



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

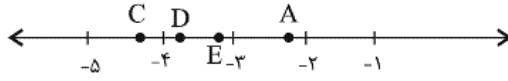
و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۱ ، ریشه و توان ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۵۵- با توجه به محور زیر، کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟



$$D = -\sqrt{15} \quad (4)$$

$$E = -\sqrt[3]{17} \quad (3)$$

$$C = -3\sqrt{2} \quad (2)$$

$$A = -\sqrt[3]{9} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر  $x > 0$ ، آنگاه حاصل  $\sqrt[3]{3x} \sqrt{\frac{1}{9x^2}}$  همواره کدام است؟

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{3x} \quad (4)$$

$$\frac{1}{x} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۱- چه تعداد اعداد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می‌کنند؟

$$I) 2 < \sqrt[3]{x} < 3$$

$$II) 3 \leq \sqrt{x} \leq 5$$

$$17 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$19 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، ریشه و توان ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۶۶- اگر  $1 < a < 0$ ، حاصل عبارت  $A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$  کدام است؟

$$4) \text{ صفر}$$

$$2\sqrt{a} \quad (3)$$

$$2\sqrt[3]{a} \quad (2)$$

$$2a \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- چه تعداد از تساوی‌های زیر صحیح است؟

$$\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \frac{7}{2a} \quad (پ)$$

$$4) \text{ صفر}$$

$$\sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{10.8} = 6 \quad (ب)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{5} \quad (\text{الف})$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \sqrt[5]{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-5}} - \sqrt[7]{\left(\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right)^7}$$

۱) ۴

$$\frac{4}{3}$$

۲) ۲

$$\frac{3}{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- کدام گزینه برابر با کسر  $A = \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}}$  است؟

$$\frac{\sqrt[6]{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt[6]{2}}{4}$$

$$\frac{\sqrt[6]{4}}{2}$$

$$\frac{\sqrt[6]{4}}{4}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- حاصل عبارت زیر به ازای  $n=4$  کدام است؟

$$4 \times \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}}_{n \text{ تا}}$$

۲) ۲

$$\sqrt[4]{8}$$

$$\sqrt[4]{2}$$

$$\sqrt[4]{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- کسر  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$  با کدام گزینه زیر برابر است؟

$$\sqrt[3]{2}+1$$

$$\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$$

$$\sqrt[3]{2}-1$$

$$\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- اگر  $x^3 - \frac{1}{x^3} = 18$  باشد، مقدار  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کدام است؟

$$\pm 72$$

$$\pm 46$$

$$\pm 76$$

$$\pm 52$$

شما پاسخ نداده اید

-۵۸ - اگر تساوی  $\frac{1}{x^3+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$  کدام است؟ با شرط  $x \neq -1$  یک اتحاد باشد،  $a-b+c=0$  کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$-\frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۵۹ - حاصل عبارت  $(2\sqrt{2})^3 + (3-\sqrt{2})^3 + (-3-\sqrt{2})^3$  کدام است؟

$-42\sqrt{2}$  (۴)

$36\sqrt{2}$  (۳)

$-36\sqrt{2}$  (۲)

$-6\sqrt{2}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۰۰۳

-۶۰ - اگر معادله درجه دوم  $(2m+1)x^2 + (m+2)x + 1 = 0$  ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، این ریشه کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$-\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$-\frac{1}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۶۱ - اگر مجموع مربعات دو عدد طبیعی متولی ۲۵ باشد، قدرمطلق تفاضل مربعات آنها کدام است؟

۸ (۴)

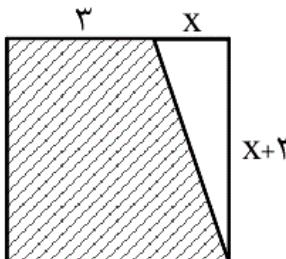
۶ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۶۲ - در مربع زیر، اگر مساحت قسمت هاشورخورده  $20$  باشد،  $x$  کدام است؟



۲ (۱)

۵ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

-۶۳ - به ازای چه مقادیر طبیعی از  $k$ ، ریشه‌های معادله درجه دوم  $kx^2 + (2k-1)x + k-2 = 0$ ، اعدادی گویا هستند؟

$\{2, 6, 12, 20, \dots\}$  (۴)     $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$  (۳)     $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$  (۲)     $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اندازه‌ی اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۲ می‌دهند. مساحت مثلث کدام

است؟

۱۲ (۴)

۳۶ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۸- در کدام گزینه، معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی مضاعف دارد؟

$$2x^2 + x - 2 = 0 \quad (2)$$

$$3x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$-5x^2 + 1 \cdot x - 5 = 0 \quad (4)$$

$$5x^2 - 8x + 3 = 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- مجموع جواب‌های معادله‌ی  $(x+2)^2 = (3x-1)^2$  کدام است؟

$\frac{7}{4}$  (۴)

$\frac{5}{4}$  (۳)

$\frac{3}{5}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- یکی از جواب‌های معادله‌ی  $(m-1)x^2 - 7x + 2m = 0$  برابر  $x = 2$  است. جواب دیگر معادله کدام است؟

۱ (۴)

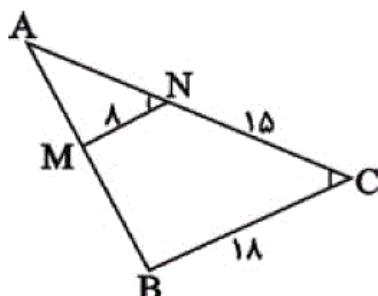
$\frac{7}{2}$  (۳)

۳ (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، قضیه تالس ، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۵۱۰۰۳



۲۱۱- در شکل مقابل، اگر  $\hat{A}NM = \hat{A}CB$  باشد، مقدار  $AN$  کدام است؟

۲۷ (۲)

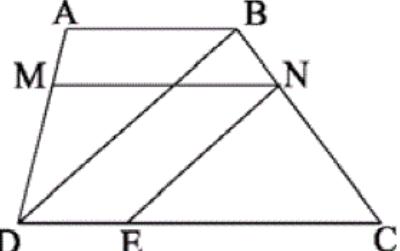
۱۲ (۱)

۲۴ (۴)

۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۲۱۹- در ذوزنقه‌ی زیر،  $CD = 15$  باشد، آن‌گاه تفاضل  $\frac{AM}{MD} = \frac{3}{7}$  و  $NE \parallel BD$  و  $MN \parallel AB \parallel CD$ . اگر  $NE$  کدام است؟



طول‌های دو پاره خط  $CE$  و  $DE$  کدام است؟

۶ (۱)

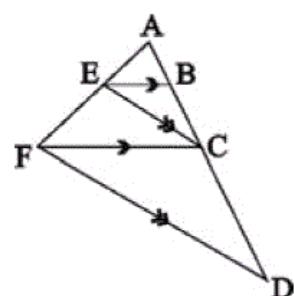
۵ (۴)

۶/۵ (۲)

۵/۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۰- در شکل زیر،  $CE \parallel DF$  و  $BE \parallel CF$  است. اگر  $AB = 4$ ،  $CD = 15$  و  $DF = 24$  باشد، آن‌گاه طول



پاره خط  $CE$  کدام است؟

۷/۲ (۱)

۹/۶ (۲)

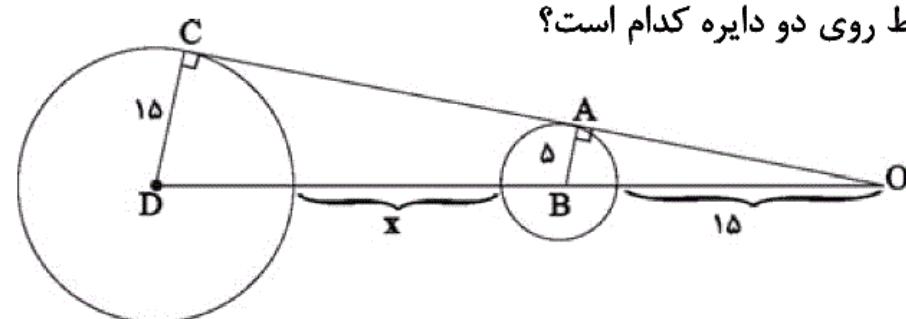
۱۲ (۳)

۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه مثلث‌ها ، قضیه تالس ، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۵/۱۰۰۳

۲۲۱- در شکل زیر، کمترین فاصله‌ی بین نقاط روی دو دایره کدام است؟



۱۵ (۱)

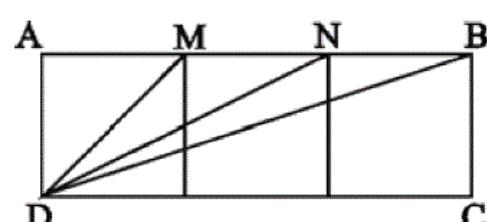
۲۰ (۲)

۲۵ (۳)

۴۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۲- در شکل زیر، سه مربع به ضلع واحد در کنار هم قرار گرفته‌اند. اندازه‌ی  $M\hat{N}D + N\hat{B}D$  کدام است؟



$30^\circ$  (۱)

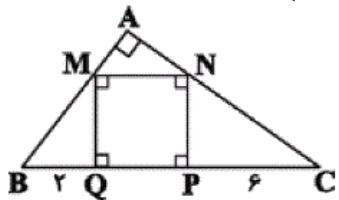
$45^\circ$  (۲)

$60^\circ$  (۳)

$50^\circ$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۲۱۶- در شکل زیر مربعی درون یک مثلث قائم‌الزاویه محاط شده است. مساحت مربع کدام است؟



(۱) ۱۲

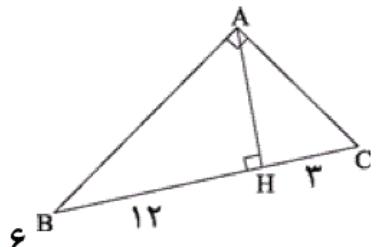
(۲)  $4\sqrt{3}$

(۳)  $6\sqrt{3}$

(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۲۱۷- در شکل مقابل فاصله‌ی نقطه‌ی H از ضلع AC چند برابر  $\sqrt{5}$  است؟



(۱) ۶

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{6}{5}$

(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۲۱۸- در مستطیل ABCD، نسبت طول به عرض، برابر  $\frac{4}{5}$  و فاصله‌ی رأس A از قطر BD، برابر  $\frac{6}{5}$  است.

مساحت این مستطیل کدام است؟

(۱) ۱۲

(۲) ۶

(۳)  $\frac{9}{4}$

(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۲۲۰- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، اندازه‌ی اضلاع زاویه‌ی قائمه AC = 6 و AB = 8 است، ارتفاع AH و عمودمنصف ضلع AB را رسم می‌کنیم. اگر این عمودمنصف، ضلع BC را در D قطع کند، طول پاره‌خط DH کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$

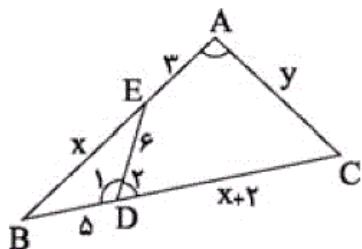
(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{5}$

(۴)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۲۱۲- در شکل زیر اگر  $\hat{A} + \hat{D}_Y = 180^\circ$  باشد، مقدار  $y - 2x$  کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱- سوالات موازی ، دایره مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۷۱- اگر  $45^\circ < \theta < 60^\circ$  و  $m = 1 - \sqrt{2} \cos \theta$  باشد، حدود m کدام است؟

(۱)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < m < 1$

(۲)  $0 < m < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳)  $\frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴)  $0 < m < \frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

-۸۷ - چه تعداد از عبارات زیر نادرست‌اند؟

الف) زاویه‌ی  $-270^\circ$  در ربع سوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد.

ب)  $\cot^\circ$  تعریف نشده است.

پ)  $\tan 195^\circ$  دارای علامت منفی است.

ت) اگر  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ , آن‌گاه  $\tan \theta = \frac{3}{4}$  است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۸۸ - کدام نامساوی زیر نادرست است؟

$\cos 100^\circ < \cos 40^\circ < \cos 20^\circ$  (۲)

$\sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 100^\circ$  (۱)

$\cos 100^\circ < \cos 70^\circ < \cos 40^\circ$  (۴)

$\sin 40^\circ < \sin 90^\circ < \sin 100^\circ$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۹ - اگر خط  $3m - 2)y + mx = 3$  با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی  $45^\circ$  بسازد، m کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، روابط بین نسبت‌های مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

-۹۰ - خلاصه شده‌ی عبارت  $A = 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha)$  کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

$\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$  (۲)

$\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۷۲ - اگر  $\theta$  زاویه‌ای حاده و  $\cos \theta = \frac{3}{5}$  باشد، حاصل  $\tan \theta + \frac{1}{\cos \theta}$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{5}{3}$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۷۳ - حاصل عبارت  $\frac{\sin^3 \theta}{1 + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta$  کدام است؟ (۱)

$\frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta}$  (۴)

$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$  (۳)

$\cos \theta$  (۲)

$\sin \theta$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۴- حاصل عبارت  $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos^2 x(1 - \tan^2 x)}$  کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$\frac{2\cot x}{1 - \cot x}$  (۴)

$\frac{2\cos x}{\sin x + \cos x}$  (۳)

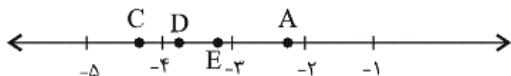
$\frac{2\tan x}{\tan x - 1}$  (۲)

$\frac{2\sin x}{\sin x + \cos x}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه و توان ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۷۵- با توجه به محور زیر، کدام گزینه نمی‌تواند صحیح باشد؟



$D = -\sqrt{15}$  (۴)

$E = -\sqrt[3]{17}$  (۳)

$C = -3\sqrt{2}$  (۲)

$A = -\sqrt[3]{9}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر  $x < 0$ ، آنگاه حاصل  $\sqrt[3]{3x} \sqrt{\frac{1}{9x^2}}$  همواره کدام است؟

-۱ (۲)

۱ (۱)

$-\frac{1}{3x}$  (۴)

$\frac{1}{x}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- چه تعداد اعداد صحیح در هر دو نامساوی زیر صدق می‌کنند؟

I)  $2 < \sqrt[3]{x} < 3$

II)  $3 \leq \sqrt{x} \leq 5$

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه و توان ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۷۸- چه تعداد از تساوی‌های زیر صحیح است؟

$\sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \frac{7}{2a}$  ب) (۴)

$\sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{1.8} = 6$  ب) (۳)

الف)  $\sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{5}$  (۱)

۰) صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر  $1 < a < 0$  ، حاصل عبارت  $A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$  کدام است؟

۴) صفر

۳)  $2\sqrt{a}$

۲)  $2\sqrt[3]{a}$

۱)  $2a$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، توان های گویا ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۸۷- کدام گزینه برابر با کسر  $A = \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}}$  است؟

۴)  $\frac{\sqrt[6]{2}}{2}$

۳)  $\frac{\sqrt[6]{2}}{4}$

۲)  $\frac{\sqrt[6]{4}}{2}$

۱)  $\frac{\sqrt[6]{4}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- حاصل عبارت زیر به ازای  $n=4$  کدام است؟

$$4 \times \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2^n}}}}_n$$

۲) ۲

۱)  $\sqrt[4]{8}$

۴)  $\sqrt[4]{2}$

۳)  $4\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = 5\sqrt[5]{\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-5}} - 7\sqrt[7]{\left(\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right)^7}$$

۱) ۴

۳)  $\frac{4}{3}$

۲) ۲

۱)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، عبارت های جبری ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۹۰- کسر  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$  با کدام گزینه زیر برابر است؟

۲)  $\sqrt[3]{2}+1$

۱)  $\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$

۴)  $\sqrt[3]{2}-1$

۳)  $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$

شما پاسخ نداده اید

$$-84 - \text{اگر } x^3 - \frac{1}{x^3} \text{ باشد، مقدار } x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ کدام است؟}$$

±72 (۴)

±46 (۳)

±76 (۲)

±52 (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-78 - \text{اگر تساوی } \frac{1}{x^3+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1} \text{ با شرط } x \neq -1 \text{ یک اتحاد باشد، } a-b+2c-a \text{ کدام است؟}$$

$\frac{2}{3}$  (۴)

