



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

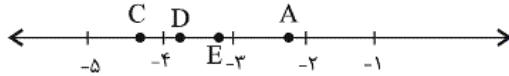
و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۱ ، ریشه و توان ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۵۵- با توجه به محور زیر، کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟



D = -\sqrt{15} (۴)

E = -\sqrt[3]{17} (۳)

C = -3\sqrt{2} (۲)

A = -\sqrt[3]{9} (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر $x > 0$ ، آنگاه حاصل $\sqrt[3]{3x} \sqrt{\frac{1}{9x^2}}$ همواره کدام است؟

-1 (۲)

۱ (۱)

-\frac{1}{3x} (۴)

\frac{1}{x} (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۱- چه تعداد اعداد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می‌کنند؟

I) $2 < \sqrt[3]{x} < 3$

II) $3 \leq \sqrt{x} \leq 5$

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، ریشه a ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۵۷- چه تعداد از تساوی‌های زیر صحیح است؟

$\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \frac{7}{2a}$ ب) (۴)

$\sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{108} = 6$ ب) (۳)

الف) $\sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{5}$ ۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر $1 < a < 0$ ، حاصل عبارت $A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

۴) صفر

۳) $2\sqrt{a}$

۲) $2\sqrt[3]{a}$

۱) $2a$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \sqrt[5]{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-5}} - \sqrt[7]{\left(\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right)^7}$$

۱) ۴

$$\frac{4}{3}$$

۲) ۲

$$\frac{3}{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- کدام گزینه برابر با کسر $A = \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}}$ است؟

$$\frac{\sqrt[6]{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt[6]{2}}{4}$$

$$\frac{\sqrt[6]{4}}{2}$$

$$\frac{\sqrt[6]{4}}{4}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- حاصل عبارت زیر به ازای $n=4$ کدام است؟

$$4 \times \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}}_{n \text{ تا}}$$

۲) ۲

$$\sqrt[4]{8}$$

$$\sqrt[4]{2}$$

$$\sqrt[4]{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$ با کدام گزینه زیر برابر است؟

$$\sqrt[3]{2}+1$$

$$\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$$

$$\sqrt[3]{2}-1$$

$$\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر $x^3 - \frac{1}{x^3} = 18$ باشد، مقدار $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟

$$\pm 72$$

$$\pm 46$$

$$\pm 76$$

$$\pm 52$$

شما پاسخ نداده اید

-۵۸ - اگر تساوی $\frac{1}{x^3+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۵۹ - حاصل عبارت $(2\sqrt{2})^3 + (3-\sqrt{2})^3 + (-3-\sqrt{2})^3$ کدام است؟

$$-42\sqrt{2} \quad (4)$$

$$36\sqrt{2} \quad (3)$$

$$-36\sqrt{2} \quad (2)$$

$$-6\sqrt{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۰۰۳

-۶۰ - اگر معادله درجه دوم $(2m+1)x^2 + (m+2)x + 1 = 0$ ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، این ریشه کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۶۱ - اگر مجموع مربعات دو عدد طبیعی متولی ۲۵ باشد، قدرمطلق تفاضل مربعات آنها کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

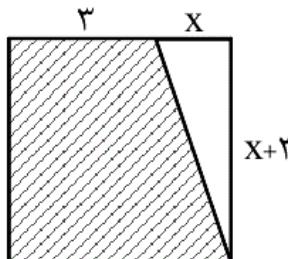
$$6 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۶۲ - در مربع زیر، اگر مساحت قسمت هاشورخورده ۲۰ باشد، x کدام است؟



$$2 \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

-۶۳ - به ازای چه مقادیر طبیعی از k ، ریشه‌های معادله درجه دوم $kx^2 + (2k-1)x + k - 2 = 0$ ، اعدادی گویا هستند؟

$$\{2, 6, 12, 20, \dots\} \quad (4) \quad \{6, 12, 18, 24, \dots\} \quad (3) \quad \{3, 6, 9, 12, \dots\} \quad (2) \quad \{2, 4, 6, 8, \dots\} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اندازه‌ی اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۲ می‌دهند. مساحت مثلث کدام است؟

۱۲) ۴

۳۶) ۳

۴۸) ۲

۲۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۸- در کدام گزینه، معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی مضاعف دارد؟

$$2x^2 + x - 2 = 0 \quad (2)$$

$$3x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$-5x^2 + 1 \cdot x - 5 = 0 \quad (4)$$

$$5x^2 - 8x + 3 = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- مجموع جواب‌های معادله‌ی $(x+2)^2 = (3x-1)^2$ کدام است؟

