned} AF &= AB \\ AB &= AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AF = AC \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{F}_1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{F}_1 = 15^\circ$$



$$\triangle AMC: M\hat{A}C + \hat{C}_1 + C\hat{M}A = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 15^\circ + C\hat{M}A = 180^\circ \Rightarrow C\hat{M}A = 75^\circ$$

$$\Rightarrow C\hat{M}A = x = 75^\circ$$

زاویه‌های متقابل به رأس با هم برابرند، پس:

۳

۳✓

۲

۱

(سهیل محسن فان پور)

صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ کتاب درسی - استدلال و اثبات در هندسه

گزینه‌ی «۱»: طول وتر در یکی از مثلث‌ها ۱۰ واحد است، در حالی که در مثلث دیگر، طول یکی از اضلاع قائم ۱۰ واحد است. پس دو مثلث همنهشت نیستند.

گزینه‌ی «۲»: دو مثلث این گزینه یقیناً متشابه‌اند، چرا که اندازه‌ی زاویه‌های آنها دو به دو برابر است، ولی درباره‌ی طول اضلاع این مثلث‌ها چیزی نمی‌دانیم و نمی‌توانیم به قطعیت بگوییم این دو مثلث همنهشت هستند یا نه.

گزینه‌ی «۳»: مانند گزینه‌ی «۱»، طول وتر در یکی از مثلث‌ها  $a$  است در حالی که در مثلث دیگر، طول یکی از اضلاع قائم برابر  $a$  است، پس این دو مثلث یقیناً همنهشت نیستند.

گزینه‌ی «۴»: دو مثلث زوایای دو به دو برابر دارند، ضمن این‌که ضلع‌های رو به رو به زاویه‌ی  $60^\circ$  در دو مثلث با هم برابر است. بنابراین این دو مثلث همنهشت هستند.

۳✓

۳

۲

۱

اگر مثلث  $\Delta AFE$  متساوی‌الاضلاع باشد،  $E\hat{F}A = 60^\circ$  است. همچنین می‌دانیم  $A\hat{F}C$  برابر  $90^\circ$  است و مجموع سه زاویه‌ی  $F$  برابر  $360^\circ$  است. پس:

$$E\hat{F}A + E\hat{F}C + A\hat{F}C = 360^\circ \Rightarrow E\hat{F}C = 210^\circ$$

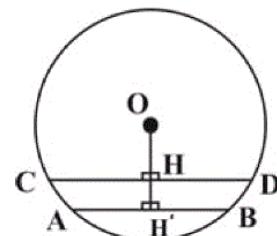
در متوازی‌الاضلاع مجموع هر زاویه با زاویه‌ی مجاور  $180^\circ$  است یعنی اندازه‌ی هیچ زاویه‌ی داخلی نمی‌تواند از  $180^\circ$  بیش‌تر باشد. پس:

$\Delta AFE$  هرگز نمی‌تواند متساوی‌الاضلاع باشد.

- ۱  ۲  ۳  ۴

هر قدر طول کمانی از یک دایره کوچک‌تر شود، اندازه‌ی وتر نظیر آن نیز کوچک‌تر و فاصله‌ی آن وتر از مرکز دایره بیش‌تر می‌شود.

شکل زیر را در نظر بگیرید:



- ۱  ۲  ۳  ۴

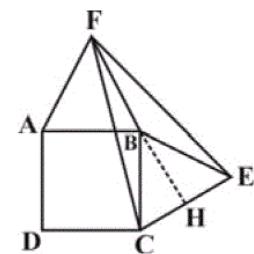
$$\widehat{AB} < \widehat{CD} \Rightarrow AB < CD, OH < OH'$$

زاویه‌ی  $A$  در شکل  $ABCDE$  برابر است با:

در هیچ گزینه‌ای نسبت تشابه رعایت نشده است مگر گزینه‌ی «۲». تنها این گزینه است که ممکن است با  $ABCDE$  متشابه باشد.