$-\frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-79 - \text{حاصل عبارت } (2\sqrt{2})^3 + (3-\sqrt{2})^3 + (-3-\sqrt{2})^3 \text{ کدام است؟}$$

$-42\sqrt{2}$  (۴)

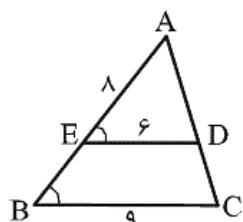
$36\sqrt{2}$  (۳)

$-36\sqrt{2}$  (۲)

$-6\sqrt{2}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ - گواه ، قضیه تالس ، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۵۱۰۰۳



۲۲۲- در شکل مقابل  $\hat{E} = \hat{B}$ ،  $AE = 8$ ،  $BC = 9$ ؛ طول  $BE$  کدام است؟

۴/۲ (۲)

۴ (۱)

۴/۶ (۴)

۴/۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۳- در ذوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

۱۲/۸ (۴)

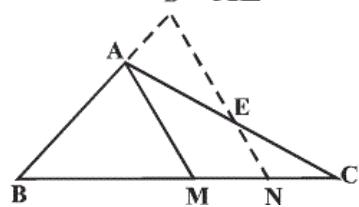
۱۲/۲ (۳)

۱۱/۶ (۲)

۱۱/۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۴- در مثلث ABC که در آن  $AB = \frac{2}{3}AC$ ، پاره خط ND موازی میانه AM است. نسبت  $\frac{AD}{AE}$  کدام است؟



$\frac{5}{9}$  (۲)

$\frac{4}{9}$  (۱)

$\frac{4}{5}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۵- در ذوزنقه ABCD، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر  $AD = 7$  و  $AE = 3$ ، فاصله‌ی MD کدام است؟

۱۲/۲۵ (۲)

۱۲ (۱)

۱۲/۷۵ (۴)

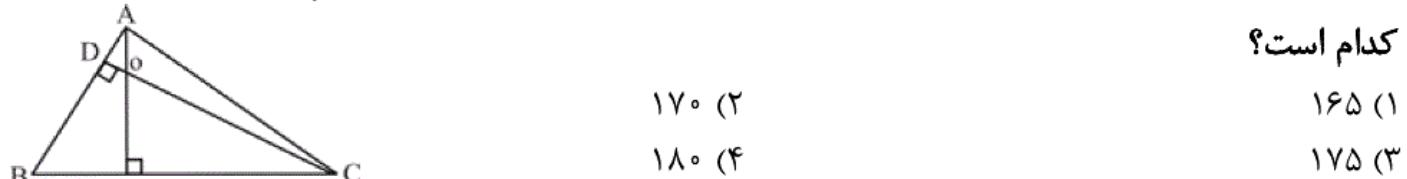
۱۲/۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۲۲۶-اگر در شکل  $\frac{BC}{BF}$  کدام است؟
- 
- $\frac{3}{2}$  (۲)       $\frac{2}{3}$  (۱)  
 $\frac{1}{4}$  (۴)       $\frac{3}{4}$  (۳)

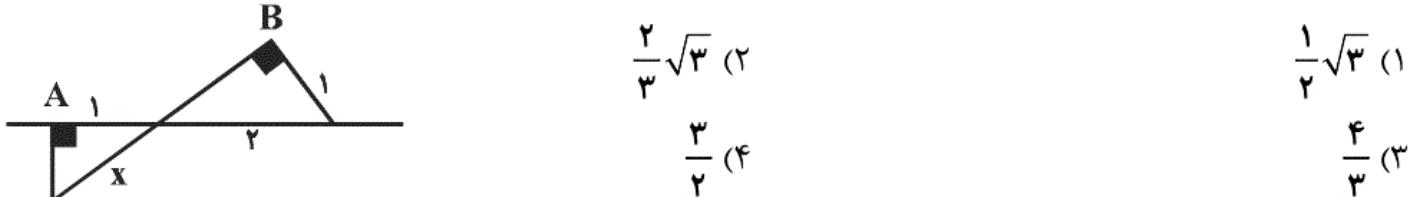
شما پاسخ نداده اید

- ۲۲۷-در شکل زیر  $AH$  و  $CD$  دو ارتفاع مثلث  $ABC$  هستند. اگر طول  $HC = \frac{1}{3}OH = AD = 5OD$  باشد، کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

- ۲۲۸-در شکل زیر دو زاویه  $A$  و  $B$  قائم‌اند، مقدار  $x$  چقدر است؟



شما پاسخ نداده اید

- ۲۲۹-در یک مثلث قائم‌الزاویه طول ارتفاع وارد بر وتر  $24$  و نسبت دو پاره‌خطی که ارتفاع روی وتر پدید می‌آورد

$$\text{است، طول وتر کدام است؟} \quad \frac{9}{16}$$

۵۵ (۴)      ۵۰ (۳)      ۴۵ (۲)      ۴۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۲۳۰-در مثلث  $ABC$  داریم  $AC = \frac{\sqrt{5}}{2}AB$  و  $\hat{A} = 90^\circ$ ، ارتفاع  $AH$  و میانه  $AM$  رسم شده‌اند. مساحت مثلث

$ABC$  چند برابر مساحت مثلث  $AMH$  است؟

۱۸ (۴)      ۱۵ (۳)      ۱۲ (۲)      ۱۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۲۲۱-مثلثی به اضلاع  $3$ ،  $a$  و  $b$  با مثلثی به طول اضلاع  $4$ ،  $3$  و  $5$  متشابه است. دو مثلث قابل انطباق نیستند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

A      ۱۳/۵ (۴)      ۱۰ (۳)      ۹ (۲)      ۷/۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی ۱ ، ریشه و توان ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

-۵۵

### «کتاب پر تکرار»

می بایست مشخص کنیم اعداد داده شده در گزینه ها در کدام محدوده قرار می گیرند:

$$\text{«۱»: } 2^3 = 8 < 9 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{9} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{9} < -2 \Rightarrow A = -\sqrt[3]{9}$$

$$\text{«۲»: } (\sqrt[3]{2})^2 = 9 \times 2 = 18 \Rightarrow \sqrt[3]{2} = \sqrt{18}$$

$$4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5$$

$$\Rightarrow -5 < -\sqrt{18} < -4 \Rightarrow C = -\sqrt{18} = -\sqrt[3]{18}$$

$$\text{«۳»: } 2^3 = 8 < 17 < 3^3 = 27 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{17} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{17} < -2$$

$$\text{«۴»: } 3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2 \Rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

$$\Rightarrow -4 < -\sqrt{15} < -3$$

توجه کنید که چون در نامعادله  $9 < 15 < 16$  به عدد ۱۶ نزدیک تر

است، پس در نامعادله  $\sqrt{15} < 4 < \sqrt{15}$  به عدد ۴ نزدیک تر است

و در نتیجه در نامعادله  $-3 < -\sqrt{15} < -4$ ، عدد  $-\sqrt{15}$  به عدد ۴

نزدیک تر است پس می توان گفت  $D = -\sqrt{15}$  است.