$\frac{7}{4}$) ۴

$\frac{5}{4}$) ۳

$\frac{3}{5}$) ۲

$\frac{1}{4}$) ۱

شما پاسخ نداده اید

۷۰- یکی از جواب‌های معادله‌ی $m(x-1)^2 - 7x + 2m = 0$ برابر $x = 2$ است. جواب دیگر معادله کدام است؟

۱) ۴

$\frac{7}{2}$) ۳

۳) ۲

$\frac{3}{2}$) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، دایره مثبتانی ، مثلثات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۷۱- اگر $45^\circ < \theta < 60^\circ$ و $m = 1 - \sqrt{2} \cos \theta$ باشد، حدود m کدام است؟

$$1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < m < 1 \quad (4)$$

$$0 < m < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$0 < m < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۷ - چه تعداد از عبارات زیر نادرست‌اند؟

الف) زاویه‌ی -270° در ربع سوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد.

ب) \cot° تعریف نشده است.

پ) $\tan 195^\circ$ دارای علامت منفی است.

ت) اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و $90^\circ < \theta < 180^\circ$, آن‌گاه $\tan \theta = \frac{3}{4}$ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۸۸ - کدام نامساوی زیر نادرست است؟

$\cos 100^\circ < \cos 40^\circ < \cos 20^\circ$ (۲)

$\sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 100^\circ$ (۱)

$\cos 100^\circ < \cos 70^\circ < \cos 40^\circ$ (۴)

$\sin 40^\circ < \sin 90^\circ < \sin 100^\circ$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۹ - اگر خط $3m - 2)y + mx = 3$ با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی 45° بسازد، m کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، روابط بین نسبت‌های مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

-۹۰ - خلاصه شده‌ی عبارت $A = 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$ کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

$\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$ (۲)

$\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۷۲ - اگر θ زاویه‌ای حاده و $\cos \theta = \frac{3}{5}$ باشد، حاصل $\tan \theta + \frac{1}{\cos \theta}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۷۳ - حاصل عبارت $\frac{\sin^3 \theta}{1 + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta$ کدام است؟ (۱)

$\frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta}$ (۴)

$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$ (۳)

$\cos \theta$ (۲)

$\sin \theta$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۴- حاصل عبارت $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos^2 x(1 - \tan^2 x)}$ کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$\frac{2\cot x}{1 - \cot x}$ (۴)

$\frac{2\cos x}{\sin x + \cos x}$ (۳)

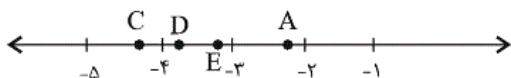
$\frac{2\tan x}{\tan x - 1}$ (۲)

$\frac{2\sin x}{\sin x + \cos x}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه و توان ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۷۵- با توجه به محور زیر، کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟



$D = -\sqrt{15}$ (۴)

$E = -\sqrt[3]{17}$ (۳)

$C = -3\sqrt{2}$ (۲)

$A = -\sqrt[3]{9}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر $x > 0$ ، آنگاه حاصل $\sqrt[3]{3x} \sqrt{\frac{1}{9x^2}}$ همواره کدام است؟

-۱ (۲)

۱ (۱)

$-\frac{1}{3x}$ (۴)

$\frac{1}{x}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- چه تعداد اعداد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می‌کنند؟

I) $2 < \sqrt[3]{x} < 3$

II) $3 \leq \sqrt{x} \leq 5$

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه و توان ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۷۸- چه تعداد از تساوی‌های زیر صحیح است؟

$\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \frac{7}{2a}$ ب) (۴)

$\sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{1.8} = 6$ ب) (۳)

الف) $\sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{5}$ (۱)

۰) صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $a < 1$ ، حاصل عبارت $A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

۴) صفر

۳) $2\sqrt{a}$

۲) $2\sqrt[3]{a}$

۱) $2a$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، توان های گویا ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۸۷- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^2} - \sqrt[7]{\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}}$$

۱) ۴

۳) $\frac{4}{3}$

۲) ۲

۱) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- کدام گزینه برابر با کسر $A = \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}}$ است؟

۴) $\frac{\sqrt[6]{2}}{2}$

۳) $\frac{\sqrt[6]{2}}{4}$

۲) $\frac{\sqrt[6]{4}}{2}$

۱) $\frac{\sqrt[6]{4}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- حاصل عبارت زیر به ازای $n=4$ کدام است؟

$$4 \times \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}_n$$

۲) ۲

۱) $\sqrt[4]{8}$

۴) $\sqrt[4]{2}$

۳) $\sqrt[4]{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، عبارت های جبری ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۹۰- کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$ با کدام گزینه‌ی زیر برابر است؟