- ۱  ۲  ۳  ۴

$$\left. \begin{array}{l} \text{مربع } ABCD \Rightarrow AB = BC \\ \Delta BCE \Rightarrow BE = BC \quad \text{متساوی‌الاضلاع} \\ \Delta AFB \Rightarrow AB = BF \quad \text{متساوی‌الاضلاع} \end{array} \right\} \Rightarrow FB = BC = BE \quad (1)$$



همچنین هر زاویه‌ی مربع  $90^\circ$  و هر زاویه‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع  $60^\circ$  است، پس:

$$\Delta BFC: FBC = FBA + CBA = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ \quad (2)$$

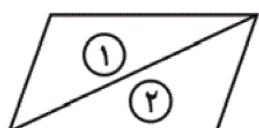
$$\hat{B}: CBF + CBE + EBF = 360^\circ \Rightarrow 150^\circ + 60^\circ + EBF = 360^\circ \Rightarrow EBF = 150^\circ \quad (3)$$

با توجه به روابط (1)، (2) و (3) دو مثلث  $\Delta BFC$  و  $\Delta BFE$  همنهشت هستند:

$$\left. \begin{array}{l} CBF = EBF \\ CB = BE \\ FB \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو ضلع و زاویه‌ی بین}} \Delta CBF \cong \Delta EBF \xrightarrow{\text{تناظر اضلاع}} FC = FE, \hat{C}FB = \hat{E}FB$$

پس مثلث  $FEC$  متساوی‌الساقین به رأس  $F$  و  $FH$  نیمساز زاویه‌ی  $F$  است و می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویه‌ی رأس، ارتفاع و میانه هم هست.

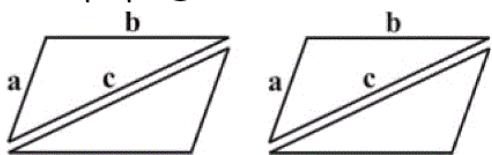
۱      ۲      ۳      ۴



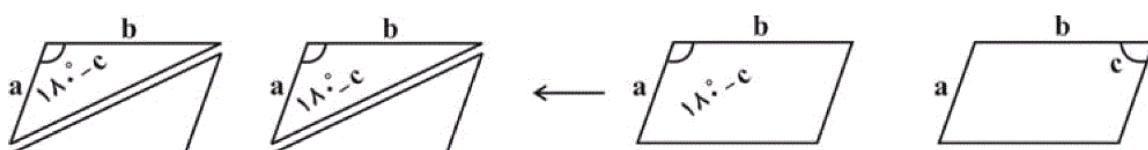
هر متوازی‌الاضلاع شامل دو مثلث است که قطر متوازی‌الاضلاع آنها را ایجاد می‌کند یعنی یکی از راههای اثبات همنهشتی دو متوازی‌الاضلاع این است که همنهشتی دو مثلث متناظر را اثبات

کنیم و همنهشتی متوازی‌الاضلاع‌ها را نتیجه بگیریم. بررسی حالت‌های ذکر شده:

الف) در این دو متوازی‌الاضلاع، مثلث‌های متناظر به حالت «سه ضلع» همنهشت هستند پس دو متوازی‌الاضلاع هم همنهشت

 هستند.

ج) در این گزینه مثلث‌های متناظر به حالت «دو ضلع و زاویه‌ی بین برابر» همنهشت هستند پس دو متوازی‌الاضلاع همنهشت هستند.



در حالت ب، چون اطلاعاتی راجع به یکی از طول‌های متوازی‌الاضلاع داده نشده است و با توجه به اطلاعات داده شده نیز نمی‌توان طول متوازی‌الاضلاع را به دست آورد، همنهشتی متوازی‌الاضلاع‌ها را نمی‌توان نتیجه گرفت.

فقط میانه‌ی وارد بر قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع محاسبه می‌شود. پس به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین:

$$\triangle OCH \cong \triangle OBH, \quad \triangle ACH \cong \triangle ABH$$

-صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ کتاب درسی-استدلال و اثبات در هندسه

۳

۳

۲

✓

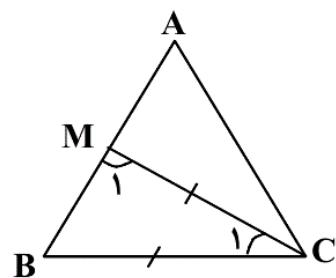
۱

(کتاب سه‌سطحی)

-صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ کتاب درسی-استدلال و اثبات در هندسه

$$\begin{aligned} AB = AC &\Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \hat{C}_1 = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{\hat{B}}{2} \\ CM = CB &\Rightarrow \hat{B} = \hat{M}_1 \\ \Delta BCM : \hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{M}_1 &= 180^\circ \\ \Rightarrow \hat{B} = 72^\circ &\Rightarrow \hat{C} = 72^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC : \hat{A} &= 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) \\ &= 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) \\ &= 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ \end{aligned}$$



۳

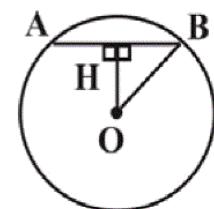
۳

✓

۱

(محمد بمیراین)

-صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ کتاب درسی-استدلال و اثبات در هندسه



$\triangle OHB$ : رابطه‌ی فیثاغورس در  $OB^2 = OH^2 + HB^2$

$$\Rightarrow 10^2 = 6^2 + HB^2$$

$$\Rightarrow HB^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow HB = 8$$

$$\Rightarrow AB = 2 \times HB = 2 \times 8 = 16$$

در شکل مقابل، فاصله‌ی مرکز دایره تا وتر فاصله‌ی عمود  $OH$  و  $AB$  وسط وتر است.

می‌توان این نکته را با رسم شعاع  $OA$  و اثبات همنهشتی دو مثلث  $OHB$  و  $OHA$  اثبات کرد. بنابراین:

۳

۳

✓

۱

$\triangle DEC$ : رابطه‌ی فیثاغورس در

$$\Rightarrow 25 = x^2 + 16 \Rightarrow x^2 = 9 \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

چون دو مثلث متشابه‌اند، نسبت اضلاع یکسان است:

$$\frac{x}{4/5} = \frac{5}{y} \Rightarrow \frac{3}{4/5} = \frac{5}{y}$$

$$\Rightarrow y = 7/5$$

$$\Rightarrow x + y = 3 + 7/5 = 10/5$$

۴

۳

۲✓

۱

(فرزاد شیرمحمدی)

(صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ کتاب درسی-استدلال و اثبات در هندسه)

$$\begin{cases} \triangle MNB \cong \triangle PQD \\ \triangle AMQ \cong \triangle CPN \end{cases}$$

$$\begin{cases} MN = QP \\ MQ = NP \end{cases}$$

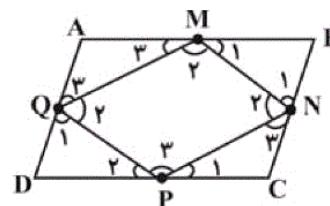
$$\hat{M}_1 = \hat{P}_1, \hat{M}_3 = \hat{P}_1$$

$$\Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{P}_2$$

به حالت «دو ضلع و زاویه‌ی بین برابر» می‌توان گفت:

پس ضلع‌های رو به رو با هم برابرند.

و هم‌چنین درباره‌ی زوایا داریم:



و به همین روش اثبات می‌شود که  $\hat{O}_2 = \hat{N}_2$  است. یعنی  $MNPQ$  نوعی چهارضلعی است که ضلع‌های رو به رو و زاویه‌های رو به رو در آن با هم برابر هستند، پس  $MNPQ$  یک متوازی‌الاضلاع است. در لوزی ضلع‌های مجاور و در مستطیل زوایای مجاور باید با هم برابر باشند که این موضوع با استفاده از اطلاعات مسئله قابل اثبات نیست.

۴

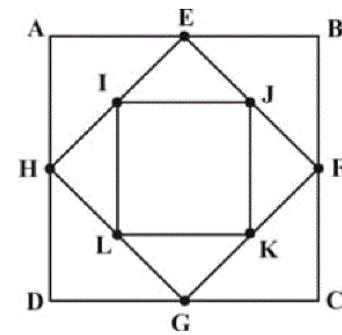
۳✓

۲

۱

طبق تقارن شکل و قضیه‌ی فیثاغورس، اگر طول ضلع مربع بزرگ را  $a$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} \Delta EBF : EJ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{BE^2 + BF^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{a}{2\sqrt{2}} \\ \Rightarrow IJ &= \sqrt{EJ^2 + EI^2} = \frac{a \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{a}{2} \\ \Rightarrow \frac{IJ}{AD} &= \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$