(صفحه های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های هیبری)

۴

۳ ✓

۲

۱

## «کتاب پر تکرار»

چون  $x^0 < 0$  ، پس  $\frac{1}{x^0} < 0$  و در نتیجه:

$$\sqrt{\frac{1}{9x^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3x}\right)^2} = \left|\frac{1}{3x}\right| = \frac{-1}{3x}$$

$$\sqrt[3]{3x\sqrt{\frac{1}{9x^2}}} = \sqrt[3]{3x\left(\frac{-1}{3x}\right)} = \sqrt[3]{-1} = -1$$

پس:

(صفحه های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

## «عزیز الله علی اصغری»

$$I: 2 < \sqrt[3]{x} < 3 \Rightarrow 2^3 < x < 3^3$$

$$\Rightarrow 8 < x < 27 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 26\}$$

$$II: 3 \leq \sqrt{x} \leq 5 \Rightarrow 3^2 \leq x \leq 5^2$$

$$\Rightarrow 9 \leq x \leq 25 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 25\}$$

باتوجه به روابط به دست آمده، اعداد صحیح ۹ تا ۲۵ در هر دو نامساوی صدق می کنند که تعداد آنها برابر است با:

$$25 - 9 + 1 = 17$$

(صفحه های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ۱ ، ریشه  $n$  ام ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

## «دواود بوالحسنی»

باتوجه به این که  $1 < a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < 1$  داریم  $a^0$  پس:

$$a - \sqrt{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt{a}| = -(a - \sqrt{a})$$

$$a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = -(a - \sqrt[3]{a})$$

$$\sqrt{a} - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| = -(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a})$$

$$\Rightarrow A = (-a + \sqrt{a}) + (a - \sqrt[3]{a}) + (-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) \Rightarrow A = 0$$

(صفحه های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴✓

۳

۲

۱

حاصل هریک از عبارت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\sqrt[6]{4} \times \sqrt[6]{80} = \sqrt[6]{4 \times 80} = \sqrt[6]{320} = \sqrt[6]{64 \times 5}$$

$$= \sqrt[6]{2^6 \times 5} = \sqrt[6]{2^6} \times \sqrt[6]{5} = 2\sqrt[6]{5}$$

$$(ب) \quad \sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{108} = \sqrt[5]{72 \times 108}$$

$$= \sqrt[5]{(3^2 \times 2^3) \times (3^3 \times 2^2)} = \sqrt[5]{3^5 \times 2^5}$$

$$= \sqrt[5]{3^5} \times \sqrt[5]{2^5} = 3 \times 2 = 6$$

$$(ب) \quad \sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \sqrt[5]{\frac{7 \times 243}{16a^5 \times 14}}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{7 \times 3^5}{2^4 \times a^5 \times 2 \times 7}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5 \times a^5}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5 \times a^5}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{a^5}} = \frac{3}{2a}$$

مورد پ نادرست است.

(صفحه‌های ۵۸ تا ۵۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ۱، توان‌های گویا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۰۰۵۱۵۹

«دواود بوالحسنی»

-۶۲

$$A = \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^{-10}} - \sqrt[7]{\left(\frac{4}{3}\right)^{-7}} \Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{10}{5}} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-\frac{7}{7}}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} \Rightarrow A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

$$\Rightarrow A = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا با استفاده از تجزیه‌ی اعداد ۵۴ و ۲۵۰ به عوامل اول داریم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5^3 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

پس:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3\sqrt[3]{2}} + 5\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8\sqrt[3]{2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \times 2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^1 \cdot}} \\ &\frac{1}{2\sqrt[3]{2^1 \cdot}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^6 \times 2^4}} = \frac{1}{2\sqrt[6]{2^4}} \end{aligned}$$

صورت و مخرج کسر اخیر را در  $\frac{\sqrt[6]{2^2}}{2\sqrt[6]{2^4}}$  ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2\sqrt[6]{2^4}} \times \frac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{2\sqrt[6]{2^6}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{4}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۶۵-

$$A = 4 \times 2^{\frac{n}{2^n}} \xrightarrow{n=4}$$

$$A = 4 \times 2^{\frac{4}{2^4}} = 4 \times 2^{\frac{4}{16}} = 4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 4\sqrt[4]{2}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱

## «سیمین کلانتریون»

خرج کسر را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر گویا می‌کنیم. برای این کار

عبارت  $1^2 + 1 \times \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2}$  را در صورت و مخرج کسر ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1} = \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{(\sqrt[3]{2})^3-(1)^3} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}{2-1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1\end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۱۳ تا ۶۱۸ کتاب درسی) (توانهای گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳✓

۲

۱

## «داود بوالحسنی»

با فرض  $x - \frac{1}{x} = A$  داریم:

$$x - \frac{1}{x} = A \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = A^2$$

$$\frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{x^2} = 18 \rightarrow 18 - 2 = A^2$$

$$\Rightarrow 16 = A^2 \Rightarrow A = \pm 4$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = (x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1)$$

$$= (\pm 4)(18 + 1) = \pm 76$$

(صفحه‌های ۶۱۳ تا ۶۱۸ کتاب درسی) (توانهای گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا طرف راست تساوی را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{ax + b}{x^3 - x + 1} + \frac{c}{x + 1} \\
 &= \frac{(ax + b)(x + 1) + c(x^3 - x + 1)}{(x + 1)(x^3 - x + 1)} \\
 &= \frac{(ax^4 + ax^2 + bx^2 + b) + (cx^3 - cx + c)}{x^3 + 1} \\
 &= \frac{(a + c)x^4 + (a + b - c)x^2 + (b + c)}{x^3 + 1} \quad (1)
 \end{aligned}$$

برای آن که عبارت (1) به ازای همهٔ مقادیر  $x \neq -1$  با سمت چپ

تساوی صورت سؤال، یعنی  $\frac{1}{x^3 + 1}$  برابر باشد، باید داشته باشیم:

$$a + c = 0 \Rightarrow c = -a \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b - c = 0 \xrightarrow{(*)} 2a + b = 0 \\ b + c = 1 \xrightarrow{(*)} b - a = 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}}$$

$$a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3} \xrightarrow{(*)} c = \frac{1}{3}$$

پس:

$$a - b + 2c = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

## «کتاب پر تکرار»

فرض کنید  $\mathbf{a} + \mathbf{b} = -\mathbf{c}$ ، در این صورت:

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b})^3 = (-\mathbf{c})^3 \Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + 3\mathbf{a}^2\mathbf{b} + 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -\mathbf{c}^3$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = -3\mathbf{a}^2\mathbf{b} - 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -3\mathbf{ab}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

$$= -3\mathbf{ab}(-\mathbf{c}) = 3\mathbf{abc}$$

با در نظر گرفتن  $\mathbf{c} = -3 - \sqrt{2}$  و  $\mathbf{b} = 3 - \sqrt{2}$ ، از آنجا

که  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 0$  است، داریم:

$$\mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = 3\mathbf{abc}$$

$$= 3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$$

$$= -6\sqrt{2}(9 - 2) = -42\sqrt{2}$$

(صفحه های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های بیرونی)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۰۰۳

## «کتاب پر تکرار»

-۵۱

برای اینکه معادله درجهی دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  ریشه های مضاعف داشته باشد، باید  $\Delta = 0$  باشد، بنابراین:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow (m+2)^2 - 4(2m+1)(1) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 8m - 4 = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0$$

$$\Rightarrow m(m - 4) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 4$$

با قرار دادن مقادیر  $m$  در معادله، ریشه های مضاعف را می یابیم:

$$m = 0 : x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$m = 4 : 9x^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow (3x+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

(صفحه های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱

## «کتاب پر تکرار»

دو عدد طبیعی متوالی را به صورت  $x + 1$  و  $x$  در نظر می‌گیریم.

مجموع مربعات دو عدد طبیعی متوالی برابر ۲۵ است، بنابراین:

$$\underbrace{x^2 + (x+1)^2}_{\text{مجموع مربعات}} = 25 \Rightarrow x^2 + (x^2 + 2x + 1) = 25$$

مجموع مربعات

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 25 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -4 \text{ یا } x = 3$$

چون اعداد مورد نظر طبیعی‌اند، بنابراین این دو عدد برابر ۳ و ۴ هستند

که قدر مطلق تفاضل مربعات آن‌ها برابر است با:

$$\left| 4^2 - 3^2 \right| = 16 - 9 = 7$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

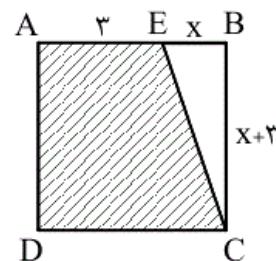
۲ ✓

۱

## «کتاب پر تکرار»

مطابق شکل زیر، مساحت قسمت هاشورخورده برابر مساحت مربع

منهای مساحت مثلث  $EBC$  است. یعنی:



$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{ABCD} - S_{EBC} = (x+3)^2 - \frac{1}{2}x(x+3)$$

$$20 = (x^2 + 6x + 9) - \frac{1}{2}(x^2 + 3x)$$

$$\xrightarrow{\times 2} 40 = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 - 3x$$

۴

۳

۲

۱ ✓

## «کتاب پر تکرار»

باتوجه به آن که ضرایب ثابت معادله اعداد گویا هستند، برای اینکه ریشه‌های معادله، اعدادی گویا شوند باید  $\Delta$ ، عددی مربع کامل باشد، بنابراین:

$$\begin{aligned}\Delta &= (2k-1)^2 - 4k(k-2) \\ &= 4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 8k = 4k + 1\end{aligned}$$

برای اینکه عدد  $4k+1$  مربع کامل شود باید  $k$  که عددی طبیعی است، یکی از مقادیر  $\{ \dots, 20, 12, 6, 1 \}$  را اختیار کند.