۲) $\sqrt[3]{2}+1$

۱) $\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$

۴) $\sqrt[3]{2}-1$

۳) $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$

شما پاسخ نداده اید

$$-84 - \text{اگر } x^3 - \frac{1}{x^3} \text{ باشد، مقدار } x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ کدام است؟}$$

± 72 (۴)

± 46 (۳)

± 76 (۲)

± 52 (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-78 - \text{اگر تساوی } \frac{1}{x^3 + 1} = \frac{ax + b}{x^2 - x + 1} + \frac{c}{x + 1} \text{ کدام است؟}$$

$\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-79 - \text{حاصل عبارت } (2\sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 + (-3 - \sqrt{2})^3 \text{ کدام است؟}$$

$-42\sqrt{2}$ (۴)

$36\sqrt{2}$ (۳)

$-36\sqrt{2}$ (۲)

$-6\sqrt{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ۱ ، ریشه و توان ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

-۵۵

«کتاب پر تکرار»

می بایست مشخص کنیم اعداد داده شده در گزینه ها در کدام محدوده قرار می گیرند:

$$\text{«۱»: } 2^3 = 8 < 9 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{9} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{9} < -2 \Rightarrow A = -\sqrt[3]{9}$$

$$\text{«۲»: } (\sqrt[3]{2})^2 = 9 \times 2 = 18 \Rightarrow \sqrt[3]{2} = \sqrt{18}$$

$$4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5$$

$$\Rightarrow -5 < -\sqrt{18} < -4 \Rightarrow C = -\sqrt{18} = -\sqrt[3]{18}$$

$$\text{«۳»: } 2^3 = 8 < 17 < 3^3 = 27 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{17} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{17} < -2$$

$$\text{«۴»: } 3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2 \Rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

$$\Rightarrow -4 < -\sqrt{15} < -3$$

توجه کنید که چون در نامعادله $9 < 15 < 16$ به عدد ۱۶ نزدیک تر

است، پس در نامعادله $4 < \sqrt{15} < 3$ به عدد ۴ نزدیک تر است

و در نتیجه در نامعادله $-3 < -\sqrt{15} < -4$ ، عدد $-\sqrt{15}$ به عدد ۴

نزدیک تر است پس می توان گفت $D = -\sqrt{15}$ است.

(صفحه های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های هیبری)

۴

۳ ✓

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

چون $x^0 = 1$ و در نتیجه:

$$\sqrt[3]{\frac{1}{9x^2}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3x}\right)^2} = \left|\frac{1}{3x}\right| = \frac{-1}{3x}$$

$$\sqrt[3]{3x}\sqrt{\frac{1}{9x^2}} = \sqrt[3]{3x}\left(\frac{-1}{3x}\right) = \sqrt[3]{-1} = -1$$

پس:

(صفحه های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

«عزیز الله علی اصغری»

$$I: 2 < \sqrt[3]{x} < 3 \Rightarrow 2^3 < x < 3^3$$

$$\Rightarrow 8 < x < 27 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 26\}$$

$$II: 3 \leq \sqrt{x} \leq 5 \Rightarrow 3^2 \leq x \leq 5^2$$

$$\Rightarrow 9 \leq x \leq 25 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 25\}$$

باتوجه به روابط به دست آمده، اعداد صحیح ۹ تا ۲۵ در هر دو نامساوی صدق می کنند که تعداد آنها برابر است با:

(صفحه های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

حاصل هریک از عبارت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{4 \times 80} = \sqrt[6]{320} = \sqrt[6]{64 \times 5}$$

$$= \sqrt[6]{2^6 \times 5} = \sqrt[6]{2^6} \times \sqrt[6]{5} = 2\sqrt[6]{5}$$

$$(ب) \quad \sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{1 \cdot 8} = \sqrt[5]{72 \times 1 \cdot 8}$$

$$= \sqrt[5]{(3^2 \times 2^3) \times (3^3 \times 2^2)} = \sqrt[5]{3^5 \times 2^5}$$

$$= \sqrt[5]{3^5} \times \sqrt[5]{2^5} = 3 \times 2 = 6$$

$$(پ) \quad \sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \sqrt[5]{\frac{7 \times 243}{16a^5 \times 14}}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{7 \times 3^5}{2^4 \times a^5 \times 2 \times 7}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5 \times a^5}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5 \times a^5}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{a^5}} = \frac{3}{2a}$$

مورد پ نادرست است.