### ریاضی ، ریاضی - سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

(نگاه به گذشته: همید گنپی)

- ۶۱ - (صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲ کتاب درسی-عددهای حقیقی)

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{6} - \frac{2}{3}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{4}} &= \frac{\frac{1}{6} - \frac{4}{6}}{\frac{2}{20} - \frac{25}{20}} = \frac{\frac{7}{6} - \frac{4}{6}}{\frac{2}{20} - \frac{23}{20}} = \frac{\frac{3}{6}}{\frac{40 - 33}{20}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{20}} = \frac{20}{14} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}, 1 < 1\frac{3}{7} < 2 \end{aligned}$$

(نگاه به گذشته: بنیامین قریشی)

- ۶۲ - (صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی-مجموعه‌ها)

$$S = \left\{ \begin{array}{l} \text{خاشر، خارش، خشرا، خشار، خرشا، خراش} \\ \text{راخش، راشخ، رشخا، رشاخ، رخشا، رخاش} \\ \text{شارخ، شاخر، شراخ، شرخا، شخرا، شخار} \\ \text{ارشخ، ارخش، اخرش، اخشر، اشرخ، اشخر} \end{array} \right\} \quad , \quad A = \{ \text{خراش} \} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{24}$$

به حالت «دو ضلع و زاویه‌ی بین برابر» می‌توان گفت:

پس ضلع‌های روبرو با هم برابرند.

$$\begin{cases} \triangle MNB \cong \triangle QPD \\ \triangle AMQ \cong \triangle CPN \end{cases}$$

$$\begin{cases} MN = QP \\ MQ = NP \end{cases}$$

$$\hat{M}_1 = \hat{P}_2, \quad \hat{M}_3 = \hat{P}_1 \\ \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{P}_3$$

و همچنین برای زوایا داریم:

و به همین روش اثبات می‌شود که  $\hat{N}_2 = \hat{O}_2$  است. یعنی  $MNPQ$  نوعی چهارضلعی است که ضلع‌های روبرو و زاویه‌های روبرو در آن با هم برابر هستند، پس  $MNPQ$  یک متوازی‌الاضلاع است. در لوزی ضلع‌های مجاور و در مستطیل زوایای مجاور باید با هم برابر باشند که این موضوع با استفاده از اطلاعات مسئله قابل اثبات نیست.

۳

۳✓

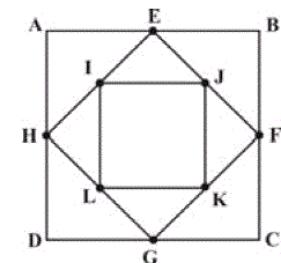
۲

۱

طبق تقارن شکل و قضیه‌ی فیثاغورس، اگر طول ضلع مربع بزرگ را  $a$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{\Delta} EBF : EJ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{BE^2 + BF^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2\sqrt{2}} \\ \Rightarrow IJ &= \sqrt{EJ^2 + EI^2} = \frac{a \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{a}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{IJ}{AD} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{1}{2}$$



۳

۳

۲

۱✓

چون راجع به اندازه‌ی ضلع‌ها اطلاعاتی داده نشده است، نمی‌توان درباره‌ی آن‌ها اظهارنظر کرد پس درباره‌ی درستی یا نادرستی گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» نمی‌توان اظهارنظر کرد.

$$\text{ABC} : \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \Rightarrow \hat{B} + 2\hat{C} = 180^\circ$$

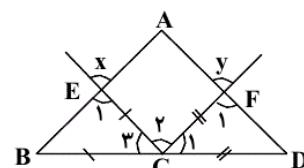
$$\text{AED} : \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{E} + \hat{D} = 180^\circ \\ \hat{E} = \hat{D} \end{array} \Rightarrow \hat{E} + 2\hat{D} = 180^\circ$$

با توجه به صورت مسئله، زاویه‌ی رأس مثلث متساوی الساقین کمتر از  $60^\circ$  است. پس زاویه‌های غیر رأس آن، از زاویه‌های  $\hat{D} > \hat{C}$  غیر رأس مثلث متساوی الاضلاع بزرگ‌تر است:

(کتاب سلطنتی)

صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ کتاب درسی – استدلال و اثبات در هندسه

$$\begin{aligned} x = \hat{E}_1, \quad y = \hat{F}_1, \quad \hat{E}_1 = \hat{B}, \quad \hat{F}_1 = \hat{D} \\ \Delta ABD : \hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + x + y = 180^\circ \\ \Rightarrow x + y = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \end{aligned}$$



در شکل داریم:

$$HG \mid DC, BC \Rightarrow \widehat{BNH} = \widehat{DCB} = 90^\circ$$

$$\Delta BHN : BN^2 + HN^2 = BH^2$$

$$BH = BN\sqrt{2} \Rightarrow BH^2 = 2BN^2$$

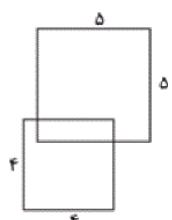
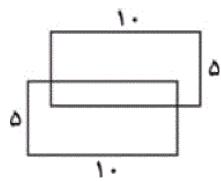
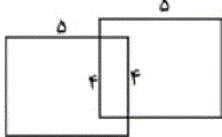
$$BN^2 + HN^2 = 2BN^2 \Rightarrow HN^2 = BN^2 \Rightarrow HN = BN$$

گزینه‌ی «۱»:

$$\widehat{MHB} = \widehat{NHB}$$

$$M\widehat{HB} = N\widehat{BH} \xrightarrow[\text{این گزینه}]{\text{طبق فرض}} N\widehat{BH} = N\widehat{HB} \Rightarrow HN = BN$$

برای اثبات ناکافی بودن فرض سایر گزینه‌ها می‌توانیم شکل‌های زیر را رسم کنیم:



گزینه‌ی «۲»:

گزینه‌ی «۳»:

گزینه‌ی «۴»:

- ✓

(محمد گنبدی)

- (صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ کتاب درسی-عدادهای حقیقی)

$$A = |15 - 16 + 2| = |-1 + 2| = 1$$

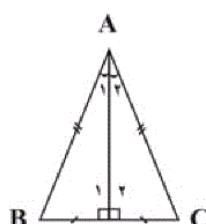
$$B = |-3 \times (-4) - 17| = |12 - 17| = |-5| = 5$$

$$|2A - B| = |2 \times 1 - 5| = |2 - 5| = |-3| = 3$$

- ✓

(مظفر عباسی)

- (صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی-استدلال و اثبات در هندسه)



قاعده و AB و AC ساق‌های مثلث متساوی‌الساقین ABC هستند. طبق حکم عبارت صورت سؤال،

است. گزینه‌ی «۴» نیز چیزی بیش از حکم مسأله از ما می‌خواهد.

- ✓

اگر محیط مثلث کوچک تر ۳۶ باشد، اندازه‌ی هر ضلع آن  $\frac{36}{3} = 12$  واحد است. بنابراین:

$$\frac{\text{ضلع مثلث کوچک}}{\text{ضلع مثلث بزرگ}} = \frac{12}{x} = \frac{3}{7} \Rightarrow x = 28 \quad (\text{ضلع مثلث بزرگ})$$

می‌دانیم در مثلث متساوی‌الاضلاع، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه هم هست. پس اندازه‌ی ارتفاع از رابطه‌ی فیثاغورس به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} x^2 &= 28^2 - 14^2 \\ \Rightarrow x^2 &= 784 - 196 = 588 \\ \Rightarrow x &= \sqrt{588} \approx 24 \end{aligned}$$

دقت کنید برای اثبات آن که ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع میانه هم هست داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ A\hat{B}H = A\hat{C}H \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویه}} \Delta ABH \cong \Delta ACH \Rightarrow BH = CH$$

✓

(حسن اسدی) ۷۱ - (صفحه‌های ۳۷ تا ۴۸ کتاب درسی - استدلال و اثبات در هندسه)

$d \perp EF, HE = HF \Rightarrow d$  عمودمنصف است از شکل معلوم است که:

دقت کنید عبارات گزینه‌های «۱» و «۲» جزء فرضیات مسئله هستند و حکم نیستند. عبارت گزینه‌ی «۴» نیز ارتباطی به حکم مورد نظر ندارد. حکم دقیقاً این است که  $AE = AF$  باشد. اثبات جمله‌ی صورت سؤال:

$$\left. \begin{array}{l} EH = FH \\ AH \text{ مشترک} \\ A\hat{H}E = A\hat{H}F = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو ضلع و زاویه بین}} \Delta AHE \cong \Delta AHF \Rightarrow AE = AF$$