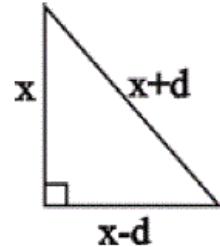
(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

## «همیدر، فنا طالبیان»

در حالت کلی، اگر ضلع متوسط مثلث را برابر با  $x$  و قدرنسبت دنباله‌ی حسابی را  $d$  فرض کنیم، طول اضلاع مثلث قائم‌الزاویه به صورت  $x-d$ ،  $x$  و  $x+d$  می‌شود. با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس به معادله‌ی درجه‌ی دوم زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned}(x+d)^2 &= x^2 + (x-d)^2 \\ \Rightarrow x^2 + 2xd + d^2 &= x^2 + x^2 - 2xd + d^2 \\ \Rightarrow 4xd &= x^2 \Rightarrow x^2 - 4xd = 0 \\ \Rightarrow x(x-4d) &= 0 \xrightarrow{x \neq 0} x = 4d\end{aligned}$$



در نتیجه طول اضلاع مثلث برابر با  $5d$ ،  $4d$ ،  $3d$  می‌شود. مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(3d)(4d) = 6d^2 \xrightarrow{d=2} S = 6 \times (2)^2 = 24$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------

## «عزیز الله علی اصغری»

برای آن که معادله‌ی درجه‌ی دو، ریشه‌ی مضاعف داشته باشد، باید  $\Delta = 0$  باشد. به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

- ۱)  $\Delta = 4 - 12 = -8 \neq 0$
- ۲)  $\Delta = 1 + 16 = 17 \neq 0$
- ۳)  $\Delta = 64 - 60 = 4 \neq 0$
- ۴)  $\Delta = 100 - 100 = 0$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

$$(x+2)^2 = (3x-1)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+2) = (3x-1) \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ (x+2) = -(3x-1) \Rightarrow 4x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{4} = \frac{6-1}{4} = \frac{5}{4}$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

### «سیمین کلانتریون»

-۷۰-

$x = 2$  یکی از ریشه‌های معادله است، پس در معادله صدق می‌کند. پس:

$$(m-1)^2 - 7(2) + 2m = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 14 + 2m = 0$$

$$\Rightarrow 4m - 4 - 14 + 2m = 0 \Rightarrow 6m = 18 \Rightarrow m = 3$$

$$\xrightarrow[\text{می‌دهیم}]{\text{را در معادله قرار}} 2x^2 - 7x + 6 = 0$$

معادله را حل می‌کنیم:

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(6) = 49 - 48 = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 \pm 1}{4} = \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱ ✓

طبق عکس قضیه‌ی خطوط موازی و مورب داریم:

$$\hat{A}NM = \hat{A}CB \Rightarrow MN \parallel BC$$

با توجه به تعمیم قضیه‌ی تالس داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{\lambda}{18} = \frac{AN}{AC}$$

$$\xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{تفضیل در}} \frac{\lambda}{18 - \lambda} = \frac{AN}{AC - AN}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda}{10} = \frac{AN}{NC} = \frac{AN}{15} \Rightarrow AN = 12$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

«محمد طاهر شعاعی»

-۲۱۹

$$MN \parallel AB \parallel CD \xrightarrow[\text{در ذوزنقه}]{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{BN}{NC} = \frac{AM}{MD} = \frac{3}{7}$$

$$\Delta BDC : NE \parallel BD \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{DE}{CE}$$

از دو تناسب فوق نتیجه می‌شود:

$$\frac{DE}{CE} = \frac{3}{7} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{DE}{CD} = \frac{3}{10}$$

$$\xrightarrow{CD=15} DE = \frac{45}{10} = 4/5, CE = 15 - 4/5 = 10/5$$

$$CE - DE = 10/5 - 4/5 = 6$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left. \begin{array}{l} BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \\ CE \parallel DF \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{AE}{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{x+4}{15} \Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \quad \text{با فرض } BC = x, \text{ داریم:}$$

$$\Rightarrow (x+10)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -10 \\ x = 6 \end{cases} \quad \text{غیره}$$

بنابر تعمیم قضیه‌ی تالس در مثلث ADF داریم:

$$CE \parallel DF \Rightarrow \frac{CE}{DF} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \frac{CE}{24} = \frac{10}{25}$$

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه مثلث‌ها ، قضیه تالس ، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۵/۱۰/۳

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ O = O \end{cases} \xrightarrow{\text{(جز)}} \Delta OAB \sim \Delta OCD \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{15} = \frac{15+x}{15+10+x+15}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{20}{40+x} \Rightarrow x = 20$$

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

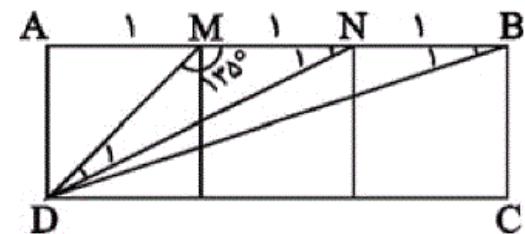
۱

با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$DM = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$DN = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$DB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$



اצלاع دو مثلث  $DMN$  و  $DMB$  را به ترتیب می‌نویسیم:

$$\Delta DMN : 1, \sqrt{2}, \sqrt{5}$$

$$\Delta DMB : \sqrt{2}, 2, \sqrt{10}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید اצלاع  $\Delta DMB$ ،  $\sqrt{2}$  برابر اצלاع

$$\Delta DMB \sim \Delta DMN$$

است. پس:  $\Delta DMN$

از تشابه دو مثلث نتیجه می‌شود که  $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$ ، پس:

$$\hat{N}_1 + \hat{B}_1 = \hat{N}_1 + \hat{D}_1$$

$$= 180^\circ - (\hat{D}\hat{M}\hat{N}) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

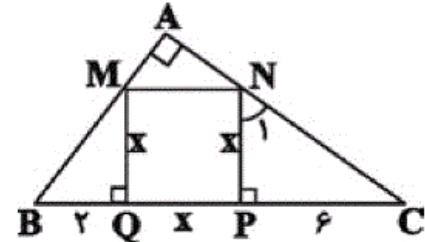
۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{cases} \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{N}_1 + \hat{C} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B} = \hat{N}_1$$



دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $MBQ$  و  $PNC$  دارای یک زاویه‌ی حاده‌ی برابرند، پس متشابه‌اند.

$$\frac{PC}{MQ} = \frac{NP}{BQ} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow x^2 = 12$$

$$x^2 = 12$$

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

## «محمد بهیرایی»

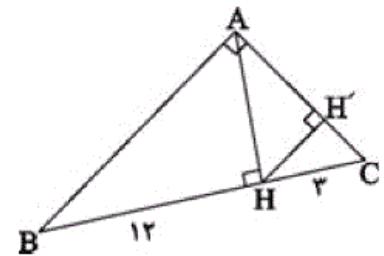
منظور سؤال مقدار  $HH'$  است. با استفاده از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  داریم:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB = \sqrt{12 \times 15} = 6\sqrt{5}$$

$$HH' \parallel AB \Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{HH'}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{15} = \frac{HH'}{6\sqrt{5}} \Rightarrow HH' = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

(صفحه‌های ۳۴، ۳۷، ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)



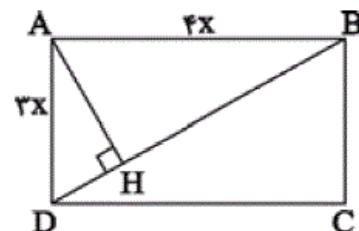
۴

۳ ✓

۲

۱

## «امیرحسین ابوهمبوب»



مطابق شکل اگر  $AB = 4x$  و  $AD = 3x$  فرض شوند، بنابر قضیه فیثاغورس در مثلث  $ABD$  داریم:  $BD = 5x$

$$AH \times BD = AB \times AD \Rightarrow \frac{6}{5} \times 5x = 4x \times 3x$$

$$\Rightarrow 6x = 12x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

بنابراین طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر  $2$  و  $\frac{3}{2}$  است  $AD = \frac{3}{2}$

$$S = 2 \times \frac{\frac{3}{2}}{2} = 3$$

و در نتیجه مساحت مستطیل برابر است با:

(صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$MD \parallel AC, AM = BM \Rightarrow BD = CD = \frac{BC}{2} = 5$$

$$DH = BH - BD = 6 / 4 - 5 = 1 / 4$$

(صفحه‌های ۳۴، ۳۷، ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{D}_2 = 180^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{D}_1$$

دو مثلث  $ABC$  و  $DBE$  را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{D}_1 \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ز)}} \Delta ABC \sim \Delta DBE$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow \frac{3+x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{x+7}{x}$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{طرفین وسطین کسر} \\ \text{اول و سوم}}} x^2 + 3x = 5x + 35$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -5 & \text{غایق} \\ x = 7 & \text{غایق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{6} = \frac{12}{5} \Rightarrow y = 12$$

$$\Rightarrow 2x - y = 14 - 12 = 2$$

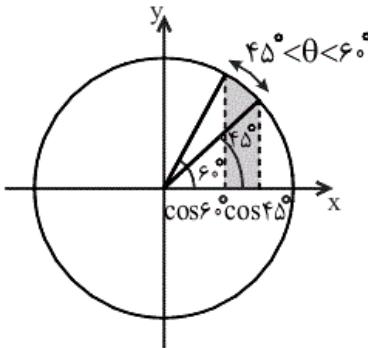
(صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓



با استفاده از دایره‌ی مثلثاتی و با توجه به حدود  $\theta$ ، حدود  $\cos \theta$  را تعیین می‌کنیم. برای این کار روی دایره‌ی مثلثاتی در محدوده‌ی مشخص شده برای  $\theta$  حرکت می‌کنیم، تصویر نقاط روی محور  $x$  ها برابر با  $\cos \theta$  است.

$$\cos 60^\circ < \cos \theta < \cos 45^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos \theta < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{در نتیجه:}$$

$$\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} > -\frac{\sqrt{2}}{2} > -\sqrt{2} \cos \theta > -1$$

$$1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} > 1 - \sqrt{2} \cos \theta > 0$$

$$\Rightarrow 0 < m < 1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

۱

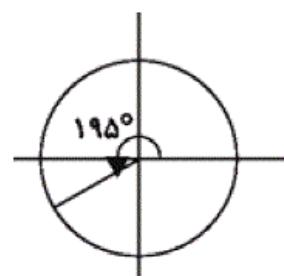
مورد (الف) نادرست است: زاویه‌ی  $-270^\circ$  معادل زاویه‌ی  $90^\circ$  است.

طبق متن کتاب زوایای  $5^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  و  $360^\circ$  زوایای

مرزی‌اند و در هیچ ربعی قرار نمی‌گیرند.

مورد (ب) درست است:  $\cot\theta$  تعریف نشده است.

مورد (پ) باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی نادرست است.



در ربع سوم مثلثاتی چون هم  $\cos\alpha$  و هم  $\sin\alpha$  دارای علامت منفی

هستند، پس علامت  $\tan\alpha$  مثبت است.

مورد (ت) نادرست است. طبق اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$\begin{aligned} \cos^2\theta &= 1 - \sin^2\theta \Rightarrow \cos\theta = \pm\sqrt{1 - \sin^2\theta} \\ \xrightarrow{90^\circ < \theta < 180^\circ} \cos\theta &= -\sqrt{1 - \sin^2\theta} \xrightarrow{\sin\theta = \frac{3}{5}} \\ \cos\theta &= -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5} \\ \tan\theta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4} \neq \frac{3}{4} \end{aligned}$$

پس جمیعاً ۳ مورد نادرست داریم و گزینه‌ی «۳» صحیح است.

(صفحه‌های ۲۹ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

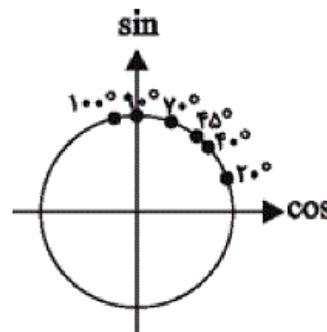
۴

۳✓

۲

۱

باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی داریم:



توجه کنید که در دایره‌ی مثلثاتی، تصویر نقاط روی محور قائم برابر با  $\sin$  آن زاویه و تصویر نقاط روی محور افقی برابر با  $\cos$  آن زاویه است. پس تمام گزینه‌ها به جز گزینه‌ی «۳» صحیح هستند. باتوجه به دایره‌ی مثلثاتی داریم:

$$\sin 100^\circ = \sin 80^\circ > \sin 70^\circ$$

$$\sin 100^\circ < \sin 90^\circ = 1$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب (رسی) (مثلثات))

۴

۳✓

۲

۱

«ممدر بهیراچی»

شیب خط با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور  $x$  ها می‌سازد برابر است. بنابراین:

$$(3m - 2)y = -mx + 3 \Rightarrow y = \frac{-m}{3m - 2}x + \frac{3}{3m - 2}$$

$$\Rightarrow \frac{-m}{3m - 2} = \tan 45^\circ \Rightarrow \frac{-m}{3m - 2} = 1 \Rightarrow -m = 3m - 2$$

$$\Rightarrow 4m = 2 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳ کتاب (رسی) (مثلثات))

۴

۳

۲

۱✓

$$\begin{aligned}
 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) &= (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 \\
 -2\sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) & \\
 = (1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) & \\
 = ((\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 = (1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 \Rightarrow A = 2(1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) - 2(1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) & \\
 = 2 - 6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - 2 + 6\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = -1 &
 \end{aligned}$$

(صفحه ۵۲ تا ۵۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۱✓

۲

۳

۴

## «کتاب پر تکرار»

-۷۲

 $\theta$  زاویه حاده است، پس  $\tan \theta > 0$  است. با استفاده از رابطه

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1} \xrightarrow{\tan \theta > 0}$$

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} - 1} \xrightarrow{\cos \theta = \frac{3}{5}}$$

۱

۲✓

۳

۴

مخرج مشترک می‌گیریم و سپس ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{\sin^4 \theta}{1 + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{\sin^4 \theta + \sin \theta \cos \theta (1 + \cos \theta)}{1 + \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta (\sin^3 \theta + \cos \theta + \cos^3 \theta)}{1 + \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 + \cos \theta} = \sin \theta \end{aligned}$$

توجه کنید که از رابطه  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  استفاده کردیم.  
 (صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلاًت)

۱

۲

۳

۴ ✓

ابتدا عبارت  $\frac{2 \cos^4 x - 1}{\cos^4 x (1 - \tan^2 x)}$  را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{2 \cos^4 x - 1}{\cos^4 x (1 - \tan^2 x)} &= \frac{\cos^4 x + \cos^4 x - 1}{\cos^4 x \left(1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)} \\ &= \frac{\cos^4 x - (1 - \cos^2 x)}{\cos^4 x \left(\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}\right)} = \frac{\cos^4 x - \sin^2 x}{\cos^4 x - \sin^2 x} = 1 \end{aligned}$$

عبارت  $A = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} + 1$  برابر است با:

$$= \frac{\sin x + \cos x + \sin x - \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{2 \sin x}{\sin x - \cos x}$$

صورت و مخرج کسر را بر  $\cos x \neq 0$  تقسیم می‌کنیم.

$$= \frac{2 \tan x}{\tan x - 1}$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلاًت)

۱

۲

۳

۴ ✓

«کتاب پر تکرار»

-۷۵

می بایست مشخص کنیم اعداد داده شده در گزینه ها در کدام محدوده قرار

می گیرند:

$$2^3 = 8 < 9 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{9} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{9} < -2 \Rightarrow A = -\sqrt[3]{9}$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18 \Rightarrow 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

$$4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2 \Rightarrow 4 < \sqrt{18} < 5$$

$$\Rightarrow -5 < -\sqrt{18} < -4 \Rightarrow C = -\sqrt{18} = -3\sqrt{2}$$

$$2^3 = 8 < 17 < 27 = 3^3 \Rightarrow 2 < \sqrt[3]{17} < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\sqrt[3]{17} < -2$$

$$3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2 \Rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4$$

$$\Rightarrow -4 < -\sqrt{15} < -3$$

توجه کنید که چون در نامعادله  $15 < 16 < 15 < 9$  به عدد ۱۶

نزدیکتر است، پس در نامعادله  $\sqrt{15} < 4$ ،  $3 < \sqrt{15} < 4$  به عدد ۴

نزدیکتر است و در نتیجه در نامعادله  $-3 < -\sqrt{15} < -4$ ، عدد

$$D = -\sqrt{15} - 4$$

است.