(صفحه‌های ۵۱ تا ۵۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

-۶۶

«راور بوالمسنی»

باتوجه به این که $1 < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < 1$ داریم $a < 1$ پس:

$$a - \sqrt{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt{a}| = -(a - \sqrt{a})$$

$$a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = -(a - \sqrt[3]{a})$$

$$\sqrt{a} - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| = -(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a})$$

$$\Rightarrow A = (-a + \sqrt{a}) + (a - \sqrt[3]{a}) + (-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) \Rightarrow A = 0$$

(صفحه‌های ۵۱ تا ۵۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴✓

۳

۲

۱

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^{-10}} - \sqrt[7]{\left(\frac{4}{3}\right)^{-7}} \Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{10}{5}} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-\frac{7}{7}} \\ &\Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} \Rightarrow A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^1 \\ &\Rightarrow A = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

«کتاب پر تکرار»

-۶۰

ابتدا با استفاده از تجزیه‌ی اعداد ۵۴ و ۲۵۰ به عوامل اول داریم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5^3 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

پس:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{5\sqrt[3]{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8\sqrt[3]{2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \times 2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^1}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt[3]{2^1}} = \frac{1}{2\sqrt[6]{2^6 \times 2^4}} = \frac{1}{2\sqrt[6]{2^4}} \end{aligned}$$

صورت و مخرج کسر اخیر را در $\sqrt[6]{2^2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2\sqrt[6]{2^4}} \times \frac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{2\sqrt[6]{2^6}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{2}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$A = 4 \times 2^{\frac{n}{n}} \xrightarrow{n=4}$$

$$A = 4 \times 2^{\frac{4}{4}} = 4 \times 2^1 = 4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 4\sqrt[4]{2}$$

(صفههای ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توانهای گویا و عبارت‌های جبری)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، عبارت‌های جبری ، توانهای گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

خرج کسر را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر گویا می‌کنیم. برای این کار

عبارت $1^2 + 1 \times \sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2$ را در صورت و خروج کسر ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - (1)^3} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2-1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \end{aligned}$$

(صفههای ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توانهای گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳✓

۲

۱

با فرض $x - \frac{1}{x} = A$ داریم:

$$x - \frac{1}{x} = A \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = A^2$$

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{1}{x^2} &= 18 \\ \xrightarrow{x^2 - 2 = A^2} 18 - 2 &= A^2 \\ \Rightarrow 16 &= A^2 \Rightarrow A = \pm 4 \end{aligned}$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{x^3} &= (x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1) \\ &= (\pm 4)(18 + 1) = \pm 76 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا طرف راست تساوی را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{ax + b}{x^3 - x + 1} + \frac{c}{x + 1} \\
 &= \frac{(ax + b)(x + 1) + c(x^3 - x + 1)}{(x + 1)(x^3 - x + 1)} \\
 &= \frac{(ax^4 + ax^2 + bx^2 + b) + (cx^3 - cx + c)}{x^3 + 1} \\
 &= \frac{(a + c)x^4 + (a + b - c)x^2 + (b + c)}{x^3 + 1} \quad (1)
 \end{aligned}$$

برای آن که عبارت (1) به ازای همهٔ مقادیر $x \neq -1$ با سمت چپ

تساوی صورت سؤال، یعنی $\frac{1}{x^3 + 1}$ برابر باشد، باید داشته باشیم:

$$a + c = 0 \Rightarrow c = -a \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b - c = 0 \xrightarrow{(*)} 2a + b = 0 \\ b + c = 1 \xrightarrow{(*)} b - a = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}}$$

$$a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3} \xrightarrow{(*)} c = \frac{1}{3}$$

پس:

$$a - b + 2c = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

فرض کنید $\mathbf{a} + \mathbf{b} = -\mathbf{c}$ ، در این صورت:

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b})^3 = (-\mathbf{c})^3 \Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + 3\mathbf{a}^2\mathbf{b} + 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -\mathbf{c}^3$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = -3\mathbf{a}^2\mathbf{b} - 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -3\mathbf{ab}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

$$= -3\mathbf{ab}(-\mathbf{c}) = 3\mathbf{abc}$$

با در نظر گرفتن $\mathbf{c} = -3 - \sqrt{2}$ و $\mathbf{b} = 3 - \sqrt{2}$ ، از آنجا

که $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 0$ است، داریم:

$$\mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = 3\mathbf{abc}$$

$$= 3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$$

$$= -6\sqrt{2}(9 - 2) = -42\sqrt{2}$$

(صفحه های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های بیرونی)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۰۰۳

«کتاب پر تکرار»

-۵۱

برای اینکه معادله درجهی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه های مضاعف داشته باشد، باید $\Delta = 0$ باشد، بنابراین:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow (m+2)^2 - 4(2m+1)(1) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 8m - 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0$$

$$\Rightarrow m(m - 4) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 4$$

با قرار دادن مقادیر m در معادله، ریشه های مضاعف را می یابیم:

$$m = 0 : x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$m = 4 : 9x^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow (3x+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

(صفحه های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱

«کتاب پر تکرار»

دو عدد طبیعی متوالی را به صورت $x + 1$ و x در نظر می‌گیریم.

مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی برابر ۲۵ است، بنابراین:

$$\underbrace{x^2 + (x+1)^2}_{\text{مجموع مربعات}} = 25 \Rightarrow x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 25$$

مجموع مربعات

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 25 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -4 \text{ یا } x = 3$$

چون اعداد مورد نظر طبیعی‌اند، بنابراین این دو عدد برابر ۳ و ۴ هستند

که قدر مطلق تفاضل مربعات آن‌ها برابر است با:

$$\left| 4^2 - 3^2 \right| = 16 - 9 = 7$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

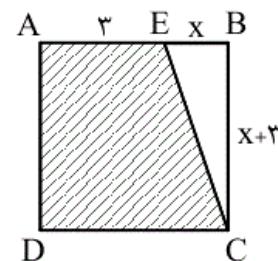
۲ ✓

۱

«کتاب پر تکرار»

مطابق شکل زیر، مساحت قسمت هاشورخورده برابر مساحت مربع

منهای مساحت مثلث EBC است. یعنی:



$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{ABCD} - S_{EBC} = (x+3)^2 - \frac{1}{2}x(x+3)$$

$$20 = (x^2 + 6x + 9) - \frac{1}{2}(x^2 + 3x)$$

$$\xrightarrow{\times 2} 40 = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 - 3x$$

۴

۳

۲

۱ ✓

«کتاب پر تکرار»

باتوجه به آن که ضرایب ثابت معادله اعداد گویا هستند، برای اینکه ریشه‌های معادله، اعدادی گویا شوند باید Δ ، عددی مربع کامل باشد، بنابراین:

$$\begin{aligned}\Delta &= (2k-1)^2 - 4k(k-2) \\ &= 4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 8k = 4k + 1\end{aligned}$$

برای اینکه عدد $4k+1$ مربع کامل شود باید k که عددی طبیعی است، یکی از مقادیر $\{ \dots, 20, 12, 6, 1 \}$ را اختیار کند.

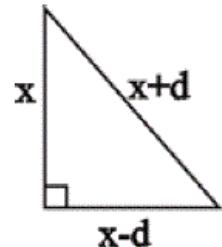
(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴ ✓	۳	۲	۱
-----	---	---	---

«همیدر، فنا طالبیان»

در حالت کلی، اگر ضلع متوسط مثلث را برابر با x و قدرنسبت دنباله‌ی حسابی را d فرض کنیم، طول اضلاع مثلث قائم‌الزاویه به صورت $x-d$ ، x و $x+d$ می‌شود. با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس به معادله‌ی درجه‌ی دوم زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned}(x+d)^2 &= x^2 + (x-d)^2 \\ \Rightarrow x^2 + 2xd + d^2 &= x^2 + x^2 - 2xd + d^2 \\ \Rightarrow 4xd &= x^2 \Rightarrow x^2 - 4xd = 0 \\ \Rightarrow x(x-4d) &= 0 \xrightarrow{x \neq 0} x = 4d\end{aligned}$$



در نتیجه طول اضلاع مثلث برابر با $5d$ ، $4d$ ، $3d$ می‌شود. مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(3d)(4d) = 6d^2 \xrightarrow{d=2} S = 6 \times (2)^2 = 24$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴	۳	۲	۱ ✓
---	---	---	-----

«عزیز الله علی اصغری»

برای آن که معادله‌ی درجه‌ی دو، ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، باید $\Delta = 0$ باشد. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

- ۱) $\Delta = 4 - 12 = -8 \neq 0$
- ۲) $\Delta = 1 + 16 = 17 \neq 0$
- ۳) $\Delta = 64 - 60 = 4 \neq 0$
- ۴) $\Delta = 100 - 100 = 0$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴ ✓	۳	۲	۱
-----	---	---	---

$$(x+2)^2 = (3x-1)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+2) = (3x-1) \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ (x+2) = -(3x-1) \Rightarrow 4x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

$$=\frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6-1}{4} = \frac{5}{4}$$

(صفحه های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱

«سیمین کلانتریون»