✓

(همید اصفهانی) ۷۲ - (صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸ کتاب درسی - استدلال و اثبات در هندسه)

$$\left. \begin{array}{l} O_1\hat{M}A = O_2\hat{M}B \quad (\text{متقابل به رأس}) \\ O_1\hat{A}M = O_2\hat{B}M = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{برابری مجموع سه زاویه}} M\hat{O}_1A = M\hat{O}_2B$$

خط مماس بر دایره، بر شعاع عمود است، پس:

دو مثلث  $AO_1M$  و  $BO_2M$  به دلیل برابری سه زاویه با هم متشابه‌اند، پس نسبت اضلاع متناظر شان نیز ثابت است.

$$\frac{O_1M}{O_2M} = \frac{AM}{BM} = \frac{R_1}{R_2} = 2$$

از طرفی مساحت مثلث قائم‌الزاویه نصف حاصلضرب طول دو ضلع قائم است:

$$\frac{O_1AM}{O_2BM} = \frac{\text{مساحت مثلث}}{\text{مساحت مثلث}} = \frac{R_1 \times AM}{R_2 \times BM} = 2 \times 2 = 4$$

✓

شکل، مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است. در شکل به وضوح مشخص شده است که  $AB = AC$ ، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم  $\hat{B} = \hat{C}$ .

$$\hat{A} = 90^\circ, AC^2 + AB^2 = BC^2$$

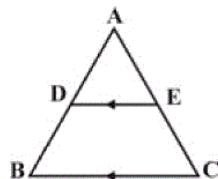
همین‌طور مشخص است که رابطه‌ی فیثاغورس نیز برای شکل صادق است، یعنی:

$$BC = \sqrt{2}AB$$

عبارت گزینه‌ی «۴» غلط است. از قضیه‌ی فیثاغورس خواهیم داشت:

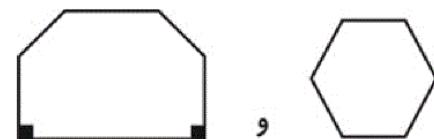
۴ ✓  ۳  ۲  ۱

وقتی دو مثلث با هم همنهشت باشند، هر سه زاویه‌ی متناظر برابری در مثلث دوم دارند. پس دو مثلث همنهشت، همواره متشابه

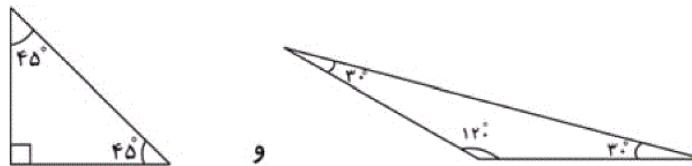


هستند. اشکال زیر سایر گزینه‌ها را رد می‌کند:

گزینه‌ی «۱»: دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه‌اند ولی همنهشت نیستند.



گزینه‌ی «۳»: این دو شش‌ضلعی متشابه نیستند.



گزینه‌ی «۴»: این دو مثلث متساوی‌الساقین با هم متشابه نیستند.

۴ ✓  ۳  ۲ ✓  ۱

$$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

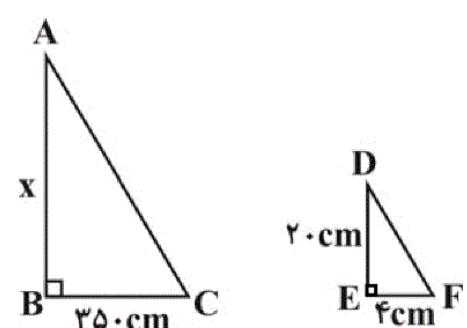
۴ ✓  ۳  ۲  ۱

شعاع‌های نور خورشید در هر لحظه به شکل موازی به زمین می‌تابند. بنابراین در دو مثلث زیر،  $AC \parallel DF$  است. از طرفی هم

ساختمان بر زمین عمود است و هم خط‌کش، پس  $AB \parallel DE$ . یعنی زوایای دو مثلث با هم برابر و دو مثلث متشابه است.