(صفحه های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های جبری)

۴

۳

۲

۱

چون  $x^0 < 0$ ، پس  $\frac{1}{x^0}$  و در نتیجه:

$$\sqrt{\frac{1}{9x^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3x}\right)^2} = \left|\frac{1}{3x}\right| = \frac{-1}{3x}$$

پس:

$$\sqrt[3]{3x\sqrt{\frac{1}{9x^2}}} = \sqrt[3]{3x\left(\frac{-1}{3x}\right)} = \sqrt[3]{-1} = -1$$

(صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

«عزیز الله على اصغرى»

-۸۱

$$I: 2 < \sqrt[3]{x} < 3 \Rightarrow 2^3 < x < 3^3$$

$$\Rightarrow 8 < x < 27 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 26\}$$

$$II: 3 \leq \sqrt{x} \leq 5 \Rightarrow 3^2 \leq x \leq 5^2$$

$$\Rightarrow 9 \leq x \leq 25 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{9, 10, 11, \dots, 25\}$$

باتوجه به روابط به دست آمده، اعداد صحیح ۹ تا ۲۵ در هر دو نامساوی صدق می‌کنند که تعداد آن‌ها برابر است با:

$$25 - 9 + 1 = 17$$

(صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه  $n$ ام ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

$$\text{ب) } \sqrt[5]{72} \times \sqrt[5]{1+8} = \sqrt[5]{72 \times 1+8}$$

$$= \sqrt[5]{(3^2 \times 2^3) \times (3^3 \times 2^2)} = \sqrt[5]{3^5 \times 2^5}$$

$$= \sqrt[5]{3^5} \times \sqrt[5]{2^5} = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{پ) } \sqrt[5]{\frac{7}{16a^5}} \times \sqrt[5]{\frac{243}{14}} = \sqrt[5]{\frac{7 \times 243}{16a^5 \times 14}}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{7 \times 3^5}{2^4 \times a^5 \times 2 \times 7}} = \sqrt[5]{\frac{3^5}{2^5 \times a^5}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5 \times a^5}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt[5]{2^5} \sqrt[5]{a^5}} = \frac{3}{2a}$$

مورد پ نادرست است.

(صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

«راودر بوالحسنی»

-۸۶

باتوجه به این‌که  $a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < 1$  داریم  $0 < a < 1$  پس:

$$a - \sqrt{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt{a}| = -(a - \sqrt{a})$$

$$a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = -(a - \sqrt[3]{a})$$

$$\sqrt{a} - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| = -(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a})$$

$$\Rightarrow A = (-a + \sqrt{a}) + (a - \sqrt[3]{a}) + (-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) \Rightarrow A = 0$$

(صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، توان‌های گویا ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۰۰۳

ابتدا با استفاده از تجزیه‌ی اعداد ۵۴ و ۲۵۰ به عوامل سازنده داریم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5^3 \times 2} = 5\sqrt[3]{2} \end{cases}$$

پس:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8\sqrt[3]{2}}} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2^3 \times 2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^1 \cdot 10}} \\ \Rightarrow A &= \frac{1}{2 \times \sqrt[3]{2^1 \cdot 10}} = \frac{1}{2\sqrt[3]{2^6 \times 2^4}} = \frac{1}{2\sqrt[6]{2^4}} \end{aligned}$$

صورت و مخرج کسر اخیر را در  $\sqrt[6]{2^2}$  ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{2\sqrt[6]{2^4}} \times \frac{\sqrt[6]{2^2}}{\sqrt[6]{2^2}} = \frac{\sqrt[6]{2^2}}{2\sqrt[6]{2^6}} = \frac{\sqrt[6]{4}}{4}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۵ «عزیز الله على اصغرى»

$$A = 4 \times 2^{\frac{n}{n}} \xrightarrow{n=4}$$

$$A = 4 \times 2^{\frac{4}{4}} = 4 \times 2^{\frac{4}{16}} = 4 \times 2^{\frac{1}{4}} = 4\sqrt[4]{2}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^{-10}} - \sqrt[7]{\left(\frac{4}{3}\right)^{-7}} \Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{10}{5}} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-\frac{7}{7}} \\ &\Rightarrow A = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} \Rightarrow A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^1 \\ &\Rightarrow A = \frac{9}{4} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های همبری)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، عبارت‌های جبری ، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵/۱۰/۳

خرج کسر را با استفاده از اتحاد چاق و لاغر گویا می‌کنیم. برای این کار

عبارت  $\sqrt[3]{2}^2 + 1 \times \sqrt[3]{2} + 1$  را در صورت و خرج کسر ضرب می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{(\sqrt[3]{2})^3 - (1)^3} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}{2-1} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های همبری)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

با فرض  $x - \frac{1}{x} = A$  داریم:

$$x - \frac{1}{x} = A \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = A^2$$

$$\begin{array}{c} x^2 + \frac{1}{x^2} = 18 \\ \hline \rightarrow 18 - 2 = A^2 \\ \Rightarrow 16 = A^2 \Rightarrow A = \pm 4 \end{array}$$

با استفاده از اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$\begin{aligned} x^3 - \frac{1}{x^3} &= (x - \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1) \\ &= (\pm 4)(18 + 1) = \pm 76 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های هیری)

۱

۲

۳

۴

ابتدا طرف راست تساوی را ساده می کنیم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{ax+b}{x^3-x+1} + \frac{c}{x+1} \\
 &= \frac{(ax+b)(x+1) + c(x^3-x+1)}{(x+1)(x^3-x+1)} \\
 &= \frac{(ax^4+ax+bx+b)+(cx^3-cx+c)}{x^3+1} \\
 &= \frac{(a+c)x^4+(a+b-c)x+(b+c)}{x^3+1} \quad (1)
 \end{aligned}$$

برای آن که عبارت (1) به ازای همه مقادیر  $x \neq -1$  با سمت چپ

تساوی صورت سؤال، یعنی  $\frac{1}{x^3+1}$  برابر باشد، باید داشته باشیم:

$$a+c=0 \Rightarrow c=-a \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b-c=0 \xrightarrow{(*)} 2a+b=0 \\ b+c=1 \xrightarrow{(*)} b-a=1 \end{array} \right\} \text{حل دستگاه} \rightarrow$$

$$a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2}{3} \xrightarrow{(*)} c = \frac{1}{3}$$

پس:

$$a-b+2c = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{3}$$

(صفحه های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان های گویا و عبارت های همی)

۴

۳

۲✓

۱

فرض کنید  $\mathbf{a} + \mathbf{b} = -\mathbf{c}$ ، در این صورت:

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b})^3 = (-\mathbf{c})^3 \Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + 3\mathbf{a}^2\mathbf{b} + 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -\mathbf{c}^3$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = -3\mathbf{a}^2\mathbf{b} - 3\mathbf{a}\mathbf{b}^2 = -3\mathbf{ab}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$$

$$= -3\mathbf{ab}(-\mathbf{c}) = 3\mathbf{abc}$$

با در نظر گرفتن  $\mathbf{c} = -3 - \sqrt{2}$  و  $\mathbf{b} = 3 - \sqrt{2}$ ، از آنجا که  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 0$  است، داریم:

$$\mathbf{a}^3 + \mathbf{b}^3 + \mathbf{c}^3 = 3\mathbf{abc}$$

$$= 3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(-3 - \sqrt{2})$$

$$= -3(2\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$$

$$= -6\sqrt{2}(9 - 2) = -42\sqrt{2}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توانهای گویا و عبارت‌های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۱ - گواه ، قضیه تالس ، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۰۰۳۱۵۹۱۳

-۲۲۲

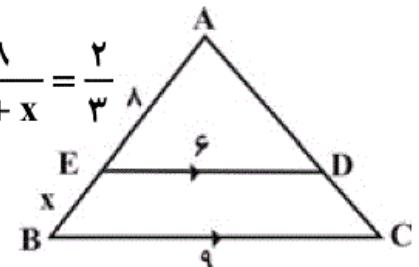
«سراسری تهری - ۷۴

BC و ED را قطع کرده و دو زاویه مساوی ایجاد کرده است، پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب  $ED \parallel BC$ ؛ با فرض و با استفاده از تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC،  $BE = x$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{8}{8+x} = \frac{6}{9} \Rightarrow \frac{8}{8+x} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 16 + 2x = 24 \Rightarrow x = 4$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)



۴

۳

۲

۱ ✓

مطابق شکل، ساقهای ذوزنقه  $ABCD$  به طول اضلاع  $BC = 6$  و  $AD = 5$  را امتداد می‌دهیم تا همدیگر را در  $S$  قطع کنند.

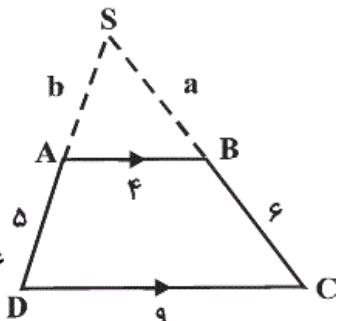
$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9b = 4b + 20 \Rightarrow b = 4 \\ \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9a = 4a + 24 \Rightarrow a = 4/8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محيط مثلث } SAB = 4 + 4/8 + 4 = 12/8$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)



۴✓

۳

۲

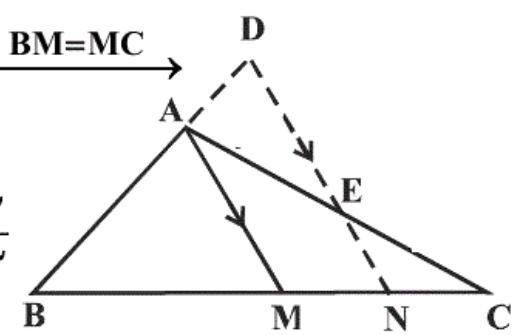
۱

یک بار در  $\Delta BDN$  و بار دیگر در  $\Delta AMC$  تالس را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} AM \parallel NE \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} \\ AM \parallel DN \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{MN}{BM} \end{cases} \xrightarrow{BM=MC}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)



۴

۳✓

۲

۱

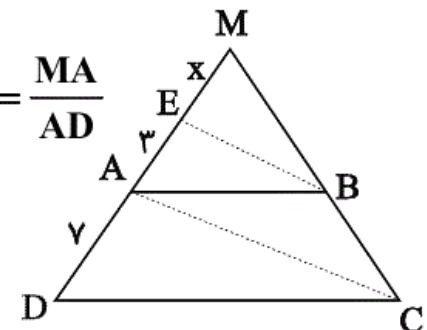
با فرض  $ME = x$  داریم:

$$\left. \begin{array}{l} BE \parallel AC \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+4}{7} \Rightarrow x = 2/25$$

$$MD = ME + AE + AD = 2/25 + 3 + 7 = 12/25$$

(صفحه های ۳۷ تا ۴۱ کتاب درسی)



۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه ۱ - گواه ، تشابه مثلث ها ، قضیه تالس ، تشابه و کاربردهای آن - ۱۰۰۳۱۹۵۱۳

طبق فرض  $BF \parallel DE$   $\xrightarrow{\text{مورب}} \hat{A}\hat{B}F = \hat{D}$

$\xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{D}} \hat{A}\hat{B}F = \hat{C}_1$

$\Rightarrow \begin{cases} \hat{A} : \text{مشترک} \\ \hat{A}\hat{B}F = \hat{C}_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی زوایه ها}} \Delta ACB \sim \Delta ABF$

$$\Rightarrow \frac{BC}{BF} = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$$

(صفحه های ۴۱ تا ۴۳ کتاب درسی)

۴

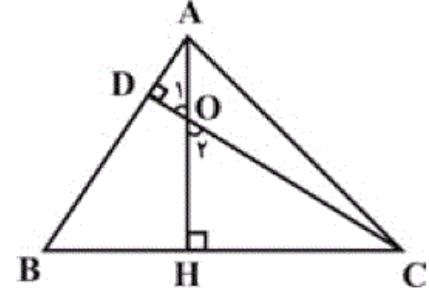
۳

۲

۱✓

$$12 = \frac{1}{3} OH = AD = 5OD$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OH = 36 \\ AD = 12 \\ OD = \frac{12}{5} \end{cases}$$



مثلثهای  $AOD$  و  $HOC$  را در نظر بگیرید، داریم:

$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{D} = \hat{H} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \triangle ADO \sim \triangle CHO$$

۴✓

۳

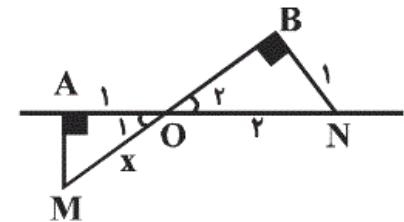
۲

۱

با نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه  $OBN$  داریم:

$$OB = \sqrt{ON^2 - BN^2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{cases} \quad (\text{متقابل به رأس})$$



بنابراین دو مثلث  $OBN$  و  $OAM$  به حالت تساوی زاویه‌ها با هم متشابه‌اند و با نوشتن تناسب بین اجزاء متناظر آن دو، داریم:

$$\Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

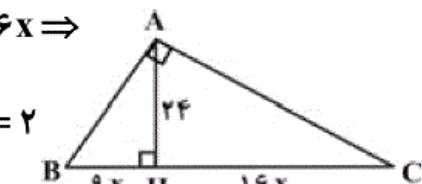
ابتدا با توجه به فرضیات مسئله، شکلی از آن ترسیم می‌کنیم. چون  $AH$  ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow 24^2 = 9x \times 16x \Rightarrow$$

$$x^2 = \frac{24^2}{9 \times 16} = \left(\frac{24}{3 \times 4}\right)^2 = 2^2 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow BC = 9x + 16x = 25x \xrightarrow{x=2} BC = 50.$$

(صفحه‌های ۴۲ و ۴۳ کتاب درسی)



۴

۳✓

۲

۱

اگر  $\overline{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}m$  و طبق قضیهی  $\overline{AB} = m$ ، آن‌گاه داریم

فیثاغورس داریم:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} = \sqrt{\frac{9}{4}m^2} = \frac{3}{2}m$$

با توجه به شکل، در مثلث قائم‌الزاویهی  $\triangle ABC$ ،  $\overline{AH}$  ارتفاع وارد بر وتر است، پس داریم:

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC} \Rightarrow m^2 = \overline{BH} \times \frac{3}{2}m \Rightarrow \overline{BH} = \frac{2}{3}m$$

$$\overline{HM} = \overline{BM} - \overline{BH} = \frac{1}{2}(\frac{3}{2}m) - \frac{2}{3}m = \frac{1}{12}m$$

و در نتیجه:

از آنجا که دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle AMH$  مشترک‌کند، پس نسبت مساحت این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌های متناظر است، در نتیجه:

$$\frac{\frac{\Delta}{S(\triangle ABC)}}{\frac{\Delta}{S(\triangle AMH)}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{MH}} = \frac{\frac{3}{2}m}{\frac{1}{12}m} = 18$$

(صفحه‌های ۴۲ و ۴۳ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

در دو مثلث متشابه، اضلاع دو به دو متناسب‌ند. با توجه به اینکه دو مثلث قابل انطباق نیستند، ضلع با اندازه‌ی ۳ در مثلث اولی با ضلع به اندازه‌ی ۳ در مثلث دوم متناسب نیست. در نتیجه دو حالت داریم:

$$\frac{3}{4} = \frac{a}{3} = \frac{b}{5} \Rightarrow a = \frac{9}{4}, b = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = 9$$

$$\frac{3}{5} = \frac{a}{3} = \frac{b}{4} \Rightarrow a = \frac{9}{5}, b = \frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5}$$

بنابراین بیشترین محیط برابر ۹ است. دقت کنید که در هر حالت جای  $a$  و  $b$  می‌تواند عوض شود که تأثیری در محیط مثلث ندارد.

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