-۷۰-

$x = 2$ یکی از ریشه های معادله است، پس در معادله صدق می کند. پس:

$$(m-1)^2 - 7(2) + 2m = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 14 + 2m = 0$$

$$\Rightarrow 4m - 4 - 14 + 2m = 0 \Rightarrow 6m = 18 \Rightarrow m = 3$$

$$\xrightarrow[\text{می دهیم}]{\text{را در معادله قرار}} 2x^2 - 7x + 6 = 0$$

معادله را حل می کنیم:

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(6) = 49 - 48 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm 1}{4} = \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

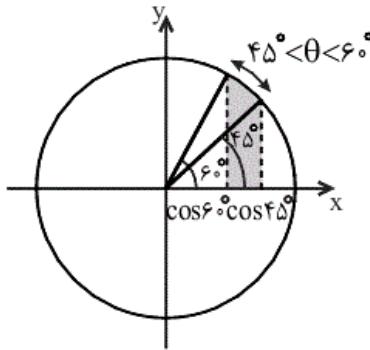
(صفحه های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱



با استفاده از دایره‌ی مثلثاتی و با توجه به حدود θ ، حدود $\cos \theta$ را تعیین می‌کنیم. برای این کار روی دایره‌ی مثلثاتی در محدوده‌ی مشخص شده برای θ حرکت می‌کنیم، تصویر نقاط روی محور x ها برابر با $\cos \theta$ است.

$$\cos 60^\circ < \cos \theta < \cos 45^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos \theta < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} > -\frac{\sqrt{2}}{2} > -\sqrt{2} \cos \theta > -1$$

$$1 - \frac{\sqrt{2}}{2} > 1 - \sqrt{2} \cos \theta > 0$$

$$\Rightarrow 0 < m < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳✓

۲

۱

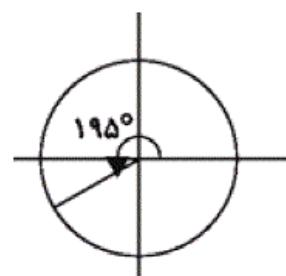
مورد (الف) نادرست است: زاویه‌ی -270° معادل زاویه‌ی 90° است.

طبق متن کتاب زوایای $5^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ و 360° زوایای

مرزی‌اند و در هیچ ربعی قرار نمی‌گیرند.

مورد (ب) درست است: $\cot \theta$ تعریف نشده است.

مورد (پ) باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی نادرست است.



در ربع سوم مثلثاتی چون هم $\cos \alpha$ و هم $\sin \alpha$ دارای علامت منفی

هستند، پس علامت $\tan \alpha$ مثبت است.

مورد (ت) نادرست است. طبق اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta \Rightarrow \cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \\ \xrightarrow{90^\circ < \theta < 180^\circ} \cos \theta &= -\sqrt{1 - \sin^2 \theta} \xrightarrow{\sin \theta = \frac{3}{5}} \\ \cos \theta &= -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5} \\ \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4} \neq \frac{3}{4} \end{aligned}$$

پس جمیعاً ۳ مورد نادرست داریم و گزینه‌ی «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۲۹ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

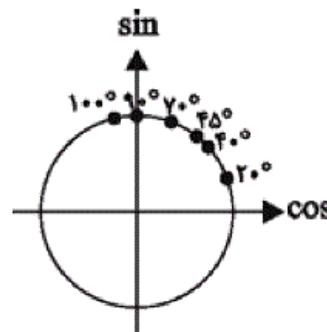
۴

۳ ✓

۲

۱

باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی داریم:



توجه کنید که در دایره‌ی مثلثاتی، تصویر نقاط روی محور قائم برابر با \sin آن زاویه و تصویر نقاط روی محور افقی برابر با \cos آن زاویه است. پس تمام گزینه‌ها به جز گزینه‌ی «۳» صحیح هستند. باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی داریم:

$$\sin 100^\circ = \sin 80^\circ > \sin 70^\circ$$

$$\sin 100^\circ < \sin 90^\circ = 1$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب (رسی) (مثلثات))

۴

۳✓

۲

۱

«ممدر بهیراچی»

شیب خط با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد برابر است. بنابراین:

$$(3m - 2)y = -mx + 3 \Rightarrow y = \frac{-m}{3m - 2}x + \frac{3}{3m - 2}$$

$$\Rightarrow \frac{-m}{3m - 2} = \tan 45^\circ \Rightarrow \frac{-m}{3m - 2} = 1 \Rightarrow -m = 3m - 2$$

$$\Rightarrow 4m = 2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳ کتاب (رسی) (مثلثات))

۴

۳

۲

۱✓

$$\begin{aligned}
 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) &= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 \\
 -2\sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) & \\
 = (1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) & \\
 = ((\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 = (1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 \Rightarrow A = 2(1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) - 2(1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 = 2 - 6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 2 + 6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = -1 &
 \end{aligned}$$