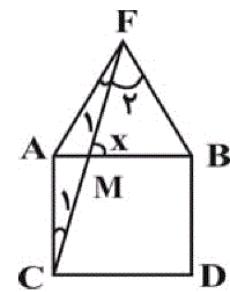
$$\frac{3}{5}m = 350\text{cm}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{350}{4} \Rightarrow x = \frac{20 \times 350}{4} = 1750\text{cm} = 17 \frac{1}{2}\text{m}$$



۴ ✓  ۳  ۲  ۱

$$\begin{aligned} \hat{A} &= 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{F}_1 = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \\ &\text{زاویه‌ی مربع} \\ &\text{زاویه‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع} \\ \left. \begin{aligned} AF &= AB \\ AB &= AC \end{aligned} \right\} \Rightarrow AF = AC \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{F}_1 \end{aligned}$$



$$\triangle AMC: M\hat{A}C + \hat{C}_1 + \hat{C}\hat{M}A = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 150^\circ + \hat{C}\hat{M}A = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}\hat{M}A = 75^\circ$$

$$x = 75^\circ$$

زاویه‌های متقابل به رأس با هم برابرند، پس:

- ۴  ۳  ۲  ۱

(سهیل محسن فان پور)

صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ کتاب درسی-استدلال و اثبات در هندسه

گزینه‌ی «۱»: طول وتر در یکی از مثلث‌ها ۱۰ واحد است، در حالی‌که در مثلث دیگر، طول یکی از اضلاع قائم ۱۰ واحد است. پس دو مثلث همنهشت نیستند.

گزینه‌ی «۲»: دو مثلث این گزینه یقیناً متشابه‌اند، چرا که اندازه‌ی زاویه‌های آن‌ها دو به دو برابر است، ولی درباره‌ی طول اضلاع این مثلث‌ها چیزی نمی‌دانیم و نمی‌توانیم به قطعیت بگوییم این دو مثلث همنهشت هستند یا نه.

گزینه‌ی «۳»: مثل گزینه‌ی «۱»، طول وتر در یکی از مثلث‌ها  $a$  است در حالی‌که در مثلث دیگر، طول یکی از اضلاع قائم برابر  $a$  است، پس این دو مثلث یقیناً همنهشت نیستند.

گزینه‌ی «۴»: دو مثلث زوایای دو به دو برابر دارند، ضمن این‌که ضلع‌های رویه‌رو به زاویه‌ی  $60^\circ$  در دو مثلث با هم برابر است. بنابراین این دو مثلث همنهشت هستند.

- ۴  ۳  ۲  ۱

(سهیل محسن فان پور)

صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ کتاب درسی-استدلال و اثبات در هندسه

اگر مثلث  $\triangle AFE$  متساوی‌الاضلاع باشد،  $E\hat{F}A = 60^\circ$  است. همچنین می‌دانیم  $A\hat{F}C$  برابر  $90^\circ$  است و مجموع سه زاویه‌ی  $F$  برابر  $360^\circ$  است. پس:

$$E\hat{F}A + E\hat{F}C + A\hat{F}C = 360^\circ \Rightarrow E\hat{F}C = 210^\circ$$

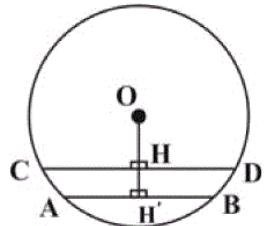
در متوازی‌الاضلاع هر زاویه با زاویه‌ی مجاور  $180^\circ$  است یعنی اندازه‌ی هیچ زاویه‌ی داخلی نمی‌تواند از  $180^\circ$  بیش‌تر باشد. پس

هرگز نمی‌تواند متساوی‌الاضلاع باشد.

- ۴  ۳  ۲  ۱

هر قدر طول کمانی از یک دایره کوچک‌تر شود، اندازه‌ی وتر نظیر آن نیز کوچک‌تر و فاصله‌ی آن وتر از مرکز دایره بیش‌تر می‌شود.

شکل زیر را در نظر بگیرید:



$$\widehat{AB} < \widehat{CD} \Rightarrow AB < CD, OH < OH'$$

۳

۲

۱

۱✓

[www.kanoon.ir](http://www.kanoon.ir)