(صفحه ۵۲ تا ۵۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۱✓

۲

۳

۴

«کتاب پر تکرار»

-۷۲

 θ زاویه حاده است، پس $\tan \theta > 0$ است. با استفاده از رابطه

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1} \xrightarrow{\tan \theta > 0}$$

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1} \xrightarrow{\cos \theta = \frac{3}{5}}$$

۱

۲✓

۳

۴

مخرج مشترک می‌گیریم و سپس ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{\sin^4 \theta}{1 + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{\sin^4 \theta + \sin \theta \cos \theta (1 + \cos \theta)}{1 + \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta (\sin^3 \theta + \cos \theta + \cos^3 \theta)}{1 + \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 + \cos \theta} = \sin \theta \end{aligned}$$

توجه کنید که از رابطه $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ استفاده کردیم.
 (صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلاًت)

۱

۲

۳

۴ ✓

ابتدا عبارت $\frac{2 \cos^4 x - 1}{\cos^4 x (1 - \tan^2 x)}$ را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cos^4 x - 1}{\cos^4 x (1 - \tan^2 x)} &= \frac{\cos^4 x + \cos^4 x - 1}{\cos^4 x \left(1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)} \\ &= \frac{\cos^4 x - (1 - \cos^2 x)}{\cos^4 x \left(\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}\right)} = \frac{\cos^4 x - \sin^2 x}{\cos^4 x - \sin^2 x} = 1 \end{aligned}$$

عبارت $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + 1$ برابر است با:

$$= \frac{\sin x + \cos x + \sin x - \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{2 \sin x}{\sin x - \cos x}$$

صورت و مخرج کسر را بر $\cos x \neq 0$ تقسیم می‌کنیم.

$$= \frac{2 \tan x}{\tan x - 1}$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلاًت)

۱

۲

۳

۴ ✓

«کتاب پر تکرار»

-۷۵

می بایست مشخص کنیم اعداد داده شده در گزینه ها در کدام محدوده قرار

می گیرند:

$$2^3 = 8 < 9 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{9} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{9} < -2 \Rightarrow A = -\sqrt[3]{9}$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18 \Rightarrow 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

$$4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5$$

$$\Rightarrow -5 < -\sqrt{18} < -4 \Rightarrow C = -\sqrt{18} = -3\sqrt{2}$$

$$2^3 = 8 < 17 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{17} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{17} < -2$$

$$3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2 \Rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

$$\Rightarrow -4 < -\sqrt{15} < -3$$

توجه کنید که چون در نامعادله $15 < 16 < 15 < 9$ به عدد ۱۶

نزدیکتر است، پس در نامعادله $\sqrt{15} < 4$ ، $3 < \sqrt{15} < 4$ به عدد ۴

نزدیکتر است و در نتیجه در نامعادله $-3 < -\sqrt{15} < -4$ ، عدد

$$D = -\sqrt{15} - 4$$

است.

(صفحه های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲

۱

چون $x^0 < 0$ ، پس $\frac{1}{x^0}$ و در نتیجه:

$$\sqrt{\frac{1}{9x^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3x}\right)^2} = \left|\frac{1}{3x}\right| = \frac{-1}{3x}$$

پس:

$$\sqrt[3]{3x\sqrt{\frac{1}{9x^2}}} = \sqrt[3]{3x\left(\frac{-1}{3x}\right)} = \sqrt[3]{-1} = -1$$

(صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

«عزیز الله على اصغرى»

-۸۱

$$I: 2 < \sqrt[3]{x} < 3 \Rightarrow 2^3 < x < 3^3$$

$$\Rightarrow 8 < x < 27 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 26\}$$

$$II: 3 \leq \sqrt{x} \leq 5 \Rightarrow 3^2 \leq x \leq 5^2$$

$$\Rightarrow 9 \leq x \leq 25 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 25\}$$

باتوجه به روابط به دست آمده، اعداد صحیح ۹ تا ۲۵ در هر دو نامساوی صدق می‌کنند که تعداد آن‌ها برابر است با:

$$25 - 9 + 1 = 17$$

(صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه n ام ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

$$\text{ب) } \sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{1+8} = \sqrt[5]{72 \times 1+8}$$

$$= \sqrt[5]{(3^2 \times 2^3) \times (3^3 \times 2^2)} = \sqrt[5]{3^5 \times 2^5}$$

$$= \sqrt[5]{3^5} \times \sqrt[5]{2^5} = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{پ) } \sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \sqrt[5]{\frac{7 \times 243}{16a^5 \times 14}}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{7 \times 3^5}{2^4 \times a^5 \times 2 \times 7}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5 \times a^5}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5 \times a^5}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{a^5}} = \frac{3}{2a}$$

مورد پ نادرست است.

(صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

«راودر بوالحسنی»

-۸۶

باتوجه به این‌که $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < 1$ داریم $0 < a < 1$ پس:

$$a - \sqrt{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt{a}| = -(a - \sqrt{a})$$

$$a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = -(a - \sqrt[3]{a})$$

$$\sqrt{a} - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| = -(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a})$$

$$\Rightarrow A = (-a + \sqrt{a}) + (a - \sqrt[3]{a}) + (-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) \Rightarrow A = 0$$

(صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، توان‌های گویا ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

$$A = \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^{-10}} - \sqrt[7]{\left(\frac{4}{3}\right)^{-7}} \Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{10}{5}} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-\frac{7}{7}}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} \Rightarrow A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

$$\Rightarrow A = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

«کتاب پر تکرار»

-۸۰

ابتدا با استفاده از تجزیه‌ی اعداد ۵۴ و ۲۵۰ به عوامل سازنده

داریم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5^3 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

پس:

$$A = \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3\sqrt[3]{2}} + \sqrt[3]{5\sqrt[3]{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8\sqrt[3]{2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \times 2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^1}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2 \times \sqrt[3]{2^1}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^6} \times \sqrt[3]{2^4}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{2^4}}$$

صورت و مخرج کسر اخیر را در $\sqrt[6]{2^2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2\sqrt[3]{2^4}} \times \frac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{2\sqrt[3]{2^6}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{4}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$A = 4 \times 2^{\frac{n}{n}} \xrightarrow{n=4}$$

$$A = 4 \times 2^{\frac{4}{4}} = 4 \times 2^{\frac{4}{16}} = 4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 4\sqrt[4]{2}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های هیری)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، عبارت‌های جبری ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

«سیمین للانتریون»

خرج کسر را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر گویا می‌کنیم. برای این کار

عبارت $1^2 + 1 \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2}^2$ را در صورت و خرج کسر ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - (1)^3} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2-1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های هیری)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

با فرض $x - \frac{1}{x} = A$ داریم:

$$x - \frac{1}{x} = A \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = A^2$$

$$\begin{array}{c} x^2 + \frac{1}{x^2} = 18 \\ \hline \rightarrow 18 - 2 = A^2 \\ \Rightarrow 16 = A^2 \Rightarrow A = \pm 4 \end{array}$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{x^3} &= (x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1) \\ &= (\pm 4)(18 + 1) = \pm 76 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های همیشه مثبت)

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا طرف راست تساوی را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{ax+b}{x^3-x+1} + \frac{c}{x+1} \\
 &= \frac{(ax+b)(x+1) + c(x^3-x+1)}{(x+1)(x^3-x+1)} \\
 &= \frac{(ax^4+ax+bx+b)+(cx^3-cx+c)}{x^3+1} \\
 &= \frac{(a+c)x^4+(a+b-c)x+(b+c)}{x^3+1} \quad (1)
 \end{aligned}$$

برای آن که عبارت (1) به ازای همه مقادیر $x \neq -1$ با سمت چپ

تساوی صورت سؤال، یعنی $\frac{1}{x^3+1}$ برابر باشد، باید داشته باشیم:

$$a+c=0 \Rightarrow c=-a \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b-c=0 \xrightarrow{(*)} 2a+b=0 \\ b+c=1 \xrightarrow{(*)} b-a=1 \end{array} \right\} \text{حل دستگاه} \rightarrow$$

$$a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3} \xrightarrow{(*)} c = \frac{1}{3}$$

پس:

$$a-b+2c = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

(صفحه های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های همی)

۴

۳

۲✓

۱

فرض کنید $\mathbf{a} + \mathbf{b} = -\mathbf{c}$ ، در این صورت:

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b})^3 = (-\mathbf{c})^3 \Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + 3\mathbf{a}^2\mathbf{b} + 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -\mathbf{c}^3$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = -3\mathbf{a}^2\mathbf{b} - 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -3\mathbf{ab}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

$$= -3\mathbf{ab}(-\mathbf{c}) = 3\mathbf{abc}$$

با در نظر گرفتن $\mathbf{c} = -3 - \sqrt{2}$ و $\mathbf{b} = 3 - \sqrt{2}$ ، از آنجا
که $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 0$ است، داریم:

$$\mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = 3\mathbf{abc}$$

$$= 3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$$

$$= -6\sqrt{2}(9 - 2) = -42\sqrt{2}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir